ကျောင်းသုံးစာအုပ်မိတ်ဆက်

ဤအတန်းတွင် သင်္ချာ-၁ ဘာသာရပ်အကြောင်းနှင့် ယင်းဘာသာရပ်ကို လက်တွေ့ဘဝတွင် အသုံးချပုံများကို ပိုမိုနားလည်နိုင်စေမည့် အသိပညာ၊ ကျွမ်းကျင်မှုအသစ်များ ဖွံ့ဖြိုးလာရန် ဆရာ၊ အတန်းဖော်များနှင့်အတူ အဖွဲ့လိုက်လုပ်ငန်းများ လုပ်ဆောင်သင်ယူမည်။ ထို့အပြင် ပြဿနာအခက်အခဲများကိုဖြေရှင်းတတ်ရန်နှင့် စဉ်းစားတွေးခေါ်ဖန်တီးတတ်ရန် လေ့လာသင်ယူမည်။ အချို့စာသင်ချိန်များတွင်အဖွဲ့လိုက်လုပ်ဆောင်ကြပြီး၊ အချို့စာသင်ချိန်များတွင် အတန်းလိုက် သို့မဟုတ် တစ်ဦးချင်း လေ့လာသင်ယူကြမည်ဖြစ်သည်။

သင်ယူရမည့်အကြောင်းအရာများ

ဤသတ္တမတန်း၊ သင်္ချာ - ၁ ဘာသာရပ်ကျောင်းသုံးစာအုပ်တွင် အောက်ပါအဓိကအကြောင်းအရာများ ပါဝင်သည်။

သင်ယူကြရမည့်နည်းလမ်းများ

သင်ခန်းစာအားလုံးတွင် တက်ကြွစွာပါဝင်သင်ယူနိုင်ရန် အထောက်အကူပြုမည့် C - ၅ လုံးကို အရေးပါသော ၂၁ ရာစုကျွမ်းကျင်မှုများအဖြစ် ဆရာက အသုံးပြုသင်ကြားပေးမည်။

- ✓ ပူးပေါင်းဆောင်ရွက်ခြင်း (Collaboration) - သင်ခန်းစာများသင်ယူရာတွင် ကျောင်းသားများသည် အတန်းဖော်များနှင့်အုပ်စုဖွဲ့ပြီး အတွေးအခေါ်များ မျှဝေခြင်း၊ အဖြေများအတူရှာဖွေခြင်းတို့ကို လုပ်ဆောင်မည်။
- ✓ ဆက်သွယ်ပြောဆိုခြင်း (Communication) - ဘာသာစကားသင်ခန်းစာများတွင်သာမက ဘာသာရပ်အားလုံးတွင် သင်ခန်းစာများကိုရေးခြင်း၊ ဖတ်ခြင်း၊ ပြောခြင်း၊ နားထောင်ခြင်းနှင့် နှုတ်ဖြင့်ဆက်သွယ်ပြောဆိုခြင်း၊ ကိုယ်အမူအရာဖြင့်ဆက်သွယ်ပြောဆိုခြင်းစသည့် ကျွမ်းကျင်မှုများ ဖွံ့ဖြိုးလာမည်။
- ✓ လေးနက်စွာဆန်းစစ်ဝေဖန်ခြင်းနှင့်ပြဿနာဖြေရှင်းခြင်း (Critical Thinking and Problem Solving) - ဖြေရှင်းရန် စိတ်ဝင်စားဖွယ်ပြဿနာများ၏အဖြေများကို ရှာဖွေခြင်းနှင့် တင်ပြခြင်း၊ အမှားများကို ရှာဖွေခြင်းနှင့် ပြုပြင်ခြင်းတို့ပြုလုပ်ရလိမ့်မည်။
- ✓ တီထွင်ဖန်တီးခြင်း (Creativity and Innovation) - ဘောင်ခတ်ထားသည့် အခြေအနေထဲမှ ထွက်၍ တွေးခေါ်ခြင်းသည် အရေးပါသော ၂၁ ရာစု ကျွမ်းကျင်မှုတစ်ခုဖြစ်သည်။ အတွေးအခေါ်သစ်များရရှိရန်၊ နည်းလမ်းသစ်များဖြင့် ပြဿနာများဖြေရှင်းရန် ကျောင်းသားများကို အားပေးလိမ့်မည်။
- ✓ နိုင်ငံသားကောင်းဖြစ်ခြင်း (Citizenship) - နိုင်ငံသားကောင်းဖြစ်စေရန် ကျောင်းလူမှုအဖွဲ့အစည်းတွင် တက်ကြွစွာ ပါဝင်လုပ်ဆောင်ခြင်း၊ တရားမျှတခြင်း၊ သဘောထားကွဲလွဲမှုဖြေရှင်းခြင်း စသည်တို့ကို လေ့ကျင့်သင်ယူရမည်။

စာသင်နှစ်အဆုံးတွင်သိရှိသွားပြီးလုပ်ဆောင်နိုင်မည့်ရလဒ်များ

သတ္တမတန်း၊ သင်္ချာ - ၁ ဘာသာရပ်ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကို သင်ယူပြီးသောအခါ ကျောင်းသားများသည် အောက်ပါတို့ကို လုပ်ဆောင်နိုင်မည်။

- ကိန်းပြည့်များကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ဖော်ပြတတ်ပြီး ယင်းတို့၏ ပကတိတန်ဖိုးများကို ရှာတတ်မည်။
- အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းနှင့် အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းများ ရှာနည်းအမျိုးမျိုးကို အသုံးပြုရှာဖွေ၍ နေ့စဉ်ဘဝတွင် ပြန်လည်အသုံးချတတ်မည်။
- ပိုမိုခက်ခဲသော အပိုင်းကိန်းတန်းများကို အပိုင်းကိန်းဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိများသုံး၍ ရှင်းတတ်မည်။
- ဒသမကိန်းများတွင် အနီးဆုံးတန်ဖိုးယူခြင်း၊ အရာရောက်ဂဏန်းအရေအတွက်ထိအမှန်ယူခြင်းနှင့်ပြန်ထပ်ဒသမကိန်းများကိုအပိုင်းကိန်းဖြင့်ဖော်ပြခြင်းတို့ကိုလုပ်ဆောင်နိုင်မည်။
- အချိုး၊ အချိုးတူနှင့် ရာခိုင်နှုန်းတို့ကို နားလည်ပြီး နေ့စဉ်ဘဝပြဿနာအချို့ကို ဖြေရှင်းနိုင်မည်။
- အက္ခရာကိန်းတန်းများဆိုင်ရာ လုပ်ထုံးများကို အသုံးပြု၍ အက္ခရာကိန်းတန်းများကို ရှင်းနိုင်ပြီး ပါဝင်သည့် အက္ခရာကိန်းတို့၏တန်ဖိုးကို ပေးထားလျှင် ယင်းကိန်းတန်းတန်ဖိုးကိုရှာနိုင်မည်။
- ကိန်းဆိုင်ရာဂုဏ်သတ္တိများကို အသုံးပြု၍ မသိကိန်းတစ်လုံးပါသော တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းကို ဖြေရှင်းတတ်မည်။
- ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်စနစ်ကို နားလည်သိရှိပြီး အမှတ်များကို ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင် ဖော်ပြတတ်မည်။
- စာရင်းအင်းဆိုင်ရာအချက်အလက်များကို စက်ဝိုင်းပုံကားချပ်နှင့် မျဉ်းဂရပ်တို့ဖြင့် ဖော်ပြတတ်ပြီး ယင်းတို့မှ အဓိပ္ပာယ်ကောက်တတ်မည်။
- မက်ထရစ်စနစ်တွင် အခြေခံယူနစ်များပေါ်မူတည်၍ ပြောင်းဖွဲ့ခြင်းကို အသုံးပြု၍ နေ့စဉ်ဘဝပြဿနာများတွင် ဖြေရှင်းနိုင်မည်။
- သစ်တန်တွက်နည်း၊ မြေကျင်း၊ သဲကျင်း၊ ကျောက်ကျင်းတွက်နည်းတို့ကို လက်တွေ့ဘဝတွင် အသုံးချတတ်မည်။

အခန်း ၁ ကိန်းပြည့်များ

ဆဌမတန်းတွင် အပြည့်ကိန်းများအကြောင်းကိုလေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခုသင်ခန်းစာတွင် ကိန်းပြည့်များအကြောင်းကိုလေ့လာကြရမည်။ ထို့ပြင် ကိန်းပြည့်များအတွက်လုပ်ထုံးများနှင့်လုပ်ထုံးများဆိုင်ရာဂုဏ်သတ္တိများကိုလည်း ဆက်လက်လေ့လာကြရမည်။ ဤသင်ခန်းစာကို သင်ယူပြီးပါက ကိန်းပြည့်များကို ကိန်းမျဉ်းဖြင့် ဖြေရှင်းတတ်မည်။ ကိန်းပြည့်များပေါင်းခြင်း၊ မြှောက်ခြင်းဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိများကို အသုံးပြု၍ ပေါင်းတတ်မြှောက်တတ်မည် ဖြစ်သည်။

၁.၁ ကိန်းပြည့်များ၏အဓိပ္ပာယ်ကိုဖော်ပြခြင်း

အပြည့်ကိန်းများတွင် သုညနှင့်သဘာဝကိန်းများ ပါဝင်ကြောင်းသိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ အပြည့်ကိန်းနှစ်ခုကိုပေါင်းသည့်အခါအပြည့်ကိန်းတစ်ခုကိုရရှိသည်။ ကြီးသောအပြည့်ကိန်းထဲမှငယ်သောအပြည့်ကိန်းကိုနုတ်မှသာလျှင် အပြည့်ကိန်းတစ်ခုရရှိပြီး ငယ်သောအပြည့်ကိန်းမှကြီးသောအပြည့်ကိန်းကိုနုတ်သည့်အခါ အပြည့်ကိန်းတစ်ခုကို မရရှိနိုင်တော့ချေ။ ထို့ကြောင့် ကိန်းအသစ်များကို ထပ်မံဖန်တီးရန်လိုအပ်ကြောင်းတွေ့ရှိကြရမည်။ သဘာဝကိန်းများရှေ့တွင် အနုတ်သင်္ကေတများဖြင့် $-1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, \ldots$ ဟုရေးသားဖော်ပြပြီး ထိုကိန်းများကို **အနုတ်ကိန်းပြည့်များ** ဟုခေါ်ကြမည်။ သုည၊ အပေါင်းကိန်းပြည့်နှင့် အနုတ်ကိန်းပြည့်များအားလုံး ပါဝင်သောကိန်းများအစုအဝေးကို **ကိန်းပြည့်များ** (integers) ဟုခေါ်မည်။ ကိန်းပြည့်အားလုံးကို သင်္ကေတအားဖြင့် $\ldots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$ ဟု ငယ်စဉ်ကြီးလိုက် အစဉ်အတိုင်း ရေးသားဖော်ပြနိုင်သည်။

> $0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm5, \pm6, \pm7, \ldots$ တို့သည် ကိန်းပြည့်များ ဖြစ်ကြသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၁

၁။ ကိန်းပြည့်များကိုအသုံးပြု၍ အောက်ပါတို့ကိုဖော်ပြပါ။

(က) ဘဏ်စာရင်းရှိငွေ 10000 ကျပ် မှ 2500 ကျပ်ထုတ်ယူခြင်း။

(ခ) ဘဏ်စာရင်းရှိငွေ 1200 ကျပ် သို့ ငွေ 1000 ကျပ်ပေးသွင်းခြင်း။

(ဂ) အရင်းငွေ 100 ကျပ် ရောင်းရငွေ 80 ကျပ် ဖြစ်လျှင်အရှုံးအမြတ်တွက်ခြင်း။

၂။ အောက်ပါဇယားတွင် ပစ္စည်းအချို့၏ရောင်းဈေးနှင့်ဝယ်ဈေးတို့ကို ကျပ်ဖြင့် ဖော်ပြထားသည်။ ကိန်းပြည့်များကိုအသုံးပြု၍ပစ္စည်းတစ်ခုစီအတွက်အမြတ်(+) သို့မဟုတ် အရှုံး(−)ကို ဖြည့်ပါ။ ပစ္စည်းအားလုံးအတွက် အမြတ်မည်မျှရရှိသနည်း။

ဝတ္ထုပစ္စည်း	ဗလာစာအုပ်	ခဲတံ	ခဲဖျက်	ပေတံ	ဘောပင်	ကွန်ပါ
ရောင်းဈေး	100	50	50	150	100	1000
ဝယ်ဈေး	80	45	50	100	105	1020
အမြတ်၊အရှုံး	+20					−20

၃။ အောက်ပါကိန်းပြည့်များကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက် စီစဉ်ပါ။

1, −5, 0, 4, 8, −3, 7, −1, 3, 5, −4, −8

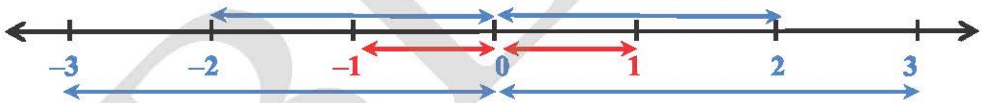
၄။ အောက်ပါဥပမာကိုလေ့လာ၍ အနိမ့်အမြင့်တို့ကို ကိန်းပြည့်များ အသုံးပြုပြီး ဖော်ပြပါ။ (သတ်မှတ်ထားသောမူလအမှတ်၏ အထက်ဖြစ်လျှင် ‘+’ လက္ခဏာ၊ အောက်ဖြစ်လျှင်‘−’ လက္ခဏာဖြင့် ဖော်ပြရမည်။ ဥပမာ - ကျောက်မီးသွေးတူးလုပ်သားတစ်ယောက်သည်မြေပြင်အောက် 100 m တွင်ရှိသည် ဆိုပါစို့။ ထိုလုပ်သား၏တည်နေရာကို −100 mဟုဖော်ပြမည်။)

(က) ဧဝရက်တောင်ထိပ်သည်ပင်လယ်ရေမျက်နှာပြင်၏အထက် 8848 m တွင်တည်ရှိသည်။

(ခ) ရေငုပ်သင်္ဘောတစ်စင်းသည်ပင်လယ်ရေပြင်အောက် 304 m တွင်ရှိသည်။

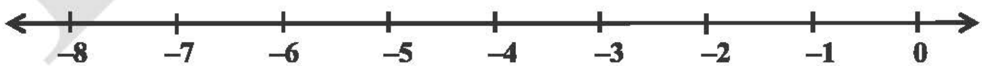
၁.၂ ကိန်းပြည့်များကိုကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်ဖော်ပြခြင်း

ယခင်က ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်အပြည့်ကိန်းများကိုဖော်ပြခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ထိုကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ကိန်းပြည့်များကို အောက်ပါပုံအတိုင်း ဆက်လက်၍ နေရာချဖော်ပြမည်။



ပုံ ၁.၁ ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်ကိန်းပြည့်များနေရာချပုံ

ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် −1 ၏နေရာကို သုည၏လက်ဝဲဘက်နေရာတွင် သုညနှင့် 1 တို့၏ အကွာအဝေးအတိုင်း သတ်မှတ်မည်။ −2 ကို သုည၏လက်ဝဲဘက်နေရာတွင် သုညနှင့် 2 တို့၏ အကွာအဝေးအတိုင်းသတ်မှတ်ပြီး −3 ကိုလည်းသုညမှတ်၏ဝဲဘက်တွင်သုညနှင့် 3 တို့၏ အကွာအဝေးအတိုင်းသတ်မှတ်မည်။ ထိုနည်းတူစွာ −4, −5, −6, ... စသည်တို့ကို သုည၏ လက်ဝဲဘက်တွင်နေရာချခြင်းဖြင့် အနုတ်ကိန်းပြည့်များကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ဖော်ပြနိုင်သည်။



ပုံ ၁.၂ ကိန်းမျဉ်းပေါ်ရှိ အနုတ်ကိန်းပြည့်များ

ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် သုညမှတ်၏လက်ယာဘက်၌ အပေါင်းကိန်းပြည့်များတည်ရှိပြီး သုည၏ လက်ဝဲဘက်၌ အနုတ်ကိန်းပြည့်များ တည်ရှိကြောင်းကို တွေ့မြင်ကြရသည်။

ကိန်းမျဉ်းပေါ်ရှိကိန်းလုံးတစ်ခုသည် ထိုကိန်း၏လက်ဝဲဘက်ရှိကိန်းများထက်ပိုကြီး၍ လက်ယာဘက်ရှိကိန်းများအောက်ငယ်သည်။ -4 သည် -6 ထက်ကြီးသည်ကို သင်္ကေတဖြင့် $-4 > -6$ ဟု ရေးသားဖော်ပြ၍ -6 သည် -4 အောက်ငယ်သည်ကို သင်္ကေတဖြင့် $-6 < -4$ ဟုရေးသားဖော်ပြကြမည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၂

၁။ ကိန်းပြည့် $-2, 0, 4, -3, -1, 3, 2, -4$ တို့ကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်မှတ်သားဖော်ပြပါ။

၂။ အောက်ပါကွက်လပ်များတွင် $>$ သို့မဟုတ် $<$ သင်္ကေတကို မှန်အောင်ဖြည့်ပါ။

(က) $0 \ldots\ldots 1$ (ခ) $-2 \ldots\ldots 1$ (ဂ) $0 \ldots\ldots -1$

(ဃ) $-7 \ldots\ldots -8$ (င) $-77 \ldots\ldots -22$ (စ) $7 \ldots\ldots -10$

၃။ ကိန်းပြည့် $-6, 0, 4, -3, -1, 3, 6, -4$ တို့ကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စီစဉ်ပါ။

၄။ ကိန်းပြည့် $-7, 0, 1, -4, -5, 3, 6, -2$ တို့ကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စီစဉ်ပါ။

၅။ အောက်ပါကိန်းနှစ်ခုစီတွင် မည်သည့်ကိန်းက ပိုကြီးသနည်း။ $>$ သင်္ကေတဖြင့်ရေးပါ။

(က) -1 နှင့် -10 (ခ) -36 နှင့် -5 (ဂ) -8 နှင့် -1 (ဃ) -10 နှင့် -100

၆။ အောက်ပါကိန်းနှစ်ခုစီတွင် မည်သည့်ကိန်းက ပိုငယ်သနည်း။ $<$ သင်္ကေတဖြင့်ရေးပါ။

(က) -200 နှင့် -100 (ခ) -360 နှင့် -555

(ဂ) -80 နှင့် -56 (ဃ) -11 နှင့် -111

၇။ -7 နှင့် 7 အကြားရှိကိန်းပြည့်များကို ရေးချပါ။ ကိန်းပြည့်မည်မျှရှိသနည်း။

၈။ အောက်ပါကိန်းပြည့်အသီးသီးတို့သည် သုညမှ ယူနစ်မည်မျှကွာဝေးကြသနည်း။

(က) -2 (ခ) 12 (ဂ) -15 (ဃ) -22 (င) 25

၉။ အောက်ပါကိန်းပြည့်နှစ်ခုတို့၏ ယူနစ်အကွာအဝေးကိုရှာပါ။

(က) -1 နှင့် 5 (ခ) -3 နှင့် -5 (ဂ) 1 နှင့် -5

(ဃ) 10 နှင့် -3 (င) -1 နှင့် -25 (စ) -10 နှင့် 3

၁.၃ ပကတိတန်ဖိုး

ကိန်းမျဉ်းပေါ်ရှိ ကိန်းပြည့်တစ်လုံးနှင့်မူလမှတ်(သုည)တို့၏ အကွာအဝေးကိုထိုကိန်းပြည့်၏ **ပကတိတန်ဖိုး** ဟုသတ်မှတ်မည်။ ထို့ကြောင့် -1 နှင့် 1 တို့၏ ပကတိတန်ဖိုးသည် 1 ဖြစ်ပြီး -2 နှင့် 2 တို့၏ ပကတိတန်ဖိုးသည် 2 ဖြစ်သည်။ ကိန်းပြည့်တစ်ခု၏ပကတိတန်ဖိုးသည် သုည သို့မဟုတ် အပေါင်းကိန်းပြည့်တစ်ခုဖြစ်သည်။ ကိန်းပြည့်တစ်ခု x ၏ ပကတိတန်ဖိုးကို သင်္ကေတအားဖြင့် $|x|$ ဟု ရေးသားဖော်ပြမည်။

x သည် 0 ဖြစ်လျှင် $|x| = 0$ ဖြစ်၍ x သည် အပေါင်းကိန်းပြည့် သို့မဟုတ် အနုတ်ကိန်းပြည့်တစ်ခု ဖြစ်လျှင် $|x|$ သည် အပေါင်းကိန်းပြည့်တစ်ခုဖြစ်သည်။

ဥပမာ။ $|225| = |-225| = 225,$ $\quad |-25| = |25| = 25,$

$|125 - 100| = |25| = 25,$ $\quad |26 - 29| = |-3| = 3$

x သည် ကိန်းပြည့်တစ်ခုဖြစ်လျှင် $|x|$ သည် အပြည့်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်သည်။

a နှင့် b တို့သည် ကိန်းပြည့်များဖြစ်ကြလျှင် a နှင့် b တို့၏အကွာအဝေးကို $|a - b|$ သို့မဟုတ် $|b - a|$ ဟု ဖော်ပြနိုင်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၃

၁။ ကိန်းပြည့် $-21, 0, 14, -3, -1, 33, 22, -15$ တို့၏ပကတိတန်ဖိုးများကိုရှာပါ။

၂။ အောက်ပါကိန်းပြည့်တို့၏ အကွာအဝေးအသီးသီးကို ကိန်းမျဉ်းသုံး၍ရှာပါ။
(က) -3 နှင့် 3 (ခ) 10 နှင့် -5 (ဂ) -12 နှင့် -10 (ဃ) 1 နှင့် 9

၃။ အောက်ပါကိန်းပြည့်နှစ်ခုစီတို့၏ အကွာအဝေးအသီးသီးကို ပကတိတန်ဖိုးသုံး၍ရှာပါ။
(က) -5 နှင့် 5 (ခ) -10 နှင့် 5 (ဂ) -15 နှင့် -5 (ဃ) -150 နှင့် 50

၁.၄ ကိန်းပြည့်များဆိုင်ရာလုပ်ထုံးများ

၁.၄.၁ ကိန်းပြည့်များပေါင်းခြင်း (Addition of Integers)

အောက်ပါပေါင်းခြင်းတို့ကို လေ့လာကြည့်ပါ။

၁။ $1+2=3$, $2+1=3$　　၂။ $-2+3=1$, $3+(-2)=1$

ကိန်းပြည့်များပေါင်းခြင်း၏ဖလှယ်ရဂုဏ်သတ္တိ

x, y တို့သည် ကိန်းပြည့်များဖြစ်ကြလျှင် $x+y=y+x$ ဖြစ်သည်။

အောက်ပါပေါင်းခြင်းတို့ကို လေ့လာကြည့်ပါဦး။

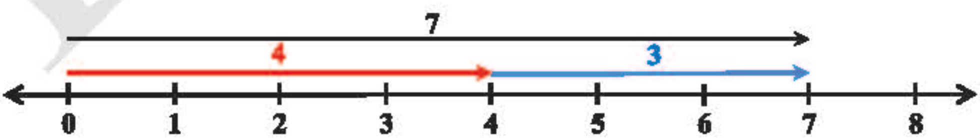
၁။ $(1+2)+3=6$, $1+(2+3)=6$　　၂။ $(-2+3)+5=6$, $-2+(3+5)=6$

ကိန်းပြည့်များပေါင်းခြင်း၏ဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိ

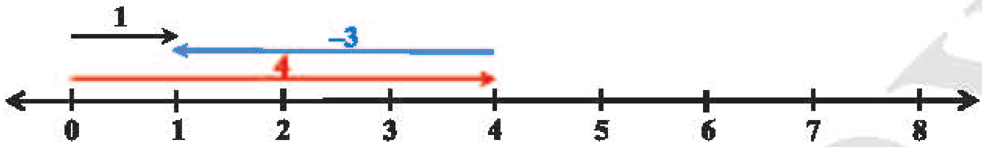
x, y, z တို့သည်ကိန်းပြည့်များဖြစ်ကြလျှင် $(x+y)+z=x+(y+z)$ ဖြစ်သည်။

၁.၄.၂ ကိန်းပြည့်များပေါင်းခြင်းကိုကိန်းမျဉ်းပေါ်၌ဖော်ပြခြင်း

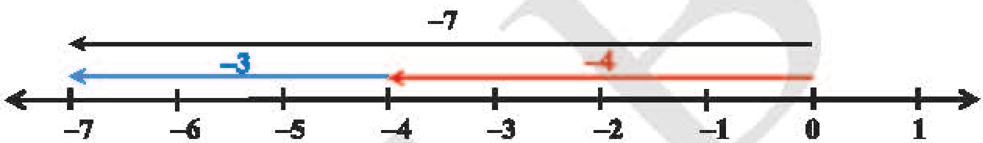
ဥပမာ ၁။ $4+3=7$ ရရှိပုံကိုကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်ရှာရန် ပထမဦးစွာ 0 မှ 4 သို့ မြားဆွဲပါ။ ထို့နောက် 4 အမှတ်မှ 3 ယူနစ်အလျားရှိမြားကို လက်ယာဘက်သို့ ဆက်ဆွဲပါ။ ပထမမြားအစမှ ဒုတိယမြားအဆုံးအထိဆွဲသောမြားသည် ရလဒ် 7 ကိုပြသည်။



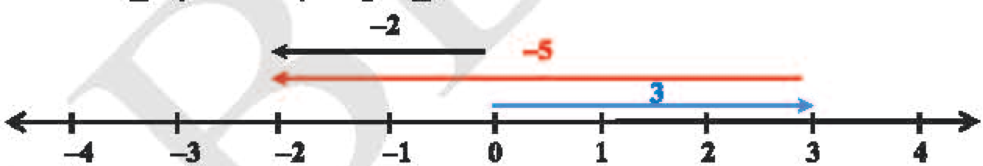
ဥပမာ ၂။ $4+(-3)=1$ ရရှိပုံကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်ပုံဆွဲ၍ရှာမည်။ ပထမဦးစွာ 0 မှ 4 သို့ မြားဆွဲပါ။ ထို့နောက် 4 အမှတ်မှ 3 ယူနစ်အလျားရှိမြားကို လက်ဝဲဘက်သို့ပြန်ဆွဲပါ။ ထိုမြားသည် -3 ကို ကိုယ်စားပြုသည်။ ပထမမြားအစမှ ဒုတိယမြားအဆုံးအထိဆွဲသောမြားသည် ရလဒ် 1 ကိုပြသည်။



ဥပမာ ၃။ $-4+(-3)=-7$ ရရှိပုံကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်ပုံဆွဲ၍ရှာမည်။ ပထမဦးစွာ 0 မှ -4 သို့ မြားဆွဲပါ။ ထို့နောက် -4 အမှတ်မှ 3 ယူနစ်အလျားရှိမြားကိုလက်ဝဲဘက်သို့ ဆက်ဆွဲပါ။ ပထမမြားအစမှ ဒုတိယမြားအဆုံးအထိဆွဲသောမြားသည်ရလဒ် -7 ကိုဖော်ပြသည်။



ဥပမာ ၄။ $3+(-5)=-2$ ရရှိပုံကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ပုံဆွဲ၍ရှာမည်။ ပထမဦးစွာ 0 မှ 3 သို့မြားဆွဲပါ။ ထို့နောက် 3 အမှတ်မှ 5 ယူနစ်အလျားရှိမြားကို လက်ဝဲဘက်သို့ပြန်ဆွဲပါ။ ထိုမြားသည် -5 ကိုကိုယ်စားပြုသည်။ ပထမမြားအစမှ ဒုတိယမြားအဆုံးနေရာအထိဆွဲသောမြားသည် ရလဒ် -2 ကိုဖော်ပြသည်။

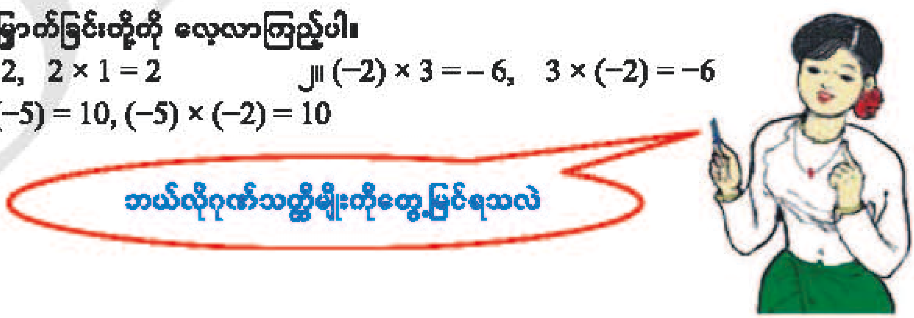


၁.၄.၃ ကိန်းပြည့်များမြှောက်ခြင်း (Multiplication of Integers)

အောက်ပါမြှောက်ခြင်းတို့ကို လေ့လာကြည့်ပါ။

၁။ $1 \times 2 = 2,\ \ 2 \times 1 = 2$ ၂။ $(-2) \times 3 = -6,\ \ 3 \times (-2) = -6$

၃။ $(-2) \times (-5) = 10,\ (-5) \times (-2) = 10$



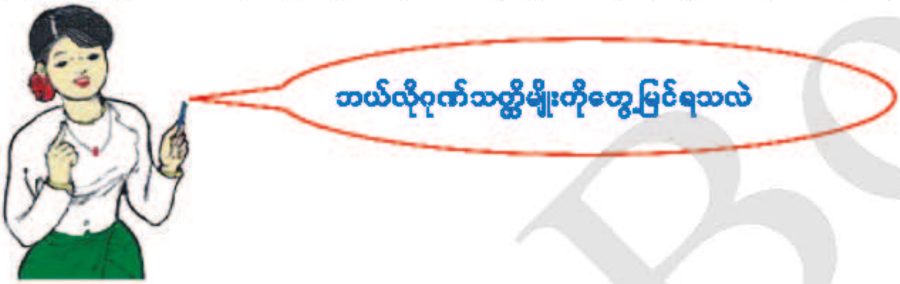
ကိန်းပြည့်များမြှောက်ခြင်း၏ ဖလှယ်ရဂုဏ်သတ္တိ

a, b တို့သည်ကိန်းပြည့်များဖြစ်ကြလျှင် $a \times b = b \times a$ ဖြစ်သည်။

အောက်ပါမြှောက်ခြင်းတို့ကို လေ့လာကြည့်ပါဦး။

၁။ $(1 \times 2) \times 3 = 6$, $1 \times (2 \times 3) = 6$ ၂။ $(-2 \times 3) \times 5 = -30$, $-2 \times (3 \times 5) = -30$

၃။ $(3\times(-2))\times 1 = -6$, $3((-2) \times 1) = -6$ ၄။ $(-2 \times 3)\times(-5) = 30$, $-2\times(3\times(-5)) = 30$



ကိန်းပြည့်များမြှောက်ခြင်း၏ ဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိ

a, b, c တို့သည်ကိန်းပြည့်များဖြစ်ကြလျှင် $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ ဖြစ်သည်။

အောက်ပါပေါင်းခြင်းနှင့်မြှောက်ခြင်းတို့ကို လေ့လာကြည့်ပါဦး။

၁။ $(3 + 2) \times 4 = 5 \times 4 = 20$, $3 \times 4 + 2 \times 4 = 12 + 8 = 20$

ထို့ကြောင့် $(3 + 2) \times 4 = 3 \times 4 + 2 \times 4$ ဖြစ်သည်။

၂။ $5 \times (2 - 3) = 5(-1) = -5$, $5 \times 2 + 5 \times (-3) = 10 - 15 = -5$

ထို့ကြောင့် $5 \times (2 - 3) = 5 \times (2 + (-3)) = 5 \times 2 + 5 \times (-3)$ ဖြစ်သည်။

၃။ $3 \times (-5 + 1) = 3 \times (-4) = -12$, $3 \times (-5) + 3 \times 1 = 15 + 3 = -12$

ထို့ကြောင့် $3 \times (-5 + 1) = 3 \times (-5) + 3 \times 1$ ဖြစ်သည်။

ကိန်းပြည့်များ၏ ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိ

a, b, c တို့သည်ကိန်းပြည့်များဖြစ်ကြလျှင် $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၄

၁။ ကိန်းမျဉ်းကိုအသုံးပြု၍ အောက်ပါကိန်းပြည့်တစ်စုံစီတို့၏ပေါင်းလဒ်တို့ကို ရှာပါ။

(က) $-7, 5$ (ခ) $-3, 9$ (ဂ) $8, -11$ (ဃ) $6, -4$

(င) $-3, -5$ (စ) $-3, -7$ (ဆ) $-8, -10$ (ဇ) $-6, -3$

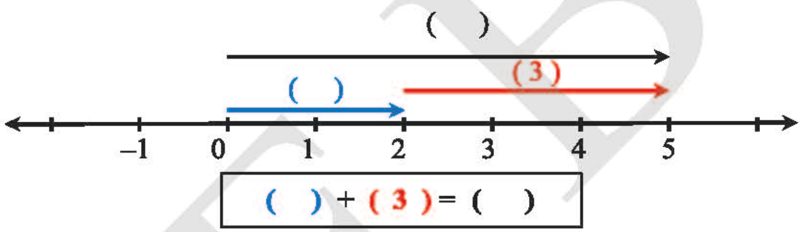
၂။ ကိန်းမျဉ်းကိုအသုံးပြု၍ အောက်ပါတို့ကိုတွက်ပါ။

(က) $7 + 2$ (ခ) $3 + (-7)$ (ဂ) $(-2) + 6$ (ဃ) $(-3) + (-5)$

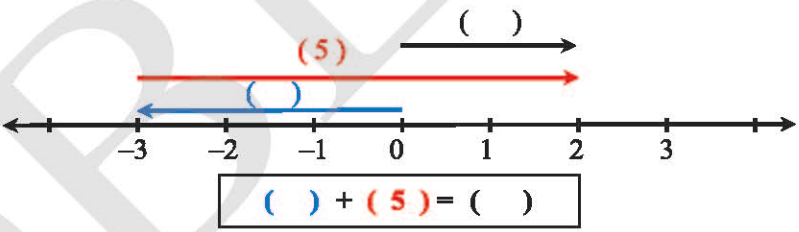
(င) $(-4) + (-2)$ (စ) $5 + (-3)$ (ဆ) $(-5) + 5$

၃။ အောက်ပါပုံများတွင် ကိန်းပြည့်များပေါင်းခြင်းကိုဖော်ပြထားသည်။ ပုံတွင် ကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပါ။

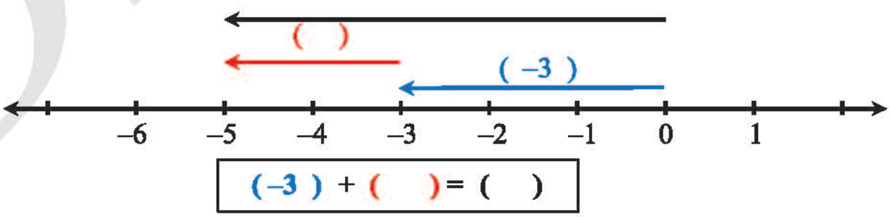
(က)



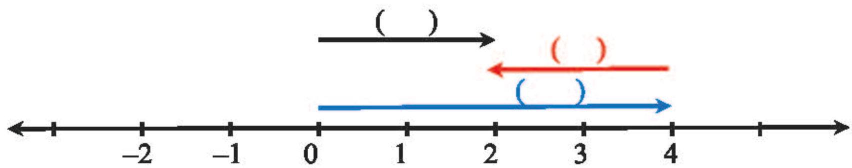
(ခ)



(ဂ)

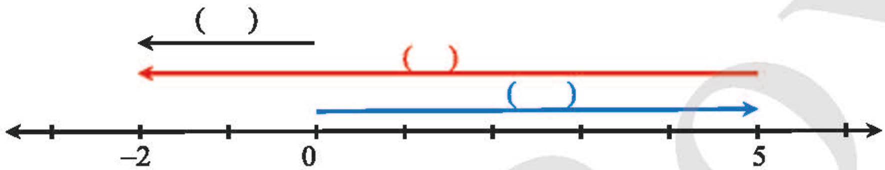


(ဃ)



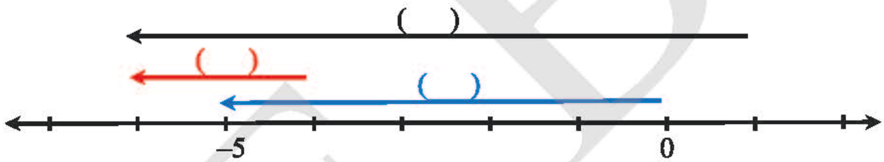
( ) + ( ) = ( )

(င)



( ) + ( ) = ( )

(စ)



( ) + ( ) = ( )

၄။ အောက်ပါတွက်လုပ်များကိုဖြည့်ပါ။

(က) $4 + (-2) = (\quad) + \ldots\ldots = \ldots\ldots$

(ခ) $2 \times (-3) = (\quad) \times \ldots\ldots = \ldots\ldots$

(ဂ) $-1 + (-2) = (\quad) + (\quad) = \ldots\ldots$

(ဃ) $-1 \times (-3) = (\quad) \times (\quad) = \ldots\ldots$

(င) $-1 \times (5 - 2) = (\quad) \times \ldots\ldots = \ldots\ldots$

(စ) $4 \times (-3 - 7) = 4 \times (\quad) = \ldots\ldots$

(ဆ) $5 \times 5 + 5 \times 2 = 5 \times (\ldots + \ldots) = \ldots\ldots$

(ဇ) $5 \times 5 + 5 \times 7 = \ldots + \ldots = \ldots\ldots$

၅။ အောက်ပါတို့ကို ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိသုံး၍တွက်ပါ။

(က) $4 \times 3 + 4 \times (-2)$

(ခ) $2 \times (-3) + 2 \times 7$

(ဂ) $102 \times 4 + 113 \times 4$

(ဃ) $2 \times (-22) + 2 \times (-321)$

(င) $112 \times 4 + 3 \times (-4)$

(စ) $210 \times (3) + 22 \times (-3)$

(ဆ) $-7 \times 4 - 87 \times (-4)$

(ဇ) $144 \times (3) + 122 \times (-3)$

အခန်း ၂ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းနှင့်အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း

ယခုသင်ခန်းစာတွင် ကိန်းပြည့်များ၏ထပ်ကိန်းများ၊ ထပ်ကိန်းဆိုင်ရာလုပ်ထုံးများ၊ ကိန်းများကို စား၍ပြတ်မပြတ်စမ်းသပ်နည်းများ၊ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းနှင့် အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းများအကြောင်းကို လေ့လာကြရမည်။ ဤသင်ခန်းစာကိုသင်ယူပြီးပါက ကျောင်းသားများသည် ထပ်ကိန်းများဆိုင်ရာလုပ်ထုံးလုပ်နည်းများကို အသုံးပြုတွက်ချက်တတ်မည်၊ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းနှင့် အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းတို့ကို နည်းအမျိုးမျိုးဖြင့် တွက်ချက်ရှာဖွေတတ်မည် ဖြစ်သည်။

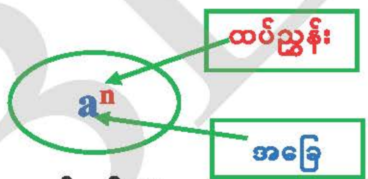
၂.၁ ကိန်းပြည့်များ၏ ထပ်ကိန်းများ

ကိန်းပြည့်တစ်ခုကို ထိုကိန်းပြည့်နှင့် တစ်ကြိမ်ထက်ပို၍မြှောက်သောအခါ မြှောက်လဒ်များကို ထပ်ညွှန်းပုံစံအဖြစ် အောက်ပါအတိုင်းရေးသားဖော်ပြကြမည်။

ကိန်းပြည့်တစ်ခု a ကို 2 ကြိမ်မြှောက်သောအခါ $a\times a = a^2$ ဟုရေးသားဖော်ပြပြီး a ၏ နှစ်ထပ်ကိန်း (a square) ဟုဖတ်မည်။ ထို့ကြောင့် a ကို 10 ကြိမ်မြှောက်သောအခါ $a\times a\times a\times a\times a\times a\times a\times a\times a\times a$ ဟုရေးမည့်အစား a^{10} ဟု ရေးသားဖော်ပြခြင်းက ပို၍သင့်လျော်သည်။ a ၏ဆယ်ထပ်ကိန်း (a to the power 10) ဟုဖတ်မည်။

ဥပမာ။ $(-5)^2 = (-5)\times(-5) = 25$, $4^3 = 4\times4\times4 = 64$, $2^5 = 2\times2\times2\times2\times2 = 32$.

ထိုသို့ရေးသားခြင်းကို ထပ်ညွှန်းပုံစံဖြင့်ဖော်ပြခြင်း ဟုခေါ်သည်။



ထပ်ညွှန်းပုံစံ

အထက်ပါဖော်ပြချက်တို့ကိုလေ့လာလျှင်ထပ်ညွှန်းပုံစံအသုံးပြု၍ဖော်ပြခြင်းဖြင့် ပမာဏကြီးသော ကိန်းများကို သိပ်သည်းကျစ်လစ်စွာဖော်ပြနိုင်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

အောက်ပါထပ်ကိန်းတို့ကို လေ့လာကြပါစို့။

$$(-1)^1 = -1$$
$$(-1)^2 = (-1)\times(-1) = 1$$
$$(-1)^3 = (-1)\times(-1)\times(-1) = -1$$
$$(-1)^4 = (-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1) = 1$$
$$(-1)^5 = (-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1) = -1$$

(-1) ၏ထပ်ကိန်းတစ်ခုတွင် ထပ်ညွှန်းသည် မ ကိန်းဖြစ်ပါက ကိန်း၏တန်ဖိုးသည် -1 ဖြစ်ပြီး၊ ထပ်ညွှန်းသည် စုံ ကိန်းဖြစ်ပါက ကိန်း၏တန်ဖိုးသည် 1 ဖြစ်သည်။

2 ၏ထပ်ကိန်းများမှာ $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$, $2^8 = 256$, $2^9 = 512$, $2^{10} = 1024$, ... တို့ဖြစ်ကြသည်။

ပထမအပေါင်းကိန်းပြည့်ငါးလုံး၏နှစ်ထပ်ကိန်းများမှာ $1^2 = 1, 2^2 = 4, 3^2 = 9, 4^2 = 16$ နှင့် $5^2 = 25$ တို့ဖြစ်ကြသည်။ ထို့ကြောင့် 1, 4, 9, 16, 25, ... တို့ကို နှစ်ထပ်တိကိန်းများ ဟုခေါ်သည်။

ပထမအပေါင်းကိန်းပြည့်ငါးလုံး၏သုံးထပ်ကိန်းများမှာ $1^3 = 1$, $2^3 = 8$, $3^3 = 27$, $4^3 = 64$ နှင့် $5^3 = 125$ တို့ဖြစ်ကြသည်။ ထို့ကြောင့် 1, 8, 27, 64, 125, ... တို့ကို သုံးထပ်တိကိန်းများ ဟုခေါ်သည်။ ဤနည်းအတိုင်း လေးထပ်တိကိန်း၊ ငါးထပ်တိကိန်း စသည်ဖြင့်ရှာနိုင်သည်။

အပေါင်းနှင့်အနုတ်၊ အမြှောက်နှင့်အစားတို့သည် အပြန်အလှန်တွက်ခြင်း(တစ်နည်းအားဖြင့် ပြောင်းပြန်တွက်ခြင်း) ဖြစ်သကဲ့သို့ နှစ်ထပ်ကိန်းနှင့် နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းတို့သည် အပြန်အလှန် တွက်ချက်ခြင်းများ ဖြစ်သည်။

ဥပမာအားဖြင့် 3 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်း 3^2 သည် 9 ဖြစ်ပြီး 9 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းသည် 3 ဖြစ်သည်။

ကိန်း		နှစ်ထပ်ကိန်း	ကိန်း		နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း
0	$\longrightarrow$	0	0	$\longrightarrow$	0
1	$\longrightarrow$	1	1	$\longrightarrow$	1
2	$\longrightarrow$	4	4	$\longrightarrow$	2
3	$\longrightarrow$	9	9	$\longrightarrow$	3
4	$\longrightarrow$	16	16	$\longrightarrow$	4
5	$\longrightarrow$	25	25	$\longrightarrow$	5

အထက်တွင် 5 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းသည် 25 ဖြစ်၍ 25 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းသည် 5 ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

5 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်း $= 5^2 = 25$ ဟုရေးသားပြီး 25 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း $= \sqrt{25} = 5$ ဟုရေးသည်။

ထိုနည်းတူ $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{144} = 12$, $\sqrt{625} = 25$ ဖြစ်သည်။

- a သည်အပေါင်းကိန်းပြည့်ဖြစ်၍ ထပ်ကိန်း $(-a)^n$ တွင်ထပ်ညွှန်း n သည် မကိန်းဖြစ်ပါက ထိုထပ်ကိန်းသည် အနုတ်ကိန်းပြည့်တစ်ခုဖြစ်သည်။
- a သည်အပေါင်းကိန်းပြည့်ဖြစ်၍ ထပ်ကိန်း $(-a)^n$ တွင်ထပ်ညွှန်း n သည် စုံကိန်းဖြစ်ပါက ထိုထပ်ကိန်းသည် အပေါင်းကိန်းပြည့်တစ်ခုဖြစ်သည်။
- a သည်အပေါင်းကိန်းပြည့်ဖြစ်၍ $a^2=b$ ဖြစ်လျှင် b ကို နှစ်ထပ်တိကိန်း ဟုခေါ်သည်။
- a သည်အပေါင်းကိန်းပြည့်ဖြစ်၍ $a^2=b$ ဖြစ်လျှင် $a=\sqrt{b}$ ကို b ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း ဟုခေါ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၁

၁။ အောက်ပါထပ်ကိန်းတို့၏တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

(က) 14 ၏နှစ်ထပ်ကိန်း (ခ) -4 ၏သုံးထပ်ကိန်း

(ဂ) 3 ၏လေးထပ်ကိန်း (ဃ) -2 ၏ငါးထပ်ကိန်း

၂။ အောက်ပါကိန်းတို့ကို ထပ်ညွှန်းပုံစံဖြင့်ရေးပါ။

(က) 81 (ခ) 128 (ဂ) 243 (ဃ) 512

(င) 225 (စ) 1024 (ဆ) 2048 (ဇ) 2401

၃။ အောက်ပါထပ်ကိန်းတန်ဖိုးများကိုတွက်ပါ။

(က) 13^3 (ခ) $(-3)^2$ (ဂ) $(-1)^8$ (ဃ) 50^2

(င) $(-8)^3$ (စ) 2^4 (ဆ) $(-7)^5$ (ဇ) $(-9)^4$

၄။ 50 နှင့် 120 ကြားရှိ နှစ်ထပ်တိကိန်းများကိုရှာပါ။

၅။ 20 နှင့် 100 ကြားရှိ သုံးထပ်တိကိန်းများကိုရှာပါ။

၆။ အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာပါ။

(က) 169 (ခ) 256 (ဂ) 361 (ဃ) 1600

၂.၂ ကိန်းပြည့်များ၏ ထပ်ကိန်းဆိုင်ရာလုပ်ထုံးများ

၂.၂.၁ ထပ်ကိန်းများအသုံးပြု၍ကိန်းများကိုမြှောက်ခြင်း

ပုံစံတွက် ၁။ 64×8 ကို ထပ်ကိန်းတစ်ခုတည်းဖြင့်ဖော်ပြပါ။

$$64 \times 8 = 2^6 \times 2^3 = 2\times2\times2\times2\times2\times2 \times 2\times2\times2 = 2^9$$

ပုံစံတွက် ၂။ 81×27 ကို ထပ်ကိန်းတစ်ခုတည်းဖြင့်ဖော်ပြပါ။

$$81 \times 27 = 3^4 \times 3^3 = 3\times3\times3\times3 \times 3\times3\times3 = 3^7$$

အောက်ပါမြှောက်လဒ်တို့ကို လေ့လာကြည့်ပါ။

၁။ $125 \times 25 = 5^3 \times 5^2 = 5^5$ ၂။ $36 \times 216 = 6^2 \times 6^3 = 6^5$

> အခြေတူသောထပ်ကိန်းများကိုမြှောက်လျှင် အခြေကို မူလအတိုင်းထား၍ ထပ်ညွှန်းများကို ပေါင်းရသည်။
>
> b, m နှင့် n တို့သည် ကိန်းပြည့်များဖြစ်ကြလျှင် $b^m \times b^n = b^{m+n}$ ဖြစ်သည်။

၂.၂.၂ ထပ်ကိန်းများအသုံးပြု၍ကိန်းများကိုစားခြင်း

အောက်ပါစားလဒ်တို့ကို လေ့လာကြည့်ပါ။

၁။ $\dfrac{2^8}{2^5} = \dfrac{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2} = 2^3 = 8$

၂။ $\dfrac{5^4}{5^2} = \dfrac{5\times5\times5\times5}{5\times5} = 5^2 = 25$

အခြေတူသောထပ်ကိန်းများကိုစားလျှင် အခြေကို မူလအတိုင်းထား၍ ထည်ကိန်း၏ ထပ်ညွှန်းမှ စားကိန်း၏ ထပ်ညွှန်းကို နုတ်ရသည်။

b, m နှင့် n တို့သည် ကိန်းပြည့်များဖြစ်ကြလျှင် $\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}$ ဖြစ်သည်။

၂.၂.၃ ထပ်ဆင့်ထပ်ကိန်းများ

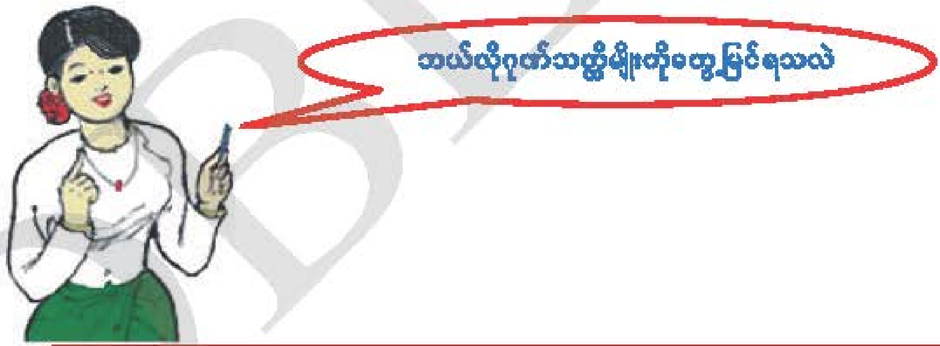
အောက်ပါမြှောက်လဒ်၊ စားလဒ်တို့ကို လေ့လာကြည့်ပါ။

၁။ $(3^2)^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 3^6 = 3^{2\times 3}$

၂။ $(2 \times 3)^3 = (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) = 2^3 \times 3^3$

၃။ $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2^3}{3^3}$

၄။ $(-2\times 3)^2 = (-2\times 3) \times (-2\times 3) = (-2)^2 \times 3^2$



- ထပ်ကိန်းတစ်ခုကို ထပ်ကိန်းတင်ထားလျှင် ထပ်ညွှန်းအချင်းချင်း မြှောက်ရသည်။
  b, m နှင့် n သည်ကိန်းပြည့်များဖြစ်ကြလျှင် $(b^m)^n = b^{m \times n}$ ဖြစ်သည်။
- a, b နှင့် n သည်ကိန်းပြည့်များဖြစ်ကြလျှင် $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ ဖြစ်သည်။
- a, b နှင့် n သည်ကိန်းပြည့်များဖြစ်ကြလျှင် $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၂

၁။ အောက်ပါကိန်းများကို သုဒ္ဓကိန်းများ၏ထပ်ကိန်းများဖြင့်ဖော်ပြပါ။

(က) $(3^{3^3})^3 \div (3^{3^3})^2$ (ခ) $(2^{3^3})^2 \times 2^4 \times (2^{5^5})^2$

(ဂ) $(7 \times 7^2 \times 3^3)^2$ (ဃ) $4^3 \times 4^5 \times 5^3 \times 5^5$

၂။ အောက်ပါတို့ကို ထပ်ကိန်းတစ်ခုတည်းဖြစ်အောင်ရှင်းပါ။

(က) $\dfrac{2^9}{2^3 \times 4^2}$ (ခ) $8^{14} \div 2^{18}$ (ဂ) $9^7 \div 3^8$ (ဃ) $\dfrac{3^{17}}{3^5 \times 9^2}$

၃။ အောက်ပါတို့၏တန်ဖိုးများကိုတွက်ပါ။

(က) $\dfrac{6^4 \times 6^3}{2^2 \times 3^2}$ (ခ) $\dfrac{7^3 \times 2^3 \times 3^3}{7^2 \times 6^2}$ (ဂ) $\dfrac{2^3 \times 3^3}{2^2 \times 3^2}$ (ဃ) $\dfrac{5^3 \times 2^3 \times 3^3}{10^2 \times 3^2}$

၂.၃ ကိန်းများကိုစား၍ ပြတ် မပြတ် စမ်းသပ်နည်းများ

အပေါင်းကိန်းပြည့်များကို 2, 3, 5, 9 နှင့် 10 တို့ဖြင့် စား၍ပြတ် မပြတ် စစ်ဆေးနည်းတို့ကို ဆဋ္ဌမတန်းတွင်လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်၍ ယခု 4, 8 နှင့် 11 တို့ဖြင့် စား၍ပြတ် မပြတ် စစ်ဆေးနည်းတို့ကိုလေ့လာကြမည်။

(က) 4 နှင့် 8 တို့ဖြင့်စား၍ ပြတ် မပြတ် စမ်းသပ်နည်းများ

1 နှင့် 10 ကို 4 ဖြင့် အပြတ်မစားနိုင်သော်လည်း 100, 1000, 10000, … စသည်တို့ကိုမူ 4 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင်ကြောင်း သတိပြုမိကြရမည်။

ဆက်လက်၍ 4728 ကို 4 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင် မစားနိုင် လေ့လာကြမည်။

$4728 = 4 \times 1000 + 7 \times 100 + 2 \times 10 + 8 \times 1$

1000 နှင့် 100 ကို 4 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင်ပြီး 10 နှင့် 1 ကိုမူ အပြတ် မစားနိုင်သောကြောင့် 4728 ကို 4 ဖြင့်အပြတ်စားနိုင် မစားနိုင်သိရှိရန်

$4728 = 4\times1000 + 7\times100 + 20 + 8$ ဟုပြင်ရေးသော် $20 + 8 = 28$ ကို 4 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင်ကြောင်းတွေ့ရသည်။ သို့ဖြစ်၍ 4728 ကို 4 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင်သည်။

> ကိန်းတစ်လုံး၏နောက်ဆုံး ဂဏန်းနှစ်လုံးပါသောကိန်းကို 4 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင်လျှင် ထိုကိန်းတစ်ခုလုံးကို 4 ဖြင့်အပြတ်စားနိုင်သည်။

ကိန်းတစ်လုံး၏ နောက်ဆုံးဂဏန်းသုံးလုံး ပါသောကိန်းကို 8 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင်လျှင် ထိုကိန်းတစ်ခုလုံးကို 8 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင်သည်။

ဥပမာ။ 12504 ကို 8 ဖြင့် စား၍ပြတ် မပြတ် စစ်ဆေးမည်ဆိုပါစို့။

12504 ၏ နောက်ဆုံးဂဏန်းသုံးလုံးပါသောကိန်းသည် 504 ဖြစ်သည်။ 504 ကို 8 ဖြင့် အပြတ် စားနိုင်သောကြောင့် 12504 ကို 8 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင်သည်။

(စ) 11 ဖြင့်စား၍ ပြတ် မပြတ် စမ်းသပ်နည်း

296813 ကို 11 ဖြင့် စား၍ ပြတ် မပြတ် လေ့လာကြမည်။

$296813 = 2 \times 100000 + 9 \times 10000 + 6 \times 1000 + 8 \times 100 + 1 \times 10 + 3 \times 1$

$10 = 11 - 1$, $100 = 99 + 1$, $1000 = 1001 - 1$, $10000 = 9999 + 1$ နှင့်

$100000 = 100001 - 1$ ဟုပြင်ရေးသော်

$$\begin{aligned}296813 &= 2(100001 - 1) + 9(9999 + 1) + 6(1001-1) + 8(99 + 1) + 1(11 - 1) + 3\\ &= 2 \times 100001 + 9 \times 9999 + 6 \times 1001 + 8 \times 99 + 11 + (-2 + 9 - 6 + 8 -1 +3)\\ &= 2 \times 100001 + 9 \times 9999 + 6 \times 1001 + 8 \times 99 + 11 + 11\end{aligned}$$

(100001, 9999, 1001, 99, 11 တို့သည် 11 ဖြင့်အပြတ်စားနိုင်သောကိန်းများဖြစ်ကြသည်။)
ထို့ကြောင့် 296813 ကို 11 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

ကိန်းတစ်လုံးကို ခုနေရာမှစ၍ရေတွက်လျှင် မ (ပထမ၊ တတိယ၊ ပဉ္စမ၊ ...) နေရာရှိ ဂဏန်းများ၏ပေါင်းလဒ်နှင့် စုံ (ဒုတိယ၊ စတုတ္ထ၊ ဆဋ္ဌမ၊ ...) နေရာရှိ ဂဏန်းများ၏ ပေါင်းလဒ်တို့ခြားနားခြင်းကို 11 ဖြင့်စား၍ပြတ်လျှင် ထိုကိန်းကို 11 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင်သည်။

ဥပမာ ၁။ 3729 ကို 11 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင် မစားနိုင် ဆန်းစစ်မည်ဆိုလျှင်

$(7+9)-(3+2)=16-5=11$ ဖြစ်သောကြောင့် 3729 ကို 11 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင်သည်။

ဥပမာ ၂။ 24783 ကို 11 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင် မစားနိုင် ဆန်းစစ်မည်ဆိုလျှင်

$(3+7+2) - (8+4) = 12 - 12 = 0$ ဖြစ်သောကြောင့် 24783 ကို 11 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၃

၁။ အောက်ပါကိန်းတို့ကို 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10 တို့ဖြင့် အပြတ်စားနိုင် မစားနိုင် ဆန်းစစ်ပါ။

(က) 390 (ခ) 126 (ဂ) 567 (ဃ) 4566

(င) 7530 (စ) 715230 (ဆ) 325 (ဇ) 32800

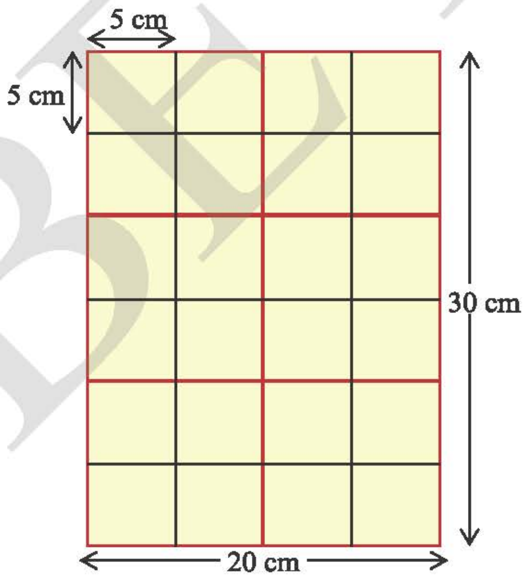
၂။ အောက်ပါတို့ကို 11 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင် မစားနိုင် ဆန်းစစ်ပါ။

(က) 432311 (ခ) 57860 (ဂ) 430 (ဃ) 1060301

၂.၄ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်း (Greatest Common Factor)

ပေးရင်းကိန်းနှစ်လုံး သို့မဟုတ် နှစ်လုံးထက်ပိုသော ကိန်းများ၏ဘုံဆခွဲကိန်းများအနက် အကြီးဆုံးကို ထိုပေးရင်းကိန်းတို့၏ **အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်း** ဟုခေါ်ကြောင်းကို ဆဋ္ဌမတန်းတွင် လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက်။ မောင်မောင်သည် အလျား 20 cm၊ အနံ 30 cm ရှိသော စာရွက်တစ်ရွက်ပေါ်တွင် စတုရန်းအကွက်များကို အပြည့်ဆွဲလိုပါက အကြီးဆုံးဆွဲနိုင်မည့် စတုရန်း၏ အနားတစ်ဖက်အလျားကို ရှာပါ။



အဆင့် (၁) 20 cm နှင့် 30 cm တို့၏ဆခွဲကိန်းများကို ရှာမည်။

20 ၏ဆခွဲကိန်းများမှာ 1, 2, 4, 5, 10, 20 တို့ဖြစ်၍

30 ၏ဆခွဲကိန်းများမှာ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 တို့ဖြစ်သည်။

အဆင့် (၂) 20 နှင့် 30 တို့တွင် ဘုံပါနေသော ဆခွဲကိန်းများမှာ 1, 2, 5, 10 တို့ဖြစ်ကြသည်။

အဆင့် (၃) 20 နှင့် 30 တို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းမှာ 10 ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် စတုရန်းကွက်၏ အကြီးဆုံးအနားမှာ 10 cm ဖြစ်သည်။

ဆက်လက်၍ သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းနည်းဖြင့် အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းရှာခြင်းနှင့် အစားနည်းဖြင့် အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းရှာခြင်းတို့ကို လေ့လာကြမည်။

၂.၄.၁ သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းနည်းဖြင့်အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းရှာခြင်း

အဆင့် (၁) ပေးရင်းကိန်းတို့ကို သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းများခွဲပါ။

အဆင့် (၂) ပေးရင်းကိန်းတို့တွင် ဘုံပါသော သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းများကိုရွေးပါ။

အဆင့် (၃) အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် ပေးရင်းကိန်းတို့၏ ဘုံသုဒ္ဓဆခွဲကိန်းများ မြှောက်လဒ်ဖြစ်သည်။ (သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းတစ်ခုစီအတွက်ထပ်ညွှန်းအငယ်ဆုံးကိုယူပါ။)

ပုံစံတွက် ၁။ 30, 60 တို့၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကိုရှာပါ။

$$30 = 2 \times 15 = 2 \times 3 \times 5$$

$$60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$\therefore$ 30, 60 တို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်း $= 2 \times 3 \times 5 = 30$

ပုံစံတွက် ၂။ 24, 36, 48 တို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကိုရှာပါ။

$$24 = 2 \times 12 = 2 \times 2 \times 6 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$$

$$36 = 2 \times 18 = 2 \times 2 \times 9 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$$

$$48 = 2 \times 24 = 2 \times 2 \times 12 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3$$

$\therefore$ 24, 36, 48 တို့၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်း $= 2^2 \times 3 = 12$

ပုံစံတွက် ၃။ 50050 နှင့် 4719 တို့၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကိုရှာပါ။

$50050 = 2 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13$ နှင့် $4719 = 3 \times 11^2 \times 13$

ထို့ကြောင့် 50050 နှင့် 4719 တို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းမှာ $11 \times 13 = 143$ ဖြစ်သည်။

၂.၄.၂ အစားနည်းဖြင့်အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းရှာခြင်း

အဆင့် (၁) ပို၍ကြီးသောကိန်းကို ငယ်သောကိန်းဖြင့်စားပါ။

အဆင့် (၂) အကြွင်း 0 မဟုတ်လျှင် ယခင်စားကိန်းကို အကြွင်းဖြင့် ဆက်စားပါ။

အဆင့် (၃) အဆင့် (၂) အတိုင်း အကြွင်း 0 ရသည့်တိုင်ဆက်လက်ပြုလုပ်ပါ။

နောက်ဆုံးစားကိန်းသည် အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ 84 နှင့် 198 တို့၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကိုရှာပါ။

```
                    84|198|2
                      168
                       30|84|2
                          60
                          24|30|1
                             24
အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်း → 6|24| 4
                            24
                             0
```

ထို့ကြောင့် 84 နှင့် 198 တို့၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် 6 ဖြစ်သည်။

မှတ်ချက်။ ။ နှစ်ခုထက်ပိုသောကိန်းများ၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကို ရှာလိုသော် နှစ်သက်ရာကိန်းနှစ်ခု၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကိုရှာပြီး ထိုအကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းနှင့် ကျန်ကိန်းတို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကို ရှာရသည်။

ပုံစံတွက် ၂။ 570, 665 နှင့် 266 တို့၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကိုရှာပါ။

```
570|665| 1
    570
     95|570| 6
         570
           0
```

တစ်ဖန် 95 နှင့် 266 တို့၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကိုရှာမည်။

```
95|266| 2
   190
    76|95|  1
       76
       19|76| 4
          76
           0
```

ထို့ကြောင့် 570, 665 နှင့် 266 တို့၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် 19 ဖြစ်သည်။

၂.၄.၃ အတိုစားနည်းဖြင့်အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းရှာခြင်း

အဆင့် (၁) ကိန်းများကို တစ်တန်းတည်းရေး၍ ထိုကိန်းတို့ကို သုဒ္ဓကိန်း တစ်ခုခုဖြင့်စားရာ၌ ကိန်းအားလုံးကို အပြတ်စားနိုင်ရမည်။

အဆင့် (၂) ဆက်လက်၍ ဘုံဆခွဲကိန်း 1 သာကျန်တော့သည်အထိစားပါ။

အဆင့် (၃) စားကိန်းများအားလုံးကိုဆက်တိုက်မြှောက်ပါက အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကိုရမည်။

ပုံစံတွက် ၁။ 84 နှင့် 198 တို့၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကိုရှာပါ။

$$\begin{array}{r|l} 2 & 84\ ,\ 198 \\ \hline 3 & 42\ ,\ 99 \\ \hline & 14\ ,\ 33 \end{array}$$

$\therefore$ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်း $= 2 \times 3 = 6$

ပုံစံတွက် ၂။ 570, 660 နှင့် 255 တို့၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကိုရှာပါ။

$$\begin{array}{r|l} 5 & 570\ ,\ 660\ ,\ 255 \\ \hline 3 & 114\ ,\ 132\ ,\ 51 \\ \hline & 38\ ,\ 44\ ,\ 17 \end{array}$$

$\therefore$ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်း $= 5 \times 3 = 15$

လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၄

၁။ အောက်ပါတို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကို သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းနည်းဖြင့် ရှာပါ။

(က) 18, 45 (ခ) 36, 126, 900

(ဂ) $2^3 \times 5^3 \times 11\ ,\ 2^2 \times 5 \times 7 \times 11^2$ (ဃ) $3^2 \times 6^2 \times 8^2\ ,\ 4^2 \times 5^2 \times 7 \times 9$

၂။ အောက်ပါတို့၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကို အစားနည်းဖြင့်ရှာပါ။

(က) 12, 30, 42 (ခ) 18, 54, 81, 117 (ဂ) 72, 90 (ဃ) 108, 144, 216

၃။ အလျား 42 cm၊ အနံ 36 cm ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံပုံစာရွက်တစ်ရွက်ကို စတုရန်းအကွက်ငယ်များ တိတိကျကျပိုင်းဖြတ်မည်။ စတုရန်းကွက်ငယ်တစ်ခု၏ ဖြစ်နိုင်သောအကြီးဆုံးအနားအလျားကိုရှာပါ။

၄။ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်း 18 ရှိသော ကိန်းနှစ်လုံးကိုရှာပါ။

၅။ ကိန်းနှစ်လုံး၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် 1 ထက်ကြီး၍ ကိန်းသုံးလုံး၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် 1 ဖြစ်သော ကိန်းသုံးလုံးကို ရှာပါ။

၆။ 245 နှင့် 1029 ကိုစားလျှင် အကြွင်း 5 ရစေမည့် အကြီးဆုံးစားကိန်းသည် မည်မျှနည်း။

၇။ ကိန်းသုံးလုံး၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် ထိုကိန်းများအောက်ငယ်သည် သို့မဟုတ် ထိုကိန်းများထဲမှ ကိန်းတစ်ခုနှင့် တူညီသည်။ အဘယ်ကြောင့်နည်း။

၈။ ကိန်းနှစ်လုံး၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် 12 ဖြစ်၍ ထိုကိန်းနှစ်လုံး၏ ပေါင်းလဒ်သည် 72 ဖြစ်လျှင် ကိန်းနှစ်လုံးကိုရှာပါ။

၉။ 140 cm၊ 168 cm နှင့် 210 cm အသီးသီးရှိသောကြိုးသုံးချောင်းကို အလျားတူညီသော အပိုင်းငယ်များပိုင်းဖြတ်မည်။ အပိုင်းငယ်တစ်ခု၏ ဖြစ်နိုင်သောအကြီးဆုံးအလျားကိုရှာပါ။ အပိုင်းငယ်ပေါင်း မည်မျှရရှိမည်နည်း။

၂.၅ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း (Least Common Multiple)

ပေးရင်းကိန်းနှစ်လုံး သို့မဟုတ် နှစ်လုံးထက်ပိုသော ကိန်းများ၏ ဘုံဆတိုးကိန်းများအနက် အငယ်ဆုံးကို ထိုပေးရင်းကိန်းတို့၏ **အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း** ဟုခေါ် ဆိုကြောင်းကို လေ့လာခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက်။ မောင်မောင်တွင် အလျား 12 cm၊ အနံ 8 cm ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံပုံကတ်ပြားများ ရှိသည်။ ထိုထောင့်မှန်စတုဂံပုံကတ်ပြားများကို အသုံးပြု၍ စတုရန်းပုံတစ်ခုတည်ဆောက်ပါက အငယ်ဆုံးစတုရန်းအနား၏အလျားကို ရှာပါ။ ထိုစတုရန်းပုံရရှိရန်ထောင့်မှန်စတုဂံပုံကတ်ပြား မည်မျှလိုအပ်သနည်း။

အဆင့် (၁) 8 cm နှင့် 12 cm တို့၏ဆတိုးကိန်းများကို ရှာမည်။

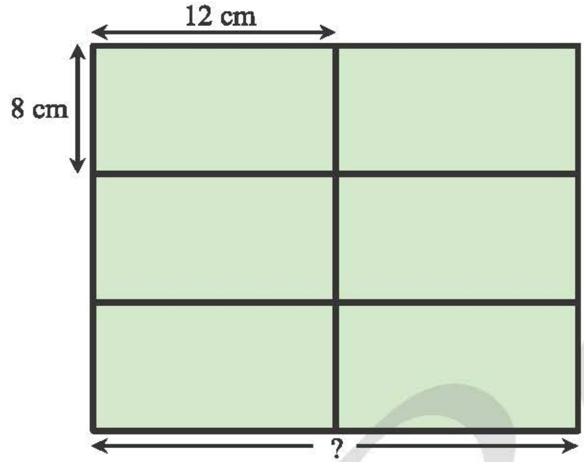
8 ၏ဆတိုးကိန်းများမှာ 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, … တို့ဖြစ်ကြသည်။

12 ၏ဆတိုးကိန်းများမှာ 12, 24, 36, 48, 60, 72, … တို့ဖြစ်ကြသည်။

အဆင့် (၂) 8 နှင့် 12 တို့၏ ဘုံဆတိုးကိန်းများမှာ 24, 48, 72, … တို့ဖြစ်ကြသည်။

အဆင့် (၃) 8 နှင့် 12 တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းမှာ 24 ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် အငယ်ဆုံးစတုရန်းအနား၏အလျားမှာ 24 cm ဖြစ်သည်။



ထိုပုံကို ကြည့်ခြင်းအားဖြင့် အငယ်ဆုံးစတုရန်းပုံရရှိရန် လိုအပ်သော ထောင့်မှန်စတုဂံပုံကတ်ပြား အရေအတွက်မှာ $2 \times 3 = 6$ ဖြစ်သည်။

ဆက်လက်၍

(က) သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းနည်းဖြင့် အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းရှာခြင်းနှင့်

(ခ) အစားနည်းဖြင့် အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းရှာခြင်းတို့ကို လေ့လာကြမည်။

၂.၅.၁ သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းနည်းဖြင့်အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းရှာခြင်း

အဆင့် (၁) ပေးရင်းကိန်းတို့ကို သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းများခွဲပါ။

အဆင့် (၂) သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းအသီးသီး၏ ထပ်ညွှန်းအကြီးဆုံးကိန်းများကိုယူပါ။

အဆင့် (၃) အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းသည် အဆင့် (၂) မှရရှိထားသောကိန်းများ မြှောက်လဒ်ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ 6, 12,18 တို့၏အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းနည်းဖြင့်ရှာပါ။

$$6 = 2 \times 3$$
$$12 = 2 \times 6 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$
$$18 = 2 \times 9 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$$

$\therefore$ 6, 12,18 တို့၏အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း $= 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

ပုံစံတွက် ၂။ 50, 24, 70 တို့၏အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းနည်းဖြင့်ရှာပါ။

$$50 = 2 \times 25 = 2 \times 5 \times 5 = 2 \times 5^2$$

$$24 = 4 \times 6 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$$

$$70 = 10 \times 7 = 2 \times 5 \times 7$$

$\therefore$ 50, 24, 70 တို့၏အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း $= 2^3 \times 5^2 \times 7 \times 3 = 4200$

၂.၅.၂ အစားနည်းဖြင့်အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းရှာခြင်း

အဆင့် (၁) ကိန်းများကို တစ်တန်းတည်းရေး၍ ထိုကိန်းတို့ကို သုဒ္ဓကိန်းတစ်ခုခုဖြင့်စားရာ၌ အနည်းဆုံးကိန်းနှစ်လုံးကို အပြတ်စားနိုင်ရမည်။

အဆင့် (၂) ပြတ်သောကိန်းများ၏စားလဒ်များနှင့် စား၍မပြတ်သော ကိန်းတို့ကို တစ်တန်းတည်း ထား၍ ယခင်အတိုင်း သုဒ္ဓကိန်းတစ်ခုခုဖြင့် စားပါ။

အဆင့် (၃) အနည်းဆုံးကိန်းနှစ်လုံးကို အပြတ်စားနိုင်သော သုဒ္ဓကိန်းမရှိသည်အထိ စားပါ။

အဆင့် (၄) စားကိန်းများနှင့်နောက်ဆုံးအတန်းတွင်ရှိသည့်ကိန်းတို့ကိုဆက်တိုက်မြှောက်ပါက အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကိုရရှိသည်။

ပုံစံတွက် ၁။ 30 နှင့် 36 တို့၏အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို အစားနည်းဖြင့် ရှာပါ။

$$\begin{array}{r|l} 2 & 30\ ,\ 36 \\ \hline 3 & 15\ ,\ 18 \\ \hline & \ \ 5\ ,\ \ 6 \end{array}$$

$\therefore$ 30 နှင့် 36 တို့၏အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း $= 2 \times 3 \times 5 \times 6 = 180$

ပုံစံတွက် ၂။ 60, 72 နှင့် 50 တို့၏အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို အစားနည်းဖြင့် ရှာပါ။

$$\begin{array}{r|lll} 2 & 60, & 72, & 50 \\ \hline 2 & 30, & 36, & 25 \\ \hline 3 & 15\ , & 18, & 25 \\ \hline 5 & 5\ , & 6, & 25 \\ \hline & 1, & 6, & 5 \end{array}$$

$\therefore$ 60, 72 နှင့် 50တို့၏အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 1 \times 6 \times 5 = 1800$

ဆက်လက်၍ ပေးရင်းကိန်းနှစ်လုံး၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းနှင့် အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းတို့သည် ပေးရင်းကိန်းများနှင့် မည်သို့ဆက်သွယ်နေပုံကို လေ့လာကြမည်။

ပုံစံတွက် ၃။ 8 နှင့် 12 ၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းနှင့် အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကိုရှာပါ။

$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်း $= 2^2 = 4$

အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း $= 2^3 \times 3 = 24$

အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းနှင့်အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းတို့၏မြှောက်လဒ် $= 4 \times 24 = 96$ သည် မူရင်းကိန်းနှစ်လုံး 8 နှင့် 12 တို့၏ မြှောက်လဒ် $= 8 \times 12 = 96$ နှင့်တူညီနေကြောင်းတွေ့ရသည်။

ပုံစံတွက် ၄။ 27 နှင့် 75 ၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းနှင့်အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကိုရှာပါ။

$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$75 = 3 \times 5 \times 5 = 3 \times 5^2$

အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်း $= 3$

အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း $= 3^3 \times 5^2 = 27 \times 25 = 675$

အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းနှင့်အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းတို့၏မြှောက်လဒ် $= 3 \times 675 = 2025$ သည် မူရင်းကိန်းနှစ်လုံး 27 နှင့် 75 တို့၏မြှောက်လဒ် $= 27 \times 75 = 2025$ နှင့်တူညီသည်။

> ကိန်းနှစ်လုံး၏မြှောက်လဒ်သည် ထိုကိန်းနှစ်လုံး၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းနှင့် အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းတို့ မြှောက်လဒ်နှင့် တူညီသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၅

၁။ အောက်ပါတို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းနည်းဖြင့် ရှာပါ။

(က) 42, 105, 147 (ခ) 132, 210, 308 (ဂ) 108, 135, 162

၂။ အောက်ပါတို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို အစားနည်းဖြင့် ရှာပါ။

(က) 36, 48, 72, 168 (ခ) 120, 210, 330 (ဂ) 645, 1075, 1290

၃။ ကိန်းနှစ်ခု $4^3\times 6^4\times 8^6$ နှင့် $4^4\times 6^2\times 8^5$ တို့ကို သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းပုံစံများဖြင့် ဖော်ပြပါ။

(က) ထိုကိန်းနှစ်ခု၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကို သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းပုံစံဖြင့် ဖော်ပြပါ။

(ခ) ထိုကိန်းနှစ်ခု၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းပုံစံဖြင့် ဖော်ပြပါ။

၄။ (က) 21 နှင့် 70 တို့၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းနှင့် အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းတို့ကိုရှာပါ။

(ခ) 36 နှင့် 96 တို့၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းနှင့် အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းတို့ကိုရှာပါ။

(ဂ) ထိုကိန်းတို့၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းနှင့် အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းတို့သည် ပေးရင်းကိန်းနှစ်လုံးနှင့် မည်ကဲ့သို့ဆက်သွယ်မှုရှိသနည်း။

၅။ အရုပ်ဆိုင်တစ်ခုတွင် ခွေးရုပ်များကိုတစ်ရုပ်လျှင် 250 ကျပ်၊ ကြောင်ရုပ်များကို တစ်ရုပ်လျှင် 750 ကျပ်နှင့် ဝက်ဝံရုပ်များကိုတစ်ရုပ်လျှင် 900 ကျပ်ပေးရ၏။ အရုပ်တစ်မျိုးလျှင် အရေအတွက် အတိအကျဝယ်ယူနိုင်ရန် အနည်းဆုံးငွေမည်မျှလိုအပ်သနည်း။

၆။ တစ်အုပ်လျှင် 48 mm ထူသောပုံပြင်စာအုပ်များနှင့် တစ်အုပ်လျှင် 30 mm ထူသောကာတွန်းစာအုပ်များရှိသည်။ အမျိုးအစားအလိုက် စာအုပ်ပုံနှစ်ပုံကို အမြင့်တူအောင်ပုံလိုလျှင် ဖြစ်နိုင်သောအနိမ့်ဆုံးအမြင့်ကိုရှာပါ။ စာအုပ်ပုံတစ်ပုံစီတွင်ရှိသော စာအုပ်အရေအတွက်ကို ရှာပါ။

၇။ ကိန်းနှစ်ခု၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် 36 ဖြစ်ပြီး အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းသည် $2^4\times3^3\times5$ ဖြစ်သည်။ ကိန်းတစ်ခုမှာ 360 ဖြစ်သော် ကျန်ကိန်းကိုရှာပါ။

၈။ 38 နှင့်ကိန်းတစ်ခု၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် 19 ဖြစ်ပြီး အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းသည် 114 ဖြစ်ပါက ထိုကိန်းကိုရှာပါ။

၉။ အလျား 126 cm နှင့် အနံ 108 cm ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံပုံအကွက်ငယ်များကို စတုရန်းပုံပိတ်စတစ်ခုဖြစ်စေရန်ပေါင်းစပ်ပါက စတုရန်း၏အငယ်ဆုံးအနားကိုရှာပါ။ ထောင့်မှန်စတုဂံပုံအကွက်ပေါင်း မည်မျှပါရှိမည်နည်း။

အခန်း ၃ အပိုင်းကိန်းများနှင့်ဒသမကိန်းများ

ဤသင်ခန်းစာတွင် အပိုင်းကိန်းတန်းများကိုရှင်းခြင်း၊ အပိုင်းကိန်းများပေါင်းခြင်းနှင့်နုတ်ခြင်းတို့ကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်ဖော်ပြခြင်း၊ ဒသမကိန်းများကိုနှိုင်းယှဉ်ခြင်း၊ ဒသမကိန်းတစ်ခု၏အနီးဆုံးတန်ဖိုးရှာခြင်း၊ ကိန်းတစ်ခုကို လိုအပ်သော အရာရောက်ဂဏန်းအရေအတွက်ထိ အမှန်ယူခြင်း၊ အဆုံးရှိဒသမကိန်းနှင့် ပြန်ထပ်ဒသမကိန်းများအား အပိုင်းကိန်းများအဖြစ် ဖော်ပြခြင်းတို့ကို ဆက်လက်လေ့လာကြမည်။

ဤသင်ခန်းစာကိုလေ့လာပြီးပါက အပိုင်းကိန်းဆိုင်ရာ ပုစ္ဆာများဖြေရှင်းခြင်းနှင့် ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းတို့ကို ပြုလုပ်တတ်မည်။ ဒသမကိန်းနှင့်ပတ်သက်သည့် ဖြေရှင်းမှုများ၊ ဒသမကိန်းနှင့် အပိုင်းကိန်းတို့၏ အပြန်အလှန်ဆက်စပ်မှုများကို သိရှိပြီး အသုံးချတတ်မည်။

၃.၁ အပိုင်းကိန်းများ

ဆဋ္ဌမတန်းတွင် အပိုင်းကိန်းများပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်း၊ မြှောက်ခြင်း၊ စားခြင်းတို့ကိုလေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ အပိုင်းကိန်းများပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းတို့ကိုပြုလုပ်ရာ၌ ပါဝင်သောအပိုင်းကိန်းများရှိ ပိုင်းခြေများ၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကိုရှာ၍ ပိုင်းခြေများတူအောင်ပြုလုပ်ပြီး ရှင်းနိုင်သည်။ ဆက်လက်၍ အပိုင်းကိန်းတန်းများရှင်းခြင်းကို လေ့လာကြမည်။

၃.၁.၁ အပိုင်းကိန်းတန်းများကိုရှင်းခြင်း

အပိုင်းကိန်းတန်းများရှင်းရာတွင် လုပ်ထုံးများဆိုင်ရာအစီအစဉ်များကို သတိပြုရမည်ဖြစ်သည်။ လုပ်ထုံးများ၏ဦးစားပေးအစီအစဉ်အရ အတွင်းအကျဆုံးကွင်းမှစ၍ရှင်းရမည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $1\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}+1\frac{3}{5}\right)$ ကိုရှင်းပါ။

$$1\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}+1\frac{3}{5}\right) = \frac{5}{3}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{8}{5}\right)$$

$$= \frac{5}{3}\times\left(\frac{5}{10}+\frac{16}{10}\right)$$

2 နှင့် 5 တို့၏
အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း = 2× 5 = 10

$$= \frac{{}^{1}\cancel{5}}{{}_{1}\cancel{3}}\times\frac{\cancel{21}^{7}}{\cancel{10}_{2}} = \frac{7}{2}$$

$$1\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}+1\frac{3}{5}\right) = 3\frac{1}{2}$$

ပုံစံတွက် ၂။ $\left(2\frac{3}{4}-1\frac{5}{6}\right)\div\frac{3}{8}$ ကိုရှင်းပါ။

$$\left(2\frac{3}{4}-1\frac{5}{6}\right)\div\frac{3}{8} = \left(\frac{11}{4}-\frac{11}{6}\right)\div\frac{3}{8}$$

$$= \left(\frac{33}{12}-\frac{22}{12}\right)\div\frac{3}{8}$$

4 နှင့် 6 တို့၏
အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း
= 2 × 2 × 3 = 12

$$\left(2\frac{3}{4}-1\frac{5}{6}\right)\div\frac{3}{8} = \frac{11}{{}_3\cancel{12}}\times\frac{\cancel{8}^2}{3} = \frac{22}{9} = 2\frac{4}{9}$$

ပုံစံတွက် ၃။ $\frac{4}{9}$ ၏ $\left\{\left(\frac{3}{15}+\frac{1}{4}\right)\times\frac{5}{6}\right\}$ ကိုရှင်းပါ။

$$\frac{4}{9} \text{ ၏ } \left\{\left(\frac{3}{15}+\frac{1}{4}\right)\times\frac{5}{6}\right\} = \frac{4}{9}\times\left\{\left(\frac{12}{60}+\frac{15}{60}\right)\times\frac{5}{6}\right\}$$

$$= \frac{4}{9}\times\left\{\frac{{}^{3}\cancel{{}^{9}\cancel{27}}}{{}_{4}\cancel{{}_{12}\cancel{60}}}\times\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{6}_{2}}\right\}$$

$$= \frac{{}^{1}\cancel{4}}{{}_{3}\cancel{9}}\times\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{8}_{2}}$$

$$\frac{4}{9} \text{ ၏ } \left\{\left(\frac{3}{15}+\frac{1}{4}\right)\times\frac{5}{6}\right\} = \frac{1}{6}$$

ပုံစံတွက် ၄။ $\dfrac{2\frac{1}{2}+1\frac{2}{3}}{2\frac{1}{2}-1\frac{2}{3}}$ ကိုရှင်းပါ။

$$\frac{2\frac{1}{2}+1\frac{2}{3}}{2\frac{1}{2}-1\frac{2}{3}} = \frac{\frac{5}{2}+\frac{5}{3}}{\frac{5}{2}-\frac{5}{3}} = \frac{\frac{15}{6}+\frac{10}{6}}{\frac{15}{6}-\frac{10}{6}} = \frac{\frac{25}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{{}^{5}\cancel{25}}{{}_{1}\cancel{6}}\times\frac{\cancel{6}^{1}}{\cancel{5}_{1}} = 5$$

ပုံစံတွက် ၅။ $\dfrac{\left(\frac{7}{8}+\frac{3}{4}\right)\times\frac{4}{7}}{\left(\frac{7}{8}-\frac{3}{4}\right)\div 2\frac{4}{5}}$ ကိုရှင်းပါ။

$$\frac{\left(\frac{7}{8}+\frac{3}{4}\right)\times\frac{4}{7}}{\left(\frac{7}{8}-\frac{3}{4}\right)\div 2\frac{4}{5}} = \frac{\left(\frac{7}{8}+\frac{6}{8}\right)\times\frac{4}{7}}{\left(\frac{7}{8}-\frac{6}{8}\right)\div\frac{14}{5}}$$

$$= \frac{\frac{13}{{}_2\cancel{8}}\times\frac{\cancel{4}^1}{7}}{\frac{1}{8}\times\frac{5}{14}}$$

$$= \frac{13}{{}_1\cancel{14}}\times\frac{\cancel{112}^8}{5}$$

$$\frac{\left(\frac{7}{8}+\frac{3}{4}\right)\times\frac{4}{7}}{\left(\frac{7}{8}-\frac{3}{4}\right)\div 2\frac{4}{5}} = \frac{104}{5} = 20\frac{4}{5}$$

ပုံစံတွက် ၆။ $\dfrac{\frac{7}{9}\times 2\frac{1}{4}}{\frac{4}{11}\times 5\frac{1}{2}}\div\dfrac{5\frac{3}{5}-2\frac{1}{3}}{2\frac{2}{3}-1\frac{8}{9}}$ ကိုရှင်းပါ။

$$\frac{\frac{7}{9}\times 2\frac{1}{4}}{\frac{4}{11}\times 5\frac{1}{2}}\div\frac{5\frac{3}{5}-2\frac{1}{3}}{2\frac{2}{3}-1\frac{8}{9}} = \frac{\frac{7}{{}_1\cancel{9}}\times\frac{\cancel{9}^1}{4}}{\frac{{}^2\cancel{4}}{{}_1\cancel{11}}\times\frac{\cancel{11}^1}{\cancel{2}_1}}\div\frac{\frac{28}{5}-\frac{7}{3}}{\frac{8}{3}-\frac{17}{9}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{2}{1}}\div\frac{\frac{84}{15}-\frac{35}{15}}{\frac{24}{9}-\frac{17}{9}}$$

$$= \frac{\frac{7}{4}}{2}\div\frac{\frac{49}{15}}{\frac{7}{9}} = \left(\frac{7}{4}\times\frac{1}{2}\right)\div\left(\frac{{}^7\cancel{49}}{{}_5\cancel{15}}\times\frac{\cancel{9}^3}{\cancel{7}_1}\right)$$

$$\frac{\frac{7}{9}\times 2\frac{1}{4}}{\frac{4}{11}\times 5\frac{1}{2}}\div\frac{5\frac{3}{5}-2\frac{1}{3}}{2\frac{2}{3}-1\frac{8}{9}} = \frac{{}^1\cancel{7}}{8}\times\frac{5}{\cancel{21}_3} = \frac{5}{24}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၁

အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

၁။ $\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{15}$

၂။ $\frac{1}{4}-\frac{1}{18}+\frac{1}{24}$

၃။ $\left(5\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)-\left(3\frac{7}{12}-\frac{5}{6}\right)$

၄။ $\left\{\frac{6}{7}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)\right\}\div\left\{\left(\frac{6}{7}\times\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{4}\right\}$

၅။ $3\frac{3}{4}\left[\left\{\left(2\frac{2}{5}+1\frac{1}{3}\right)\times\frac{5}{12}\right\}+\frac{7}{15}\right]$

၆။ $\left[\left\{\left(\frac{4}{3}\div1\frac{1}{15}\right)\times\frac{4}{9}\right\}\times\left(3\frac{3}{4}-1\frac{1}{2}\right)\right]$ ၏ $1\frac{1}{3}$

၇။ $\dfrac{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{6}}{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\times\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)}$

၈။ $\left(\dfrac{5\frac{1}{2}+2\frac{1}{5}}{5\frac{1}{2}-2\frac{1}{5}}\right)$ ၏ $\frac{3}{7}$

၉။ $\left[\left\{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\times\frac{2}{5}\right\}-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\right]\div\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)$

၃.၁.၂ အပိုင်းကိန်းများ၏ဂုဏ်သတ္တိများ

အပိုင်းကိန်းတစ်ခု၏ ပိုင်းဝေနှင့် ပိုင်းခြေတို့အား သုညမဟုတ်သည့်ကိန်းများဖြင့် မြှောက်ခြင်းကြောင့် ရရှိလာသော အပိုင်းကိန်း၏တန်ဖိုးသည် မူလအပိုင်းကိန်းတန်ဖိုးနှင့် တူညီသည်။

အထက်ပါ အပိုင်းကိန်း၏ ဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြုထားကြောင်း အောက်ပါအတိုင်း လေ့လာနိုင်သည်။

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\frac{5}{10}=\frac{6}{12}=\ldots\quad,\qquad\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\frac{4}{12}=\frac{5}{15}=\frac{6}{18}=\ldots$$

တစ်ဖန် အပိုင်းကိန်း၏ ဂုဏ်သတ္တိတစ်ခုကိုလည်း အောက်ပါဥပမာအရ ဆက်လက်လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ။ $\frac{1}{3}$ နှင့် $\frac{1}{2}$ ကြားရှိ အပိုင်းကိန်းတစ်ခုကိုရှာမည်ဆိုပါစို့။

3 နှင့် 2 တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း $= 3 \times 2 = 6$ ဖြစ်သောကြောင့် အပိုင်းကိန်းနှစ်ခု၏ ပိုင်းခြေများကို ၎င်းတို့၏အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းဖြစ်အောင်ပြုလုပ်မည်။

$$\frac{1\times2}{3\times2}=\frac{2}{6} \quad , \quad \frac{1\times3}{2\times3}=\frac{3}{6}$$

သို့ရာတွင် $\frac{2}{6}$ နှင့် $\frac{3}{6}$ ကြားရှိ အပိုင်းကိန်းနှစ်ခုကြား၌ ပိုင်းခြေ 6 ရှိသော အပိုင်းကိန်းတစ်ခု မရှာနိုင်သေးကြောင်း တွေ့ရသည်။ တစ်ဖန် $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{4}{12}$ နှင့် $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}=\frac{6}{12}$ ဖြစ်သောကြောင့် $\frac{4}{12}$ နှင့် $\frac{6}{12}$ ကြားတွင်မူ $\frac{5}{12}$ ဟူသော အပိုင်းကိန်းတစ်ခု ရှိကြောင်းတွေ့ရသည်။

$$\frac{4}{12} < \frac{5}{12} < \frac{6}{12}$$

ထို့ကြောင့် $\frac{1}{3}$ နှင့် $\frac{1}{2}$ ကြားရှိ အပိုင်းကိန်းတစ်ခုမှာ $\frac{5}{12}$ ဖြစ်သည်။

သတိပြုရန်မှာ မတူညီသောအပိုင်းကိန်းနှစ်ခုကြားရှိအပိုင်းကိန်း(များ)ကို ရှာလိုလျှင်ပေးထားသော အပိုင်းကိန်းနှစ်ခု၏ ပိုင်းခြေများကို တူအောင်ညှိပြီးမှ ပိုင်းဝေကိုကြည့်၍ အဖြေထုတ်ရမည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $\frac{1}{9}$ နှင့် $\frac{1}{6}$ ကြားရှိ အပိုင်းကိန်းနှစ်ခုကိုရှာပါ။

$$\frac{1}{9}=\frac{2}{18}=\frac{4}{36}=\frac{6}{54}$$

$$\frac{1}{6}=\frac{3}{18}=\frac{6}{36}=\frac{9}{54}$$

$\frac{6}{54}$ နှင့် $\frac{9}{54}$ ကြားတွင် $\frac{7}{54}$ နှင့် $\frac{8}{54}$ ရှိသည်။

ထို့ကြောင့် $\frac{7}{54}$ နှင့် $\frac{8}{54}$ သည် $\frac{1}{9}$ နှင့် $\frac{1}{6}$ ကြားရှိ အပိုင်းကိန်းနှစ်ခုဖြစ်သည်။

မတူညီသောအပိုင်းကိန်းနှစ်ခုကြားတွင် အပိုင်းကိန်းများ မရေတွက်နိုင်အောင် ရှိသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၂

၁။ အောက်ပါအပိုင်းကိန်းများကြားရှိ အပိုင်းကိန်းတစ်ခုစီကိုရှာပါ။

(က) $\frac{1}{2}$ နှင့် 1   (ခ) 0 နှင့် $\frac{1}{10}$ (ဂ) $\frac{1}{5}$ နှင့် $\frac{1}{4}$ (ဃ) $\frac{4}{7}$ နှင့် $\frac{2}{3}$

၂။ $\frac{1}{2}$ နှင့် 1 ကြားရှိ အပိုင်းကိန်းနှစ်ခုကိုရေးပါ။

၃။ $\frac{1}{6}$ နှင့် $\frac{1}{4}$ ကြားရှိ အပိုင်းကိန်းသုံးခုကိုရေးပါ။

၄။ $\frac{1}{6}$ နှင့် $\frac{1}{5}$ ကြားရှိ အပိုင်းကိန်းကိုးခုကိုရေးပါ။

၅။ $\frac{1}{3}$ နှင့် $\frac{1}{4}$ တို့ ပေါင်းလဒ်၏တစ်ဝက် သို့မဟုတ် နုတ်လဒ်၏တစ်ဝက်သည် $\frac{1}{3}$ နှင့် $\frac{1}{4}$ ကြားတွင် ရှိပါသလား။ တွက်ပြပါ။

၆။ အောက်ပါတို့အနက် မည်သည့်အပိုင်းကိန်းများသည် $\frac{3}{4}$ နှင့် $\frac{7}{8}$ ကြားတွင်ရှိသနည်း။

(က) $\frac{2}{3}$ (ခ) $\frac{5}{6}$ (ဂ) $\frac{11}{12}$ (ဃ) $\frac{19}{24}$

၃.၁.၃ အပိုင်းကိန်းများကိုကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်ဖော်ပြခြင်း

ကိန်းပြည့်များနည်းတူ အပိုင်းကိန်းများကိုလည်း ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်နေရာချဖော်ပြနိုင်သည်။ ပုံ ၃.၁ ကိုကြည့်ပါ။

ပုံ ၃.၁

ပုံတွင် 1 နှင့် 2 ကြား အလယ်တည့်တည့်တွင် A ရှိနေသည်။ A သည် အမှတ်နှစ်ခု၏ အလယ်တည့်တည့်တွင်ရှိ၍ ယူနစ်တစ်ခု၏တစ်ဝက် $\frac{1}{2}$ ယူနစ် ဟုဆိုနိုင်သည်။ 0 (မူလမှတ်) မှစ၍ ရေတွက်ပါက 1 ၏ လက်ယာဘက် $\frac{1}{2}$ ယူနစ် အကွာတွင်ရှိ၍ A သည် $1\frac{1}{2}$ ယူနစ်ကိုဖော်ပြသည်။ (တစ်နည်း) A သည် ကိန်းမျဉ်းပေါ်ရှိ အပိုင်းကိန်း $\frac{3}{2}$ ၏နေရာဖြစ်သည်။

တစ်ဖန် 2 နှင့် 3 ကြားရှိ 1 ယူနစ်အကွာအဝေးကို အပိုင်းသုံးပိုင်းအညီ ပိုင်းထားသည်။ B သည် အညီပိုင်းထားသောအပိုင်းသုံးပိုင်း၏ ပထမအပိုင်းတွင်ရှိ၍ $\frac{1}{3}$ ယူနစ်ဟုဆိုနိုင်ပြီး 2 ၏

လက်ယာဘက် $\frac{1}{3}$ ယူနစ်အကွာတွင်ရှိသောကြောင့် $2\frac{1}{3}$ ဟုသတ်မှတ်နိုင်သည်။ C သည် 2 ၏ လက်ယာဘက်နှင့် အပိုင်းသုံးပိုင်း၏ဒုတိယအပိုင်းတွင်ရှိ၍ $2\frac{2}{3}$ ယူနစ်ကိုဖော်ပြသည်။ (တစ်နည်း) B သည် အပိုင်းကိန်း $\frac{7}{3}$ ၏နေရာဖြစ်ပြီး C သည် အပိုင်းကိန်း $\frac{8}{3}$ ၏နေရာဖြစ်သည်။ ဤနည်းအတိုင်း အပိုင်းကိန်းတစ်ခုစီကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် နေရာချနိုင်သည်။ တစ်နည်းဆိုသော် အပိုင်းကိန်းတစ်ခုစီကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခုစီဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။

a နှင့် b တို့သည် အပိုင်းကိန်းများဖြစ်ကြလျှင်
- **a သည် b ထက်ကြီးပါက ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် a သည် b ၏ လက်ယာဘက်၌ တည်ရှိသည်။**
- **a သည် b အောက်ငယ်ပါက ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် a သည် b ၏ လက်ဝဲဘက်၌ တည်ရှိသည်။**

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၃

၁။ အောက်ပါကိန်းများကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်နေရာချပါ။

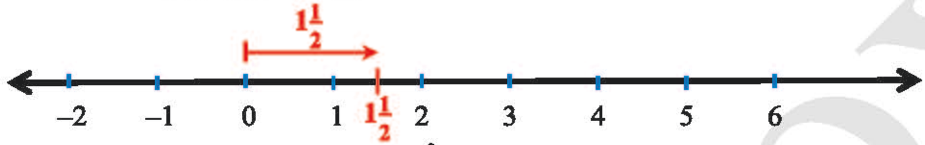
(က) $\frac{1}{2}$ (ခ) $2\frac{1}{4}$ (ဂ) $4\frac{2}{3}$ (ဃ) $\frac{7}{2}$

၂။ $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{3}$, $2\frac{5}{6}$ တို့ကိုကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်နေရာချ၍ လက်ယာဘက်ဆုံးရှိကိန်းနှင့် လက်ဝဲဘက်ဆုံးရှိ ကိန်းတို့ကို ဖော်ပြပါ။

၃။ ပေးထားသောကိန်းမျဉ်း Y, Z, A, B, C, D, E, F နှင့် G တို့သည် 1 ယူနစ်စီကွာဝေးကြသည်။ P ၏တည်နေရာသည် $\frac{13}{3}$ ကိုဖော်ပြသည်ဟုဆိုလျှင် A, F နှင့် Q တို့သည် မည်သည့်ကိန်းများကို ကိုယ်စားပြုသနည်း။

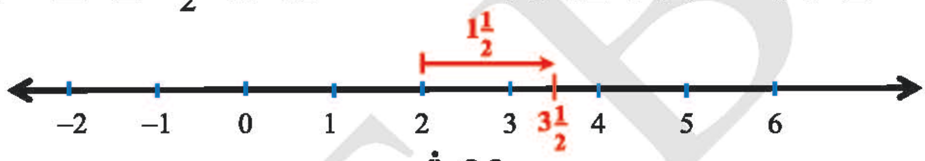
၃.၁.၄ အပိုင်းကိန်းကိုမြားဖြင့်ဖော်ပြခြင်း

အပိုင်းကိန်းတစ်ခုကို ကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ မြားဖြင့်ဖော်ပြနိုင်သည်။ ပုံ ၃.၂ တွင် ဖော်ပြထားသောမြားသည် 0 (မူလမှတ်) တွင်စပြီး $1\frac{1}{2}$ တွင်ဆုံးသည်။ ထိုမြား၏အလျားသည် $1\frac{1}{2}$ ယူနစ်ရှိ၍ လက်ယာဘက်သို့ ဦးလှည့်နေသည်။



ပုံ ၃.၂

တစ်ဖန် ပုံ ၃.၃ တွင်မူ 2 တွင်စပြီး $3\frac{1}{2}$ တွင်ဆုံးသောမြားကိုဖော်ပြထားသည်။ ထိုမြား၏အလျားသည်လည်း $1\frac{1}{2}$ ယူနစ်ရှိ၍ လက်ယာဘက်သို့ ဦးလှည့်နေကြောင်း တွေ့ရသည်။

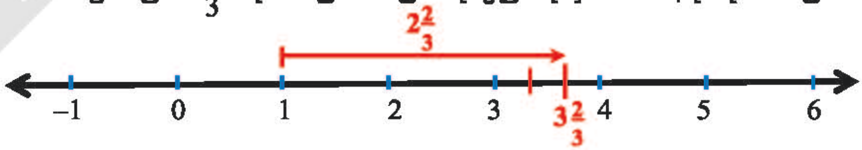


ပုံ ၃.၃

အထက်ပါ ပုံ ၃.၂ နှင့် ၃.၃ တို့ကို နှိုင်းယှဉ်ကြည့်ပါက မြား၏စမှတ်နှင့်ဆုံးမှတ်တို့ မတူညီကြသော်လည်း မြားနှစ်ခုစလုံး၏အလျားသည် $1\frac{1}{2}$ ယူနစ်စီရှိကြ၍ လက်ယာဘက်သို့ ဦးလှည့်နေကြသောကြောင့် ထိုမြားတို့သည် အပေါင်းအပိုင်းကိန်းပမာဏ $1\frac{1}{2}$ ကို ဖော်ပြနေကြောင်း မှတ်သားနိုင်သည်။

ထို့ကြောင့် အပိုင်းကိန်းတစ်ခုကို 0 (မူလမှတ်) မှစ၍ ထိုအပိုင်းကိန်းနှင့် တွဲဖက်ထားသည့် အမှတ်၌ ဆုံးသောမြားတစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။ ကြိုက်နှစ်သက်ရာအမှတ်တစ်ခုမှစ၍ ၎င်းမြားနှင့်အလျားတူ ဦးလှည့်ဘက်တူသော မြားတစ်စင်းဖြင့် ထိုအပိုင်းကိန်းကို ဖော်ပြနိုင်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ 1 ၌ စပြီး $2\frac{2}{3}$ ကိုဖော်ပြသောမြားကိုဆွဲ၍ ဆုံးမှတ်၏တန်ဖိုးကို ဖော်ပြပါ။



လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၄

၁။ $2\frac{1}{2}$ ၌ စပြီး အပိုင်းကိန်း $3\frac{1}{2}$ ကိုဖော်ပြသောမြားကိုဆွဲ၍ ဆုံးမှတ်၏တန်ဖိုးကို ဖော်ပြပါ။

၂။ $1\frac{1}{3}$ ၌ စပြီး 3 ၌ ဆုံးသောမြားသည် မည်သည့်အပိုင်းကိန်းတန်ဖိုးကို ဖော်ပြသနည်း။

၃။ 5 ၌ ဆုံးပြီး အပိုင်းကိန်း $2\frac{3}{4}$ ကိုဖော်ပြသောမြား၏ စမှတ်တန်ဖိုးကိုဖော်ပြပါ။

၃.၁.၅ အပိုင်းကိန်းများပေါင်းခြင်း၊နုတ်ခြင်းတို့ကိုကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်ဖော်ပြခြင်း

ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် အပိုင်းကိန်းများပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းပြုလုပ်ရန်အတွက် အောက်ပါအဆင့်များအတိုင်း ဆောင်ရွက်ပါ။

a နှင့် b တို့သည်အပေါင်းအပိုင်းကိန်းများဖြစ်ပါစေ။

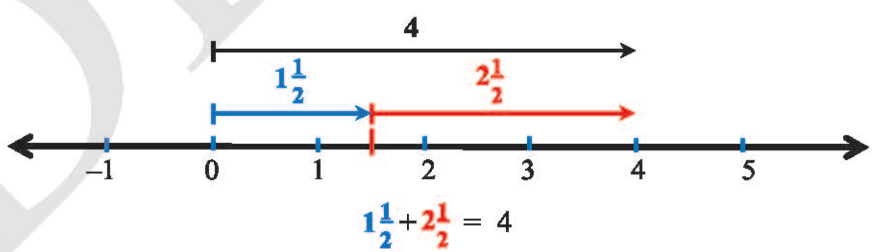
(က) a နှင့် b တို့၏ ပေါင်းလဒ် $(a + b)$ ကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်၌ ရှာရန် အောက်ပါအဆင့်များအတိုင်းပြုလုပ်ရမည်။

အဆင့် (၁) စမှတ်ကိုမူလမှတ်တွင်ထား၍ လက်ယာဘက်သို့ အပိုင်းကိန်း a ကိုဖော်ပြသောမြားတစ်ခုကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) ပထမမြား၏ အဆုံးမှတ်စပြီး အပိုင်းကိန်း b ကိုဖော်ပြသောမြားတစ်ခုကို လက်ယာဘက်သို့ဆွဲပါ။

အဆင့် (၃) မူလမှတ်မှစ၍ ဒုတိယမြား၏ဆုံးမှတ်တွင်ဆုံးသော တတိယမြားတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ တတိယမြား၏ပမာဏသည်အပိုင်းကိန်းနှစ်ခုပေါင်းလဒ်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၁။ $1\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}$ ၏တန်ဖိုးကို ကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ ရှာမည်ဆိုပါစို့။



မူလမှတ်မှစ၍ လက်ယာဘက်သို့ $1\frac{1}{2}$ နေရာထိရောက်သော ပထမမြားကိုဆွဲသည်။

ထိုမြှားအဆုံးကို စမှတ်ထား၍ အလျား $2\frac{1}{2}$ ကိုဖော်ပြသော ဒုတိယမြှားကို လက်ယာဘက်သို့ ဆက်ဆွဲသည်။ တတိယမြှားကို မူလမှတ်မှစ၍ ဒုတိယမြှား၏ ဆုံးမှတ်နေရာထိ ဆွဲသည်။ တတိယ မြှားသည် မူလမှတ်တွင်စပြီး 4 တွင် ဆုံးသောကြောင့် လက်ယာဘက်သို့ ဦးလှည့်သည့် မြှားကို ရရှိသဖြင့် အပိုင်းကိန်းနှစ်ခု၏ ပေါင်းလဒ်သည် 4 ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

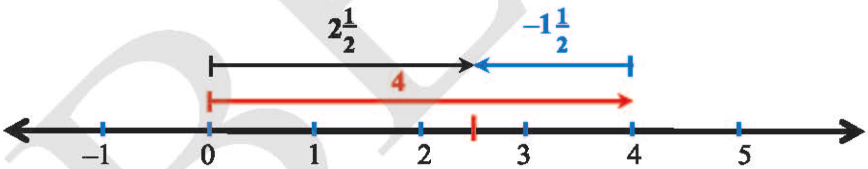
(ခ) a နှင့် b တို့၏နုတ်လဒ် (a – b) ကိုကိန်းမျဉ်းပေါ်၌ ရှာရန် အောက်ပါအဆင့်များအတိုင်း ပြုလုပ်ရမည်။

အဆင့် (၁) စမှတ်ကိုမူလမှတ်တွင်ထား၍ လက်ယာဘက်သို့ အပိုင်းကိန်း a ကိုဖော်ပြသောမြှား တစ်ခုကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) ပထမမြှား၏အဆုံးမှတ်၌ စပြီး အပိုင်းကိန်း b ကို ဖော်ပြသောမြှားတစ်ခုကို လက်ဝဲဘက် သို့ဆွဲပါ။

အဆင့် (၃) မူလမှတ်မှစ၍ ဒုတိယမြှား၏ဆုံးမှတ်တွင်ဆုံးသောမြှားတစ်ခုကို ဆွဲပါ။
တတိယမြှား၏ပမာဏသည် အပိုင်းကိန်းနှစ်ခုနုတ်လဒ်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၂။ $4-1\frac{1}{2}$ ကိုကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ ရှာမည်ဆိုပါစို့။



$4+(-1\frac{1}{2})=2\frac{1}{2}$

မူလမှတ်မှစ၍ လက်ယာဘက်သို့ 4 နေရာထိရောက်သော ပထမမြှားကိုဆွဲသည်။ ထိုမြှား အဆုံးကို စမှတ်ထား၍ အလျား $1\frac{1}{2}$ ကိုဖော်ပြသော ဒုတိယမြှားကို လက်ဝဲဘက်သို့ဆွဲသည်။ မူလမှတ်မှ ဒုတိယမြှား၏ဆုံးမှတ်နေရာထိ ဆွဲခြင်းဖြင့် ရရှိလာသော တတိယမြှားသည် နုတ်လဒ်ကို ဖော်ပြသည်။ တတိယမြှားသည် လက်ယာဘက်သို့ ဦးလှည့်နေကြောင်းတွေ့ရပြီး မူလမှတ်တွင်စလျက် အလျား $2\frac{1}{2}$ ယူနစ်ရှိသောကြောင့် အပိုင်းကိန်းနှစ်ခု၏ နုတ်လဒ်သည် $2\frac{1}{2}$ ဖြစ်ကြောင်း သိရသည်။

အပေါင်းကိန်းကို ဖော်ပြပါက မြားသည်လက်ယာဘက်သို့ဦးလှည့်၍ အနုတ်ကိန်းကို ဖော်ပြပါက မြားသည်လက်ဝဲဘက်သို့ဦးလှည့်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၅

ကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ အောက်ပါတို့ကို ရှာပါ။

၁။ $1\frac{2}{3}+2\frac{1}{3}$ ၂။ $4-2\frac{5}{6}$ ၃။ $3\frac{1}{2}+1\frac{1}{4}$ ၄။ $3\frac{3}{4}-1\frac{1}{2}$ ၅။ $2-\frac{10}{3}$

၃.၂ ဒသမကိန်းများ

ဒသမကိန်းများ၏ နေရာလိုက်တန်ဖိုးများရှာခြင်းနှင့် ဒသမကိန်းမှ အပိုင်းကိန်းအဖြစ်သို့လည်းကောင်း၊ အပိုင်းကိန်းမှဒသမကိန်းအဖြစ်သို့လည်းကောင်း ဖော်ပြခြင်းတို့အပြင် ဒသမကိန်းများ ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်း၊ မြှောက်ခြင်းနှင့် စားခြင်းအကြောင်းများကို လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ဒသမကိန်းနှင့်ပတ်သက်သည်များကို ဆက်လက်မလေ့လာမီ အောက်ပါဥပမာများဖြင့် ပြန်လည်လေ့လာမည်။

ဥပမာ ၁။ 12.34 ကို နေရာလိုက်တန်ဖိုးများသုံး၍ အောက်ပါအတိုင်း ရေးနိုင်သည်။

$$12.34=(1\times10)+(2\times1)+\left(3\times\frac{1}{10}\right)+\left(4\times\frac{1}{100}\right)$$

ဥပမာ ၂။ 1.009 ကို အပိုင်းကိန်းအဖြစ် အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

$$1.009=1\frac{9}{1000}$$

ဥပမာ ၃။ $\frac{17}{20}$ ကို ဒသမကိန်းအဖြစ် အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

$$\frac{17}{20}=\frac{17\times5}{20\times5}=\frac{85}{100}=0.85$$

ဥပမာ ၄။ $(3.21+10.9-6.4175)\times12$ ကို အောက်ပါအတိုင်း ရှင်းနိုင်သည်။

$$\begin{array}{r} 3.21 \\ +\,10.90 \\ \hline 14.1100 \\ -\ \ 6.4175 \\ \hline 7.6925 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7.6925 \\ \times\ \ 12 \\ \hline 92.3100 \end{array}$$

$$\therefore(3.21+10.9-6.4175)\times12=92.31$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၆

၁။ အောက်ပါဒသမကိန်းများကို နေရာလိုက်တန်ဖိုးများသုံး၍ အကျယ်ဖြန့်ထားသောပုံစံဖြင့် ရေးပြပါ။

(က) 483.2 (ခ) 0.08350 (ဂ) 7214.041 (ဃ) 0.00692

၂။ အောက်ပါဒသမကိန်းများကို အပိုင်းကိန်းအဖြစ် ဖော်ပြပါ။

(က) 55.029 (ခ) 4.6030 (ဂ) 0.0053 (ဃ) 100.101

၃။ အောက်ပါအပိုင်းကိန်းများကို ဒသမကိန်းအဖြစ် ဖော်ပြပါ။

(က) $\dfrac{48952}{10000}$ (ခ) $3\dfrac{708}{1000}$ (ဂ) $\dfrac{21}{25}$ (ဃ) $\dfrac{11}{8}$

၄။ အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(က) $(3.241 + 16.139) - (2.14 + 8.716)$

(ခ) $(12.13 + 0.586 + 7.138) - (2.008 + 9.992)$

(ဂ) $(13.104 \times 3.7) + (0.001 \times 500)$

(ဃ) $(86.359 \div 7) + (0.0714 \div 0.17)$

(င) $\dfrac{1.5 \times 7 \times 3.192}{0.588}$

၃.၂.၁ ဒသမကိန်းများကိုနှိုင်းယှဉ်ခြင်း

ကိန်းပြည့်အချင်းချင်း နှိုင်းယှဉ်ခြင်းနှင့် အပိုင်းကိန်းအချင်းချင်း နှိုင်းယှဉ်ခြင်းများကို ပြုလုပ်နိုင်သကဲ့သို့ ဒသမကိန်းများတွင်လည်း မည်သည်ကပို၍ ကြီးသည် သို့မဟုတ် ငယ်သည်တို့ကို နှိုင်းယှဉ်နိုင်သည်။

နှိုင်းယှဉ်လိုသော ဒသမကိန်းနှစ်ခု၏ ဒသမအမှတ်များကို အထက်အောက် တည့်တည့်ထားပြီး ထိုဒသမကိန်းများ၏ လက်ဝဲဘက်ဆုံးမှစ၍ လက်ယာဘက်သို့ နေရာတူဂဏန်း အသီးသီးအလိုက် နှိုင်းယှဉ်ရမည်။

ဥပမာ ၁။ ဒသမကိန်း 3.213 နှင့် 3.28 တို့ကိုနှိုင်းယှဉ်ကြည့်ကြမည်။

3 . 2 1 3
↕ ↕ ↕ ↕
3 . 2 8

ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်း လက်ဝဲဘက်ဆုံးမှစတင်၍ နှိုင်းယှဉ်ရာတွင် ပထမဆုံးကိန်းတွဲတန်ဖိုး တူညီသည်ကိုတွေ့ရမည်။ ဆက်လက်နှိုင်းယှဉ်ရာတွင် ဒသမအမှတ်နောက်ရှိကိန်းတွဲတန်ဖိုးသည် လည်း တူညီသည်ကိုတွေ့ရှိရပြီး ဆက်လက်နှိုင်းယှဉ်ရာ တတိယမြောက်ကိန်းတွဲတွင် ဂဏန်းတန်ဖိုး များ မတူညီကြောင်းကိုတွေ့ရမည်။ ထိုသို့ မတူညီသောကိန်းတွဲကိုတွေ့ရှိပါက နှိုင်းယှဉ်ခြင်းကိုရပ်၍ မည်သည့်ကိန်းက ကြီးသည်ကို ဆုံးဖြတ်ပါ။ ထိုကိန်းတွဲတွင် 8 သည် 1 ထက်ကြီးသောကြောင့် 3.28 သည် 3.213 ထက်ကြီးကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

သတိပြုရန်မှာ ဒသမကိန်းများ နှိုင်းယှဉ်သည့်အခါတွင် မတူညီသောကိန်းတွဲကို တွေ့ရှိသည် အထိ နှိုင်းယှဉ်ရမည်ဖြစ်သောကြောင့် ဒသမနောက်ရှိကိန်းများ နှိုင်းယှဉ်ရန် မကျန်တော့သည့်အခါ ၌ "0" များထည့်၍ ဆက်လက်နှိုင်းယှဉ်ရမည်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၂။ ဒသမကိန်း 3.213 နှင့် 3.21 တို့ကိုနှိုင်းယှဉ်ရာတွင် 3.21 အစား 3.210 ကိုရေး၍နှိုင်း ယှဉ်ရမည်ဖြစ်သည်။

> ဒသမကိန်းများကို နှိုင်းယှဉ်ရာတွင် ဒသမအမှတ်၏ လက်ဝဲမှလက်ယာသို့ ကိန်းတွဲ အလိုက် နှိုင်းယှဉ်ရပြီး မတူညီသောကိန်းတွဲတွေ့သည်အထိ နှိုင်းယှဉ်ပါ။ ထိုကိန်းတွဲ တွင် ပိုကြီးသောဂဏန်းပါသည့် ဒသမကိန်းက ပို၍ ကြီးသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၇

၁။ အောက်ပါဒသမကိန်းတွဲများတွင် မည်သည်က ပိုကြီးသနည်း။

(က) 137.56, 137.559 (ခ) 0.0062, 0.0620 (ဂ) 0.2468, 0.2460

၂။ အောက်ပါဒသမကိန်းများမှ အကြီးဆုံးကိန်းနှင့် အငယ်ဆုံးကိန်းကိုရွေးပါ။

(က) 1.234, 1.23, 1.203 (ခ) 50.0243, 50.2043, 50.0234

၃။ အောက်ပါတို့ကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စဉ်ပါ။

(က) 1.101, 1.01, 1.111 (ခ) 0.202, 0.0022, 0.0202

၃.၂.၂ အနီးဆုံးတန်ဖိုးယူခြင်း

တစ်ခါတစ်ရံ၌ လက်တွေ့ဘဝတွင် ကိန်းဂဏန်းတန်ဖိုးများကို အနီးဆုံးတန်ဖိုးများအရ နှိုင်းယှဉ်ရသည်။ ကိန်းပြည့်များ၏ အနီးဆုံးတန်ဖိုးများယူရာတွင် ဆယ်ကိန်း၊ ရာကိန်း၊ ထောင်ကိန်း အစရှိသည်ဖြင့် အနီးဆုံးအထိ အမှန်ယူ၍ ဒသမကိန်းများ၏ အနီးဆုံးတန်ဖိုးများယူရာတွင် ဒသမ အမှတ်၏နောက်မှ ဆယ်စိတ်ပိုင်း၊ ရာစိတ်ပိုင်း စသည်တို့ဖြင့် အနီးဆုံးအမှန်ကို ယူရသည်။

ဥပမာ ၁။ 789.98 ကို အနီးဆုံးရာကိန်းနှင့် ဆယ်ကိန်းအထိ အမှန်ယူကြမည်ဆိုပါစို့၊

အနီးဆုံးရာကိန်းအထိ အမှန်ယူရန်အတွက် 789.98 သည် ရာကိန်း 700 နှင့် 800 ကြားတွင်ရှိကြောင်း ဦးစွာသတိပြုရမည်၊ မည်သည့်ရာကိန်းနှင့် ပိုနီးကြောင်း သိရှိရန်အတွက်မူ 789.98 − 700 နှင့် 800 − 789.98 တို့၏ နုတ်လဒ်များကို နှိုင်းယှဉ်ရမည်၊

$$\begin{array}{r} 789.98 \\ -\underline{700.00} \\ 89.98 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 800.00 \\ -\underline{789.98} \\ 10.02 \end{array}$$

နုတ်လဒ်သည် 10.02 < 89.98 ဖြစ်သောကြောင့် ခြားနားချက်တန်ဖိုးနည်းသည့် ရာကိန်း 800 နှင့် ပိုနီးသည်၊ ထို့ကြောင့် 800 သည် 789.98 ကို အနီးဆုံးရာကိန်းအထိ အမှန်ယူထားသော တန်ဖိုးဖြစ်သည်။

တစ်ဖန် အနီးဆုံးဆယ်ကိန်းအထိ အမှန်ယူရန်အတွက် 789.98 သည် ရာကိန်း 780 နှင့် 790 ကြားတွင်ရှိကြောင်း ဦးစွာသတိပြုရမည်၊ မည်သည့်ဆယ်ကိန်းနှင့် ပိုနီးကြောင်း သိရှိရန်အတွက်မူ 789.98 − 780 နှင့် 790 − 789.98 တို့၏ နုတ်လဒ်များကို နှိုင်းယှဉ်ရမည်၊

$$\begin{array}{r} 789.98 \\ -\underline{780.00} \\ 9.98 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 790.00 \\ -\underline{789.98} \\ 0.02 \end{array}$$

နုတ်လဒ်သည် 0.02 < 9.98 ဖြစ်သောကြောင့် ခြားနားချက်တန်ဖိုးနည်းသည့် ဆယ်ကိန်း 790 နှင့် ပိုနီးသည်၊ ထို့ကြောင့် 790 သည် 789.98 ကို အနီးဆုံးဆယ်ကိန်းအထိ အမှန်ယူထားသော တန်ဖိုးဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၂။ 34.056 သည် 34.05 နှင့် 34.06 တို့အနက် မည်သည်နှင့် ပို၍နီးကြောင်းစဉ်းစားကြမည်။

34.056 သည် 34.05 နှင့် 34.06 ကြားတွင်ရှိသောကြောင့် 34.056 − 34.05 နှင့် 34.06 − 34.056 တို့၏နုတ်လဒ်များကို နှိုင်းယှဉ်ရမည်၊

$$\begin{array}{r} 34.056 \\ -\underline{34.050} \\ 0.006 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 34.060 \\ -\underline{34.056} \\ 0.004 \end{array}$$

0.004 < 0.006 ဖြစ်သောကြောင့် ခြားနားချက်တန်ဖိုးနည်းသည့် 34.06 နှင့် ပိုနီးသည်၊ ထို့ကြောင့် 34.06 သည် 34.056 ၏ အနီးဆုံးရာစိတ်ပိုင်း(ဒသမ 2 နေရာ)အထိ အမှန်ယူထားသော တန်ဖိုး ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၃။ 18.25 သည် 18.2 နှင့် 18.3 တို့အနက် မည်သည့်ကိန်းနှင့် ပို၍နီးကြောင်းစဉ်းစားကြမည်။

$$\begin{array}{r} 18.25 \\ -\ 18.20 \\ \hline 0.05 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18.30 \\ -\ 18.25 \\ \hline 0.05 \end{array}$$

အထက်ပါနုတ်လဒ်များသည် တူညီနေကြသောကြောင့် 18.25 သည် 18.2 နှင့် 18.3 တို့အနက် မည်သည့်ကိန်းနှင့် ပို၍နီးသည်ဟု မဆုံးဖြတ်နိုင်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

အနီးဆုံးတန်ဖိုးယူရာ၌ နုတ်လဒ်များကို နှိုင်းယှဉ်ပြီး ဆုံးဖြတ်ရာတွင် ဥပမာ ၃ ကဲ့သို့ မဆုံးဖြတ်နိုင်သော အခြေအနေများလည်းရှိသည်။

ကိန်းတစ်ခု၏ အနီးဆုံးတန်ဖိုးရှာရာတွင် အောက်ပါအတိုင်း အဆင့်ဆင့် ပြုလုပ်ရသည်။

(၁) အနီးဆုံးတန်ဖိုးယူရမည့်နေရာ၏ လက်ယာဘက်(နောက်ဘက်)မှ ကပ်လျက်ရှိသောဂဏန်းကိုကြည့်ပါ။

(၂) ထိုဂဏန်းသည် 5 အောက်ငယ်သောဂဏန်းဖြစ်နေပါက ယူလိုသောနေရာရှိဂဏန်းအတိုင်းထားပါ။

(၃) ထိုဂဏန်းသည် 5 သို့မဟုတ် 5 ထက်ကြီးပါက ယူလိုသောအနီးဆုံးတန်ဖိုးနေရာမှ ဂဏန်းကို 1 တိုးရမည်။

(၄) ထိုသို့ အနီးဆုံးတန်ဖိုးယူပြီးသော် ထိုဂဏန်းနောက်၌ ကျန်နေသောနေရာများရှိပါက ထိုနေရာများတွင် "0" များအစားထိုးပါ။

> **အနီးဆုံးတန်ဖိုးယူလိုသောနေရာအထိ ရေတွက်ရာတွင် ကိန်းပြည့်များအတွက် ဒသမအမှတ်မှစ၍ လက်ယာမှလက်ဝဲသို့ (ခုကိန်း၊ ဆယ်ကိန်း၊ ရာကိန်း စသည်ဖြင့်) ရေတွက်ရပြီး ဒသမကိန်းများအတွက် လက်ဝဲမှလက်ယာသို့ (ဆယ်စိတ်ပိုင်း၊ ရာစိတ်ပိုင်း စသည်ဖြင့်) ရေတွက်သည်။**

အနီးဆုံးတန်ဖိုးယူပုံများကို တစ်ဖက်ပါဇယားတွင် လေ့လာနိုင်သည်။ ဇယားရှိ အမှတ်စဉ် ၅ မှ ၈ ထိကိန်းများသည် အဆင့် (၄) အထိလုပ်ဆောင်ထားသည့် ဥပမာများ ဖြစ်သည်။ အနီးဆုံးတန်ဖိုးယူမည့်နေရာကို "__" မျဉ်းသားထားပြီး လက်ယာဘက်ဂဏန်းကို "□" ဖြင့်ဖော်ပြထားသည်။

စဉ်	မူလကိန်း	အနီးဆုံးတန်ဖိုး ယူရမည့်နေရာ	အနီးဆုံးတန်ဖိုး ယူရန်စဉ်းစားပုံ	အနီးဆုံးတန်ဖိုး
၁	215.35	အနီးဆုံးအပြည့်ကိန်း	$\underline{215}.\boxed{3}5$	215
၂	215.85	အနီးဆုံးအပြည့်ကိန်း	$\underline{215}.\boxed{8}5$	216
၃	215.35	အနီးဆုံးခုကိန်း	$21\underline{5}.\boxed{3}5$	215
၄	215.85	အနီးဆုံးခုကိန်း	$21\underline{5}.\boxed{8}5$	216
၅	173.528	အနီးဆုံးဆယ်ကိန်း	$1\underline{7}\boxed{3}.528$	170
၆	176.528	အနီးဆုံးဆယ်ကိန်း	$1\underline{7}\boxed{6}.528$	180
၇	137.528	အနီးဆုံးရာကိန်း	$\underline{1}\boxed{3}7.528$	100
၈	173.528	အနီးဆုံးရာကိန်း	$\underline{1}\boxed{7}3.528$	200
၉	125.342	အနီးဆုံးဆယ်စိတ်ပိုင်း (ဒသမ 1 နေရာအထိ)	$125.\underline{3}\boxed{4}2$	125.3
၁၀	125.372	အနီးဆုံးဆယ်စိတ်ပိုင်း (ဒသမ 1 နေရာအထိ)	$125.\underline{3}\boxed{7}2$	125.4
၁၁	125.0	အနီးဆုံးဆယ်စိတ်ပိုင်း (ဒသမ 1 နေရာအထိ)	$125.\underline{0}\boxed{0}$	125.0
၁၂	125	အနီးဆုံးဆယ်စိတ်ပိုင်း (ဒသမ 1 နေရာအထိ)	$125.\underline{0}\boxed{0}$	125.0
၁၃	125.342	အနီးဆုံးရာစိတ်ပိုင်း (ဒသမ 2 နေရာအထိ)	$125.3\underline{4}\boxed{2}$	125.34
၁၄	125.348	အနီးဆုံးရာစိတ်ပိုင်း (ဒသမ 2 နေရာအထိ)	$125.3\underline{4}\boxed{8}$	125.35
၁၅	125.3	အနီးဆုံးရာစိတ်ပိုင်း (ဒသမ 2 နေရာအထိ)	$125.3\underline{0}\boxed{0}$	125.30
၁၆	125.342	အနီးဆုံးထောင်စိတ်ပိုင်း (ဒသမ 3 နေရာအထိ)	$125.34\underline{2}\boxed{0}$	125.342

စဉ်	မူလကိန်း	အနီးဆုံးတန်ဖိုး ယူရမည့်နေရာ	အနီးဆုံးတန်ဖိုး ယူရန်စဉ်းစားပုံ	အနီးဆုံးတန်ဖိုး
၁၇	125.3425	အနီးဆုံးထောင်စိတ်ပိုင်း (ဒသမ 3 နေရာအထိ)	$125.34\underline{2}\boxed{5}$	125.343
၁၈	125.3	အနီးဆုံးထောင်စိတ်ပိုင်း (ဒသမ 3 နေရာအထိ)	$125.3\underline{00}\,\boxed{0}$	125.300
၁၉	125.3425	အနီးဆုံးသောင်းစိတ်ပိုင်း (ဒသမ 4 နေရာအထိ)	$125.342\underline{5}\boxed{0}$	125.3425
၂၀	125.34256	အနီးဆုံးသောင်းစိတ်ပိုင်း (ဒသမ 4 နေရာအထိ)	$125.342\underline{5}\boxed{6}$	125.3426
၂၁	125.342	အနီးဆုံးသောင်းစိတ်ပိုင်း (ဒသမ 4 နေရာအထိ)	$125.342\underline{0}\boxed{0}$	125.3420
၂၂	125.3	အနီးဆုံးသောင်းစိတ်ပိုင်း (ဒသမ 4 နေရာအထိ)	$125.3\underline{000}\boxed{0}$	125.3000

ပုံစံတွက် ၁။ 246.8×1.53 ၏ တန်ဖိုးကို အတိအကျတွက်ယူပြီး ဒသမ 2 နေရာအထိအမှန်ယူပါ။

$$\begin{array}{r} 246.8 \\ \times\ 1.53 \\ \hline 7404 \\ 12340 \\ +\ 2468 \\ \hline 377.604 \end{array}$$

$\therefore$ ဒသမ 2 နေရာအထိ အမှန်တန်ဖိုး $= 377.60$

ပုံစံတွက် ၂။ $2.332 \div 1.3$ ၏ တန်ဖိုးကို ဒသမ 3 နေရာအထိ အမှန်ရှာပါ။

$$2.332 \div 1.3 = \frac{2.332}{1.3} \times \frac{10}{10} = \frac{23.32}{13}$$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 1.7938 \\ \cline{2-2}
13 & 23.32 \\
 & -13 \\ \cline{2-2}
 & 103 \\
 & -91 \\ \cline{2-2}
 & 122 \\
 & -117 \\ \cline{2-2}
 & 50 \\
 & -39 \\ \cline{2-2}
 & 110 \\
 & -104 \\ \cline{2-2}
 & 6
\end{array}
$$

$\therefore$ စားလဒ်၏ ဒသမ 3 နေရာအထိ အမှန်တန်ဖိုး = 1.794

မှတ်ချက်။ ဒသမ 3 နေရာအထိ အမှန်ရှာလိုသောကြောင့် ဒသမ 4 နေရာအထိ စားပေးရမည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၈

၁။ အောက်ပါကိန်းတစ်ခုစီ၏ အနီးဆုံးတန်ဖိုးကို ယှဉ်တွဲဖော်ပြထားသည့် နေရာအထိရှာပါ။

(က) 17.26 (အနီးဆုံး အပြည့်ကိန်း)　　(ခ) 321.601 (အနီးဆုံး အပြည့်ကိန်း)

(ဂ) 0.864 (အနီးဆုံး ခုကိန်းအထိ)　　(ဃ) 0.468 (အနီးဆုံး ခုကိန်းအထိ)

(င) 135.648 (အနီးဆုံး ဆယ်ကိန်းအထိ)　　(စ) 135.648 (အနီးဆုံး ဆယ်စိတ်ပိုင်းအထိ)

(ဆ) 135.648 (ဒသမ 2 နေရာအထိ)　　(ဇ) 0.00345 (အနီးဆုံး ရာစိတ်ပိုင်းအထိ)

(ဈ) 10.10101 (ဒသမ 2 နေရာအထိ)　　(ည) 145.15455 (အနီးဆုံး ထောင်စိတ်ပိုင်းအထိ)

(ဋ) 145.15 (အနီးဆုံး ထောင်စိတ်ပိုင်းအထိ)

၂။ $\dfrac{5.67}{0.8}$ ၏ တန်ဖိုးကို ဒသမ 2 နေရာအထိ အမှန်ရှာပါ။

၃။ $4.71 \div 2.8$ ၏ တန်ဖိုးကို အနီးဆုံး ရာစိတ်ပိုင်းအထိ အမှန်ရှာပါ။

၄။ $\dfrac{0.00032}{1.52}$ ၏ တန်ဖိုးကို အနီးဆုံး ထောင်စိတ်ပိုင်းအထိ အမှန်ရှာပါ။

၅။ 5.145×0.17 ၏ တန်ဖိုးကို အတိအကျတွက်ယူပြီး ဒသမ 2 နေရာအထိ အမှန်ရှာပါ။

၃.၂.၃ အရာရောက်ဂဏန်းများရေတွက်ခြင်း

ကိန်းတစ်ခုတွင် တစ်စုံတစ်ခုသောဂဏန်းအရေအတွက်အထိ တိကျမှန်ကန်ပါသည်ဟုအာမခံချက်ပေးနိုင်သော ဂဏန်းတို့ကို ထိုကိန်း၏ အရာရောက်ဂဏန်းများ ဟုခေါ်သည်။

အရာရောက်ဂဏန်းများ ရေတွက်ရာတွင် အောက်ပါနည်းလမ်းအတိုင်း ရေတွက်နိုင်သည်။

(၁) ပေးထားသောကိန်းဂဏန်းတွင် လက်ဝဲဘက်အကျဆုံး သုညမဟုတ်သောဂဏန်းအား ဦးစွာရှာပါ။

(၂) ထိုဂဏန်း၏ လက်ဝဲဘက်တွင် သုညပါရှိနေပါက အရာရောက်ဂဏန်းအဖြစ် ထည့်သွင်းရေတွက်ခြင်း မပြုပါ။

(၃) ထိုဂဏန်း၏ လက်ယာဘက်အဆုံးရှိ သုညများကို အရာရောက်ဂဏန်းအဖြစ်မရေတွက်ပါ။

(၄) ဒသမအမှတ်ပါရှိနေမှသာ ထိုဂဏန်း၏ လက်ယာဘက်ရှိ သုညများကို အရာရောက်ဂဏန်းအဖြစ် ထည့်သွင်းရေတွက်မည်။

(၅) ကိန်းပြည့်သုညဖြစ်သည့် ဒသမကိန်းများတွင် ဒသမအမှတ်နှင့် သုညမဟုတ်သောဂဏန်းကြားရှိသုညများကို အရာရောက်ဂဏန်းအဖြစ် ထည့်သွင်းရေတွက်ခြင်း မပြုပါ။

(၆) ဂဏန်းများ၏ကြားရှိ သုညများအား အရာရောက်ဂဏန်းများအဖြစ် ထည့်သွင်းရေတွက်ရမည်။

ပေးထားသောကိန်းများ၌ အရာရောက်ဂဏန်းအရေအတွက် မည်မျှရှိသည်ကို အောက်ပါဇယားတွင် ဖော်ပြထားသည်။

အရာရောက်ဂဏန်း 1 လုံး ရှိသောကိန်းများ	အရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံး ရှိသောကိန်းများ	အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံး ရှိသောကိန်းများ	အရာရောက်ဂဏန်း 4 လုံး ရှိသောကိန်းများ	အရာရောက်ဂဏန်း 5 လုံး ရှိသောကိန်းများ
07	014	0123	1023	102030
7	14	102	12.30	102.03
70	140	120.	1200.	12.003
700	1400	10.2	10020	10020.
0.07	0.040	0.0120	0.1023	120.30
0.7	0.40	0.120	0.1200	0.0012030

၃.၂.၄ သတ်မှတ်ထားသောအရာရောက်ဂဏန်းအရေအတွက်ထိအမှန်ယူခြင်း

ကိန်းတစ်ခုတွင် ပါဝင်သော ဂဏန်းအားလုံး၏ အတိအကျတန်ဖိုးအတိုင်း တစ်ခါတစ်ရံတွင် မဖော်ပြဘဲ ထိုကိန်း၏ မည်သည့်နေရာထိ အတိအကျမှန်ကန်ကြောင်း ဖော်ပြခြင်းကို သတ်မှတ်ထားသော အရာရောက်ဂဏန်းအရေအတွက်ထိ အမှန်ယူခြင်းဟုခေါ်သည်။ သတ်မှတ်ထားသောအရာရောက်ဂဏန်းအရေအတွက်ထိ အမှန်ယူခြင်းအား အောက်ဖော်ပြပါ နည်းလမ်းဖြင့် ရယူနိုင်သည်။

(၁) ပေးထားသောကိန်းတစ်ခု၏ သုညမဟုတ်သော ရှေ့ဆုံးဂဏန်းမှစ၍(လက်ဝဲဘက်မှလက်ယာဘက်သို့) အမှန်ယူလိုသော အရာရောက်ဂဏန်းအရေအတွက် ယူမည့်နေရာ၏ လက်ယာဘက်ဂဏန်းတစ်လုံးကို ထည့်သွင်းစဉ်းစားမည်။

(၂) ထိုပို၍စဉ်းစားသောဂဏန်းသည် 5 အောက်ငယ်နေခဲ့လျှင် ၎င်းရှေ့တွင်ရှိသောဂဏန်းကို မူလအတိုင်းထားရမည်။

(၃) ပို၍စဉ်းစားသောဂဏန်းသည် 5 နှင့်ညီလျှင် သို့မဟုတ် 5 ထက်ကြီးနေခဲ့လျှင် ၎င်းရှေ့တွင်ရှိသော ဂဏန်းအား 1 တိုး၍ ယူရမည်။

(၄) လိုအပ်သည့်အရာရောက်ဂဏန်းအရေအတွက်အထိ အမှန်ယူခြင်းဖြင့် ရရှိသောကိန်းသည် ဒသမကိန်းဖြစ်လျှင် ကျန်ဂဏန်းများအားလုံးကို ဖြုတ်ပစ်နိုင်ပြီး (ဥပမာ ၁ နှင့် ၃ ကိုကြည့်ပါ။) ကိန်းပြည့်ဖြစ်လျှင်နေရာလိုက်တန်ဖိုး မပြောင်းလဲစေရန် “0” များ အစားထိုးရေးပေးရမည်။ (ဥပမာ ၂ နှင့် ၄ ကိုကြည့်ပါ။)

ဥပမာ ၁။ 1.5263 ကိုအရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံးအထိ အမှန်တန်ဖိုးရှာမည်ဆိုပါစို့။

$$\underline{1.5}\boxed{2}63$$

$$2 < 5$$

$\therefore$ လိုအပ်သောတန်ဖိုး $= 1.5$

ဥပမာ ၂။ 7483.5 ကိုအရာရောက်ဂဏန်း 1 လုံးအထိ အမှန်တန်ဖိုးရှာမည်ဆိုပါစို့။

$$\underline{7}\boxed{4}83.5$$

$$4 < 5$$

$\therefore$ လိုအပ်သောတန်ဖိုး $= 7000$

ဥပမာ ၃။ 2.3581 ကိုအရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံးအထိ အမှန်တန်ဖိုးရှာမည်ဆိုပါစို့။

$$\underline{2.3}\ \boxed{5}\ 81$$

$$5 = 5$$

$\therefore$ လိုအပ်သောတန်ဖိုး $= 2.4$

ဥပမာ ၄။ 6 2 8 1 5 ကိုအရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံးအထိ အမှန်တန်ဖိုးရှာမည်ဆိုပါစို့။

$$\underline{62}\boxed{8}15$$

$$\downarrow$$

$$8 > 5$$

$\therefore$ လိုအပ်သောတန်ဖိုး $= 63000$

အောက်ပါဇယားတွင် ပေးထားသောမူလကိန်းမှ သတ်မှတ်ထားသော အရာရောက်ဂဏန်း အရေအတွက်ထိ အမှန်ယူပြထားသည်။

မူလကိန်း	အရာရောက်ဂဏန်းအရေအတွက်	လိုအပ်သောတန်ဖိုး
435	အရာရောက်ဂဏန်း 1 လုံး	400
473	အရာရောက်ဂဏန်း 1 လုံး	500
32.4	အရာရောက်ဂဏန်း 1 လုံး	30
36.2	အရာရောက်ဂဏန်း 1 လုံး	40
0.052	အရာရောက်ဂဏန်း 1 လုံး	0.05
0.066	အရာရောက်ဂဏန်း 1 လုံး	0.07
261	အရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံး	260
7	အရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံး	7.0
8140	အရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံး	8100
0.0534	အရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံး	0.053
0.0586	အရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံး	0.059
0.1	အရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံး	0.10
9062.56	အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံး	9060
9067.56	အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံး	9070
12.43	အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံး	12.4
12.48	အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံး	12.5
23	အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံး	23.0
0.065	အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံး	0.0650

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၉

၁။ အောက်ပါကိန်းများ၏ အရာရောက်ဂဏန်းအရေအတွက်ကိုဖော်ပြပါ။

(က) 2.0036 (ခ) 0.0006050 (ဂ) 5201.30

၂။ အောက်ပါတို့ကို အရာရောက်ဂဏန်း 4 လုံးအထိ အမှန်ယူပါ။

(က) 349.90 (ခ) 10.066 (ဂ) 0.0090909

၃။ 0.080203, 207.0493, 300.9456 တို့ကို

(က) အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံး (ခ) ဒသမ 3 နေရာ

(ဂ) အနီးဆုံး ရာစိတ်ပိုင်းအထိ အမှန်ယူပါ။

၄။ (က) 328.098 ကို အရာရောက်ဂဏန်း 4 လုံးအထိ အမှန်တန်ဖိုးရှာပါ။ ဒသမနေရာ မည်မျှထိ အမှန်တန်ဖိုးရှိသည်ကို ဖော်ပြပါ။

(ခ) 0.006847 ကို ဒသမ 4 နေရာအထိ အမှန်ယူပါ။ ထိုအမှန်တန်ဖိုးတွင် အရာရောက်ဂဏန်း မည်မျှရှိသည်ကို ဖော်ပြပါ။

၃.၂.၅ အဆုံးရှိဒသမကိန်းများနှင့်ပြန်ထပ်ဒသမကိန်းများ

အပိုင်းကိန်းတစ်ခုတွင် ပိုင်းဝေကိုပိုင်းခြေဖြင့်စား၍ ဒသမကိန်းတစ်ခုအဖြစ် ပြောင်းလဲဖော်ပြနိုင်သည်။ ကိန်းတစ်ခုအား အခြားကိန်းတစ်ခုဖြင့် စားရာတွင် ပြတ်အောင်စားနိုင်သော ကိန်းများရှိသကဲ့သို့ ပြတ်အောင်စား၍ မရသောကိန်းများလည်းရှိသည်။

ဥပမာ ၁။ $\frac{5}{8}$ ကို ဒသမကိန်းအဖြစ် ဖော်ပြမည်ဆိုပါစို့။

$$8 \,\underline{\big|\, 5.000 \quad}$$
$$\quad 0.625$$

$\frac{5}{8} = 0.625$ ဟုဖော်ပြနိုင်သည်။ ပိုင်းဝေ 5 ကို ပိုင်းခြေ 8 ဖြင့်စားရာတွင် အကြွင်း 0 ရသည်အထိ ပြတ်အောင်စားနိုင်ကြောင်း တွေ့ရသည်။ ထို့ကြောင့် စားလဒ် 0.625 ကို **အဆုံးရှိဒသမကိန်း** ဟုခေါ်သည်။

ဥပမာ ၂။ $\dfrac{2}{3}$ ကို ဒသမကိန်းအဖြစ် ဖော်ပြမည်ဆိုပါစို့။

$$
\begin{array}{r|l}
 & 0.666\ldots \\ \hline
3 & 2.00000 \\
 & -0 \\ \hline
 & 20 \\
 & -18 \\ \hline
 & 20 \\
 & -18 \\ \hline
 & 20 \\
 & -18 \\ \hline
 & 2
\end{array}
$$

အထက်ပါဥပမာတွင် 2 ကို 3 ဖြင့် စားရာ၌ ပြတ်အောင်စား၍မရဘဲ ထပ်တလဲလဲ အကြွင်း 2 ကို ရရှိနေကြောင်းနှင့် စားလဒ်တွင်လည်း 6 ဂဏန်းများ ထပ်တလဲလဲ ရရှိနေကြောင်းတွေ့ရသည်။ ထိုကဲ့သို့သော အခြေအနေမျိုးကို အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

$\dfrac{2}{3} = 0.666\ldots$ သို့မဟုတ် $\dfrac{2}{3} = 0.\overline{6}$

အထက်ပါဖော်ပြချက်တွင် "…" သည် အဆုံးမရှိဖြစ်ပေါ်နေခြင်းကို ဆိုလိုပြီး ကိန်းဂဏန်း 6 ၏အပေါ်မှ "—" သည် ထပ်တလဲလဲဖြစ်ပေါ်နေခြင်းကို ဆိုလိုသည်။

ဥပမာ ၃။ $\dfrac{15}{22}$ ကို ဒသမကိန်းအဖြစ် ဖော်ပြမည်ဆိုပါစို့။

$$
\begin{array}{r|l}
 & 0.68181\ldots \\ \hline
22 & 15.00000 \\
 & -0 \\ \hline
 & 150 \\
 & -132 \\ \hline
 & 180 \\
 & -176 \\ \hline
 & 40 \\
 & -22 \\ \hline
 & 180 \\
 & -176 \\ \hline
 & 40 \\
 & -22 \\ \hline
 & 18
\end{array}
$$

အထက်ပါဥပမာတွင် 15 ကို 22 နှင့် စားရာ၌ ပြတ်အောင်စား၍မရဘဲ အကြွင်း 18 နှင့် 4 တို့ တစ်လှည့်စီထပ်ကာထပ်ကာ ရရှိနေကြောင်းနှင့် စားလဒ်တွင်လည်း 81 ဟူသောဂဏန်းတွဲများ ထပ်တလဲလဲ ရရှိနေကြောင်း တွေ့ရသည်။ ထိုကဲ့သို့သော အခြေအနေမျိုးကို အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

$\dfrac{15}{22} = 0.6818181\ldots$ သို့မဟုတ် $\dfrac{15}{22} = 0.6\overline{81}$

ဥပမာ ၂ နှင့် ၃ တို့မှ အဖြေများကဲ့သို့ အဆုံးမရှိဘဲ ထပ်တလဲလဲဖြစ်ပေါ်နေသော ကိန်းမျိုးကို **ပြန်ထပ်ဒသမကိန်း** ဟုခေါ်သည်။ ပြန်ထပ်ဒသမကိန်းကို ဖော်ပြရာတွင် အဆုံးမရှိ ထပ်တလဲလဲ ဆက်လက်ဖြစ်ပေါ်နေသောဂဏန်း၏ အပေါ်တွင် "—" ဖြင့် ဖော်ပြပြီး ဘား (bar) ဟုဖတ်သည်။

အဆုံးလည်းမရှိ ပြန်လည်းမထပ်သော ဒသမကိန်းမျိုးလည်းရှိသည်။

ဥပမာ - $\pi = 3.141592653\ldots$

ပုံစံတွက် ၁။ (က) $0.5\overline{6}$ ၏တန်ဖိုးကို အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးအထိ အမှန်ယူပါ။

(ခ) $7.\overline{83}$ ၏တန်ဖိုးကို အနီးဆုံးထောင်စိတ်ပိုင်းအထိ အမှန်ယူပါ။

(က) $0.5\overline{6} = 0.56\underline{6}\boxed{6}66\ldots$

$6 > 5$

$\therefore$ အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးအထိ အမှန်တန်ဖိုး $= 0.567$

(ခ) $7.\overline{83} = 7.83\underline{8}\boxed{3}83\ldots$

$3 < 5$

$\therefore$ အနီးဆုံးထောင်စိတ်ပိုင်းအထိ အမှန်တန်ဖိုး $= 7.838$

ပုံစံတွက် ၂။ $\dfrac{5}{7}$, 0.714, $0.\overline{714}$, $0.7\overline{14}$ တို့ကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စဉ်ပါ။

$\dfrac{5}{7} = 0.\overline{714285} = 0.7142857142 85\ldots$

$0.714 = 0.714000000000\ldots$

$0.\overline{714} = 0.714714714714\ldots$

$0.7\overline{14} = 0.714141414141\ldots$

ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စဉ်သော် $0.\overline{714}$, $\dfrac{5}{7}$, $0.7\overline{14}$, 0.714 ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၁၀

၁။ အောက်ပါ ပြန်ထပ်ဒသမကိန်းများကို ယှဉ်တွဲဖော်ပြထားသည့် အမှန်တန်ဖိုးများအထိယူပါ။

(က) $3.\overline{504}$ (အနီးဆုံး ထောင်စိတ်ပိုင်းအထိ) (ခ) $3.50\overline{4}$ (ဒသမ 3 နေရာအထိ)

(ဂ) $3.5\overline{04}$ (အရာရောက်ဂဏန်း 5 လုံးအထိ)

၂။ အောက်ပါတို့ကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စဉ်ပါ။

(က) $0.29, 0.029, 0.2\overline{9}, 0.\overline{29}$ (ခ) $0.374, \frac{3}{8}, 0.3\overline{7}, 0.\overline{37}$

(ဂ) $\frac{1}{13}, 0.076, 0.\overline{07}, 0.0\overline{76}$

၃.၂.၆ ပြန်ထပ်ဒသမကိန်းများကိုအပိုင်းကိန်းများအဖြစ်ဖော်ပြခြင်း

ဒသမကိန်းများကို အပိုင်းကိန်းအဖြစ် ဖော်ပြခြင်းအကြောင်းကို ဆဋ္ဌမတန်းတွင် လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ပြန်ထပ်ဒသမကိန်းများကို အပိုင်းကိန်းများအဖြစ် ဖော်ပြခြင်းအကြောင်း ယခုဆက်လက်လေ့လာသွားမည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $0.\overline{7}$ ကို အပိုင်းကိန်းတစ်ခုအဖြစ် ဖော်ပြပါ။

$n = 0.\overline{7}$ ဟုထားပါ။

ထိုအခါ $n = 0.7777\ldots$ ဖြစ်သည်။

$$\begin{aligned} 10n &= 7.7777\ldots \\ 10n - n &= 7.7777\ldots - 0.7777\ldots \\ 9n &= 7 \\ n &= \frac{7}{9} \\ \therefore 0.\overline{7} &= \frac{7}{9} \end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၂။ $0.\overline{81}$ ကို အပိုင်းကိန်းတစ်ခုအဖြစ် ဖော်ပြပါ။

$m = 0.\overline{81}$ ဟုထားပါ။

ထိုအခါ $m = 0.818181\ldots$ ဖြစ်သည်။

$$100m = 81.818181\ldots = 81.\overline{81}$$

$$100\,m - m = 81.\overline{81} - 0.\overline{81}$$
$$99\,m = 81$$
$$m = \frac{81}{99}$$
$$\therefore\ 0.\overline{81} = \frac{81}{99}$$

ပုံစံတွက် ၃။ $0.2\overline{58}$ ကို အပိုင်းကိန်းတစ်ခုအဖြစ် ဖော်ပြပါ။

$n = 0.2\overline{58}$ ဟုထားပါ။

ထိုအခါ $n = 0.2585858\ldots$ ဖြစ်သည်။

$$10\,n = 2.585858\ldots = 2.\overline{58}$$
$$1000\,n = 258.585858\ldots = 258.\overline{58}$$
$$1000n - 10\,n = 258.\overline{58} - 2.\overline{58}$$
$$990\,n = 256$$
$$n = \frac{256}{990}$$
$$\therefore\ 0.2\overline{58} = \frac{256}{990}$$

ပုံစံတွက် ၄။ $2.\overline{3} + 3.\overline{2}$ ကိုရှင်းပါ။

$n = 2.\overline{3}$ ဟုထားပါ။

ထိုအခါ $n = 2.3333\ldots$ ဖြစ်သည်။

$$10\,n = 23.3333\ldots$$
$$10\,n - n = 23.\overline{3} - 2.\overline{3}$$
$$9\,n = 21$$
$$n = \frac{21}{9}$$

$m = 3.\overline{2}$ ဟုထားပါ။

ထိုအခါ $m = 3.2222\ldots$ ဖြစ်သည်။

$$10\,m = 32.2222\ldots$$
$$10\,m - m = 32.\overline{2} - 3.\overline{2}$$
$$9\,m = 29$$

$$m = \frac{29}{9}$$

$$m + n = \frac{29}{9} + \frac{21}{9}$$

$$= \frac{50}{9}$$

$$= 5\frac{5}{9}$$

$$\therefore\ 2.\overline{3} + 3.\overline{2} = 5\frac{5}{9}$$

ပုံစံတွက် ၅။ $2.\overline{1} \times 3.\overline{2}$ ကိုရှင်းပါ။

$n = 2.\overline{1}$ ဟုထားပါ။

ထိုအခါ $n = 2.1111\ldots$ ဖြစ်သည်။

$$10n = 21.1111\ldots = 21.\overline{1}$$

$$10n - n = 21.\overline{1} - 2.\overline{1}$$

$$9n = 19$$

$$n = \frac{19}{9}$$

$m = 3.\overline{2}$ ဟုထားပါ။

ထိုအခါ $m = 3.2222\ldots$ ဖြစ်သည်။

$$10m = 32.2222\ldots = 32.\overline{2}$$

$$10m - m = 32.\overline{2} - 3.\overline{2}$$

$$9m = 29$$

$$m = \frac{29}{9}$$

$$n \times m = \frac{19}{9} \times \frac{29}{9}$$

$$= \frac{551}{81}$$

$$= 6\frac{65}{81}$$

$$\therefore\ 2.\overline{1} \times 3.\overline{2} = 6\frac{65}{81}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၁၁

၁။ အောက်ပါပြန်ထပ်ဒသမကိန်းများကို အပိုင်းကိန်းများအဖြစ် ဖော်ပြပါ။

(က) $0.\overline{3}$ (ခ) $3.\overline{4}$ (ဂ) $11.\overline{1}$ (ဃ) $5.\overline{12}$

(င) $3.\overline{426}$ (စ) $4.\overline{26}$ (ဆ) $4.3\overline{12}$ (ဇ) $0.7\overline{125}$

၂။ $1.\overline{9}+3.\overline{12}$ ကိုရှင်းပါ။

၃။ $4.\overline{17}-3.\overline{9}$ ကိုရှင်းပါ။

၄။ $1.\overline{2}\times 2.\overline{3}$ ကိုရှင်းပါ။

၅။ $4.\overline{8}\div 2.\overline{4}$ ကိုရှင်းပါ။

အခန်း ၄ အချိုး၊အချိုးတူနှင့်ရာခိုင်နှုန်း

ယခုသင်ခန်းစာတွင် အချိုး၊ အချိုးတူနှင့် ရာခိုင်နှုန်းများအကြောင်းကို လေ့လာကြရမည်။ အချိုးတူကို မြေပုံနှင့် အခြားပုံစံငယ်များကို တွက်ချက်ဖော်ပြဆွဲသားရာတွင် အသုံးပြုနိုင်ကြောင်း လေ့လာကြရမည်။ ဤသင်ခန်းစာကို သင်ယူပြီးပါက အချိုးနှင့် ရာခိုင်နှုန်းများကိုသုံး၍ နေ့စဉ်ဘဝပြဿနာအချို့ကို ဖြေရှင်းတတ်မည်ဖြစ်သည်။

၄.၁ အချိုးနှင့်အချိုးတူ

အချိုးတစ်ခုကိုဖော်ပြရာတွင် အရေအတွက်များ နှိုင်းယှဉ်ခြင်းကို အရှင်းဆုံးပုံစံဖြင့်ဖော်ပြနိုင်ကြောင်းကို ဆဋ္ဌမတန်းတွင် လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခုအချိုးနှင့်အချိုးတူများအကြောင်းကို ဆက်လက်လေ့လာကြမည်။ အချိုးနှစ်ခုတူညီခြင်းကို **အချိုးတူ** ဟုခေါ်သည်။ အကယ်၍ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ဖြစ်လျှင် $a : b :: c : d$ ဟုရေးနိုင်ပြီး a, b, c, d တို့ကို **အချိုးတူကျသည်** ဟုဆိုသည်။

ဥပမာ ၁။ အတန်းတွင်းရှိကျောင်းသားအရေအတွက်သည် 45 ယောက်မှ 55 ယောက်သို့တိုးလာပါက လက်ရှိကျောင်းသားအရေအတွက်နှင့် မူလကျောင်းသား အရေအတွက်အချိုးသည် 55 : 45 ဖြစ်သည်။

$$\frac{\text{လက်ရှိ ကျောင်းသားအရေအတွက်}}{\text{မူလကျောင်းသားအရေအတွက်}} = \frac{55}{45} = \frac{11}{9}$$

ထို့ကြောင့် ကျောင်းသားအရေအတွက်သည် 11 : 9 အချိုးအတိုင်း တိုးလာသည်။

ဥပမာ ၂။ ကျောင်းသားအရေအတွက် 11 : 9 အချိုးအတိုင်းတိုးလာသော ကျောင်းတစ်ကျောင်းတွင် မူလရှိသောကျောင်းသားအရေအတွက်သည် 45 ယောက်ဖြစ်လျှင် တိုးပြီးနောက်ရှိလာသော ကျောင်းသားအရေအတွက်သည် $45 \times \frac{11}{9} = 55$ ယောက် ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၃။ ဂျာနယ်တိုက်တစ်ခုသည် နေ့စဉ်သတင်းစာ 1040 စောင်ရိုက်နှိပ်ရာမှ 650 စောင်သို့ လျှော့ချလိုက်ပါက လျှော့ချပြီးနောက်ရှိလာသောစောင်ရေ နှင့် မူလစောင်ရေ အချိုးသည် 650 : 1040 ဖြစ်သည်။

$$\frac{\text{လျှော့ချပြီးနောက်ရှိလာသောစောင်ရေ}}{\text{မူလစောင်ရေ}} = \frac{650}{1040} = \frac{5}{8}$$

ထို့ကြောင့် သတင်းစာစောင်ရေသည် 5 : 8 အချိုးအတိုင်း လျှော့ကျသည်။

ဥပမာ ၄။ သတင်းစာစောင်ရေ 5 : 8 အချိုးအတိုင်း လျှော့ချလိုက်သော ဂျာနယ်တိုက်တစ်ခုတွင် လျှော့ချပြီးနောက်ရှိလာသော စောင်ရေသည် 650 ဖြစ်သော် မူလရိုက်ရသော စောင်ရေသည် $650 \times \frac{8}{5} = 1040$ စောင်ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ ဈေးနှုန်းများကို 10 : 9 အတိုင်းမြှင့်တင်လိုက်ပါက ငွေ 180 ကျပ်တန် ပစ္စည်းတစ်ခု၏ဈေးနှုန်းသည် မည်မျှဖြစ်လာမည်နည်း။
ဈေးနှုန်းအသစ် $= 180 \times \frac{10}{9} = 200$ ကျပ်

ပုံစံတွက် ၂။ ဈေးနှုန်းများကို 3 : 5 အတိုင်းလျှော့ချလိုက်ပါက ငွေ 400 ကျပ်တန် ပစ္စည်းတစ်ခု၏ ဈေးနှုန်းသည် မည်မျှဖြစ်လာမည်နည်း။

ဈေးနှုန်းအသစ် $= 400 \times \frac{3}{5} = 240$ ကျပ်

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၁

၁။ အောက်ပါတို့ကိုအရှင်းဆုံးပုံစံဖြင့် ဖော်ပြပါ။

(က) 0.280 : 0.182 (ခ) 600 m : 1 km (ဂ) 2 kg : 800 g

၂။ 140 ကို အချိုး (က) 8 : 7 (ခ) 7 : 5 အတိုင်းတိုးမြှင့်ပါ။

၃။ 153 ကို အချိုး (က) 4 : 9 (ခ) 15 : 17 အတိုင်းလျှော့ချပါ။

၄။ အောက်ပါပေးထားသော ပမာဏနှင့် အချိုးများအတိုင်းတွက်ယူခြင်းဖြင့် တိုးမြှင့်ထားသော ပမာဏ သို့မဟုတ် လျှော့ချထားသောပမာဏတို့ကို ရှာပါ။
(က) 40 kg, 5 : 8 (ခ) 56 m, 8 : 7 (ဂ) 2.5 cm^2, 8 : 5

၅။ 35 ကို 49 ဖြစ်လာစေရန်မည်သည့်အချိုးဖြင့် တိုးမြှင့်ရမည်နည်း။

၆။ 144 kg ကို 108 kg ဖြစ်စေရန် မည်သည့်အချိုးဖြင့် လျှော့ချရမည်နည်း။

၇။ အလျား 5.5 cm အနံ 9 cm ရှိသော ဓာတ်ပုံတစ်ခုကို 7 : 5 အချိုးဖြင့် အကျယ်ချဲ့မည်။ အကျယ်ချဲ့ထားသော ဓာတ်ပုံ၏ အလျားနှင့် အနံ အတိုင်းအတာများကိုရှာပါ။

၈။ အလျား 210 m အနံ 120 m ရှိသော ကစားကွင်းပုံကို 1 cm : 30 m အချိုးဖြင့် ချုံ့၍ စာရွက်ပေါ်တွင်ဆွဲသော် စာရွက်ပေါ်ရှိကစားကွင်း၏အလျားနှင့် အနံ အတိုင်းအတာတို့ကို ရှာပါ။

၄.၂ တိုက်ရိုက်အချိုးတူ

စာအုပ်တစ်အုပ်၏ အရေအတွက်အလိုက်တန်ဖိုးများကိုအောက်ပါအတိုင်းဖော်ပြထားသည်။

စာအုပ်အရေအတွက်	တန်ဖိုး (ကျပ်ပေါင်း)
1	30
2	60
3	90
4	120
10	300

ပေးထားသော စာအုပ်အရေအတွက်တစ်ခုအတွက် ၎င်းနှင့်သက်ဆိုင်သော တန်ဖိုးတစ်ခုရှိပြီး ထိုတန်ဖိုးမှာလည်းတစ်ခုတည်းသာဖြစ်သည်။ ထို့အတူပေးထားသောတန်ဖိုးတစ်ခုအတွက်လည်း ၎င်းနှင့် သက်ဆိုင်သော စာအုပ်အရေအတွက်တစ်ခုရှိပြီး ထိုအရေအတွက်မှာ တစ်ခုတည်းသာ ဖြစ်သည်။

အထက်ပါဇယားတွင် ပထမဖော်ပြချက်သည် စာအုပ်တစ်အုပ်လျှင် 30 ကျပ်နှုန်းဖြစ်သည်ဟု ဆိုလိုသည်။ ထိုနှုန်းကို အခြားသော ဖော်ပြချက်ဖြင့်လည်း အောက်ပါအတိုင်း တွက်ယူနိုင်သည်။

ဥပမာ $\frac{60}{2}$ သို့မဟုတ် $\frac{90}{3}$ သို့မဟုတ် $\frac{120}{4}$ သို့မဟုတ် $\frac{300}{10}$ ဖြစ်သည်။

အရေအတွက်နှင့်တန်ဖိုးအလိုက်ဖော်ပြထားချက်တွင် စာအုပ်အရေအတွက်များလာလေလေ တန်ဖိုးများလာလေလေဖြစ်ပြီး စာအုပ်အရေအတွက်လျော့ကျလေလေ တန်ဖိုးလည်း လျော့ကျလေလေ ဖြစ်သည်။ အရေအတွက်နှင့်တန်ဖိုးတို့သည် တူညီသောအချိုးဖြင့် တိုးနေသည် သို့မဟုတ် လျော့နေသည်ကို တွေ့ရသည်။ ဤသည်ကို တန်ဖိုးသည် အရေအတွက်နှင့် **တိုက်ရိုက်အချိုးတူကျသည်** ဟုဆိုသည်။

ဆက်လက်၍ ခုကိန်းတွက်နည်းဖြင့် တိုက်ရိုက်အချိုးတူရှာခြင်းနှင့် အချိုးတွက်နည်းဖြင့် တိုက်ရိုက်အချိုးတူရှာခြင်းတို့ကို လေ့လာကြမည်။

၄.၂.၁ ခုကိန်းတွက်နည်း

ခုကိန်းတွက်နည်းတွင် စာအုပ် 1 အုပ်၏ တန်ဖိုး၊ 1 ကီလိုမီတာသွားရန် ကြာချိန် စသည်ဖြင့် နှုန်းများကို ရှေးဦးစွာရှာသည်။

ဥပမာ ၁။ ပိတ်စ 3 ကိုက်၏ တန်ဖိုးသည် 4500 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ပိတ်စ 5 ကိုက်၏ တန်ဖိုးကို ရှာမည်ဆိုပါစို့။

$$\begin{array}{rccccl} & \text{ပိတ်စအလျား} & : & \text{တန်ဖိုး} & \\ \div 3 & 3 & : & 4500 & \div 3 \\ & 1 & : & 1500 & \\ \times 5 & 5 & : & 7500 & \times 5 \end{array}$$

ထို့ကြောင့် ပိတ်စ 5 ကိုက်၏ တန်ဖိုးသည် 7500 ကျပ် ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ ကားဖြင့် 200 km သွားရန် 2 နာရီ 30 မိနစ် ကြာလျှင် 140 km ခရီးကို သွားရန် အချိန်မည်မျှကြာမည်နည်း။

$$\begin{array}{rccll} & \text{ခရီးအကွာအဝေး} & : & \text{ကြာချိန်} & \\ & 200 & : & 2 \text{ နာရီ } 30 \text{ မိနစ်} & \\ & 200 & : & 150 \text{ မိနစ်} & \\ \div 200 & 1 & : & \dfrac{150}{200} = \dfrac{3}{4} \text{ မိနစ်} & \div 200 \\ \times 140 & 140 & : & \dfrac{3}{4} \times 140 = 105 \text{ မိနစ်} & \times 140 \end{array}$$

$\therefore$ 140 km သွားရန် ကြာချိန် = 105 မိနစ် = 1 နာရီ 45 မိနစ်

၄.၂.၂ အချိုးဖြင့်တွက်နည်း

စာအုပ်အရေအတွက်		တန်ဖိုး (ကျပ်ပေါင်း)
3	→	90
4	→	?

စာအုပ်အရေအတွက်များအချိုးမှာ $\frac{4}{3}$ ဖြစ်၍သက်ဆိုင်ရာစာအုပ်တန်ဖိုးများအချိုးမှာလည်း $\frac{4}{3}$ ဖြစ်ရမည်။ ထို့ကြောင့်စာအုပ် 4 အုပ်တန်ဖိုးသည် $90 \times \frac{4}{3} = 120$ ကျပ်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၁။ ပိတ်စ 3 ကိုက် ဝယ်သည့်အခါ ငွေ 4500 ကျပ်ပေးရလျှင် ပိတ်စ 5 ကိုက်၏တန်ဖိုးကို ရှာမည် ဆိုပါစို့။

ပိတ်စ ပမာဏ		ပိတ်စတန်ဖိုး
3 ကိုက်	$\rightarrow$	4500 ကျပ်
5 ကိုက်	$\rightarrow$	?

ပိတ်စ 5ကိုက် နှင့် ပိတ်စ 3 ကိုက်တို့၏ အချိုးမှာ $\frac{5}{3}$ ဖြစ်သဖြင့် ပိတ်စ 5 ကိုက်တန်ဖိုးနှင့် ပိတ်စ 3 ကိုက်တန်ဖိုးတို့၏ အချိုးမှာလည်း $\frac{5}{3}$ ပင်ဖြစ်ရမည်။ သို့ဖြစ်၍ ပိတ်စ 5 ကိုက်တန်ဖိုးကို ရှာလိုလျှင် ပိတ်စ 3 ကိုက်တန်ဖိုး ကို $\frac{5}{3}$ ဖြင့်မြှောက်ရသည်။

$\therefore$ ပိတ်စ 5 ကိုက်၏ တန်ဖိုး $= \frac{5}{3} \times 4500 = 7500$ ကျပ်

ပုံစံတွက် ၁။ ထိုင်းဘတ်ငွေ 50 ကို မြန်မာငွေ 2000 ကျပ်ဖြင့် လဲလှယ်နိုင်၏။ ထိုင်းဘတ်ငွေ 80 သည် မြန်မာငွေမည်မျှနှင့် တန်ဖိုးတူညီသနည်း။

ထိုင်းဘတ်ငွေ		မြန်မာငွေ
50 ဘတ်	$\rightarrow$	2000 ကျပ်
80 ဘတ်	$\rightarrow$	?

$$= \frac{80}{50} \times 2000 = 3200 \text{ ကျပ်}$$

$\therefore$ ထိုင်းဘတ်ငွေ 80 နှင့်တူညီသော မြန်မာငွေ $= 3200$ ကျပ်

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၂

၁။ လက်ကိုင်ပုဝါ 3 ထည်ကို 650 ကျပ်ပေးရ၏။ 1 ဒါဇင်တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

၂။ ဆပ်ပြာတုံး 8 တုံးကို 4000 ကျပ်ပေးရ၏။ ဆပ်ပြာ 12 တုံးကို မည်မျှပေးရမည်နည်း။

၃။ မီးလုံး 15 လုံးကို 6000 ကျပ်ဈေးနှင့် ရောင်းသော် မီးလုံး 100 ရောင်းဈေးမှာ မည်မျှဖြစ်သနည်း။

၄။ 15 km ကွာဝေးသော ခရီးတစ်ခုအတွက် ကားငှားခမှာ မြန်မာငွေ 6000 ကျပ်ပေးရ၏။ 1km အတွက် ကားငှားခမည်မျှဖြစ်သနည်း။ 60 km အတွက် ကားငှားခမည်မျှဖြစ်သနည်း။

၅။ အိမ်ခန်းတစ်ခု၏ 3 လ ငှားရမ်းခငွေမှာ 75000 ကျပ် ဖြစ်၏။ တစ်လအိမ်ခန်းငှားခနှုန်းမှာ မည်မျှဖြစ်သနည်း။ တစ်နှစ်အတွက် အိမ်ခန်းငှားခနှုန်းမှာမည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

၆။ အလုပ်သမားတစ်ယောက်သည် တစ်နေ့လျှင် 8 နာရီအလုပ်လုပ်ခ 4800 ကျပ် ရရှိ၏။ ၎င်းနှုန်းထားအတိုင်း 42 နာရီအလုပ်လုပ်ရသော သီတင်းပတ်တစ်ခုအတွက် လုပ်အားခငွေမည်မျှ ရရှိမည်နည်း။

၇။ ကားတစ်စီးသည် 300 mile ကိုသွားရန် ဓာတ်ဆီ 48 ဂါလန်လို၏။ ဓာတ်ဆီ 30 ဂါလန်ဖြင့် ခရီးမည်မျှသွားနိုင်မည်နည်း။

၈။ ကားတစ်စီးသည် 456 km ခရီးအတွက် 40 လီတာကုန်၏။ 60 လီတာ ဆန့်သော တိုင်ကီတွင် ဓာတ်ဆီအပြည့်ပါလျှင် ခရီးမည်မျှသွားနိုင်မည်နည်း။

၉။ စာရွက် 350ကို ထပ်၍ထားလျှင် 2.1 cm ထူ၏။ စာရွက် 500 ကိုထပ်ထားလျှင် မည်မျှထူမည်နည်း။

၁၀။ 20 m မြင့်သော တိုက်တစ်လုံး၏ အရိပ်သည် 9 m ရှည်၏။ ထိုအချိန်တွင် 15 m မြင့်သော သစ်ပင်တစ်ပင်၏ အရိပ်သည် မည်မျှရှည်မည်နည်း။

၁၁။ စာအုပ် 72 အုပ်သည် 9 kg လေး၏။ စာအုပ်မည်မျှသည် 6 kg လေးမည်နည်း။ စာအုပ် 80 အုပ်သည် မည်မျှလေးမည်နည်း။

၁၂။ ကားတစ်စီးသည် 1 စက္ကန့်လျှင် 20 m ခရီးသွား၏။ ၎င်းသည် 1 နာရီတွင် ခရီးမည်မျှ သွားသနည်း။ (m, km တို့ဖြင့် ဖော်ပြပါ။)

၁၃။ ကလေးတစ်ယောက်သည် 120 m ခရီးကို လမ်းလျှောက်ရာတွင် ခြေလှမ်း 150 လှမ်းရသည်။ ခြေလှမ်း 250 လှမ်းလျှင် သူသည် ခရီးမည်မျှရောက်မည်နည်း။ 100 m ခရီးကို သွားရန် သူသည် ခြေလှမ်းမည်မျှ လှမ်းရမည်နည်း။

၁၄။ အမေရိကန်ငွေ 6.3 ဒေါ်လာကို အင်္ဂလိပ်ငွေ 5 ပေါင်ဖြင့် လဲလှယ်နိုင်၏။ 252 ဒေါ်လာသည် ပေါင်မည်မျှနှင့် တန်ဖိုးတူညီသနည်း။ ပေါင် 300 သည် ဒေါ်လာမည်မျှနှင့် တန်ဖိုးတူညီသနည်း။

၄.၃ မြေပုံနှင့်အခြားပုံစံများကိုအချိုးဖြင့်ဖော်ပြတွက်ချက်ခြင်း

မြေပုံများရေးဆွဲရာတွင်လည်းကောင်း၊ အိမ်၊ ကားနှင့် လေယာဉ်ပျံစသည်တို့၏ပုံစံငယ်များ ရေးဆွဲရာတွင်လည်းကောင်း တိုက်ရိုက်အချိုးတူနည်းကို အသုံးပြုနိုင်သည်။ မြေပုံပေါ်ရှိအကွာအဝေးများနှင့် မြေပြင်ပေါ်ရှိသက်ဆိုင်ရာ ပကတိအကွာအဝေးတို့၏အချိုးသည် အမြဲတူညီကြသည်။ ထို့အတူ အိမ်၊ ကား၊ လေယာဉ်ပျံတို့၏ ပုံစံအတိုင်းအတာများသည် ပကတိ အိမ်၊ ကား၊ လေယာဉ်ပျံတို့၏ ပုံစံအတိုင်းအတာများနှင့် တိုက်ရိုက်အချိုးတူသည်။

မြေပုံ သို့မဟုတ် ပုံစံတို့၏စကေး (scale) ကို အမှတ်အသားပြထားသောမျဉ်းများဖြင့်ပုံ ၄.၁ တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ဖော်ပြလေ့ရှိသည်။

1 cm = 1 km စကေး

ပုံ ၄.၁

ဤ ပုံ ၄.၁ တွင် 1 cm သည် 1 km ကို ဖော်ပြထားသည်။ ပုံတစ်ခု၏စကေးကို ပကတိ အချိုးဖြစ်သော $\dfrac{\text{ပုံပေါ်ရှိအကွာအဝေး}}{\text{ပကတိအကွာအဝေး}}$ ဖြင့်လည်းဖော်ပြလေ့ရှိသည်။

ဤအချိုးကို ကိုယ်စားပြုအပိုင်းကိန်းဟုခေါ်သည်။ ပုံ ၄.၁ တွင်ဖော်ပြထားသော စကေး အတွက် ကိုယ်စားပြုအပိုင်းကိန်း = $\dfrac{1\text{ cm}}{1\text{ km}} = \dfrac{1\text{ cm}}{1000\text{ m}} = \dfrac{1\text{ cm}}{1000\times 100\text{ cm}} = \dfrac{1}{100000}$ ဖြစ်သည်။

ယင်းအပိုင်းကိန်း $\dfrac{1}{100000}$ ကို 1: 100000 အချိုးဖြင့်လည်းဖော်ပြလေ့ရှိသည်။

ပုံစံတွက် ၁။ ကိုယ်စားပြုအပိုင်းကိန်း 1 : 10000 ရှိသောမြေပုံတစ်ခုအတွက်

(က) မြေပြင်ပေါ်ရှိ 1 km သည် မြေပုံပေါ်တွင် မည်မျှကွာဝေးသနည်း။

(ခ) မြေပုံပေါ်ရှိ 12.5 cm သည် မြေပြင်ပေါ်ရှိ မည်သည့်အကွာအဝေးကို ဖော်ပြသနည်း။

(က) မြေပုံပေါ်ရှိအကွာအဝေး = မြေပြင်ပေါ်ရှိပကတိအကွာအဝေး၏ $\dfrac{1}{10000}$

$= 1\text{ km} \times \dfrac{1}{10000}$

$= 1000\text{ m} \times \dfrac{1}{10000}$

$= 1000 \times 100\text{ cm} \times \dfrac{1}{10000} = 10\text{ cm}$

(ခ) မြေပြင်ပေါ်ရှိပကတိအကွာအဝေး = 10000 × မြေပုံပေါ်ရှိအကွာအဝေး

$= 10000 \times 12.5\text{ cm}$

$= 125000\text{ cm}$

$= 1250\text{ m} = \dfrac{1250}{1000}\text{ km} = 1.25\text{ km}$

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၃

၁။ ပုံစံတစ်ခု၏စကေးမှာ 1 : 100 ဖြစ်၏။ အောက်ပါပကတိအကွာအဝေးများကို ပုံစံပေါ်တွင် မည်သည့် အကွာအဝေးဖြင့် ဖော်ပြမည်နည်း။

(က) 154 cm　　(ခ) 6320 cm　　(ဂ) 26 cm

၂။ စကေး 1 : 1000 ရှိသော မြေပုံပေါ်ရှိ အောက်ပါအကွာအဝေးများသည် မည်သည့် ပကတိ အကွာအဝေးများကို ဖော်ပြကြသနည်း။

(က) 12 cm　　(ခ) 1.34 cm　　(ဂ) 0.285 cm

၃။ (က) စကေး 1cm : 2 km ရှိသော မြေပုံတစ်ခု၏ ပကတိအချိုးကို ရှာပါ။

(ခ) မြို့နှစ်မြို့သည် 9 km ကွာဝေးသော် မြေပုံပေါ်တွင် ၎င်းတို့ကြား အကွာအဝေးကိုရှာပါ။

(ဂ) မြေပုံပေါ်တွင် မြို့နှစ်မြို့အကွာအဝေးမှာ 27.4 cm ရှိသော် ၎င်းတို့သည် မည်မျှကွာဝေး ကြသနည်း။

၄။ မြေပုံတစ်ခု၏ ပကတိအချိုးသည် $\frac{1}{5000}$ ဖြစ်သော်

(က) မြေပုံပေါ်တွင် မည်သည့်အတိုင်းအတာသည် 42 km ကို ကိုယ်စားပြုသနည်း။

(ခ) မြေပုံပေါ်တွင် 11.8 cm သည် km မည်မျှကို ကိုယ်စားပြုသနည်း။

၅။ အဆောက်အအုံပုံစံတစ်ခု၏ စကေးမှာ $\frac{1}{500}$ ဖြစ်၏။

(က) ပုံစံပေါ်တွင် အရှည် 6.8 cm နှင့် အနံ 3.7 cm ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံသည် ပကတိ အတိုင်းအတာ မည်မျှရှိသနည်း။

(ခ) ပုံစံပေါ်တွင် 1 cm^2 ရှိသော ဧရိယာသည် မြေပြင်ပေါ်တွင် m^2 ဖြင့် တိုင်းတာသော် ဧရိယာ မည်မျှကို ကိုယ်စားပြုမည်နည်း။ ပုံစံပေါ်တွင် 32 cm^2 ရှိသောအဆောက်အအုံ သည် ပကတိဧရိယာမည်မျှရှိမည်နည်း။

၄.၄ ပြောင်းပြန်အချိုးတူ

လေယာဉ်ပျံဖြင့် အတ္တလန္တိတ်သမုဒ္ဒရာကိုကျော်ဖြတ်ရာတွင် အမြန်နှုန်းအသီးသီးအတွက် ကြာသောအချိန်များကို အောက်ပါအတိုင်းဖော်ပြထားသည်။

တစ်နာရီသွားသောအမြန်နှုန်း (km)	480	600	800	960	1200
သွားရန်ကြာသောအချိန်(နာရီ)	10	8	6	5	4

အထက်ပါဇယားတွင် တစ်နာရီတွင် သွားသော km နှင့် ကျော်ဖြတ်ရန် ကြာသောနာရီတို့၏ ဆက်သွယ်ချက်ကို ဇယားဖြင့် ပြထားသည်။

ပထမတိုင်နှင့်တတိယတိုင်ရှိ အမြန်နှုန်းများအချိုး $= \dfrac{\text{ပထမတိုင်ရှိ အမြန်နှုန်း}}{\text{တတိယတိုင်ရှိ အမြန်နှုန်း}} = \dfrac{480}{800} = \dfrac{3}{5}$

ပထမတိုင်နှင့်တတိယတိုင်ရှိ ကြာချိန်နာရီများအချိုး $= \dfrac{\text{ပထမတိုင်ရှိ ကြာချိန်}}{\text{တတိယတိုင်ရှိ ကြာချိန်}} = \dfrac{10}{6} = \dfrac{5}{3}$

ကြာသောနာရီတို့၏ အချိုး $\frac{5}{3}$ သည် အမြန်နှုန်းတို့၏အချိုးဖြစ်သော $\frac{3}{5}$ ၏ပြောင်းပြန်အချိုးပင် ဖြစ်သည်။ အမြန်နှုန်းကို နှစ်ဆမြှင့်တင်လိုက်ပါက ကြာသောအချိန်မှာ တစ်ဝက်ဖြစ်သွားမည်။ အမြန်နှုန်းကို တစ်ဝက်သို့လျှော့ချပါက ကြာသောအချိန်မှာ နှစ်ဆဖြစ်သွားမည်။ အမြန်နှုန်းများ လေလေ ကျော်ဖြတ်ရန်ကြာချိန်နည်းလေလေဖြစ်သည်ကို တွေ့ရသည်။ အမြန်နှုန်းသည် ကြာသောအချိန်နှင့် ပြောင်းပြန်အချိုးတူကျသည်။

မှတ်ချက်။ ။ အထက်ပါဇယားတွင် တိုင်တစ်ခုစီရှိ တစ်နာရီသွားသော km နှင့်ကြာသော နာရီတို့၏ မြှောက်လဒ်သည် မည်သည့်တိုင်အတွက်မဆို အတူတူပင်ဖြစ်သည်။ တစ်နည်းဆိုသော် တိုင်တစ်ခုစီရှိ အမြန်နှုန်းနှင့်ကြာချိန်တို့ မြှောက်လဒ်သည် ကိန်းသေတစ်ခုဖြစ်သည်။ ၎င်းမြှောက်လဒ်များသည် အတ္တလန္တိတ်သမုဒ္ဒရာကိုကျော်ဖြတ်ရသော ခရီးအကွာအဝေး 4800 km ကိုပေးသည်။

ထို့ကြောင့် လေယာဉ်သွားသောခရီးအကွာအဝေး $= 480 \times 10 = 600 \times 8$

$= 800 \times 6 = 960 \times 5$

$= 1200 \times 4 = 4800$ km ဖြစ်သည်။

၄.၄.၁ မြှောက်လဒ်တွက်နည်း

ပုံစံတွက် ၁။ သကြားလုံးတစ်ထုပ်ကိုကလေး 15 ယောက်အားအညီအမျှဝေပေးပါက တစ်ယောက်လျှင် 12 လုံးစီရ၏။ အကယ်၍ ထိုသကြားလုံးထုပ်ကို ကလေး 20 ယောက်အား ဝေပေးပါက ကလေးတစ်ယောက်လျှင် သကြားလုံးမည်မျှစီရမည်နည်း။

သကြားလုံးထုပ်ထဲရှိ သကြားလုံးစုစုပေါင်း $= 15 \times 12 = 180$ လုံး

$\therefore$ ကလေး 20 ယောက် အားဝေပေးလျှင် ကလေးတစ်ယောက်စီရရှိမည်သကြားလုံး $= \dfrac{180}{20} = 9$ လုံး

၄.၄.၂ အချိုးဖြင့်တွက်နည်း

ဥပမာ ၁။ မြို့ A မှ မြို့ B သို့ကားဖြင့် 1 နာရီလျှင် 75 km နှုန်းမောင်းပါက 16 နာရီကြာ မောင်းရ၏။ ထိုခရီးကို 12 နာရီဖြင့်သွားနိုင်ရန် မောင်းရမည့်ပျမ်းမျှအမြန်နှုန်းကို ရှာမည် ဆိုပါစို့။

ကြာသောအချိန် (နာရီ)		တစ်နာရီသွားသောအမြန်နှုန်း (km)
16	$\rightarrow$	75
12	$\rightarrow$	?

ကြာသောအချိန်များအချိုး $= \dfrac{12}{16}$ ဖြစ်သည်။ အမြန်နှုန်းနှင့် ကြာသောအချိန်တို့ ပြောင်းပြန်အချိုးတူကြောင်း သိရှိထားသဖြင့် လိုအပ်သောအမြန်နှုန်းကိုရရန် $\dfrac{16}{12}$ ဖြင့် 75 ကို မြှောက်ပေးရမည်ဖြစ်သည်။ ထိုအခါ အမြန်နှုန်း $= \dfrac{16}{12} \times 75 = \dfrac{4}{3} \times 75 = 100$ km ကိုရသည်။ ထို့ကြောင့် ပျမ်းမျှအမြန်နှုန်းမှာ 1နာရီလျှင် 100 km ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ လူ 25 ယောက်တို့ 32 ရက်လုပ်ရသော အလုပ်တစ်ခုကို လူ 20 တို့လုပ်လျှင် ရက်ပေါင်းမည်မျှကြာမည်နည်း။

လူဦးရေ		အလုပ်လုပ်ရသောရက်
25 ယောက်	$\rightarrow$	32 ရက်
20 ယောက်	$\rightarrow$	?

$= \dfrac{25}{20} \times 32 = 40$ ရက်

$\therefore$ လူ 20 အလုပ်လုပ်ရသော ရက်ပေါင်း $=$ 40 ရက်

မှတ်ချက်။ ။၄.၄.၁ တွင် ဖော်ပြထားသော မြှောက်လဒ်တွက်နည်းဖြင့်တွက်သော ပုစ္ဆာကို အချိုးဖြင့် တွက်နည်းနှင့်လည်း တွက်နိုင်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၄

၁။ ကားတစ်စီးသည် ခရီးတစ်ခုကို 1 နာရီလျှင် 50 km နှုန်းနှင့် 12 နာရီကြာ မောင်းရ၏။ ထိုခရီးကို 10 နာရီဖြင့် အရောက်သွားရန် လိုအပ်သောအမြန်နှုန်းကို ရှာပါ။

၂။ ကလေးတစ်ယောက်၏ခြေလှမ်းသည် 60 cm ကျယ်၍သူ့အဖေ၏ ခြေလှမ်းသည် 72 cm ကျယ်၏၊ ခရီးတစ်ခုကို ကလေးသည် ခြေလှမ်း 840 ဖြင့်သွား၏။ ထိုခရီးကို သူ၏ အဖေသည် ခြေလှမ်းမည်မျှဖြင့် သွားမည်နည်း။

၃။ မူရင်းစာအုပ်တစ်အုပ်တွင် စာမျက်နှာ 240 ပါရှိပြီး ပျမ်းမျှအားဖြင့် တစ်မျက်နှာတွင် စာလုံး 300 ပါရှိ၏၊ ထိုစာအုပ်ကို စာလုံးအသေးဖြင့် ပြန်၍ပုံနှိပ်သောအခါ တစ်မျက်နှာတွင် စာလုံး 360 ပါဝင်၏။ စာအုပ်အသစ်တွင် စာမျက်နှာ မည်မျှပါရှိသနည်း။

၄။ ကန်ထရိုက်တာတစ်ယောက်သည် အလုပ်တစ်ခုကို လူ 280 နှင့် 9 လကြာ လုပ်ရမည်ဟု ခန့်မှန်းထား၏၊ ထိုအလုပ်ကို 7လ နှင့် အပြီးလုပ်နိုင်ရန် နောက်ထပ် လူမည်မျှ ခေါ်ယူရမည်နည်း။

၅။ တစ်နာရီလျှင် 9600 km နှုန်းဖြင့်သွားနေသော အာကာသယာဉ်တစ်စီးသည် လပေါ်သို့ ရောက်ရှိရန် နာရီ 40 ကြာပျံသန်းရ၏၊ အကယ်၍ ထိုယာဉ်သည် တစ်နာရီလျှင် 40000 km နှုန်းဖြင့် ပျံသန်းခဲ့လျှင် လပေါ်သို့ရောက်ရှိရန် အချိန်မည်မျှ ကြာမည်နည်း။

တိုက်ရိုက်အချိုးတူ	ပြောင်းပြန်အချိုးတူ
ပမာဏတစ်ခုတိုးလာသောအခါ အခြားပမာဏတစ်ခုသည် တူညီသောနှုန်းအတိုင်း တိုးလာလျှင် သို့မဟုတ် ပမာဏတစ်ခု လျော့သွားသောအခါ အခြားပမာဏတစ်ခုသည် တူညီသောနှုန်းအတိုင်း လျော့သွားလျှင် ထိုပမာဏနှစ်ခုသည် **တိုက်ရိုက်အချိုးတူ** ဖြစ်သည်။	ပမာဏတစ်ခုတိုးလာသောအခါ အခြားပမာဏတစ်ခုသည် လျော့သွားလျှင် သို့မဟုတ် ပမာဏတစ်ခု လျော့သွားသောအခါ အခြားပမာဏတစ်ခုတိုးလာလျှင် ထိုပမာဏနှစ်ခုသည် **ပြောင်းပြန်အချိုးတူ** ဖြစ်သည်။
ဥပမာ။ အလုပ်သမား 4 ယောက် ငှားရမ်းခသည် 20000 ကျပ်ဖြစ်သည်ဆိုပါစို့။	ဥပမာ။ အလုပ်သမား 4 ယောက် အလုပ်တစ်ခုကို ရက် 20 နှင့် ပြီးမြောက်အောင် ဆောင်ရွက်နိုင်သည် ဆိုပါစို့။
အလုပ်သမားဦးရေ ငှားရမ်းခ 4 20000 × 2 8 40000 × 2 ÷ 4 1 5000 ÷ 4	အလုပ်သမားဦးရေ အလုပ်လုပ်ရမည့်ရက် 4 20 × 2 8 10 ÷ 2 ÷ 4 1 80 × 4

၄.၅ ရာခိုင်နှုန်း

၄.၅.၁ ကိန်းရောပါရှိသည့်ရာခိုင်နှုန်းဖော်ပြချက်များ

အပေါင်းကိန်းပြည့်များပါရှိသည့် ရာခိုင်နှုန်းဖော်ပြချက်တို့ကို ဆဋ္ဌမတန်းတွင် လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ဆက်လက်၍ ကိန်းရောပါရှိသည့် ရာခိုင်နှုန်းဖော်ပြချက်တို့ကို လေ့လာကြမည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $\frac{5}{7}$ ကို ရာခိုင်နှုန်းဖြင့်ပြပါ။

$$\frac{5}{7} = (\frac{5}{7} \times 100)\,\% = \frac{500}{7}\,\% = 71\frac{3}{7}\,\%$$

ပုံစံတွက် ၂။ 0.379 ကို ရာခိုင်နှုန်းဖြင့်ပြပါ။

$$0.379 = (0.379 \times 100)\,\% = 37.9\% = 37\frac{9}{10}\,\%$$

ပုံစံတွက် ၃။ $6\frac{1}{4}\%$ ကို အပိုင်းကိန်းပြောင်းပြီး အငယ်ဆုံးကျဉ်းပိုင်းဖွဲ့ပြပါ။

$$6\frac{1}{4}\ \% = \frac{6\frac{1}{4}}{100} = \frac{\frac{25}{4}}{100} = \frac{25}{4}\times\frac{1}{100} = \frac{1}{16}$$

ပုံစံတွက် ၄။ $11\frac{1}{9}\ \%$ ကို အပိုင်းကိန်းပြောင်းပြီး အငယ်ဆုံးကျဉ်းပိုင်းဖွဲ့ပြပါ။

$$11\frac{1}{9}\ \% = \frac{11\frac{1}{9}}{100} = \frac{\frac{100}{9}}{100} = \frac{100}{9}\times\frac{1}{100} = \frac{1}{9}$$

၄.၅.၂ တစ်ရာရာခိုင်နှုန်းထက်ကြီးသည့်ရာခိုင်နှုန်းများ

100% ထက်ကြီးသည့် ရာခိုင်နှုန်းများကို ဆက်လက်လေ့လာကြမည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $5\frac{1}{4}$ ကို ရာခိုင်နှုန်းဖြင့်ပြပါ။

$$5\frac{1}{4} = \left(\frac{21}{4}\times 100\right)\% = 525\ \%$$

ပုံစံတွက် ၂။ 125 %ကို ကိန်းရောပုံစံအပိုင်းကိန်းဖြင့်ပြပါ။

$$125\ \% = \frac{125}{100} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

၄.၅.၃ ရာခိုင်နှုန်းဆိုင်ရာပုစ္ဆာများဖြေရှင်းခြင်း

ရာခိုင်နှုန်းဆိုင်ရာ ပုစ္ဆာများဖြေရှင်းခြင်းနှင့်ပတ်သက်၍ ယခုသင်ခန်းစာတွင် အောက်ပါအချက် သုံးချက်ကို အခြေခံ၍ ပုစ္ဆာအမျိုးအစား သုံးမျိုး ခွဲခြားလေ့လာကြမည်။

(က) ပေးရင်းကိန်းတစ်ခုကို အခြားကိန်းတစ်ခု၏ ရာခိုင်နှုန်းအဖြစ်ဖော်ပြခြင်း။

(ခ) ကိန်းတစ်ခု၏ ရာခိုင်နှုန်းတစ်ရပ်ကိုရှာခြင်း။

(ဂ) ကိန်းတစ်ခု၏ ရာခိုင်နှုန်းတစ်ရပ်ကို ပေးထားပြီး ထိုကိန်းကိုရှာခြင်း။

ပုံစံတွက် ၁။ 480 m သည် 4 km ၏ မည်သည့်ရာခိုင်နှုန်းဖြစ်သနည်း။

4 km = 4000 m

480 m သည် 4 km ၏ $\frac{480}{4000}$ ဖြစ်သည်။

$$\frac{480}{4000} = \left(\frac{480}{4000}\times 100\right)\% = 12\%$$

ထို့ကြောင့် 480 m သည် 4 km ၏12% ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၂။ ငွေ 60 ကျပ်၏ $6\frac{2}{3}$ % ကိုရှာပါ။

ငွေ 60 ကျပ်၏ $6\frac{2}{3}\% = 60 \times \dfrac{6\frac{2}{3}}{100} = 60 \times \dfrac{\frac{20}{3}}{100}$

$= 60 \times \dfrac{20}{300} = 4$ ကျပ်

ပုံစံတွက် ၃။ ကြက်မွေးမြူသူတစ်ဦးသည် သူ့တွင်ရှိသော ကြက်ကောင်ရေ၏ 12 % ကို ရောင်းလိုက်သည်။ ရောင်းလိုက်သည့် ကြက်အရေအတွက်သည် 168 ကောင်ဖြစ်လျှင် မူလက သူ့တွင်ရှိသည့် ကြက်ကောင်ရေကိုရှာပါ။

မူလကြက်ကောင်ရေ၏ 12 % သည် 168 ကောင်ဖြစ်၏။

မူလကြက်ကောင်ရေ $\times \dfrac{12}{100} = 168$

မူလကြက်ကောင်ရေ $= \dfrac{100}{12} \times 168 = 1400$ ကောင်

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၅

၁။ အောက်ပါရာခိုင်နှုန်းတို့ကို အပိုင်းကိန်းပြောင်းပြီး အငယ်ဆုံးကျဉ်းပိုင်းဖွဲ့ပြပါ။

(က) $5\frac{1}{2}$ %　(ခ) $32\frac{1}{2}$ %　(ဂ) $10\frac{5}{7}$ %　(ဃ) $9\frac{1}{5}$ %

၂။ အောက်ပါကိန်းရောတို့ကို ရာခိုင်နှုန်းဖြင့်ပြပါ။

(က) $4\frac{1}{4}$　(ခ) $2\frac{1}{5}$　(ဂ) $5\frac{3}{4}$　(ဃ) $6\frac{3}{5}$

၃။ အောက်ပါရာခိုင်နှုန်းတို့ကို ကိန်းရောအဖြစ်ပြောင်းပါ။

(က) 225 %　(ခ) 175 %　(ဂ) 450 %　(ဃ) 325 %

၄။ အောက်ပါတို့သည် 1m ၏ မည်သည့်ရာခိုင်နှုန်းများဖြစ်သနည်း။

(က) 1 cm　(ခ) 50 cm　(ဂ) 25 cm　(ဃ) 100 cm

၅။ အောက်ပါတို့၏တန်ဖိုးများကိုရှာပါ။

(က) 50 ကျပ် ၏ 12 %　(ခ) 120 ကျပ် ၏ $2\frac{1}{2}$ %

(ဂ) 12 km ၏ $66\frac{2}{3}$ %　(ဃ) 800 g ၏ 20 %

၆။ ကျောင်းတစ်ကျောင်းတွင် ကျောင်းသားဦးရေ 860 ယောက်ရှိရာမှ 5% တိုးလာလျှင် တိုးလာသောဦးရေမည်မျှနည်း။

၇။ ကျောင်းသားတစ်ဦးသည် နံနက် 8 နာရီတွင် ကျောင်းသို့သွားရန် အိမ်မှထွက်၍ညနေ 4 နာရီတွင် ပြန်လာသော် အိမ်တွင်မရှိသည့်အချိန်သည် တစ်နေ့၏ မည်သည့်ရာခိုင်နှုန်း ဖြစ်သနည်း။

၈။ စပါးပုံတစ်ပုံ၏ 33% သည် 10 kg လေးသော် စပါးပုံတစ်ပုံလုံး၏ အလေးချိန်ကိုရှာပါ။

၉။ မွေးမြူရေးသမားတစ်ဦးသည် သူပိုင်သည့် ဆိတ်အားလုံး၏ 4% ဖြစ်သည့် ဆိတ် 8 ကောင်ကို ရောင်းလိုက်သော် မူလက ဆိတ်ကောင်ရေ မည်မျှပိုင်ဆိုင်ခဲ့သနည်း။

၁၀။ လူတစ်ဦးသည် သူ၏ သားနှင့်သမီးအားမုန့်ဖိုး 36000 ကျပ်ပေးသည်။ သားသည် ထိုငွေ၏ 45% ကိုရပြီး ကျန်ငွေကို သမီးကရသည်။

(က) သားရသောငွေကိုရှာပါ။

(ခ) သမီးရသောငွေကို ရှာပါ။

(ဂ) သမီးသည် ငွေစုစုပေါင်း၏ မည်သည့်ရာခိုင်နှုန်းကို ရရှိမည်နည်း။

အခန်း ၅ အက္ခရာကိန်းတန်းများ

ဤသင်ခန်းစာတွင် အက္ခရာကိန်းတန်းများနှင့် ယင်းတို့တွင်ပါရှိသော မျိုးတူကိန်းလုံးများ၊ မျိုးမတူကိန်းလုံးများအကြောင်းကိုဆွေးနွေးမည်။ ထို့ပြင် အက္ခရာကိန်းတန်းများကို အမျိုးအစားခွဲခြား၍ အက္ခရာကိန်းတန်းများပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်း၊ မျိုးတူကိန်းလုံးများစုစည်း၍ အက္ခရာကိန်းတန်းများရှင်းခြင်း၊ အက္ခရာကိန်းတန်းများကိုအခြေခံ၍ ကွင်းအမျိုးမျိုးအသုံးပြုဖော်ပြခြင်း၊ အက္ခရာကိန်းတန်းများမြှောက်ခြင်း၊ စားခြင်းနှင့် အက္ခရာကိန်းတန်းတစ်ခု၏တန်ဖိုးရှာခြင်းတို့ကို လေ့လာကြရမည်။

ဤသင်ခန်းစာကိုသင်ယူပြီးပါက အက္ခရာကိန်းတန်းများဆိုင်ရာလုပ်ထုံးများကိုသိရှိပြီး အက္ခရာကိန်းတန်းများကို အလွယ်တကူဖြေရှင်းတတ်မည်။

၅.၁ အက္ခရာကိန်းတန်းများအမျိုးအစားခွဲခြားခြင်း

အက္ခရာကိန်းတန်းများကို အမျိုးအစားခွဲခြားရန် ကိန်းလုံး (term) တစ်ခု၊ နှစ်ခုနှင့် သုံးခုတို့ပါရှိသော ကိန်းတန်းများကို စတင်လေ့လာကြမည်။

ကိန်းလုံးတစ်ခုသာ ပါရှိသောကိန်းတန်းကို **မိုနိုမီယယ်** (monomial) ဟုခေါ်သည်။

မိုနိုမီယယ်များ	$2y$	xy	$3p$	4

ကိန်းလုံးနှစ်ခု ပါဝင်သောကိန်းတန်းကို **ဘိုင်နိုမီယယ်** (binomial) ဟုခေါ်သည်။

ဘိုင်နိုမီယယ်များ	$3x - 2y$	$2v + 2w$	$3a + 5b$

ကိန်းလုံးသုံးခု ပါဝင်သောကိန်းတန်းကို **ထြိုင်နိုမီယယ်** (trinomial) ဟုခေါ်သည်။

ထြိုင်နိုမီယယ်များ	$3a + 4bc - d$	$3x - 4y + 3z$	$5p - q + r$

မိုနိုမီယယ်	ဘိုင်နိုမီယယ်	ထြိုင်နိုမီယယ်
$7x^2$	$2x + 6y$	$5x - 2y + 4z$

၅.၁.၁ မြှောက်ဖော်ကိန်း (Coefficient)

အက္ခရာကိန်းတန်းများတွင်ပါရှိသည့် ကိန်းလုံးတို့၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းများကို ကျွန်ုပ်တို့ဦးစွာ လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ ၁။ x, $-p$ နှင့် $\frac{3}{4}ab$ တို့၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းများကို လေ့လာကြပါစို့။

ကိန်းတန်း x တွင် 1 သည် x ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းဖြစ်သည်။

ကိန်းတန်း $-p$ တွင် -1 သည် p ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းဖြစ်သည်။

ကိန်းတန်း $\frac{3}{4}ab$ တွင် $\frac{3}{4}$ သည် ab ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းဖြစ်သည်။

ယင်းတွင် $ab = a \times b$ ဖြစ်ပြီး a နှင့် b တို့ကို **အက္ခရာဆခွဲကိန်းများ** (literal factors) ဟုခေါ်သည်။ 1, -1, $\frac{3}{4}$ တို့ကိုမူ **ကိန်းဂဏန်းဆခွဲကိန်းများ** (numerical factors) သို့မဟုတ် **မြှောက်ဖော်ကိန်းများ** (coefficients) ဟုခေါ်သည်။

ဥပမာ ၂။ $2x - 3y + 8$ ကိန်းတန်းကို လေ့လာကြည့်ပါစို့။

$2x$ တွင် 2 သည် x ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်း။

$-3y$ တွင် -3 သည် y ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းဖြစ်ပြီး 8 သည် အက္ခရာမပါသော ကိန်းလုံးဖြစ်သည်။

အဆိုပါ 8 ကဲ့သို့ အက္ခရာမပါသောကိန်းလုံးတို့ကို **ကိန်းသေကိန်းလုံး**(constant term) ဟုခေါ်သည်။

အက္ခရာကိန်းတန်းများ	ကိန်းလုံးများ (Terms)	ဆခွဲကိန်းများ (Factors)	မြှောက်ဖော်ကိန်းများ (Coefficients)
$15xy + 4$	$15xy$ 4	$15,x,y$ 4	15
$-18pq + y^2z$	$-18pq$ y^2z	$-18,p,q$ y,y,z	-18 1
$17x^2yq + 24m$	$17x^2yq$ $24m$	$17,x,x,y,q$ $24,m$	17 24
$xy - y$	xy $-y$	x,y $-1,y$	1 -1
$10a - 9b$	$10a$ $-9b$	$10,a$ $-9,b$	10 -9
$16p^2q - 10xy + 13n$	$16p^2q$ $-10xy$ $13n$	$16,p,p,q$ $-10,x,y$ $13,n$	16 -10 13

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၁

၁။ အောက်ပါတို့မှ မည်သည်တို့သည် မိုနိုမီယယ်၊ ဘိုင်နိုမီယယ်နှင့် ထြိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းများ ဖြစ်သည်ကို ဖော်ပြပါ။

(က) $5 - 2y$ (ခ) $ab + 3$ (ဂ) $20abc$

(ဃ) $4a^2 - 2b + 6$ (င) $x + 5$ (စ) $5x^2$

(ဆ) $13yz^2$ (ဇ) $4p + 3q - 7r$ (ဈ) $8x^2 - x + 11$

၂။ အောက်ပါအက္ခရာကိန်းတန်းတို့မှ မြှောက်ဖော်ကိန်းများကို ဖော်ပြပါ။

(က) $6y$ (ခ) $13g$ (ဂ) $9cd$ (ဃ) $-10pq$ (င) $-7k$ (စ) $6abc$

(ဆ) $4t$ (ဇ) $-2h$ (ဈ) $10b$ (ည) $3xyz$ (ဋ) $5p$ (ဌ) $-8st$

၃။ အောက်ပါတို့တွင် ကိန်းလုံးတစ်ခုစီရှိ မြှောက်ဖော်ကိန်းအသီးသီးကို ထိုကိန်းလုံးတစ်ခုစီနှင့် ယှဉ်တွဲ ဖော်ပြပါ။

(က) $40a - 8b + 32c$ (ခ) $x + 7y + 5$ (ဂ) $\frac{1}{4}xy + \frac{2}{3}ab$

(ဃ) $8m - 12n$ (င) $7x - y + z$ (စ) $17xyz$

(ဆ) $-3mn + 8rs$ (ဇ) $11p + 9q + 4r$ (ဈ) $4a + \frac{1}{2}b + \frac{2}{7}c$

၅.၂ မျိုးတူကိန်းလုံးများနှင့်မျိုးမတူကိန်းလုံးများ (Like Terms and Unlike Terms)

ကိန်းလုံးတို့ကို အသေးစိတ်လေ့လာကြည့်လျှင် အချို့မှာ အက္ခရာဆခွဲကိန်းချင်းတူညီကြ၍ အချို့မှာ အက္ခရာဆခွဲကိန်းချင်း မတူညီကြကြောင်းကို တွေ့ကြရမည်။

အက္ခရာကိန်းတန်းနှစ်ခု $6xy + 5x$ နှင့် $-2xy + 3x$ တို့ကိုလေ့လာကြပါစို့။

$6xy$ နှင့် $-2xy$ တို့သည် မျိုးတူကိန်းလုံးများဖြစ်ပြီး $5x$ နှင့် $3x$ တို့သည်လည်း မျိုးတူကိန်းလုံးများ ဖြစ်ကြသည်ကို တွေ့ရသည်။

အောက်ပါဇယားတွင် မျိုးတူကိန်းလုံးများနှင့် မျိုးမတူကိန်းလုံးများကို ဥပမာအနေဖြင့် ဖော်ပြထားပါသည်။

မျိုးတူကိန်းလုံးများ	မျိုးမတူကိန်းလုံးများ
3a, 7a	4a, 8b, c
$9x^2, -5x^2$	$2y, y^2$
$-p^2q, 5p^2q$	$-pq^2, -6p^2q$
11, –2	15w, 15

အက္ခရာဆခွဲကိန်းများတူညီပြီး ယင်းတို့၏ထပ်ညွှန်းများတူညီသည့် ကိန်းလုံးများကို မျိုးတူကိန်းလုံးများ (like terms) ဟုခေါ်သည်။ အက္ခရာဆခွဲကိန်းမပါသော ကိန်းလုံးအချင်းချင်းသည်လည်း မျိုးတူသည်။

ဥပမာ ။ 2a + 5b – 3c, 7x – 3y နှင့် 4pq – 3qr – 4rs + 3st အက္ခရာကိန်းတန်းများတွင် မျိုးတူကိန်းလုံးများ မပါရှိပါ။ ကိန်းလုံးအားလုံးသည် မျိုးမတူကိန်းလုံးများသာ ဖြစ်ကြသည်။

အက္ခရာဆခွဲကိန်းချင်းမတူညီလျှင် သို့မဟုတ် ယင်းတို့၏ထပ်ညွှန်းမတူညီလျှင် ထိုကိန်းလုံးများကို မျိုးမတူကိန်းလုံးများ (unlike terms) ဟုခေါ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၂

၁။ အောက်ပါတို့ကို မျိုးတူကိန်းလုံးများနှင့် မျိုးမတူကိန်းလုံးများခွဲခြား၍ ဇယားဖြင့် ဖော်ပြပါ။

(က) 5x, –9x (ခ) 14ht, –21rs (ဂ) 18ab, 18ba (ဃ) 7, –8

(င) 15p, –16p (စ) 11mn, –11mn (ဆ) 15pq, –16pq (ဇ) 11xy, 11yz

၂။ အောက်ပါတို့တွင် မျိုးတူကိန်းလုံးများရှိလျှင် ယင်းတို့ကိုယှဉ်တွဲ၍ ဖော်ပြပါ။

(က) 4p + 6q – 2p + 9q
(ခ) 7x + 12y – 10z
(ဂ) 3j + 2k + 5j – k
(ဃ) 15xyz – 13xyz
(င) 9mn – 4nm + 2mn – nm
(စ) 2st + 5uv + 14wx
(ဆ) 4cd + 11ef – 8cd + 3ef
(ဇ) 2ab + 7c + 5ab – 8c
(ဈ) 18z – 13w + 2z – 11w
(ည) 4g + 6h – 2g – 3h
(ဋ) 19xy + 5x – 6xy + 2x
(ဌ) 7v + 2w – 5v – 3w

၅.၃ အက္ခရာကိန်းတန်းများပေါင်းခြင်း၊နုတ်ခြင်း

အက္ခရာကိန်းတန်းများ ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းပြုလုပ်ရာတွင် မျိုးတူကိန်းလုံး အချင်းချင်းကိုသာ ပေါင်းရန်၊ နုတ်ရန်ဖြစ်ပြီး မျိုးမတူကိန်းလုံးများကိုမူ ပေါင်း၍၊ နုတ်၍မရကြောင်းကို လေ့လာကြမည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $4x + 6x$ ၏ပေါင်းလဒ်ကို ရှာပါ။

$$\begin{aligned} 4x + 6x &= (4 + 6)x \\ &= 10x \end{aligned}$$

ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိအရ
$a(b + c) = ab + ac$

ပုံစံတွက် ၂။ $4t + 7t - 5t$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} 4t + 7t - 5t &= (4 + 7 - 5)t \\ &= 6t \end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၃။ $2x + 5y$ ကို ရှင်းပါ။

$2x + 5y$ တွင် မျိုးမတူကိန်းလုံးများသာ ပါရှိသဖြင့် ဤကိန်းတန်းကို ရှင်း၍မရပါ။

> ကိန်းတန်းတစ်ခုကိုရှင်းရာတွင် မျိုးတူကိန်းလုံးများကို ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းဖြင့် မျိုးတူကိန်းလုံးတစ်ခုတည်းသာ ရရှိအောင်ပြုလုပ်နိုင်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၃

၁။ အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(က) $12p - 7p$	(ခ) $2y^2 - y^2 + y^2$	(ဂ) $14cd - 8cd$
(ဃ) $2x + 3x - 4x$	(င) $6z + 11z - 16z$	(စ) $12a - 7a + 2a$
(ဆ) $8y - 5y$	(ဇ) $7x^2 + 3x^2$	(ဈ) $\frac{1}{2}b + \frac{1}{2}b$

၂။ အောက်ပါတို့ကို ရှင်း၍ရလျှင် ရှင်းပါ။ (ရှင်း၍မရပါက အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။)

(က) $13a^2 - 3$	(ခ) $4g + 7h$	(ဂ) $9xy - 3xy$
(ဃ) $8y - 2z$	(င) $6a + 7a$	(စ) $4y - 2y$

၅.၃.၁ မျိုးတူကိန်းလုံးများကိုစုစည်း၍အက္ခရာကိန်းတန်းများရှင်းခြင်း

အက္ခရာကိန်းတန်းတစ်ခုပေးထားလျှင် မျိုးတူကိန်းလုံးများကိုစုစည်း၍ မည်သို့ရှင်းရမည်ကို လေ့လာကြမည်။

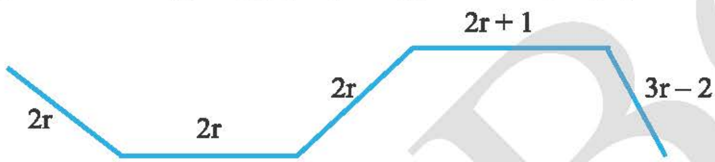
ပုံစံတွက် ၁။ $3x + 6y + 4x - 5y$ ကို ရှင်းပါ။

$$3x + 6y + 4x - 5y = (3x + 4x) + (6y - 5y)$$
$$= 7x + y$$

ပုံစံတွက် ၂။ $8c + 5 - 6c - 2$ ကို ရှင်းပါ။

$$8c + 5 - 6c - 2 = (8c - 6c) + (5 - 2)$$
$$= 2c + 3$$

ပုံစံတွက် ၃။ အောက်ဖော်ပြပါ မျဉ်းပိုင်းများ၏စုစုပေါင်းအလျားကို ရှာပါ။



စုစုပေါင်းအလျား $= 2r + 2r + 2r + (2r + 1) + (3r - 2)$

$= (2r + 2r + 2r + 2r + 3r) + 1 - 2$

$= 11r - 1$

အက္ခရာကိန်းတန်းများ ရှင်းရာတွင် မျိုးတူကိန်းလုံးများကိုစုစည်း၍ ရှင်းရသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၄

၁။ အောက်ပါတို့ကို ဖြေရှင်းပါ။

(က) $2x^2 + 4y^2 + 3x^2 - 2y^2$ (ခ) $9c - 7c + 8$ (ဂ) $6n - 5 + 2n$

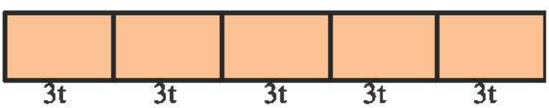
(ဃ) $4a + 3b + 5a - 2b$ (င) $7s + 3t + 4s + 8t$ (စ) $12 + 6p - 5p$

(ဆ) $3b + 4b + 2 + 6$ (ဇ) $5x + 3x + 6y$ (ဈ) $4n + 5m - 3m$

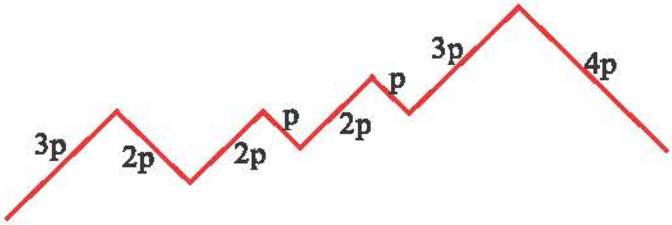
(ည) $8x + 7x - 9$ (ဋ) $13 - 11 + 10q + 3q$ (ဌ) $2w + 3w + 17$

၂။ အောက်ဖော်ပြပါပုံတို့၏စုစုပေါင်းအလျားများကို ရှာပါ။

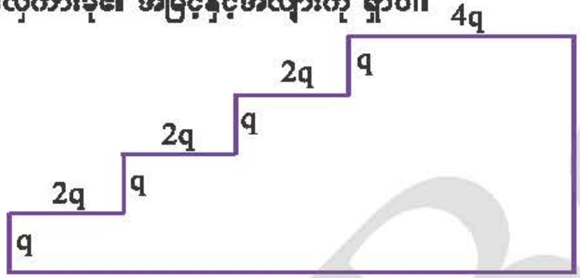
(က)



(ခ)



(ဂ) အောက်ပါလှေကားခုံ၏ အမြင့်နှင့်အလျားကို ရှာပါ။



၅.၄ ကွင်းအမျိုးမျိုးအသုံးပြုခြင်း

ကွင်းများတွင် လက်သည်းကွင်း( )၊ တွန့်ကွင်း{ } နှင့် လေးထောင့်ကွင်း[ ] ဟူ၍ အစဉ်လိုက်ရှိကြပြီး ယင်းကွင်းတို့အနက်တစ်ခုခုကိုအသုံးပြုပြီး အက္ခရာကိန်းတန်းများကို ဖော်ပြနိုင်ကြောင်း လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ။ 7a – 4b မှ 9c ကိုနုတ်၍ နုတ်လဒ်ကို 3a နှင့် မြှောက်မည်ဆိုပါစို့။

7a – 4b မှ 9c ကိုနုတ်၍ရသောနုတ်လဒ်ကိုရရန် အက္ခရာကိန်းတန်း 7a – 4b ကို ကွင်းတစ်ခုတွင်ထည့်၍ရေးပြီး ထိုမှ 9c ကို နုတ်ပေးရသည်။ ထို့ကြောင့် နုတ်လဒ်ကို (7a – 4b) – 9c ဟုရေးနိုင်သည်။ ထိုနုတ်လဒ်ကို 3a နှင့်မြှောက်လိုပါက ကျန်ကွင်းနှစ်ခုအနက် တွန့်ကွင်း { } သို့မဟုတ် လေးထောင့်ကွင်း [ ] ကို အသုံးပြု၍ 3a {(7a – 4b) – 9c} သို့မဟုတ် [(7a – 4b) – 9c] 3a ဟု ဖော်ပြနိုင်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၅

အောက်ပါတို့ကို ကွင်းများသုံး၍ ဖော်ပြပါ။

၁။ $6x$ မှ $3x$ ကိုနုတ်ပြီး 5 ဖြင့်ပေါင်းပါ။

၂။ p နှင့် q ပေါင်းရကိန်းကို 2 ဖြင့် မြှောက်ပါ။

၃။ $5x$ နှင့် $2x$ တို့၏ ပေါင်းလဒ်မှ $4x$ ကိုနုတ်ပါ။

၄။ $4a$, $5b$, $8c$ တို့၏ ပေါင်းရကိန်းကို 2 ဖြင့် မြှောက်ပါ။

၅။ $8a + 9b$ မှ $13c$ ကိုနုတ်၍ နုတ်လဒ်ကို $6a$ ဖြင့် မြှောက်ပါ။

၆။ $2a$ မှ b ကို နုတ်၍ ရသောကိန်း၏ 5 ဆ။

၇။ $3s$ နှင့် $2t$ ခြားနားခြင်း၏ 4 ပုံ 3 ပုံ။

၈။ $4a$ နှင့် $5b$ ပေါင်းရကိန်းမှ $3a$ နှင့် 2 ပေါင်းလဒ်ကိုနုတ်ပါ။

၅.၄.၁ ကွင်းရှင်းခြင်းနှင့်ကွင်းသွင်းခြင်း

အက္ခရာကိန်းတန်းများကို ရှင်းရာတွင် ကွင်းရှင်းရန် လိုအပ်သည့်အခါရှိသလို ကွင်းသွင်းရန် လိုအပ်သည်ကိုလည်း ကြုံတွေ့နိုင်သည်။

ကွင်းရှင်းခြင်း

ကွင်းရှင်းခြင်းဆိုသည်မှာ ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိကိုအသုံးပြု၍ ဖြေရှင်းခြင်းဖြစ်သည်။

ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိ

$$\mathbf{a(b + c) = ab + ac}$$
$$\mathbf{(a + b)c = ac + bc}$$

- **အပေါင်းကိန်းတစ်လုံးနှင့် အနုတ်ကိန်းတစ်လုံးတို့၏ မြှောက်လဒ်သည် အနုတ်ကိန်း ဖြစ်သည်။**
- **အနုတ်ကိန်းနှစ်လုံးတို့၏ မြှောက်လဒ်သည် အပေါင်းကိန်း ဖြစ်သည်။**

ပုံစံတွက် ၁။ $-(a + b - c)$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} -(a + b - c) &= (-1)(a + b - c) \\ &= (-1)a + (-1)b + (-1)(-c) \\ &= -a - b + c \end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၂။ $a + (2a + 4b)$ ကို ရှင်းပါ။

$$a + (2a + 4b) = a + 2a + 4b$$
$$= 3a + 4b$$

မှတ်သားရန်

$(-) \times (+) = -$
$(+) \times (-) = -$
$(-) \times (-) = +$
$(+) \times (+) = +$

ပုံစံတွက် ၃။ $6a - (7b - c)$ ကို ရှင်းပါ။

$$6a - (7b - c) = 6a + (-1)(7b) + (-1)(-c)$$
$$= 6a - 7b + c$$

ကွင်းသွင်းခြင်း

ကွင်းသွင်းခြင်းဆိုသည်မှာ ကိန်းတန်းတစ်ခုရှိကိန်းလုံးများ၌ ဘုံဆခွဲကိန်းပါရှိခဲ့လျှင် ထိုဆခွဲကိန်းကို ဘုံထုတ်၍ ဖော်ပြခြင်းဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ။ အောက်ပါတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပြီးပုံစံဖြင့်ရေးပါ။

(က) $3a^2 + 9ab$

$$3a^2 + 9ab = (3a \times a) + (3a \times 3b)$$
$$= 3a(a + 3b)$$

(ခ) $3x - 6y - 12z$

$$3x - 6y - 12z = 3(x) + 3(-2y) + 3(-4z)$$
$$= 3(x - 2y - 4z)$$

(ဂ) $-2x + 4y - 2z$

$$-2x + 4y - 2z = 2(-x) + 2(2y) + 2(-z)$$
$$= 2(-x + 2y - z)$$

(ဃ) $-3xy + 4xz - 2xw$

$$-3xy + 4xz - 2xw = x(-3y) + x(4z) + x(-2w)$$
$$= x(-3y + 4z - 2w)$$

(င) $3xy + 6xyz - 12xyw$

$$3xy + 6xyz - 12xyw = 3xy + 3xy(2z) + 3xy(-4w)$$
$$= 3xy(1 + 2z - 4w)$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၆

၁။ အောက်ပါတို့ကို ကွင်းရှင်းခြင်းသုံး၍ အရှင်းဆုံးပုံစံဖြင့်ပြပါ။

(က) $-(2a + 3b)$ (ခ) $4s - (s + 2)$ (ဂ) $9x - (7x - 2y)$

(ဃ) $-(5x - 6y)$ (င) $2a - \{-(3b + 2a) + b\}$ (စ) $x - (x - y - 3) - (2x + y - 4)$

(ဆ) $(3x + 2y) - (x + 4y)$ (ဇ) $(a + 5b) + (10a - b)$

၂။ အောက်ပါကိန်းတန်းတစ်ခုစီကို ဆခွဲကိန်းခွဲပြီးပုံစံဖြင့် ဖော်ပြပါ။

(က) $15x + 20xy$ (ခ) $pq - qr$ (ဂ) $ax + ay$

(ဃ) $3a + 2a^2$ (င) $4x - 32$ (စ) $7m + 49$

(ဆ) $5d^2 + 15cd$ (ဇ) $3p + 13q - 9r$ (ဈ) $7a^2 - 21ab^2$

(ည) $-3x - 6y + 12z$ (ဋ) $-ab + 5ba - 6ac$ (ဌ) $4ef - 8efg - 12efh$

၃။ အောက်ပါကိန်းတန်းတို့တွင် ရှေ့ဆုံးကိန်းလုံးနှစ်ခုမှ ဘုံဆခွဲကိန်းထုတ်ပြီး ကွင်းအတွင်းသွင်း၍ ရေးပါ။

(က) $6 - 3p + 2q$ (ခ) $3t - 3u + 5v$ (ဂ) $4n + 4m + 3$

(ဃ) $5x - 10y - 3z$ (င) $3p - 9q - 7$ (စ) $2r + 4s - 5t$

၄။ အောက်ပါကိန်းတန်းတို့တွင် နောက်ဆုံးကိန်းလုံးနှစ်ခုမှ ဘုံဆခွဲကိန်းထုတ်ပြီး ကွင်းအတွင်းသွင်း၍ ရေးပါ။

(က) $3s + 10 - 5t$ (ခ) $9x - 8y - 4z$ (ဂ) $11 - 6a - 18b$

(ဃ) $3 + 5u - 5v$ (င) $8 - 7n + 7m$ (စ) $4 + 3m + 3n$

၅။ အောက်ပါကွင်းများအတွင်း ဖြည့်စွက်ရေးပါ။

(က) $30mn + 24n = n(\quad)$ (ခ) $a - b - c = a - (\quad)$

(ဂ) $2h^2 - 3h = h(\quad)$ (ဃ) $x - y + z = x - (\quad)$

(င) $2p + 10 = 2(\quad)$ (စ) $4x - y - 2 = 2(\quad) - y$

(ဆ) $3c - 9 = 3(\quad)$ (ဇ) $2a - b - 2c = 2(\quad) - b$

(ဈ) $4m - 8 = 4(\quad)$ (ည) $a + 2x + 2y = a + 2(\quad)$

၅.၅ အက္ခရာကိန်းတန်းများမြှောက်ခြင်း

အက္ခရာကိန်းတန်းများကို မြှောက်ရာတွင် အမြှောက်ဖလှယ်ရဂုဏ်သတ္တိ၊ အမြှောက်ဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိနှင့် ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိတို့ကို အသုံးပြုနိုင်သည်။

၅.၅.၁ မိုနိုမီယယ်များမြှောက်ခြင်း

မိုနိုမီယယ်နှစ်ခု သို့မဟုတ် နှစ်ခုထက်ပိုသောမိုနိုမီယယ်များမြှောက်ခြင်းကို အောက်ပါ ပုံစံတွက်များဖြင့် လေ့လာကြမည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $(3a) \times (5b)$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned}(3a) \times (5b) &= 3a \times 5b \\ &= 3 \times a \times 5 \times b \\ &= (3 \times 5) \times (a \times b) \\ &= 15ab\end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၂။ $(2x)\,(-3y)\,(4z)$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned}(2x)\,(-3y)\,(4z) &= \{2 \times (-3) \times 4\} \times (x \times y \times z) \\ &= -24xyz\end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၃။ $16r \times \frac{1}{2}p \times \frac{1}{4}q$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned}16r \times \frac{1}{2}p \times \frac{1}{4}q &= (16 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}) \times (r \times p \times q) \\ &= 2rpq \\ &= 2pqr\end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၄။ $12a, -8, 3a^2b$ နှင့် $4b^3$ တို့ကို မြှောက်ပါ။

$$\begin{aligned}12a \times (-8) \times 3a^2b \times 4b^3 &= 12 \times (-8) \times 3 \times 4 \times a \times a^2 \times b \times b^3 \\ &= -1152 \times (a^3 \times b^4) \\ &= -1152a^3b^4\end{aligned}$$

ကိန်းဂဏန်းဆခွဲကိန်းများကို ဦးစွာရှင်းပြီးနောက်တွင် အက္ခရာကိန်းတို့ကို အက္ခရာအစဉ်လိုက်ရေးပြီး ရှင်းလေ့ရှိသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၇

၁။ အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(က) $5a \times 6a$ (ခ) $\frac{1}{6}b \times \frac{5}{6}b \times 18b \times 2b$ (ဂ) $3 \times u \times 7 \times v$

(ဃ) $6p \times 7q$ (င) $\frac{1}{4}c \times \frac{3}{4}c \times \frac{1}{2}c \times 32$ (စ) $(2x) \times (8y) \times (3z)$

(ဆ) $(4c) \times (3d)$ (ဇ) $(5x) \times (6y)$ (ဈ) $3 \times g \times g \times h$

(ည) $\frac{1}{8}x \times \frac{8}{3}x \times 9b$ (ဋ) $\frac{2}{3}a \times 3a \times 4a \times \frac{1}{8}a$ (ဌ) $3 \times m \times h$

၂။ အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(က) $3a \times 4a \times a + 2b \times 5b \times 2b$ (ခ) $(6x \times 9x) - (2y \times 5y)$

၃။ အောက်ပါတို့ကို မြှောက်ပါ။

(က) $5t, 2, 3st, 10t^2$ နှင့် $2s^3$ (ခ) $7, 10c^2d, 6cd^2, 3c^3$ နှင့် $2d^3$

၅.၅.၂ မိုနိုမီယယ်တစ်ခုနှင့်ဘိုင်နိုမီယယ် သို့မဟုတ် ထြိုင်နိုမီယယ်တို့မြှောက်ခြင်း

မိုနိုမီယယ်တစ်ခုနှင့် ဘိုင်နိုမီယယ်တစ်ခု သို့မဟုတ် ထြိုင်နိုမီယယ်တစ်ခုတို့မြှောက်ခြင်းကို ဆက်လက်လေ့လာမည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $2(2c + d)$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} 2(2c + d) &= (2)(2c) + (2)(d) \\ &= 4c + 2d \end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၂။ $c(a + 2b - 3c)$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} c(a + 2b - 3c) &= (c)(a) + (c)(2b) + (c)(-3c) \\ &= ac + 2bc - 3c^2 \end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၃။ $-5p(2p - 8q + r)$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} -5p(2p - 8q + r) &= (-5p)(2p) + (-5p)(-8q) + (-5p)(r) \\ &= -10p^2 + 40pq - 5pr \end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၄။ $(5a - 3b - 2c)(-6d)$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} (5a - 3b - 2c)(-6d) &= (5a)(-6d) + (-3b)(-6d) + (-2c)(-6d) \\ &= -30ad + 18bd + 12cd \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၈

၁။ အောက်ပါတို့တွင်ပေးထားသော ကွက်လပ်များကို ဖြည့်စွက်ပါ။

(က) $10t - 20 = \text{-----}(t-2)$ (ခ) $2b - 14 = \text{-----}(b-7)$

(ဂ) $5a + 10 = 5(\text{-----} + 2)$ (ဃ) $3x - 12 = 3(x - \text{-----})$

(င) $4m - 16 = 4(m - \text{-----})$ (စ) $4t + 12 = \text{-----}(t+3)$

(ဆ) $3n + 18 = \text{-----}(n+6)$ (ဇ) $3x + 15 = 3(\text{-----} + 5)$

(ဈ) $4n + 20 = \text{-----}(n+5)$ (ည) $3x - 9 = 3(\text{-----} - 3)$

၂။ အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(က) $-2a(2x^2 - 3x + 7)$ (ခ) $4p(3p + 2q)$ (ဂ) $2(x^2 + 3x + 2)$

(ဃ) $(2y - 5z)(-3x)$ (င) $3(2a - b)$ (စ) $6(3a - 4b + c)$

(ဆ) $(2t + 5u)(-3t)$ (ဇ) $-4(\frac{3}{4}c + \frac{1}{2}cd)$ (ဈ) $-(x^2 - 3x - 5)$

(ည) $10(m - 5n)$ (ဋ) $xy(1 - x + y)$ (ဌ) $ab(1 + \frac{1}{4}b + \frac{1}{6}a)$

၃။ အောက်ဖော်ပြပါကိန်းတန်းများမှ အဖြေမှန်တူညီရာကို ယှဉ်တွဲရေးပြပါ။

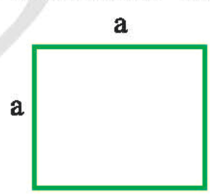
(က) $8x - 4y$	(ခ) $2(2x + y)$	(ဂ) $2(x - 4y)$	(ဃ) $8x + 2y$
(င) $2x - 8y$	(စ) $8(x - y)$	(ဆ) $4x + 8y$	(ဇ) $8x - 8y$
(ဈ) $4(2x - y)$	(ည) $2(4x + y)$	(ဋ) $4x + 2y$	(ဌ) $4(x + 2y)$

(က) = ( ) (ခ) = ( ) (ဂ) = ( )

(ဃ) = ( ) (စ) = ( ) (ဆ) = ( )

၅.၅.၃ ဂျီသြမေတြီပုံများ၏ အတိုင်းအတာများကိုအက္ခရာကိန်းတန်းများဖြင့်ဖော်ပြခြင်း

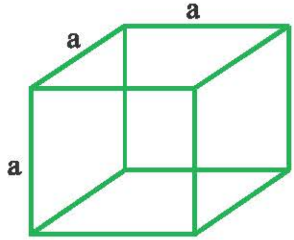
ပုံစံတွက် ၁။ ပေးထားသော စတုရန်း၏မျက်နှာပြင်ဧရိယာကို ရှာပါ။



မျက်နှာပြင်၏ဧရိယာ $= a \times a$

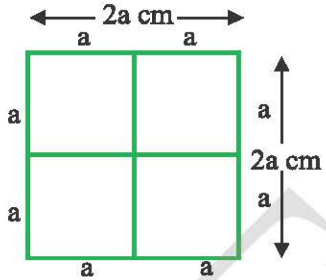
$= a^2$

ပုံစံတွက် ၂။ ပေးထားသော အနံစတုံး၏ထုထည်ကို ရှာပါ။



ထုထည် = $a \times a \times a = a^3$

ပုံစံတွက် ၃။ အနားတစ်ဖက်လျှင် 2a စင်တီမီတာရှိသည့် ပေးထားသောစတုရန်းပုံ၏မျက်နှာပြင်ဧရိယာကို ရှာပါ။



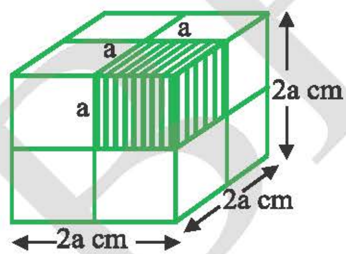
မျက်နှာပြင်ဧရိယာ = $2a \times 2a$

$= 2 \times 2 \times a \times a$

$= 4a^2$ စတုရန်းစင်တီမီတာ

သို့မဟုတ် $4a^2$ cm^2

ပုံစံတွက် ၄။ အနားတစ်ဖက်လျှင် 2a စင်တီမီတာရှိသည့် ပေးထားသောကုဗပုံ၏ထုထည်ကို ရှာပါ။



ကုဗပုံ၏ ထုထည် = $2a \times 2a \times 2a$

$= 2 \times 2 \times 2 \times a \times a \times a$

$= 8a^3$ ကုဗစင်တီမီတာ

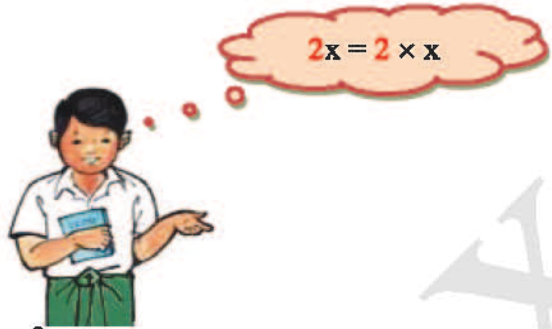
သို့မဟုတ် $8a^3$ cm^3

၅.၆ မိုနိုမီယယ်အချင်းချင်းစားခြင်း

မိုနိုမီယယ်အချင်းချင်းစားခြင်းဆိုသည်မှာ ပိုင်းဝေတွင်ရှိသော အက္ခရာကိန်းဂဏန်းများရရန် ပိုင်းခြေတွင်ရှိသော အက္ခရာကိန်းဂဏန်းများကို မည်သည့်ကိန်းဖြင့် မြှောက်ရမည်ကို ရှာခြင်းဖြစ်သည်။

ဥပမာ ။ $2x \div x$ ကို စဉ်းစားကြည့်ကြပါစို့။

$2x$ ရအောင် x ကို မည်သည့်ကိန်းဖြင့် မြှောက်ရမည်နည်း။



x ကိုမြှောက်ရမည့် ကိန်းမှာ 2 ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် $\frac{2x}{x} = 2$ ဖြစ်သည်။ သတိပြုရန်မှာ အက္ခရာကိန်းများစားခြင်းတွင် စားမည့် အက္ခရာကိန်း၏တန်ဖိုးသည် "0" မဖြစ်ရပေ။ အကြောင်းမှာ "0" ဖြင့်စားခြင်းကို အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်၍ မရခြင်းကြောင့်ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $12xy \div 6x$ ကို ရှင်းပါ။

$$12xy \div 6x = \frac{12xy}{6x} = \frac{2y \times 6x}{6x} = 2y$$

(အထက်ပါပုစ္ဆာတွင် $x \neq 0$ ဖြစ်ရန်လိုသည်။)

ပုံစံတွက် ၂။ စတုရန်းမီတာပေါင်း 2pq ကျယ်ဝန်းသော ကစားကွင်းတစ်ခုကို ကျောင်းသား p ယောက်တို့က ရှင်းလင်းကြသည်။ ကျောင်းသားတစ်ယောက်သည် ပျမ်းမျှခြင်းအားဖြင့် ဧရိယာ မည်မျှစီရှင်းရသနည်း။

ကျောင်းသားပေါင်း = p ယောက်၊ ရှင်းသည့်ဧရိယာပေါင်း = 2pq စတုရန်းမီတာ

တစ်ယောက်ရှင်းရသည့် ပျမ်းမျှဧရိယာ = ဧရိယာပေါင်း ÷ ကျောင်းသားပေါင်း

$= 2pq \div p = \frac{2pq}{p} = 2q$ စတုရန်းမီတာ

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၉

၁။ အောက်ပါတို့၏ စားလဒ်များကိုရှာပါ။ မည်သည့်အက္ခရာကိန်းများသည် "0" နှင့် မညီရန် လိုသနည်း။

(က) $15xy \div 3x$ (ခ) $20pqr \div 4pr$ (ဂ) $12gh \div 4gh$

(ဃ) $45abc \div 5ac$ (င) $81mm \div 9m$ (စ) $17ef \div 17ef$

(ဆ) $36wxy \div wy$ (ဇ) $63uv \div 7u$ (ဈ) $24bcd \div 8cd$

၂။ ကျောင်းသား 5 ယောက်သည်အလျား 10a မီတာ၊ အနံ 2a မီတာရှိသော နံရံတစ်ခုကိုဆေးသုတ်ကြသည်။ ပျမ်းမျှခြင်းအားဖြင့် ကျောင်းသားတစ်ဦးဆေးသုတ်သော နံရံဧရိယာကို ရှာပါ။

၃။ ရက်ပေါင်း 2x အတွက် လုပ်ခငွေ 6xy ကျပ်ပေးရလျှင် တစ်ရက်အတွက်ပေးရမည့်လုပ်ခငွေကို ရှာပါ။

၄။ အနားတစ်ဖက်လျှင် 4x စင်တီမီတာရှိသော စတုရန်းပုံမျက်နှာပြင်တစ်ခုတွင် အနားတစ်ဖက်လျှင် x စင်တီမီတာရှိသော စတုရန်းကွက်ငယ်များစိတ်လျှင် စတုရန်းကွက်ပေါင်း မည်မျှရမည်နည်း။

၅။ အလျား 6a စင်တီမီတာ၊ အနံ 3b စင်တီမီတာ၊ အမြင့် 5c စင်တီမီတာရှိသော သေတ္တာတစ်လုံးတွင် တစ်ခုလျှင် အလျား a စင်တီမီတာ၊ အနံ b စင်တီမီတာ၊ အမြင့် c စင်တီမီတာရှိသော ဆပ်ပြာတုံးများထည့်သော် ထိုသေတ္တာထဲတွင် ဆပ်ပြာတုံး မည်မျှထည့်နိုင်သနည်း။

၅.၇ အက္ခရာကိန်းတန်းတစ်ခု၏ တန်ဖိုးရှာခြင်း

အက္ခရာကိန်းတန်းတစ်ခုတွင်ပါရှိသည့် အက္ခရာကိန်းတို့၏တန်ဖိုးများကို ပေးထားလျှင် ထိုတန်ဖိုးတို့ကို သက်ဆိုင်ရာအက္ခရာကိန်းတို့၏နေရာတွင် အစားသွင်းခြင်းဖြင့် ထိုအက္ခရာကိန်းတန်း၏ တန်ဖိုးကို ရှာနိုင်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $y = -1$ ဖြစ်လျှင် $2y^7 - 3y^5 + y^3 - y$ ၏တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$\begin{aligned} 2y^7 - 3y^5 + y^3 - y &= 2(-1)^7 - 3(-1)^5 + (-1)^3 - (-1) \\ &= 2(-1) - 3(-1) + (-1) + 1 \\ &= -2 + 3 - 1 + 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၂။ $a = -2$ ဖြစ်လျှင် $2a^3 - 3a^2 + a - 1$ ၏တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$\begin{aligned} 2a^3 - 3a^2 + a - 1 &= 2(-2)^3 - 3(-2)^2 + (-2) - 1 \\ &= 2(-8) - 3(4) - 2 - 1 \\ &= -16 - 12 - 3 \\ &= -31 \end{aligned}$$

အနုတ်ကိန်း၏ ထပ်ညွှန်းသည်

- စုံကိန်းဖြစ်ပါက အပေါင်းကိန်းတစ်ခုရသည်။
- မကိန်းဖြစ်ပါက အနုတ်ကိန်းတစ်ခုရသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၁၀

၁။ $a = 1, b = 2, c = -1$ ဖြစ်လျှင် အောက်ပါတို့၏တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

(က) $a^2 + b^2 + c^2$ (ခ) $6a^2c$ (ဂ) $a + 2b + 3c$

(ဃ) $5a - 2b + c^2$ (င) $3a^2 - 2b^2 - c^2$ (စ) $11ab - 2abc$

၂။ $x = -1, y = -4, z = 2$ ဖြစ်လျှင် အောက်ပါတို့၏တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

(က) $x^2 \times y^2 \times z^2$ (ခ) $6x^2yz$ (ဂ) $6x - 2y + z$

(ဃ) $(x + y)\times(y + z)\times(z + x)$ (င) $2x^2 + 3y^2 - 4z^2$ (စ) $3xy - 9xyz$

(ဆ) $5xy + 6yz + xz$ (ဇ) $2xy^2 - 3x^2y + z^2$ (ဈ) $4x^3 + 2y^3 - 3z^3$

၃။ $a = -1, b = 2, c = 0, x = -2, y = -3$ ဖြစ်လျှင် အောက်ပါတို့၏တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။

(က) $x - x^2 - 2x^3 + 4x^5$ (ခ) $3y^2 + 5y^3 + 3y^4$ (ဂ) $2a^7 + 3a^5 - 7a^3 - 8a$

(ဃ) $2a^2 + 3b^2 - 4x^2$ (င) $x^2y^2 - 40$ (စ) $abx^2 + y^2$

(ဆ) $6ab + 3xy$ (ဇ) $5xy - 4abc$ (ဈ) $2ab + 2bc - xy$

၄။ အောက်ပါတို့တွင် a ကို အနုတ်ကိန်းပြည့်တစ်ခုဖြင့် အစားထိုးကြည့်လျှင် မည်သည်တို့သည် အနုတ်တန်ဖိုးကို ဆောင်သနည်း။

(က) a^2 (ခ) a^3 (ဂ) a^5 (ဃ) a^7 (င) a^8

(စ) a^9 (ဆ) a^{10} (ဇ) a^{11} (ဈ) a^{12} (ည) a^{15}

၅။ အောက်ပါဇယားရှိ ကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပါ။

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	1	3	5	-4	-6	-2	-1
$x^2 - 2y$							

၆။ အောက်ပါဇယားတွင် p, q နှင့် r တို့၏တန်ဖိုးကို အစားသွင်းခြင်းဖြင့် အက္ခရာကိန်းများ၏ တန်ဖိုးအသီးသီးကိုရှာပြီး ဇယားတွင် ဖြည့်စွက်ပါ။

စဉ်	အက္ခရာကိန်းတန်း	$p = 1$, $q = -1$, $r = 0$	$p = -2$, $q = 2$, $r = -3$	$p = 5$, $q = 3$, $r = -1$	$p = -3$, $q = 4$, $r = 1$
(က)	$p + q - r$	0			
(ခ)	$p - q + r$				
(ဂ)	$6p - 2q + 3r$				
(ဃ)	$2p + 3q - 5r$				
(င)	$p^2 + q^2$				
(စ)	$3p^2 + q^3 - r^2$				
(ဆ)	$3p^3 + q^2$				
(ဇ)	$p^3 - q^3$				
(ဈ)	$(p + q)^2$				
(ည)	$(p - q)^2$				49

အခန်း ၆ မသိကိန်းတစ်လုံးပါသောတစ်ထပ်ညီမျှခြင်း

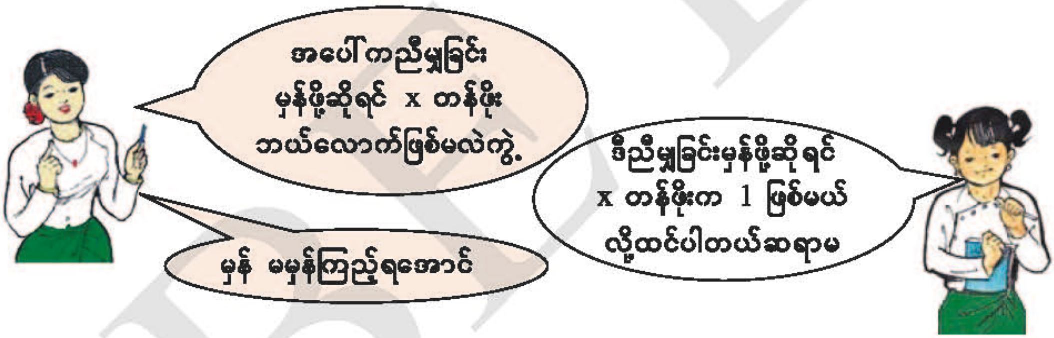
ယခင်သင်ခန်းစာတွင် အက္ခရာကိန်းတန်းများအကြောင်းနှင့် အက္ခရာကိန်းတန်းများ၏ တန်ဖိုးရှာခြင်းများကို သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ဤသင်ခန်းစာတွင် မသိကိန်းတစ်လုံးပါသော တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းခြင်းနှင့် မသိကိန်းတစ်လုံးပါသော ညီမျှခြင်းတစ်ခုတည်ဆောက်၍ ပုစ္ဆာများ ဖြေရှင်းခြင်းတို့ကို ဆက်လက်လေ့လာကြမည်၊

ဤသင်ခန်းစာကို လေ့လာပြီးပါက မသိကိန်းတစ်လုံးပါသောတစ်ထပ်ညီမျှခြင်းတစ်ကြောင်း၏ အဖြေကိုရှာတတ်မည်။ မသိကိန်းတစ်လုံးပါသော တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းပုစ္ဆာများကို ဖြေရှင်းနိုင်မည်၊

၆.၁ မသိကိန်းတစ်လုံးပါသောတစ်ထပ်ညီမျှခြင်းကိုဖြေရှင်းခြင်း

အက္ခရာတစ်လုံး (x ဆိုပါစို့) ပါသော ညီမျှခြင်း $x + 5 = 8$ ကိုဆင်ခြင်ပါ၊

ယင်းညီမျှခြင်းကို မသိကိန်းတစ်လုံးပါသော တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းဟုခေါ်၍ x ကို ထိုညီမျှခြင်း၏ **မသိကိန်း** ဟုခေါ်သည်၊



မသိကိန်း $x = 1$ ဟု ထားလျှင်
ညီမျှခြင်း ဝဲဘက် $= x + 5 = 1 + 5 = 6$ ဖြစ်ပြီး
ညီမျှခြင်း ယာဘက် $= 8$ ဖြစ်သည်၊
ညီမျှခြင်း ဝဲဘက်နှင့်ယာဘက်မတူညီသည့်အတွက် $x = 1$ သည် ညီမျှခြင်း၏ အဖြေမဟုတ်။
မသိကိန်း x ကို 3 ဟုယူဆလျှင်... ဝဲဘက် $= 3 + 5 = 8 =$ ယာဘက်ဖြစ်သည်၊ ထို့ကြောင့် $x = 3$ သည် ညီမျှခြင်း၏အဖြေဖြစ်သည်၊

> ညီမျှခြင်းတစ်ခုတွင် မသိကိန်းတန်ဖိုးကိုအစားသွင်းလျှင် ညီမျှခြင်း၏ဝဲဘက်နှင့်ယာဘက် တန်ဖိုးတူညီမှသာ ထိုမသိကိန်းတန်ဖိုးသည် ပေးထားသောညီမျှခြင်း၏ အဖြေ ဖြစ်သည်။

ယခု မသိကိန်းတစ်လုံးပါ တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းများကို အကွာရာသင်္ချာလုပ်ထုံးလုပ်နည်း $+$, $-$, $\times$, $\div$ တို့ကိုသုံး၍ ဖြေရှင်းကြမည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $y - 11 = 9$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$y - 11 = 9$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးကို **11** ပေါင်းသော်

$$\begin{aligned} y - 11 + 11 &= 9 + 11 \\ y + 0 &= 20 \\ y &= 20 \end{aligned}$$

အဖြေမှန် မမှန်ကို ဝဲဘက် = ယာဘက် ဟုတ် မဟုတ် ချိန်ကိုက်စစ်ဆေးရသည်

ပုံစံတွက် ၂။ $x + 6 = 10$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$x + 6 = 10$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးမှ **6** နုတ်သော်

$$\begin{aligned} x + 6 - 6 &= 10 - 6 \\ x + 0 &= 4 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၃။ $\frac{1}{5}d = 5$ ကိုဖြေရှင်းပါ။

$\frac{1}{5}\ d \ = 5$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးကို 5 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$\begin{aligned} \frac{1}{5}d \times 5 &= 5 \times 5 \\ d &= 25 \end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၄။ $6x - 5 = 19$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$6x - 5 = 19$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးကို 5 ပေါင်းသော်

$$\begin{aligned} 6x - 5 + 5 &= 19 + 5 \\ 6x &= 24 \end{aligned}$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးကို 6 ဖြင့်စားသော်

$$\begin{aligned} \frac{6x}{6} &= \frac{24}{6} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၅။ $7p - 2 = 5p + 10$ ကို ဖြေရှင်းပြီး အဖြေကို မှန် မမှန်ချိန်ကိုက်ပြပါ။

$7p - 2 = 5p + 10$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးကို 2 ပေါင်းသော်

$7p - 2 + 2 = 5p + 10 + 2$

$7p = 5p + 12$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးမှ 5p နုတ်သော်

$7p - 5p = 5p + 12 - 5p$

$2p = 12$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးကို 2 ဖြင့်စားသော်

$\frac{2p}{2} = \frac{12}{2}$

$p = 6$

ချိန်ကိုက်ခြင်း

ဝဲဘက်	$= 7p - 2$	ယာဘက်	$= 5p + 10$
	$= 7(6) - 2$		$= 5(6) + 10$
	$= 40$		$= 40$

ဝဲဘက် = ယာဘက်

$\therefore p = 6$ သည် ပေးထားသော ညီမျှခြင်း၏ အဖြေဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၆။ $3(2x + 2) = 2(x + 7)$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$3(2x + 2) = 2(x + 7)$

$6x + 6 = 2x + 14$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးမှ 2x နုတ်သော်

$6x + 6 - 2x = 2x + 14 - 2x$

$4x + 6 = 14$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးမှ 6 နုတ်သော်

$4x + 6 - 6 = 14 - 6$

$4x = 8$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးကို 4 ဖြင့်စားသော်

$$\frac{4x}{4} = \frac{8}{4}$$
$$x = 2$$

ပုံစံတွက် ၇။ $x = 2$ ဖြစ်သည့်အခါ ကိန်းတန်းတန်ဖိုး 15 ဖြစ်စေသည့် အက္ခရာတစ်ထပ်ကိန်းတန်းများအနက် တစ်ခုကိုဖော်ပြပါ။

$x = 2$ ဖြစ်သည့်အတွက် ညီမျှခြင်းနှစ်ဖက်လုံးကို 9 ဖြင့်မြှောက်သော်

$9x = 18$

$9x - 3 = 18 - 3$ (ကိန်းတန်းတန်ဖိုး 15 ဖြစ်စေရန်ညီမျှခြင်းနှစ်ဖက်လုံးမှ 3 နုတ်ပါ။)

$9x - 3 = 15$

ထို့ကြောင့် $x = 2$ ဖြစ်လျှင် အက္ခရာကိန်းတန်းတန်ဖိုး 15 ဖြစ်စေသည့် ကိန်းတန်းတစ်ခုမှာ $9x - 3$ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၆.၁

၁။ ကွက်လပ်ဖြည့်ပါ။

(က) $(\ ) - 10 = 13$ (ခ) $\frac{(\ )}{6} = 8$ (ဂ) $7 \times (\ ) = 56$ (ဃ) $5 \times (\ ) + 9 = 24$

၂။ အောက်ပါညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

(က) $b - 4 = 11$ (ခ) $x + 8 = 9$ (ဂ) $\frac{p}{11} = 121$ (ဃ) $4t = 24$

(င) $-9s = 27$ (စ) $\frac{q}{3} - 18 = 0$ (ဆ) $\frac{1}{4}u - 6 = 14$ (ဇ) $1 - \frac{1}{7}w = -8$

၃။ အောက်ပါညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

(က) $3x = 2x + 15$ (ခ) $5p - 3 = p + 1$ (ဂ) $3g = -2g + 15$

(ဃ) $12 - 2f = f + 2$ (င) $-7w + 1 = -w - 35$ (စ) $2x + 7x - 3 = 5x + 4$

(ဆ) $5(x + 1) + 3(x - 1) = 5$ (ဇ) $5(u + 4) + 2(u + 11) = 0$

(ဈ) $9y - 6(y - 10) = 45$ (ည) $3(2x - 3) + 7 = 4x + 3$

၄။ $x = 3$ ဖြစ်သည့်အခါ ကိန်းတန်းတန်ဖိုး 17 ဖြစ်စေသော မတူညီသည့် အက္ခရာတစ်ထပ်ကိန်းတန်းနှစ်ခုကိုရှာပါ။

၆.၂ မသိကိန်းတစ်လုံးပါသောပုစ္ဆာများဖြေရှင်းခြင်း

လက်တွေ့ဘဝရှိပြဿနာအချို့ကိုဖြေရှင်းရာတွင် မသိကိန်းတစ်လုံးပါသော ညီမျှခြင်းများကို အသုံးပြုနိုင်သည်။ ရှာလိုသောကိန်းတစ်ခုကို မသိကိန်းတစ်ခုထားပြီး ထိုကိန်းနှင့် ဆက်သွယ်လျက်ရှိသောအချက်အလက်များကိုသုံး၍ ညီမျှခြင်းပုံစံရေးပြီး လက်တွေ့ပြဿနာများကို ဖြေရှင်းနိုင်သည်။

ဥပမာ။ မောင်ဘ၏ယခုအသက်သည် 11 နှစ်ဖြစ်သည်။ နောက်နှစ်ပေါင်း မည်မျှကြာလျှင် အသက် 30 နှစ် ဖြစ်မည်ကို သိလိုသည်ဆိုပါစို့။

ပထမဦးစွာ သိလိုသောနှစ်ပေါင်းကို x ဟု ထားပါ။ ယခုအသက်နှင့်ကြာမည့်နှစ်တို့ပေါင်းခြင်းသည် 30 နှစ်နှင့်ညီရမည် ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် သင်္ချာညီမျှခြင်းကို $11 + x = 30$ ဟုရေးနိုင်သည်။ ထိုညီမျှခြင်းကို ဖြေရှင်းသော် နောက် 19 နှစ်အကြာတွင် 30 နှစ်ဖြစ်မည်ဟုသိရသည်။

ပုံစံတွက် ၁။ ထောင့်မှန်စတုဂံ၏အလျားသည် အနံ၏နှစ်ဆဖြစ်သည်။ အနားလေးဖက်ပေါင်းသည် 54 cm ဖြစ်လျှင် အလျားနှင့် အနံကို ရှာပါ။

ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အနံ $= x$ cm ဖြစ်ပါစေ။

ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အလျား $= 2x$ cm

ပတ်လည်အနား $= (x + x + 2x + 2x)$ cm

ပုစ္ဆာအရ

$$x + x + 2x + 2x = 54$$
$$6x = 54$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးကို 6 ဖြင့်စားသော်

$$\frac{6x}{6} = \frac{54}{6}$$
$$x = 9$$

မိမိကိုယ်တိုင်ချိန်ကိုက်ကြည့်ပါ

$\therefore$ ထောင့်မှန်စတုဂံ၏အနံ $= 9$ cm

$\therefore$ ထောင့်မှန်စတုဂံ၏အလျား $= 2x$ cm $= 2 \times 9 = 18$ cm

ပုစ္ဆာများဖြေရှင်းရန် အောက်ပါအချက်များကို လိုက်နာသင့်သည်။

(၁) ပုစ္ဆာ၏ အဓိပ္ပာယ်ကို သေချာနားလည် သဘောပေါက်အောင်ဖတ်ပါ။

(၂) ရှာလိုသည့် မသိကိန်းကို သင့်လျော်သော အက္ခရာဖြင့်သတ်မှတ်၍ အသုံးပြုမည့်ယူနစ်ကို တွဲဖော်ပြပါ။ (ဥပမာ - x cm, y ယောက်, z နာရီ ...)

(၃) ပုစ္ဆာတွင် ပေးထားသောအချက်အလက်တို့ကိုသုံး၍ ညီမျှခြင်းပုံစံရေးပါ။

(၄) ညီမျှခြင်းကို ဖြေရှင်းပါ။

(၅) ရလာသော အဖြေမှန်ကန်မှု ရှိ မရှိကို ချိန်ကိုက်စစ်ဆေးပါ။

ပုံစံတွက် ၂။ ကိန်းတစ်ခု၏ သုံးဆနှင့် 4 ပေါင်းခြင်းကို ငါးဆပြုသော် 65 ရ၏။ ထိုကိန်းသည် မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

ကိန်းတစ်ခု = x ဖြစ်ပါစေ။

ကိန်းတစ်ခု၏ သုံးဆနှင့် 4 ပေါင်းခြင်း = $3x + 4$

ကိန်းတစ်ခု၏ သုံးဆနှင့် 4 ပေါင်းခြင်းကို ငါးဆပြုခြင်း = $5(3x + 4)$

ပုစ္ဆာအရ

$$5(3x + 4) = 65$$

$$15x + 20 = 65$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးမှ 20 နုတ်သော်

$$15x + 20 - 20 = 65 - 20$$

$$15x = 45$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးကို 15 ဖြင့်စားသော်

$$\frac{15x}{15} = \frac{45}{15}$$

မိမိကိုယ်တိုင်ချိန်ကိုက်ကြည့်ပါ

$$x = 3$$

$\therefore$ ကိန်းတစ်ခု $= 3$

ပုံစံတွက် ၃။ သား၏အသက်သည် ဖခင်၏အသက်အောက် 22 နှစ်ငယ်သည်။ နောက် 3 နှစ်ကြာသော် သားနှင့်ဖခင်တို့၏ အသက်ပေါင်းခြင်းသည် 40 နှစ်ဖြစ်လာ၏။ သူတို့၏ ယခု အသက်အသီးသီးကိုရှာပါ။

ဖခင်၏ ယခုအသက် = x နှစ် ဖြစ်ပါစေ။

သား၏ ယခုအသက် = $(x - 22)$ နှစ်

နောက်သုံးနှစ်ကြာသော် ဖခင်၏အသက် = $(x + 3)$ နှစ်

နောက်သုံးနှစ်ကြာသော် သား၏အသက် = $(x - 22 + 3)$ နှစ် = $(x - 19)$ နှစ်

ပုစ္ဆာအရ

$$x + 3 + x - 19 = 40$$

$$2x - 16 = 40$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးကို 16 ပေါင်းသော်

$$2x - 16 + 16 = 40 + 16$$

$$2x = 56$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးကို 2 ဖြင့်စားသော်

$$\frac{2x}{2} = \frac{56}{2}$$

မိမိကိုယ်တိုင်ချိန်ကိုက်ကြည့်ပါ

$$x = 28$$

$\therefore$ ဖခင်၏ ယခုအသက် $= 28$ နှစ်

$\therefore$ သား၏ ယခုအသက် $= (28 - 22)$ နှစ် $= 6$ နှစ်

ပုံစံတွက် ၄။ အလယ်တန်းကျောင်းတစ်ကျောင်း၏ သင်္ချာဉာဏ်စမ်းပြိုင်ပွဲတစ်ခုတွင် ပထမဆုရသူ၏ဆုငွေသည် ဒုတိယဆုရသူ၏ ဆုငွေထက် 5000 ကျပ်ပို၏။ သူတို့နှစ်ဦးစလုံး၏ ဆုငွေစုစုပေါင်းသည် 35000 ကျပ်ဖြစ်သော် ဒုတိယဆုရသူ၏ ဆုငွေကိုရှာပါ။

ဒုတိယဆုရသူ၏ ဆုငွေ $= q$ ကျပ်ဖြစ်ပါစေ၊

ပထမဆုရသူ၏ ဆုငွေ $= (q + 5000)$ ကျပ်

ပုစ္ဆာအရ

$$q + q + 5000 = 35000$$

$$2q + 5000 = 35000$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးမှ 5000 နုတ်သော်

$$2q + 5000 - 5000 = 35000 - 5000$$

$$2q = 30000$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးကို 2 ဖြင့်စားသော်

$$\frac{2q}{2} = \frac{30000}{2}$$

မိမိကိုယ်တိုင်ချိန်ကိုက်ကြည့်ပါ

$$q = 15000$$

$\therefore$ ဒုတိယဆုရသူ၏ဆုငွေ $= 15000$ ကျပ်

ပုံစံတွက် ၅။ ကြက်တောင်တစ်ခု၏တန်ဖိုးသည် ဘောလုံးတစ်လုံး၏တန်ဖိုးအောက် 100 ကျပ်လျော့၏။ ဘောလုံးလေးလုံးနှင့်ကြက်တောင်ခြောက်ခုတို့၏တန်ဖိုးသည် 1800 ကျပ်ဖြစ်သော် ဘောလုံးတစ်လုံး၏တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

ဘောလုံးတစ်လုံး၏ တန်ဖိုး = y ကျပ်ဖြစ်ပါစေ။
ကြက်တောင်တစ်ခု၏ တန်ဖိုး = (y – 100) ကျပ်
ဘောလုံးလေးလုံး၏ တန်ဖိုး = 4y ကျပ်
ကြက်တောင်ခြောက်ခု၏တန်ဖိုး = 6(y – 100) = 6y – 600 ကျပ်
ပုစ္ဆာအရ

$$4y + 6y - 600 = 1800$$

$$10y - 600 = 1800$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးကို 600 ပေါင်းသော်

$$10y - 600 + 600 = 1800 + 600$$

$$10y = 2400$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးကို 10 ဖြင့်စားသော်

$$\frac{10y}{10} = \frac{2400}{10}$$

$$y = 240$$

∴ ဘောလုံးတစ်လုံး၏တန်ဖိုး = 240 ကျပ်

ပုံစံတွက် ၆။ ချယ်ရီရှိငွေသည် သုတရှိငွေ၏သုံးဆဖြစ်သည်။ ချယ်ရီသည် သုတအား 800 ကျပ်ပေးလိုက်သောအခါ သူတို့နှစ်ဦးရှိငွေတူညီသွားလျှင် မူလက တစ်ယောက်လျှင် ငွေမည်မျှရှိသနည်း။

သုတ၌ မူလရှိငွေ = z ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။
ချယ်ရီ၌ မူလရှိငွေ = 3z ကျပ်
သုတအား 800 ကျပ်ပေးလိုက်သောအခါ
ချယ်ရီ၌ ကျန်ငွေ = 3z – 800 ကျပ်
သုတ၌ ရှိလာသောငွေ = z + 800 ကျပ်

ပုစ္ဆာအရ

$$3z - 800 = z + 800$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးမှ z နုတ်သော်

$$3z - 800 - z = z + 800 - z$$

$$2z - 800 = 800$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးကို 800 ပေါင်းသော်

$$2z - 800 + 800 = 800 + 800$$

$$2z = 1600$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်လုံးကို $\frac{1}{2}$ ဖြင့်မြှောက်သော်

$$2z \times \frac{1}{2} = 1600 \times \frac{1}{2}$$

$$z = 800$$

$\therefore$ သုတ၌ မူလရှိငွေ = 800 ကျပ်

$\therefore$ ချယ်ရီ၌ မူလရှိငွေ = 3z ကျပ် = 3×800 ကျပ် = 2400 ကျပ်

လေ့ကျင့်ခန်း ၆.၂

၁။ ကပ်လျက်ရှိသော အပေါင်းကိန်းပြည့်နှစ်ခု၏ပေါင်းလဒ်သည် 105 ဖြစ်လျှင် ထိုကိန်းများကို ရှာပါ။

၂။ ကပ်လျက်ရှိသောစုံကိန်းပြည့်သုံးလုံး၏ပေါင်းလဒ်သည် 66 ဖြစ်သော် ထိုကိန်းသုံးလုံးကိုရှာပါ။

၃။ ကိန်းတစ်ခုသည် အခြားကိန်းတစ်ခု၏နှစ်ဆထက် 15 ပိုသည်။ ကိန်းနှစ်ခု၏ ပေါင်းလဒ်သည် 48 ဖြစ်သော် ထိုကိန်းနှစ်ခုကိုရှာပါ။

၄။ အဖေ၏အသက်သည် သားအသက်၏လေးဆရှိသည်။ လွန်ခဲ့သောဆယ်နှစ်က သားအဖနှစ်ယောက်ပေါင်းအသက်သည် 60 နှစ်ဖြစ်သော် သားအဖနှစ်ယောက်၏ ယခုအသက်ကိုရှာပါ။

၅။ ကျောင်းသားတစ်ယောက်သည် ပုစ္ဆာတစ်ပုဒ်တွက်ရာ၌ 35 မှ ကိန်းတစ်ခုကိုနုတ်ရမည့်အစား ပေါင်းလိုက်သဖြင့် သူရရှိသောအဖြေသည် အဖြေမှန်၏လေးဆ ဖြစ်သွားသည်။ ထိုကိန်းကို ရှာပါ။

၆။ ဒေါ်နှင်းဆီသည် ဈေးမှပန်းကန်နှစ်ချပ်နှင့်ဖန်ခွက်သုံးခွက်ဝယ်ခဲ့သည်။ ပန်းကန်တစ်ချပ်သည် ဖန်ခွက်တစ်ခွက်ထက် 500 ကျပ်ပိုများသည်။ စုစုပေါင်း 4500 ကျပ် ကုန်ကျခဲ့သော် ဖန်ခွက်တစ်ခွက်၏တန်ဖိုးနှင့် ပန်းကန်တစ်ချပ်၏ တန်ဖိုးတို့ကိုရှာပါ။

၇။ နို့ပေါင်မုန့်တစ်လုံး၏တန်ဖိုးသည် လမုန့်တစ်ခု၏တန်ဖိုးထက် 100 ကျပ်ပို၏။ စိုးစိုးသည် နို့ပေါင်မုန့်ခြောက်လုံးနှင့်လမုန့်ငါးခုဝယ်ခဲ့ရာ 2800 ကျပ် ကုန်ကျ၏။ နို့ပေါင်မုန့်တစ်လုံး၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

၈။ ငွေ 6400 ကျပ်ကို သက်သက်၊ မာမာ နှင့် ချောချောတို့ ညီအစ်မသုံးယောက် ဝေယူကြရာ မာမာသည် ချောချောထက် 500 ကျပ်ပိုရ၏။ သက်သက်သည် မာမာရငွေ၏နှစ်ဆရသော် တစ်ယောက်စီ၏ရငွေကို ရှာပါ။

၉။ တြိဂံတစ်ခု၏အတွင်းထောင့်သုံးခုပေါင်းသည် 180° ဖြစ်၏။ အကြီးဆုံးထောင့်သည်အငယ်ဆုံးထောင့်၏နှစ်ဆဖြစ်၍ ကျန်ထောင့်သည် အငယ်ဆုံးထောင့်ထက် 28° ပိုလျှင် ထောင့်တစ်ခုစီကို ရှာပါ။

၁၀။ တြိဂံတစ်ခု၏ပထမအနားသည် ဒုတိယအနားထက် 3 cm ပို၏၊ တတိယအနားသည် ဒုတိယအနား၏နှစ်ဆအောက် 5 cm လျော့၏။ ထိုတြိဂံ၏ပတ်လည်အနားမှာ 30 cm ဖြစ်သော် အနားတစ်နားစီ၏ အလျားကိုရှာပါ။

၁၁။ ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ မြေတစ်ကွက်၏အလျားသည် အနံထက် 20 ပေပို၏။ အလျား၏သုံးဆမှ 100 ပေလျော့ခြင်းသည် အနံ၏နှစ်ဆနှင့် တူညီခဲ့လျှင် အလျားနှင့် အနံတို့ကိုရှာပါ။

၁၂။ ကောင်းကောင်း၊ ပိုင်ပိုင်နှင့် ချမ်းချမ်းတို့တွင် ဖန်ဂေါ်လီ 110 လုံးရှိသည်။ ပိုင်ပိုင်ရသော ဖန်ဂေါ်လီအရေအတွက်သည် ကောင်းကောင်းရသော ဖန်ဂေါ်လီအရေအတွက်နှစ်ဆဖြစ်သည်၊ ချမ်းချမ်းရသောဖန်ဂေါ်လီအရေအတွက်သည် ပိုင်ပိုင်ရသော ဖန်ဂေါ်လီအရေအတွက်ထက် 10 လုံးပိုရသော် တစ်ယောက်စီရရှိသော ဖန်ဂေါ်လီအရေအတွက်ကိုရှာပါ။

၁၃။ မော်တော်ကားတစ်စီးသည် စက်ဘီးတစ်စီးထက် တစ်နာရီလျှင် 15 မိုင် ပိုသွားသည်၊ စက်ဘီးဖြင့် 5 နာရီ သွားသောခရီးသည် မော်တော်ကားဖြင့် 2 နာရီသွားသောခရီးနှင့် ညီမျှသော် စက်ဘီးသည် တစ်နာရီ မိုင်မည်မျှသွားသနည်း။

၁၄။ မောင်မောင်တစ်ပတ်စာကြည့်ချိန်သည် ကိုကိုတစ်ပတ်စာကြည့်ချိန်၏ သုံးဆဖြစ်သည်၊ သူတို့နှစ်ယောက်ပေါင်းစာကြည့်ချိန်သည် 56 နာရီဖြစ်သော် ကိုကိုတစ်ပတ်စာကြည့်ချိန်ကို ရှာပါ။

၁၅။ သကြားအိတ်တစ်အိတ်မှ 3 ပေါင်လျော့ထားပြီး အထုပ်ငယ် 10 ထုပ်ခွဲထုပ်လိုက်ပါက တစ်ထုပ်လျှင် 2 ပေါင်ရှိသော် သကြားအိတ်၏မူလအလေးချိန်ကိုရှာပါ။

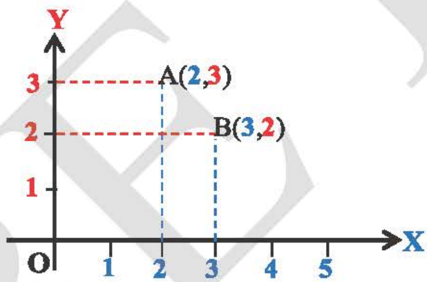
အခန်း ၇　ပြင်ညီတစ်ခုပေါ်၌အမှတ်များနေရာချထားခြင်း

မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်ရှိအမှတ်များကိုကိန်းများဖြင့် ကိုယ်စားပြုနေရာချခြင်းအကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခုသင်ခန်းစာတွင် ပြင်ညီပေါ်ရှိ အမှတ်များကို နေရာချရာတွင် ကိန်းများဖြင့် မည်သို့ကိုယ်စားပြုဖော်ပြနိုင်သည်ကို လေ့လာကြရမည်ဖြစ်သည်။

၇.၁ ကိန်းစုံတွဲဖြင့်ဖော်ပြခြင်း

ဤသင်ခန်းစာတွင် ပြင်ညီတစ်ခုပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခု၏တည်နေရာကို ကိန်းစုံတွဲတစ်ခုဖြင့် မည်သို့ ဖော်ပြနိုင်ကြောင်း လေ့လာမည်။ လွယ်ကူမှုရှိစေရန် အပေါင်းကိန်းမျဉ်းများဖြင့် တိုင်းတာပုံကို ဦးစွာဆင်ခြင်မည်။

ပုံ ၇.၁ တွင် အပေါင်းရေညီကိန်းမျဉ်း OX နှင့် အပေါင်းမတ်ရပ်ကိန်းမျဉ်း OY တို့ကို အမှတ် O ၌ထောင့်မှန်ကျဖြတ်၍ ဆွဲထားသည်။ ထိုသို့ ထောင့်မှန်ကျဖြတ်၍ ဆွဲထားသော ကိန်းမျဉ်းများကို **ရေညီဝင်ရိုး** (horizontal axis) နှင့် **မတ်ရပ်ဝင်ရိုး** (vertical axis) ဟုခေါ်သည်။



ပုံ ၇.၁

ပုံတွင် အမှတ် A သည် ရေညီဝင်ရိုးအလိုက် 2 ယူနစ်နှင့် မတ်ရပ်ဝင်ရိုးအလိုက် 3 ယူနစ် ရှိသောနေရာတွင်တည်ရှိသည် ဆိုပါစို့။ ထိုအခါ ရေညီဝင်ရိုးအလိုက်ရှိသော 2 ကို ပထမနေရာတွင် ရေးပြီး မတ်ရပ်ဝင်ရိုးအလိုက်ရှိသော 3 ကို ဒုတိယနေရာတွင်ရေးခြင်းဖြင့် အမှတ် A ၏တည်နေရာ ကို (2, 3) ဟုဖော်ပြမည်။ ထိုသို့ (2, 3) ဟူ၍ဖော်ပြခြင်းကို **ကိန်းစုံတွဲ** (ordered pair) ဖြင့် ဖော်ပြ ခြင်းဟုခေါ်သည်။ ကိန်းစုံတွဲဖြင့်ဖော်ပြရာတွင် ကိန်းအစီအစဉ်ထားရှိမှုသည် အရေးကြီးသည်။

ဥပမာ ကိန်းစုံတွဲ (2, 3) ဖြင့်ပြသောအမှတ်သည် ကိန်းစုံတွဲ (3, 2) ဖြင့်ပြသောအမှတ်နှင့် တည်နေရာခြင်း မတူညီပါ။ ပုံတွင် အမှတ် B ၏တည်နေရာကို (3, 2) ဖြင့်ဖော်ပြသည်။

ဝင်ရိုးနှစ်ခုဆုံရာအမှတ် O ကို **မူလမှတ်** (origin) ဟုခေါ်ပြီး မူလမှတ်ကို ကိန်းစုံတွဲ (0, 0) ဖြင့် ကိုယ်စားပြုဖော်ပြသည်။

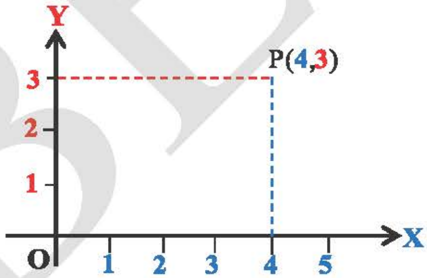
ယခုပြင်ညီပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခု၏နေရာကို ကိန်းစုံတွဲတစ်ခုဖြင့် မည်သို့ဖော်ပြနိုင်ကြောင်း သိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ အပြန်အလှန်အားဖြင့် ကိန်းစုံတွဲတစ်ခုဖြင့်ပြသော အမှတ်တစ်ခု၏တည်နေရာကို ပြင်ညီပေါ်၌ မည်သို့နေရာချမည်ကို ဆက်လက်လေ့လာမည်။

၇.၂ ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်စနစ်

ပြင်ညီပေါ်ရှိအမှတ်များကို အလျားလိုက် ဒေါင်လိုက်ဖော်ပြသောနည်းဖြင့် ဆဋ္ဌမတန်းတွင် သင်ကြားခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခုသင်ခန်းစာတွင် **ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်စနစ်** (rectangular coordinate system) ဖြင့် အမှတ်များတိုင်းတာပုံကို ဆက်လက်လေ့လာကြမည်။ ဤစနစ်တွင် ၇.၁ ၌ ဖော်ပြထားသော ဝင်ရိုး OX, OY တို့တည်ရှိသောထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီကို XY ပြင်ညီဟုလည်း ခေါ်ဆိုသည်။ ရေညီဝင်ရိုးကို **X-ဝင်ရိုး**ဟုလည်းကောင်း၊ မတ်ရပ်ဝင်ရိုးကို **Y-ဝင်ရိုး**ဟုလည်းကောင်း ခေါ်ဆိုပြီး ကိန်းစုံတွဲရှိ ပထမကိန်းကို **x-ကိုဩဒိနိတ်**၊ ဒုတိယကိန်းကို **y-ကိုဩဒိနိတ်** ဟုခေါ်သည်။

ပုံ ၇.၂ တွင် ကိန်းစုံတွဲ (4, 3) ဖြင့်ပြထားသော အမှတ် P ၏တည်နေရာကို ပြင်ညီပေါ်၌ နေရာချပြထားသည်။ P ၏တည်နေရာရှိပုံကို အောက်ပါအတိုင်းဆင်ခြင်ကြည့်နိုင်သည်။

4 သည် P ၏ x-ကိုဩဒိနိတ်ဖြစ်၍ X-ဝင်ရိုးပေါ်တွင် 4 ယူနစ်ရှိသောနေရာမှ Y-ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်သောမျဉ်းဆွဲပါ။ 3 သည် P ၏ y-ကိုဩဒိနိတ်ဖြစ်၍ Y-ဝင်ရိုးပေါ်တွင် 3 ယူနစ်ရှိသော နေရာမှ X-ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်သောမျဉ်းဆွဲပါ။ ထိုမျဉ်းနှစ်ကြောင်းဆုံရာနေရာသည် အမှတ် P ၏ နေရာဖြစ်သည်။

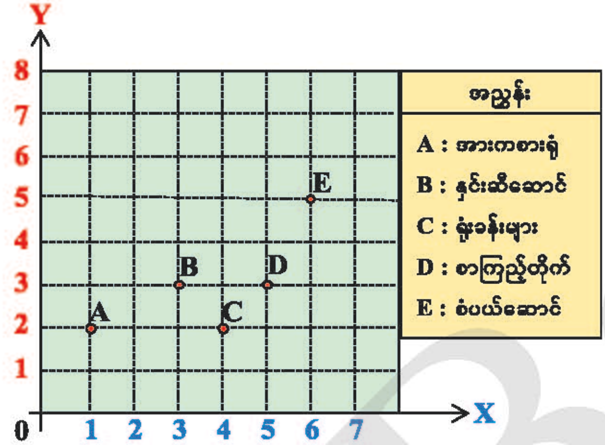


ပုံ ၇.၂

P ၏တည်နေရာကိုပြသော ကိန်းစုံတွဲ (4, 3) ကို P ၏ **ကိုဩဒိနိတ်များ** ဟုခေါ်သည်။ ယေဘုယျအားဖြင့် XY ပြင်ညီပေါ်တွင် အမှတ်တစ်ခု၏တည်နေရာကို ကိန်းစုံတွဲ (x, y) ဖြင့်ဖော်ပြလေ့ရှိသည်။

ပုံစံတွက် ၁။ အောက်ပါတို့၏တည်နေရာကို ကိုသြဒိနိတ်များဖြင့်ဖော်ပြပါ။

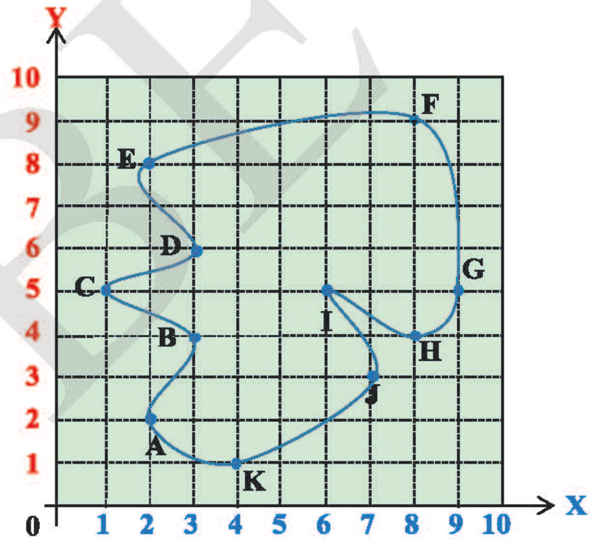
(က) အားကစားရုံ (ခ) နှင်းဆီဆောင် (ဂ) ရုံးခန်းများ (ဃ) စာကြည့်တိုက် (င) စံပယ်ဆောင်



(က) A = (1, 2) (ခ) B = (3, 3) (ဂ) C = (4, 2)

(ဃ) D = (5, 3) (င) E = (6, 5)

ပုံစံတွက် ၂။ ပုံတွင် မြို့ပတ်လမ်းပေါ်ရှိ စတိုးဆိုင်များ၏ တည်နေရာများကို ဖော်ပြထားသည်။



(၁) အောက်ပါစတိုးဆိုင်များ၏တည်နေရာကို ကိုသြဒိနိတ်များဖြင့် ဖော်ပြပါ။

(က) K (ခ) A (ဂ) D (ဃ) H (င) F

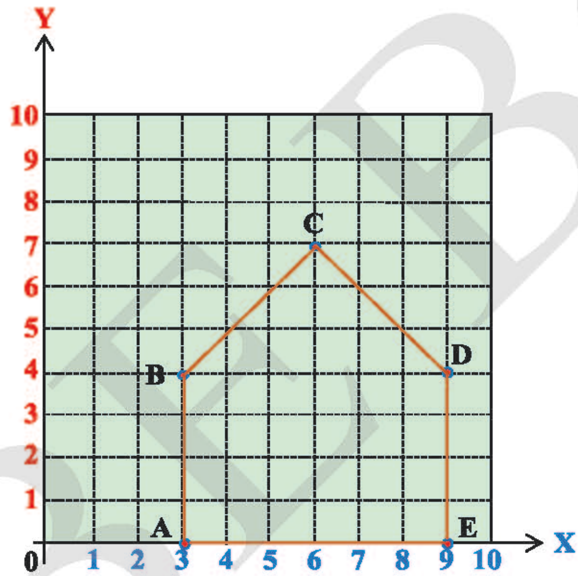
(၂) အောက်ပါ ကိုဩဒိနိတ်များသည် မည်သည့်စတိုးဆိုင်၏တည်နေရာကိုဖော်ပြသနည်း။

(က) (3, 4) (ခ) (6, 5) (ဂ) (7, 3) (ဃ) (1, 5) (င) (2, 8)

(၁) (က) K = (4, 1) (ခ) A = (2, 2) (ဂ) D = (3, 6) (ဃ) H = (8, 4) (င) F = (8, 9)

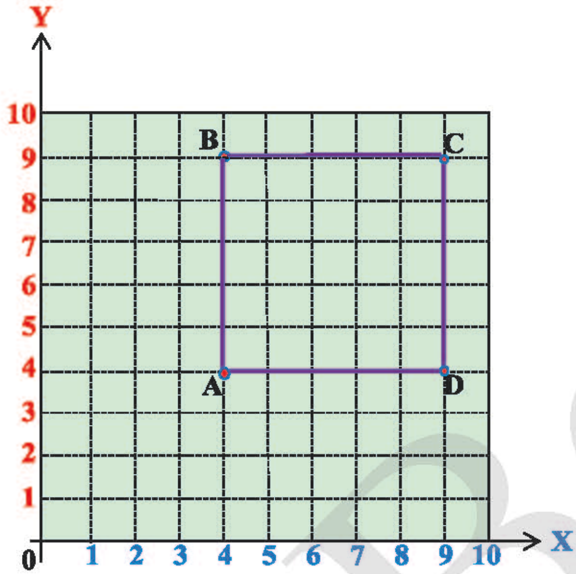
(၂) (က) (3, 4) = B (ခ) (6, 5) = I (ဂ) (7, 3) = J (ဃ) (1, 5) = C (င) (2, 8) = E

ပုံစံတွက် ၃။ ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်စနစ်တွင် အမှတ် A(3, 0), B(3, 4), C(6, 7), D(9, 4), E(9, 0) တို့ကိုနေရာချပါ။ A, B, C, D, E အစီအစဉ်အတိုင်းဆက်ပြီး နောက်ဆုံးအမှတ်နှင့် ပထမဆုံးအမှတ်တို့ကိုလည်း ဆက်ပါ။ ရရှိလာသောပုံသည် မည်သည့်ပုံဖြစ်သနည်း။



အမှတ်များဆက်၍ရရှိလာသောပုံသည် အိမ်ပုံ ဖြစ်ပါသည်။

ပုံစံတွက် ၄။ A (4, 4) နှင့် C (9, 9) တို့သည် စတုရန်း ABCD ၏ ထောင့်စွန်းနှစ်ခုဖြစ်၏။ AB နှင့် CD တို့သည် Y- ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်ပြီး AD နှင့် BC တို့သည် X-ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်၏။ B နှင့် D ၏ ကိုဩဒိနိတ်များကို ရှာပါ။ AB ၏ အလျားကိုလည်းရှာပါ။

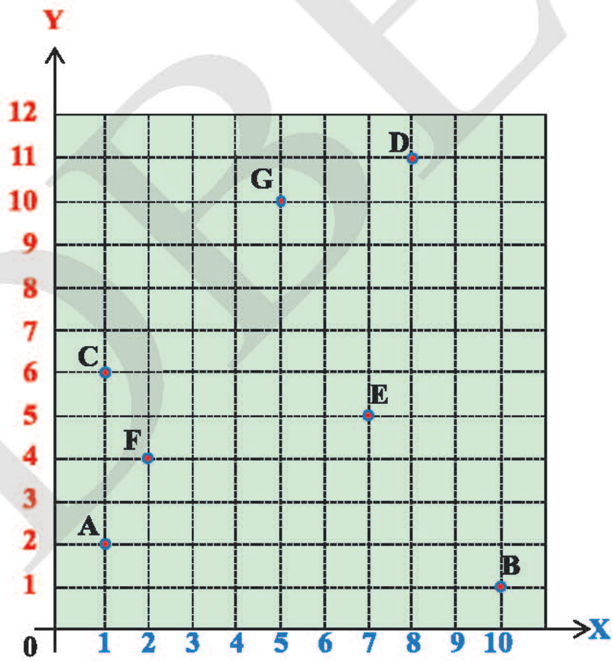


B = (4, 9) D = (9, 4)

AB ၏အလျား = 5 ယူနစ်

လေ့ကျင့်ခန်း ၇.၁

၁။ ပေးထားသောပုံကိုကြည့်၍ ဇယားတွင်ရှိသော အမှတ်များ၏ ကိုဩဒိနိတ်များကိုဖြည့်ပါ။



အမှတ်	တည်နေရာ
A	
B	
C	
D	
E	
F	
G	

၂။ ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုပေါ်တွင် အောက်ပါအမှတ်များကို နေရာချပါ။ ထို့နောက် A နှင့် B၊ B နှင့် C၊ C နှင့် D၊ A နှင့် D တို့ကိုဆက်သွယ်ပါ။ ရရှိလာသောပုံသည် မည်သည့်ပုံဖြစ်သနည်း။

A (3, 5) B (2, 3) C (3, 1) D (4, 3)

၃။ အမှတ် A (3, 5), B (2, 3), C (3, 1) တို့ကိုပေးထားသည်။ အောက်ပါမေးခွန်းများကိုဖြေပါ။

(က) အမှတ် A ၏ x-ကိုဩဒိနိတ်ကိုဖော်ပြပါ။

(ခ) အမှတ် A ၏ y-ကိုဩဒိနိတ်ကိုဖော်ပြပါ။

(ဂ) အမှတ် B ၏ x-ကိုဩဒိနိတ်ကိုဖော်ပြပါ။

(ဃ) အမှတ် B ၏ y-ကိုဩဒိနိတ်ကိုဖော်ပြပါ။

(င) အမှတ် C ၏ x-ကိုဩဒိနိတ်ကိုဖော်ပြပါ။

(စ) အမှတ် C ၏ y-ကိုဩဒိနိတ်ကိုဖော်ပြပါ။

၄။ ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုပေါ်တွင် အောက်ပါအမှတ်များကို နေရာချပါ။ ပေးထားသော အမှတ်များကို အင်္ဂလိပ်စာလုံးများအစီအစဉ်အတိုင်း ဆက်ပြီးနောက် A အမှတ်နှင့် P အမှတ်တို့ကိုလည်းဆက်ပါ။ မည်သည့်ပုံရရှိသနည်း။

A (2, 1) B (2, 4) C (1, 6) D (3, 4) E (8, 4) F (10, 6)
G (10, 5) H (11, 3) I (10, 2) J (9, 3) K (8, 2) L (8, 1)
M (7, 1) N (7, 2) O (3, 2) P (3, 1)

၅။ ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုပေါ်တွင် အောက်ပါအမှတ်များကို နေရာချပါ။ ပေးထားသောအမှတ်များကို အင်္ဂလိပ်စာလုံးများ အစီအစဉ်အတိုင်းဆက်ပြီး နောက်ဆုံးအမှတ်နှင့် ပထမဆုံးအမှတ်တို့ကိုလည်းဆက်ပါ။ မည်သည့်ပုံရရှိသနည်း။

A (2, 2) B (3, 1) C (9, 1) D (10, 2)
E (7, 2) F (7, 8) G (2, 3) H (7, 3)

၆။ (က) A(1, 1), B(6, 1), C(6, 4), D(1, 4) တို့ကို ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုပေါ်တွင် နေရာချပြီး A, B, C, D, A အစဉ်အတိုင်း အမှတ်များကိုဆက်ပါ။ ရရှိလာသောပုံ၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။

(ခ) E(7, 1), F(11, 1), G(9, 4) တို့ကို ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုပေါ်တွင် နေရာချပြီး အမှတ်များကိုဆက်ပါ။ ရရှိလာသောပုံ၏ဧရိယာကိုရှာပါ။

(ဂ) I(2, 7), J(2, 5), K(4, 5), L(4, 7) တို့ကို ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုပေါ်တွင် နေရာချပြီး I, J, K, L, I အစဉ်အတိုင်း အမှတ်များကိုဆက်ပါ။ ရရှိလာသောပုံ၏ ပတ်လည်အနားကို ရှာပါ။

၇။ (က) ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုပေါ်တွင် အမှတ် A(2, 4) နှင့် B(8, 4) တို့ကို နေရာချပါ၊ A နှင့် B ကိုဆက်ပါ။ ထို့နောက် မျဉ်းပိုင်း AB ၏ အလယ်မှတ်ဖြစ်စေမည့် အမှတ် C ကို နေရာချပါ။

(ခ) ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုပေါ်တွင် အမှတ် P(3, 5) နှင့် Q(3, 9) တို့ကို နေရာချပါ၊ P နှင့် Q ကိုဆက်ပါ။ ထို့နောက် မျဉ်းပိုင်း PQ ၏ အလယ်မှတ်ဖြစ်စေမည့် အမှတ် R ကို နေရာချပါ။

၈။ ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုပေါ်တွင် A(2, 2), B(2, 7), C(14, 7), D(14, 2) ထိပ်စွန်းမှတ်များရှိသော စတုဂံ ABCD ကိုဆွဲပါ။

(က) အလျားတူညီသော အနားများကို ဖော်ပြပါ။

(ခ) ပြိုင်သောအနားများကို ဖော်ပြပါ။

(ဂ) စတုဂံ ABCD ၏ ထောင့်တစ်ခုချင်းစီကို ဒီဂရီများဖြင့် ဖော်ပြပါ။

(ဃ) ABCD သည် မည်သည့်စတုဂံအမျိုးအစားဖြစ်သနည်း။

၉။ ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုပေါ်တွင် P(8, 1), Q(11, 7), R(8, 13), S(5, 7) ထိပ်စွန်းမှတ်များရှိသော စတုဂံ PQRS ကိုဆွဲပါ။

(က) အလျားတူညီသော အနားများကို ဖော်ပြပါ။

(ခ) ပြိုင်သောအနားများကို ဖော်ပြပါ။

(ဂ) စတုဂံ PQRS ၏ ထောင့်တစ်ခုချင်းစီကို ဒီဂရီများဖြင့် ဖော်ပြပါ၊ တူညီသောထောင့်များ ရှိပါသလား၊

(ဃ) PQRS သည် မည်သည့်စတုဂံအမျိုးအစားဖြစ်သနည်း။

၁၀။ ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုပေါ်တွင် E(2, 2), F(14, 2), G(17, 7), H(5, 7) ထိပ်စွန်းမှတ်များရှိသော စတုဂံ EFGH ကိုဆွဲပါ။

(က) အလျားတူညီသော အနားများကို ဖော်ပြပါ။

(ခ) ပြိုင်သောအနားများကို ဖော်ပြပါ။

(ဂ) စတုဂံ EFGH ၏ ထောင့်တစ်ခုချင်းစီကို ဒီဂရီများဖြင့် ဖော်ပြပါ၊ အကယ်၍ တူညီသောထောင့်များရှိခဲ့လျှင် ထိုထောင့်များကိုဖော်ပြပါ၊

(ဃ) EFGH သည် မည်သည့်စတုဂံအမျိုးအစားဖြစ်သနည်း၊

အခန်း ၈ စာရင်းအင်းသင်္ချာ

ဆဋ္ဌမတန်းတွင် စာရင်းအင်းသင်္ချာဆိုင်ရာအချက်အလက်များကို စုစည်းဖော်ပြရာတွင် ရုပ်ပြပုံများဖြင့်ဖော်ပြခြင်းနှင့် ဘားဂရပ်များဖြင့်ဖော်ပြခြင်းအကြောင်းတို့ကို လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။

ဤသင်ခန်းစာတွင် စာရင်းအင်းသင်္ချာဆိုင်ရာအချက်အလက်များကို စက်ဝိုင်းကားချပ်ပုံများ၊ မျဉ်းဂရပ်များဖြင့် မည်သို့ဖော်ပြမည်ကို လေ့လာကြမည်။

ဤသင်ခန်းစာကို လေ့လာသင်ယူပြီးသောအခါ စာရင်းအင်းသင်္ချာဆိုင်ရာအချက်အလက်များကို စက်ဝိုင်းကားချပ်ပုံများဖြင့်လည်းကောင်း မျဉ်းဂရပ်များတည်ဆောက်၍လည်းကောင်း ဖော်ပြနိုင်မည်ဖြစ်သည်။

၈.၁ စက်ဝိုင်းကားချပ်ပုံ (Pie Chart)

စာရင်းအင်းဆိုင်ရာအချက်အလက်များကို စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ အစိတ်အပိုင်းများအလိုက် (စက်ဝိုင်းစိတ်များ၏အရွယ်အစားအလိုက်)ဖော်ပြခြင်းကို စက်ဝိုင်းကားချပ်ပုံဟုခေါ်သည်။ စက်ဝိုင်းကားချပ်ပုံများသည် အချက်အလက်များ၏ အချင်းချင်းဆက်နွယ်နေသည့်အနေအထားကို လေ့လာရာတွင် အထူးအသုံးဝင်သည်။

၈.၁.၁ စက်ဝိုင်းကားချပ်ဆွဲသားနည်း

စက်ဝိုင်းကားချပ်တစ်ခုဆောက်လုပ်ဆွဲသားပုံအဆင့်အဆင့်ကို အောက်ပါဥပမာဖြင့် လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ ၁။ သတ္တမတန်းကျောင်းသားကျောင်းသူ 40 ဦးတို့အား စစ်တမ်းကောက်ယူရာ ဘောလုံးအားကစားဝါသနာပါသူ 14 ဦး၊ ကြက်တောင်အားကစားဝါသနာပါသူ 8 ဦး၊ ဘတ်စကက်ဘောအားကစားဝါသနာပါသူ 6 ဦး၊ ဘော်လီဘောအားကစားဝါသနာပါသူ 12 ဦးဟုအသီးသီးကောက်ခံရရှိသည်။ ထိုအချက်အလက်များကို စက်ဝိုင်းကားချပ်ပုံဖြင့် အောက်ပါအဆင့်များအတိုင်းဖော်ပြကြမည်။

အဆင့် (၁) အားကစားဝါသနာပါသူအသီးသီး၏ပမာဏကို စက်ဝိုင်းဗဟိုရှိထောင့်ပမာဏတို့ဖြင့် ဖော်ပြရန်အောက်ပါအတိုင်းတွက်ယူပါ။

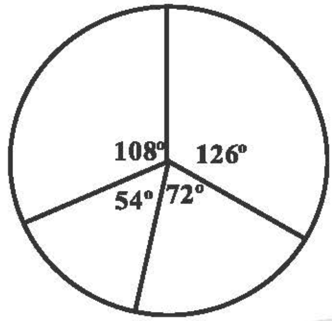
ဘောလုံးအားကစားဝါသနာပါသူ အရေအတွက်၏ ထောင့်ပမာဏ $= \frac{14}{40} \times 360° = 126°$

ကြက်တောင်အားကစားဝါသနာပါသူအရေအတွက်၏ ထောင့်ပမာဏ $= \frac{8}{40} \times 360° = 72°$

ဘတ်စကက်ဘောအားကစား ဝါသနာပါသူအရေအတွက်၏ ထောင့်ပမာဏ $= \frac{6}{40} \times 360° = 54°$

ဘော်လီဘောအားကစားဝါသနာပါသူအရေအတွက်၏ ထောင့်ပမာဏ $= \frac{12}{40} \times 360° = 108°$

အဆင့် (၂) သင့်လျော်သောအချင်းဝက်ဖြင့် စက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ထို့နောက် ဒီဂရီတိုင်းစက်ဝိုင်းခြမ်းကိုအသုံးပြု၍ ဗဟိုတွင် လိုအပ်သောထောင့်ပမာဏရှိသည့် စက်ဝိုင်းစိတ်များ စိတ်ပိုင်းရေးဆွဲပါ။



ပုံ ၈.၁

အဆင့် (၃) အားကစားဝါသနာပါသူအသီးသီး၏ပမာဏကိုရာခိုင်နှုန်းဖြင့်တွက်ပါ။

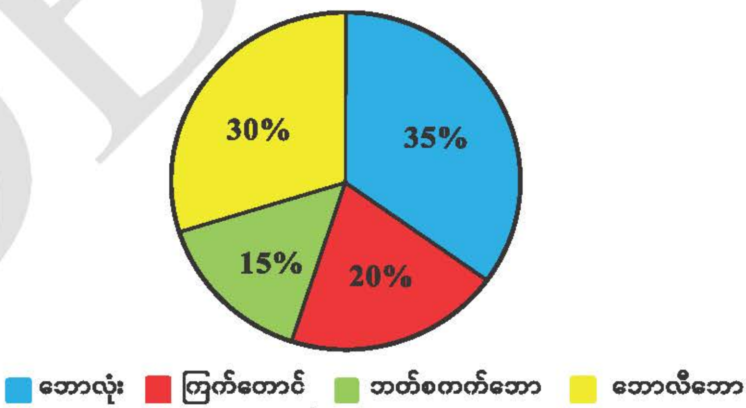
ဘောလုံးအားကစားဝါသနာပါသူ ရာခိုင်နှုန်း $= \frac{14}{40} \times 100 = 35\ \%$

ခြင်းခတ်အားကစားဝါသနာပါသူ ရာခိုင်နှုန်း $= \frac{8}{40} \times 100 = 20\ \%$

ဘတ်စကက်ဘောအားကစားဝါသနာပါသူ ရာခိုင်နှုန်း $= \frac{6}{40} \times 100 = 15\ \%$

ဘော်လီဘောအားကစားဝါသနာပါသူ ရာခိုင်နှုန်း $= \frac{12}{40} \times 100 = 30\%$

အဆင့် (၄) ရရှိလာသောအစိတ်အပိုင်းများကိုအမျိုးအစားအလိုက်အညွှန်းပြသော အရောင်ခြယ်ပါက ပုံ ၈.၂ အတိုင်း စက်ဝိုင်းကားချပ်ပုံကို ရရှိလာမည်ဖြစ်သည်။



ပုံ ၈.၂

တစ်ဖက်ပါစက်ဝိုင်းကားချပ်ကို ကြည့်ရှုလေ့လာခြင်းဖြင့် အားကစားအမျိုးအစားအလိုက် စိတ်ဝင်စားသူဦးရေအနည်းအများကို အလွယ်တကူစိစစ်နိုင်သည်။

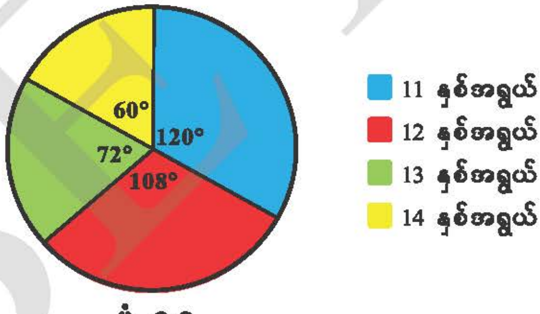
ပုံစံတွက် ၁။ ကျောင်းတစ်ကျောင်း၌ အလယ်တန်းကျောင်းသား 390 ယောက်ရှိသည့်အနက် အသက် 11 နှစ်အရွယ်ကျောင်းသားအရေအတွက်သည် 130 ယောက်ဖြစ်ပြီး 12 နှစ်အရွယ်ကျောင်းသား 117 ယောက်၊ 13 နှစ်အရွယ်ကျောင်းသား 78 ယောက်နှင့် 14 နှစ်အရွယ်ကျောင်းသား 65 ယောက်အသီးသီးဖြစ်ကြ၏။ ဤအချက်အလက်များကို စက်ဝိုင်းကားချပ်ပုံဖြင့်ဖော်ပြပါ။

11 နှစ်အရွယ်ကျောင်းသားအရေအတွက်၏ထောင့်ပမာဏ $= \dfrac{130}{390} \times 360° = 120°$

12 နှစ်အရွယ်ကျောင်းသားအရေအတွက်၏ထောင့်ပမာဏ $= \dfrac{117}{390} \times 360° = 108°$

13 နှစ်အရွယ်ကျောင်းသားအရေအတွက်၏ထောင့်ပမာဏ $= \dfrac{78}{390} \times 360° = 72°$

14 နှစ်အရွယ်ကျောင်းသားအရေအတွက်၏ထောင့်ပမာဏ $= \dfrac{65}{390} \times 360° = 60°$



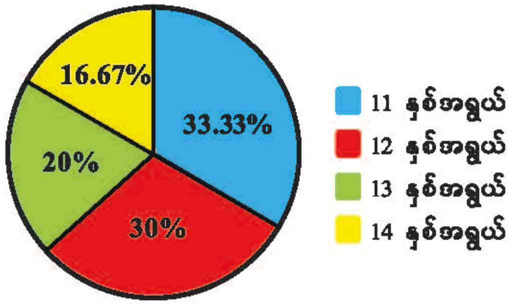
ပုံ ၈.၃

11 နှစ်အရွယ်ကျောင်းသားရာခိုင်နှုန်း $= \dfrac{130}{390} \times 100 = 33.33\%$

12 နှစ်အရွယ်ကျောင်းသားရာခိုင်နှုန်း $= \dfrac{117}{390} \times 100 = 30\%$

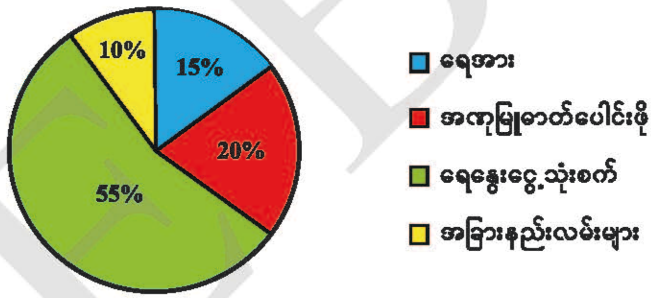
13 နှစ်အရွယ်ကျောင်းသားရာခိုင်နှုန်း $= \dfrac{78}{390} \times 100 = 20\%$

14 နှစ်အရွယ်ကျောင်းသားရာခိုင်နှုန်း $= \dfrac{65}{390} \times 100 = 16.67\%$



ပုံ ၈.၄

ပုံစံတွက် ၂။ အောက်ပါစက်ဝိုင်းကားချပ်ပုံသည် တိုင်းပြည်တစ်ခု၏ လျှပ်စစ်ဓာတ်အားထုတ်ယူသောနည်းလမ်းများအလိုက် ရရှိသောပမာဏများကို ဖော်ပြထားသည့်ပုံဖြစ်သည်။ လျှပ်စစ်ဓာတ်အားစုစုပေါင်းထုတ်လုပ်မှုပမာဏသည် ကီလိုဝပ်သန်းပေါင်း 20000 ဖြစ်လျှင် နည်းလမ်းတစ်မျိုးစီဖြင့် ထုတ်ယူထားသောလျှပ်စစ်ပမာဏအသီးသီးကိုရှာပါ။



ရေအားဖြင့်ထုတ်လုပ်သည့်လျှပ်စစ်ပမာဏ = 20000 ကီလိုဝပ်သန်းပေါင်း ၏ 15%

$= 20000 \times \dfrac{15}{100}$

= 3000 ကီလိုဝပ်သန်းပေါင်း

အဏုမြူဓာတ်ပေါင်းဖိုဖြင့်ထုတ်လုပ်သည့်လျှပ်စစ်ပမာဏ = 20000 ကီလိုဝပ်သန်းပေါင်း ၏ 20%

$= 20000 \times \dfrac{20}{100}$

= 4000 ကီလိုဝပ်သန်းပေါင်း

ရေနွေးငွေ့သုံးစက်ဖြင့်ထုတ်လုပ်သည့်လျှပ်စစ်ပမာဏ = 20000 ကီလိုဝပ်သန်းပေါင်း ၏ 55%

$= 20000 \times \dfrac{55}{100}$

= 11000 ကီလိုဝပ်သန်းပေါင်း

အခြားနည်းလမ်းများဖြင့်ထုတ်လုပ်သည့်လျှပ်စစ်ပမာဏ = 20000 ကီလိုဝပ်သန်းပေါင်း၏ 10%

$$= 20000 \times \frac{10}{100}$$

= 2000 ကီလိုဝပ်သန်းပေါင်း

လေ့ကျင့်ခန်း ၈.၁

၁။ အိမ်ထောင်စုတစ်ခုတွင် မိသားစုဝင်ငွေ၏ 35% ကို အစားအသောက်၌ လည်းကောင်း၊ 20%ကို အဝတ်အထည်တို့၌ လည်းကောင်း၊ 5% ကို လျှပ်စစ်မီတာခအတွက်လည်းကောင်း၊ 25%ကို အပိုသုံးငွေအဖြစ်လည်းကောင်းသုံးစွဲပြီး 15% ကို ငွေစုဘဏ်တွင် အပ်နှံစုဆောင်းသည်။ အထက်ပါအချက်အလက်များကိုသုံးပြီး စက်ဝိုင်းကားချပ်ရေးဆွဲဖော်ပြပါ။

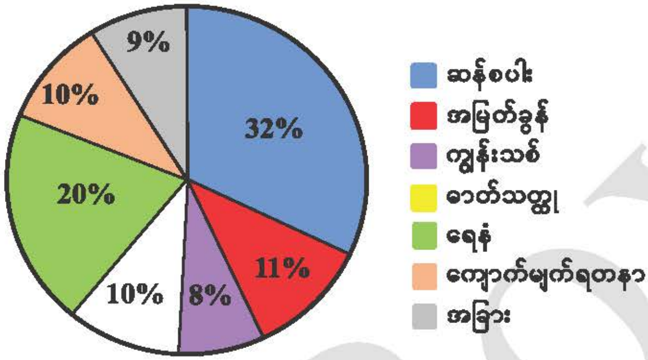
၂။ ကျေးလက်ဖွံ့ဖြိုးတိုးတက်ရေးရန်ပုံငွေတစ်ရပ်ကို ရပ်ကွက်များအားခွဲဝေပေးရာ ဈေးပိုင်းရပ်ကွက်က 12 သိန်းကျပ်၊ ရွာမရပ်ကွက်က 20 သိန်းကျပ်၊ သမိုင်းရပ်ကွက်က 22 သိန်းကျပ်၊ ဘုရားလမ်းရပ်ကွက်က 6 သိန်းကျပ် အသီးသီးရရှိကြလျှင် ၎င်းတို့ကို စက်ဝိုင်းကားချပ်ပုံဖြင့် ဖော်ပြပါ။

၃။ ကုန်းလမ်းပို့ဆောင်ရေးဌာနတွင် မှတ်ပုံတင်ထားသောမော်တော်ကားတို့ကို စာရင်းကောက်ယူကြည့်ရာ ကားအစီးရေ 100 အတွက် အောက်ပါအတိုင်းရသည်။ ကိုယ်ပိုင်ကား 60 စီး၊ အငှားယာဉ် 15 စီး၊ ကုန်တင်ယာဉ်ကြီး 10 စီး၊ ရုံးသုံးကား 10 စီး၊ လူနာတင်ကား 5 စီးတို့ဖြစ်ကြသည်။ စက်ဝိုင်းကားချပ်တစ်ခုဖြင့် အထက်ပါအချက်အလက်များကို ရေးဆွဲပြပါ။

၄။ ကျောင်းသားများအသုံးပြုသောခဲတံများ၏အရောင်များကိုလေ့လာကြည့်ရာ အနက်20ချောင်း၊ အပြာ 10 ချောင်း၊ အစိမ်း 22 ချောင်း၊ အနီ 8 ချောင်း၊ အဖြူ 12 ချောင်းနှင့် အခြားအရောင် 18 ချောင်းဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရလျှင် ယင်းတို့ကိုစက်ဝိုင်းကားချပ်တစ်ခုဖြင့်ဖော်ပြပါ။

၅။ သင်၏အတန်းတွင်းရှိ ကျောင်းသားကျောင်းသူများက ကြိုက်နှစ်သက်သည့် အိမ်မွေးတိရစ္ဆာန်များစာရင်းကိုကောက်ယူ၍ ရရှိလာသောအချက်အလက်များဖြင့် စက်ဝိုင်းကားချပ်တစ်ခုရေးဆွဲပြပါ။

၆။ အောက်တွင်ပေးထားသောစက်ဝိုင်းကားချပ်တွင် နိုင်ငံတစ်နိုင်ငံ၏ ရသုံးခန့်မှန်းခြေငွေစာရင်းမှ ဝင်ငွေများကို ရာခိုင်နှုန်းဖြင့်ဖော်ပြထား၏။



(က) ဝင်ငွေအများဆုံးရရှိသော ငွေစာရင်းခေါင်းစဉ်အမည်ကိုဖော်ပြပါ။

(ခ) ဝင်ငွေအနည်းဆုံးရရှိသော ငွေစာရင်းခေါင်းစဉ်အမည်ကိုဖော်ပြပါ။

(ဂ) စုစုပေါင်းဝင်ငွေပမာဏသည် ကျပ်သန်းပေါင်း 1200 ရှိသည်ဆိုလျှင် ရေနံဟူသော ခေါင်းစဉ်အောက်မှရရှိသော ဝင်ငွေကိုရှာပါ။

(ဃ) စုစုပေါင်းဝင်ငွေပမာဏသည် ကျပ်သန်းပေါင်း 1200 ရှိသည်ဆိုလျှင် ဆန်စပါးဟူသော ခေါင်းစဉ်အောက်မှရရှိသော ဝင်ငွေကိုရှာပါ။

(င) အနည်းဆုံးရရှိသောဝင်ငွေပမာဏနှင့် အများဆုံးရရှိသောဝင်ငွေပမာဏတို့၏ အချိုးကို ရှာပါ။

၈.၂ မျဉ်းဂရပ် (Line Graph)

အချိန်ကာလကို ဖော်ပြသည့်ရေညီမျဉ်းနှင့် အချိန်ကာလအလျောက်ကောက်ယူထားသည့် ကိန်းဂဏန်းအချက်အလက်များကို ဖော်ပြသည့်မတ်ရပ်မျဉ်းတို့ကို အသုံးပြုလျက် မျဉ်းဂရပ်တစ်ခုကို ဆွဲသားနိုင်သည်။ ဥပမာ လူနာတစ်ဦး၏အပူချိန်၊ နိုင်ငံတစ်နိုင်ငံ၏လူဦးရေပမာဏ၊ လုပ်ငန်းတစ်ခု၏ကုန်ရောင်းချမှုပမာဏ အစရှိသည်တို့ကို အချိန်ကာလအပိုင်းအခြားအလိုက် မျဉ်းဂရပ်ဖြင့် ဖော်ပြလေ့ရှိကြသည်။ ယင်းဂရပ်ကို ကြည့်ခြင်းဖြင့် အချိန်ကာလတစ်ခုအတွင်း တိုးတက်မှု၊ ဆုတ်ယုတ်မှုအနေအထားတို့ကို တွေ့မြင်နိုင်သည်။

၈.၂.၁ မျဉ်းဂရပ်တစ်ခုဆွဲသားနည်း

စာရင်းအင်းဆိုင်ရာ အချက်အလက်များကို မျဉ်းဂရပ်တစ်ခုဖြင့် အောက်ပါအတိုင်း အဆင့်ဆင့် ဆောက်လုပ်ဆွဲသားဖော်ပြနိုင်သည်။

ဥပမာ ၁။ အိမ်ဆောက်ပစ္စည်းအရောင်းဆိုင်တစ်ခုမှ သီတင်းပတ်တစ်ခုအတွက် နေ့စဉ်ရောင်း၍ ရရှိသောဝင်ငွေကို အောက်ပါဇယားဖြင့်ဖော်ပြထားသည်။

နေ့	တနင်္လာ	အင်္ဂါ	ဗုဒ္ဓဟူး	ကြာသပတေး	သောကြာ
ဝင်ငွေ (ကျပ်သိန်းပေါင်း)	30	20	40	25	35

အထက်ပါအချက်အလက်များကို မျဉ်းဂရပ်တစ်ခုဖြင့်ဖော်ပြရန် အောက်ပါအတိုင်း အဆင့်ဆင့် ဆောက်လုပ်ဆွဲသွားမည်။

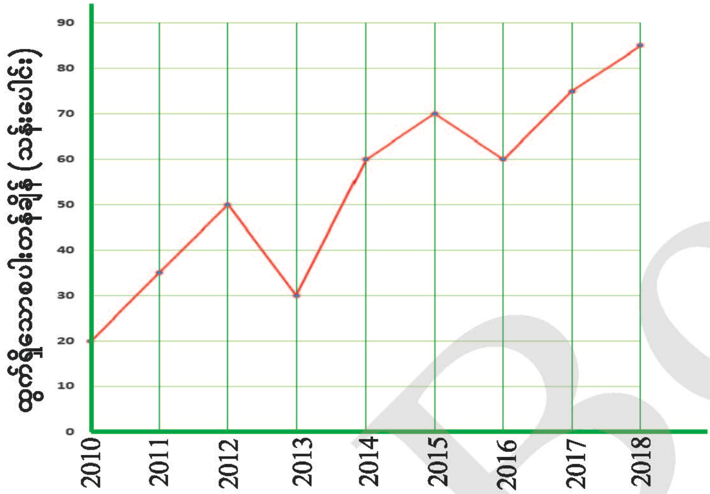
အဆင့် (၁) စာရွက်ပေါ်တွင်ရေညီမျဉ်းတစ်ကြောင်းနှင့် ထိုရေညီမျဉ်းကို ထောင့်မှန်ကျသော မတ်ရပ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) ရေညီမျဉ်းပေါ်တွင်နေ့များကို အစီအစဉ်အလိုက်နေရာချပါ။ ရောင်းရငွေများအတွက် မတ်ရပ်မျဉ်းပေါ်တွင် တစ်ယူနစ်လျှင် 5 သိန်းဟု အသီးသီးသတ်မှတ်ပါ။

အဆင့် (၃) ရေညီမျဉ်းပေါ်တွင် တနင်္လာနေ့အတွက်သတ်မှတ်ထားသောအမှတ်မှမတ်ရပ်မျဉ်းနှင့် တနင်္လာနေ့နှင့်သက်ဆိုင်သည့်ဝင်ငွေအမှတ်နှင့် တစ်တန်းတည်းကျသောရေညီမျဉ်းတို့၏ဆုံမှတ်ကိုမှတ်ပါ။ ထို့နည်းတူစွာ ကျန်နေ့များအတွက်လည်း ဆုံမှတ်များမှတ်ပါ။

အဆင့် (၄) ထိုဆုံမှတ်များကို ဆက်သွယ်ခြင်းဖြင့် မျဉ်းဂရပ်တစ်ခုကို ရရှိမည်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၂။ အောက်ပါပုံသည် 2010 ခုနှစ်မှ 2018 ခုနှစ်အတွင်း ဆန်စပါးစိုက်ပျိုးရေးလုပ်ငန်း တစ်ခု၏စပါးထွက်ရှိမှုနှုန်းကို မျဉ်းဂရပ်တစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြထားသည်ဆိုပါစို့။



ပေးထားသော မျဉ်းဂရပ်မှ အောက်ပါအချက်များကို သိရှိနိုင်၏။

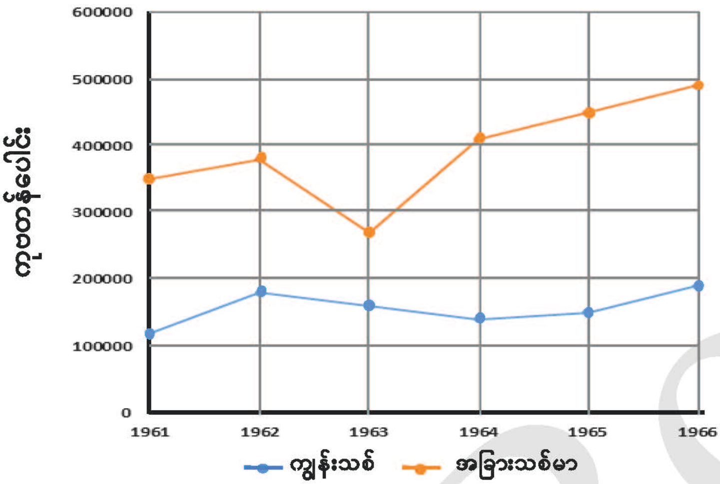
(က) စပါးအများဆုံးထွက်သောနှစ်သည် 2018 ခုနှစ်ဖြစ်သည်။

(ခ) စပါးအနည်းဆုံးထွက်သောနှစ်သည် 2010 ခုနှစ်ဖြစ်သည်။

(ဂ) နှစ်အလိုက်ထွက်ရှိသော စပါးတန်ချိန်ပမာဏကိုလည်းဖတ်ရှုနိုင်သည်။

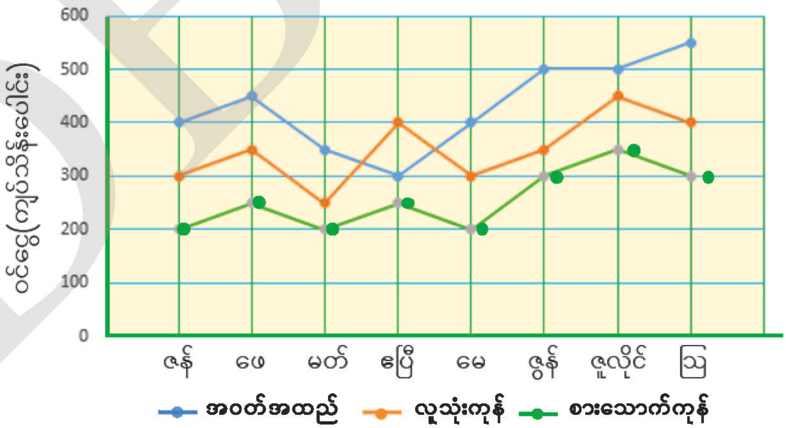
ပုံစံတွက် ၁။ 1961 ခုနှစ်မှ 1966 ခုနှစ်အတွင်းနိုင်ငံတစ်နိုင်ငံ၏ကျွန်းသစ်နှင့် အခြားသစ်မာများ ထွက်ရှိမှုစာရင်းမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်၏။ ယင်းအချက်အလက်များကိုပုံတစ်ပုံ တည်းတွင် မျဉ်းဂရပ်များဖြင့်ဖော်ပြပါ။

ခုနှစ်	ကျွန်းသစ်(ကုဗတန်)	အခြားသစ်မာ(ကုဗတန်)
1961	120000	350000
1962	180000	380000
1963	160000	270000
1964	140000	410000
1965	150000	450000
1966	190000	490000



ပုံစံတွက် ၂။ ကုန်တိုက်တစ်ခုတွင် ဇန်နဝါရီလမှသြဂုတ်လအထိ ရောင်းချရသောဝင်ငွေကျပ်သိန်းပေါင်းကို အောက်ပါဇယားတွင် ဖော်ပြထားသည်။ ထိုဝင်ငွေအသီးသီးကို ပုံတစ်ပုံတည်းတွင် မျဉ်းဂရပ်များဖြင့်ဖော်ပြပါ။

လ	ဇန်နဝါရီ	ဖေဖော်ဝါရီ	မတ်	ဧပြီ	မေ	ဇွန်	ဇူလိုင်	သြဂုတ်
အဝတ်အထည်	400	450	350	300	400	500	500	550
လူသုံးကုန်	300	350	250	400	300	350	450	400
စားသောက်ကုန်	200	250	200	250	200	300	350	300



လေ့ကျင့်ခန်း ၈.၂

၁။ ကျောင်းသားတစ်ယောက်၏ ကိုယ်အလေးချိန်ကို 5 နှစ်သားအရွယ်မှစ၍ 15 နှစ် အရွယ်ရောက်သည်အထိ နှစ်စဉ်မှတ်သားခဲ့ရာ အောက်ပါအတိုင်းတွေ့ရသည်။ ဤအချက်အလက်များကို မျဉ်းဂရပ်ဖြင့်ဖော်ပြပါ။

အသက် (နှစ်)	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
အလေးချိန် (kg)	15	20	24	25	28	30	32	34	35	40	40

၂။ သင်တို့၏စာသင်ခန်းအတွင်းရှိ အခန်းအပူချိန်များကို သီတင်းတစ်ပတ်အတွင်းမွန်းတည့် 12နာရီ အချိန်တွင် သာမိုမီတာဖြင့် နေ့စဉ်တိုင်းယူ၍ နေ့အလိုက်အပူချိန်ကိုဖော်ပြသောမျဉ်းဂရပ်တစ်ခု ဆွဲသားပါ။

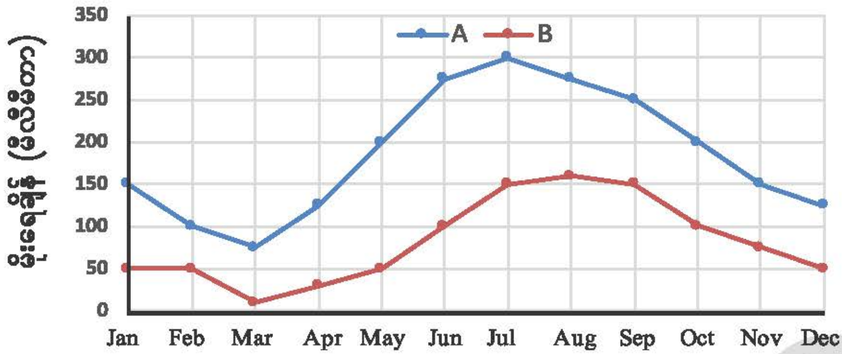
၃။ အောက်ပါဇယားတွင် ရုပ်ရှင်ရုံနှစ်ခုသို့ ရက်သတ္တပတ်တစ်ခုအတွင်းလာရောက်ကြည့်ရှုသော လူဦးရေအသီးသီးကို နေ့အလိုက်ဖော်ပြထားသည်။ ဤအချက်အလက်များကို မျဉ်းဂရပ်ဖြင့် ဖော်ပြပါ။

နေ့	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
မင်္ဂလာ ရုပ်ရှင်ရုံ	500	400	500	350	250	400	600
စံပြ ရုပ်ရှင်ရုံ	300	350	200	600	600	400	400

၄။ ပုံတွင် မြို့ A နှင့် မြို့ B တို့၌ လအလိုက်ရွာသွန်းသောမိုးရေချိန် (မီလီမီတာ)များကို မျဉ်းဂရပ် နှစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြထားသည်။

(က) မြို့တစ်မြို့စီ၌ မိုးရွာသွန်းပမာဏအနည်းဆုံးနှင့် အများဆုံးဖြစ်သောလများကိုဖော်ပြပါ။

(ခ) မြို့တစ်မြို့စီ၌ ဖေဖော်ဝါရီလနှင့်စက်တင်ဘာလများ၏မိုးရွာသွန်းမှုပမာဏများကို ဖော်ပြပါ။



၅။ မြို့တစ်မြို့၏ 1941 ခုနှစ်မှ 2011 ခုနှစ်အတွင်းရှိ လူဦးရေ(ထောင်ပေါင်း)ကို အောက်ပါ ဇယားအတိုင်းသိရှိရသည်။

ခုနှစ်	1941	1951	1961	1971	1981	1991	2001	2011
လူဦးရေ (ထောင်ပေါင်း)	150	150	160	170	190	220	270	290

အထက်ပါအချက်အလက်များမှ မျဉ်းဂရပ်တစ်ခုကိုဆွဲပါ။

(က) လူဦးရေတိုးတက်မှုသည် ညီညာမှုရှိပါသလား။

(ခ) 1956 ခုနှစ်နှင့် 2006 ခုနှစ်များအတွက်လူဦးရေကို ခန့်မှန်းဖော်ပြပါ။

(ဂ) မည်သည့်နှစ်များအတွင်း လူဦးရေတိုးတက်မှု အများဆုံးဖြစ်သနည်း။

၆။ ကျောင်းသားတစ်ဦး၏အရပ်အမြင့်ကို နှစ်စဉ်မွေးနေ့တိုင်း၌ တိုင်းယူခဲ့ရာ အောက်ပါအတိုင်းတွေ့ရှိရပါသည်။

အသက်(နှစ်)	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
အရပ် (စင်တီမီတာ)	125	130	132	137	144	152	158	164	173	178	178

အထက်ပါအချက်အလက်များကိုမျဉ်းဂရပ်ဖြင့်ဖော်ပြပေးပါ။

ပုံမှ အောက်ပါခန့်မှန်းချက်များကိုရှာပါ။

(က) 12 နှစ်ခွဲအရွယ်၌ ရှိမည့်အရပ်အမြင့်

(ခ) အရပ် 160 စင်တီမီတာရှိစဉ်ကသူ၏အသက်

(ဂ) သူ၏အရပ် ဆက်လက်မြင့်တက်မှု စတင်ရပ်ဆိုင်းသွားသောအသက်(နှစ်)။

အခန်း ၉ လူမှုရေးသင်္ချာ

ဤသင်ခန်းစာတွင် လူမှုရေးဆိုင်ရာသင်္ချာအကြောင်းအရာများကို လေ့လာကြရမည်ဖြစ်သည်။ ယင်းတွင် မက်ထရစ်စနစ်ရှိ အလျား၊ အလေးချိန်နှင့် ထုထည်ဆိုင်ရာယူနစ်များ၊ ဈေးတွက်အမျိုးမျိုးနှင့် သစ်တန်တွက်နည်း၊ မြေကျင်း၊ သဲကျင်း၊ ကျောက်ကျင်းတွက်နည်းတို့ ပါဝင်မည်ဖြစ်ပြီး ယင်းတွက်နည်းများအသုံးပြု၍ လူမှုရေးဆိုင်ရာသင်္ချာပြဿနာများကို ဖြေရှင်းနိုင်မည်။

၉.၁ မက်ထရစ်စနစ် (The Metric System)

ဤစနစ်တွင် အလျားနှင့်ပတ်သက်၍ မီတာ (metre)၊ အလေးချိန်နှင့်ပတ်သက်၍ ကီလိုဂရမ် (kilogram)၊ အချိန်နှင့်ပတ်သက်၍ စက္ကန့် (second) ထုထည်နှင့် ပတ်သက်၍ လီတာ(litre) တို့သည် အသုံးများသော ယူနစ်များ ဖြစ်ကြသည်။

ဆဋ္ဌမတန်းတွင် မက်ထရစ်စနစ်အတိုင်းအတာ အခြေခံယူနစ်တို့၏ ဆက်သွယ်ချက်အချို့ကို သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ပြန်လည်လေ့လာကြည့်လျှင် ရှေ့ဆွယ်စကားလုံးများ (prefixes) ဖြစ်သည့် ကီလို (kilo)သည် 1000၊ ဟက်တို (hecto) သည် 100၊ ဒက်ကာ (deka) သည် 10၊ ဒက်ဆီ (deci) သည် $\frac{1}{10}$၊ စင်တီ(centi) သည် $\frac{1}{100}$၊ မီလီ(mili) သည် $\frac{1}{1000}$ ဟူ၍ အခြေခံယူနစ်များနှင့် ဆက်သွယ်နေကြသည်။

အသုံးများသော အလျားတိုင်းယူနစ်များ

1 cm = 10 mm

1 m = 100 cm

1 km = 1000 m

အသုံးများသော အလေးချိန်ဆိုင်ရာယူနစ်များ

1 g = 1000 mg

1 kg = 1000 g

1 metric ton (tonne) = 1000 kg

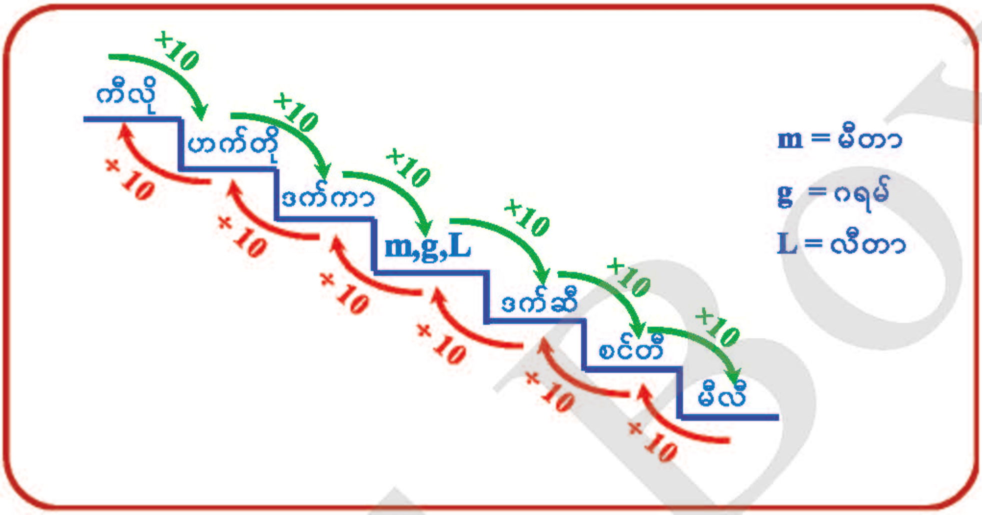
အသုံးများသော ထုထည်တိုင်း ယူနစ်များ

$1\ L = 1000\ mL = 1000\ cm^3$

cm^3 ကို cubic centimetre (cc) ဟုလည်းရေးသည်။

အတိုင်းအတာ	အခြေခံယူနစ်	ဆက်သွယ်ချက်
အလျား	မီတာ (m)	1 ကီလိုမီတာ (1km) = 1000 m 1 ဟက်တိုမီတာ (1hm) = 100 m 1 ဒက်ကာမီတာ (1dam)= 10 m 1 ဒက်ဆီမီတာ (1dm) = $\frac{1}{10}$ m 1 စင်တီမီတာ (1cm) = $\frac{1}{100}$ m 1 မီလီမီတာ (1mm)= $\frac{1}{1000}$ m
အလေးချိန်	ဂရမ် (g)	1 ကီလိုဂရမ် (1kg) = 1000 g 1 ဟက်တိုဂရမ် (1hg) = 100 g 1 ဒက်ကာဂရမ် (1dag) = 10 g 1 ဒက်ဆီဂရမ် (1dg) = $\frac{1}{10}$ g 1 စင်တီဂရမ် (1cg) = $\frac{1}{100}$ g 1 မီလီဂရမ် (1mg) = $\frac{1}{1000}$ g
ထုထည် (အခြင်အဝင်)	လီတာ (L)	1 ကီလိုလီတာ (1kL) = 1000 L 1 ဟက်တိုလီတာ (1hL) = 100 L 1 ဒက်ကာလီတာ (1daL)= 10 L 1 ဒက်ဆီလီတာ (1dL) = $\frac{1}{10}$ L 1 စင်တီလီတာ (1cL) = $\frac{1}{100}$ L 1 မီလီလီတာ (1m L)= $\frac{1}{1000}$ L

မက်ထရစ်စနစ်တွင် ကြီးသောယူနစ်မှတစ်ဆင့် ငယ်သောယူနစ်သို့ ပြောင်းလိုသော် 10 ဖြင့် မြှောက်ပြီး ငယ်သောယူနစ်မှတစ်ဆင့် ကြီးသောယူနစ်သို့ ပြောင်းလိုသော် 10 ဖြင့် စားပြီး အလွယ်တကူ ပြောင်းနိုင်သည်။ အောက်ပါ လှေကားထစ်ပုံစံ ဆက်သွယ်ချက်ကို လေ့လာကြည့်ပါ။



ဥပမာ ၁။ (က) 6 cm 7 mm ကို cm သို့ ပြောင်းသော်

$6 \text{ cm } 7 \text{ mm} = 6\frac{7}{10} \text{ cm} = 6.7 \text{ cm}$ ရသည်။

(ခ) 5 m 28 mm ကို m သို့ ပြောင်းသော်

$5 \text{ m } 28 \text{ mm} = 5\frac{28}{1000} \text{ m} = 5.028 \text{ m}$ ရသည်။

(ဂ) 3 kg 265 g ကို kg သို့ ပြောင်းသော်

$3 \text{ kg } 265 \text{ g} = 3\frac{265}{1000} \text{ kg} = 3.265 \text{ kg}$ ရသည်။

(ဃ) 2 L 36 mL ကို L သို့ ပြောင်းသော်

$2 \text{ L } 36 \text{ mL} = 2\frac{36}{1000} \text{ L} = 2.036 \text{ L}$ ရသည်။

ဥပမာ ၂။ (က) 7 km 25 m ကို m သို့ ပြောင်းသော်

$$\begin{aligned} 7 \text{ km } 25 \text{ m} &= (7 \times 1000) \text{ m} + 25 \text{ m} \\ &= 7000 \text{ m} + 25 \text{ m} \\ &= 7025 \text{ m} \end{aligned}$$ ရသည်။

(ခ) 3 kg 725 g ကို g သို့ ပြောင်းသော်

7 kg 725 g = (3 × 1000) g + 725 g

= 3000 g + 725 g

= 3725 g ရသည်။

(ဂ) 3 L 126 mL ကို mL သို့ ပြောင်းသော်

3 L 126 mL = (3 × 1000) mL + 126 mL

= 3000 mL + 126 mL

= 3126 mL ရသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၉.၁

၁။ အောက်ပါတို့ကို cm ဖြင့် ဖော်ပြပါ။

(က) 6 m 39 cm (ခ) 5 m 27 cm (ဂ) 7 cm 8 mm

(ဃ) 3 cm 9 mm (င) 9 km 45 m (စ) 4 km 345 m

၂။ အောက်ပါတို့ကို m ဖြင့်ဖော်ပြပါ။

(က) 6 m 48 cm (ခ) 40 m 50 cm (ဂ) 3 m 78 cm

(ဃ) 27 m 7 cm (င) 4 km 6 hm (စ) 35 km 2 hm 4 dm

၃။ အောက်ပါတို့ကို km ဖြင့်ဖော်ပြပါ။

(က) 5 km 283 m (ခ) 10 km 35 m (ဂ) 1 km 1 m

(ဃ) 5 km 297 m (င) 11 km 23 m (စ) 7 km 7 m

၄။ အောက်ပါတို့ကို kg ဖြင့်ဖော်ပြပါ။

(က) 2 kg 486 g (ခ) 5 kg 48 g (ဂ) 24 kg 135 g

(ဃ) 82 kg 7 g (င) 3 kg 257 g (စ) 6 kg 39 g

၅။ အောက်ပါတို့ကို L ဖြင့်ဖော်ပြပါ။

(က) 3 L 673 mL (ခ) 2 L 2 mL (ဂ) 5 L 278 mL

(ဃ) 877 cm^3 (င) 775 cm^3 (စ) 1205 cm^3

၆။ ပြတင်းပေါက်တစ်ခု၏အကျယ်သည် 1 m 38.5 cm ရှိသော် ယင်းကို cm ဖြင့်ဖော်ပြပါ။

၇။ ကျောင်းသားတစ်ဦးသည် နံနက်တိုင်းကျောင်းသို့ လျှောက်ရသောအကွာအဝေးမှာ 1 km 34.3 m ဖြစ်၏။ ထိုအကွာအဝေးကို m ဖြင့်ဖော်ပြပါ။

၈။ သေတ္တာတစ်လုံးသည် အလျား 1.15 m၊ အနံ 72 cm၊ အမြင့် 72 cm ရှိသည်။ ထိုသေတ္တာ၏ ထုထည်ကို m^3 ဖြင့်ဖော်ပြပါ။

၉။ အုတ်တစ်ချပ်သည် 2 kg 453 g လေးလျှင် ထိုအုတ်ချပ်၏အလေးချိန်ကို g ဖြင့်ဖော်ပြပါ။

၁၀။ 2 L 246 mL ဝင်ဆံ့သောဆေးရည်ဘူးမှ 2 mL ဝင်ဆံ့သော ဆေးရည်ပုလင်းများသို့ခွဲ၍ ထည့်သော် ဆေးရည်ပုလင်းပေါင်း မည်မျှရရှိသနည်း။

၁၁။ မုန့်တစ်ထုပ်သည် 20 g လေးသော် မုန့် 2165 ထုပ်၏ အလေးချိန်ကို kg ဖြင့်ဖော်ပြပါ။

၁၂။ ရေသန့် 35 kL ဝင်ဆံ့သော ရေသန့်ကန်တစ်ကန်မှ 20 L ရေသန့်ဘူးပေါင်း မည်မျှရရှိသနည်း။

၉.၂ ဈေးတွက်ရိုးရိုးနှင့်ဈေးတွက်ကြီး

ဈေးတွက်တွက်နည်းတွင် ပေးထားချက်နှစ်မျိုးအနက် တစ်မျိုးသည် မျိုးမတူကိန်းများဖြင့်ဖော်ပြပြီး ကျန်တစ်မျိုးသည် မျိုးတူကိန်းဖြင့် ဖော်ပြလျှင် ထိုတွက်နည်းကို **ဈေးတွက်ရိုးရိုး** ဟုခေါ်သည်။

ဈေးတွက်ရိုးရိုးကို ဆဋ္ဌမတန်းတွင် လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခု အောက်ပါဥပမာဖြင့် ပြန်လည် လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ ၁။ ပစ္စည်းတစ်ခုသည် 3650 ကျပ် 75 ပြားတန်သော် ပစ္စည်းအခု 30 ၏တန်ဖိုးကိုရှာပါ။
ထိုပုစ္ဆာတွင် ပေးထားချက်နှစ်မျိုးအနက်တစ်မျိုးမှာ မျိုးမတူကိန်း(ကျပ်၊ ပြား)ဖြစ်ပြီး တစ်မျိုးမှာ မျိုးတူကိန်းပစ္စည်းအရေအတွက် ဖြစ်နေခြင်းကြောင့် ဈေးတွက်ရိုးရိုးဖြင့်တွက်ချက်ရမည်ဖြစ်သည်။

	ကျပ်	ပြား	
	30	00	= 1ကျပ်နှုန်းဖြင့် ပစ္စည်း 30 တန်ဖိုး
	×	3650	
	109500	00	= 3650ကျပ်နှုန်းဖြင့် ပစ္စည်း 30 တန်ဖိုး
50 ပြားသည် 1 ကျပ်၏ $\frac{1}{2}$	15	00	= 50 ပြားနှုန်းဖြင့် ပစ္စည်း 30 တန်ဖိုး
25 ပြားသည် 50 ပြား ၏ $\frac{1}{2}$	7	50	= 25 ပြားနှုန်းဖြင့် ပစ္စည်း 30 တန်ဖိုး
	109522	**50**	= 3650 ကျပ် 75 ပြားနှုန်းဖြင့် ပစ္စည်း 30 တန်ဖိုး

$\therefore$ ပစ္စည်း 30 ၏တန်ဖိုး = **109522** ကျပ် **50** ပြား

ဈေးတွက်တွက်ရာတွင် ပေးထားချက်နှစ်မျိုးစလုံးမှာ မျိုးမတူကိန်းများဖြစ်နေလျှင် ထိုတွက်နည်းကို **ဈေးတွက်ကြီး** ဟုခေါ်သည်။

ဥပမာ ၂။ တစ်ကိုက်လျှင် 1200 ကျပ် 75 ပြားပေးရသော ဝိုင်ယာကြိုး 5 ကိုက် 2 ပေ 6 လက်မ၏တန်ဖိုးငွေကိုရှာပါ။ (အနီးဆုံးပြားအထိ ရှာပေးပါ။)

ဤပုစ္ဆာတွင် တစ်မျိုးမှာ မျိုးမတူကိန်း ကျပ်၊ ပြားဖြစ်၍ ကျန်တစ်မျိုးမှာလည်း မျိုးမတူကိန်း ကိုက်၊ ပေ၊ လက်မ တို့ဖြစ်ကြသည်။ ထိုသို့ မျိုးမတူကိန်းချည်း ဖြစ်နေလျှင် တွက်ချက်ရာတွင် ပေးထားချက်နှစ်မျိုးအနက် တစ်မျိုးပေါ်၌ မူတည်၍ တွက်ရသည်။

	ကျပ်	ပြား	
	1200	75	= 1 ကိုက်တန်ဖိုး
	×	5	
	6003	75	= 5 ကိုက်တန်ဖိုး
1 ပေသည် 1 ကိုက်၏ $\frac{1}{3}$	400	25	= 1 ပေတန်ဖိုး
1 ပေသည် 1 ကိုက်၏ $\frac{1}{3}$	400	25	= 1 ပေတန်ဖိုး
6 လက်မသည် 1 ပေ၏ $\frac{1}{2}$	200	12.5	= 6 လက်မတန်ဖိုး
	7004	**37.5**	= 5 ကိုက် 2 ပေ 6 လက်မတန်ဖိုး

∴ ဝိုင်ယာကြိုး 5 ကိုက် 2 ပေ 6 လက်မတန်ဖိုး = **7004** ကျပ် **38** ပြား

နောက်တစ်နည်းအားဖြင့်လည်း

2 ပေ 6 လက်မကို တိကျဝင်ပိုင်းခွဲရာတွင် 1 ပေသည် 1 ကိုက်၏ $\frac{1}{3}$ ဟုခွဲပြီးနောက် '1 ပေ 6 လက်မ' သည် 1 ကိုက်၏ $\frac{1}{2}$ ဟု ခွဲ၍လည်း အောက်ပါအတိုင်း တွက်နိုင်သည်။

		ကျပ်	ပြား	
		1200	75	= 1 ကိုက်တန်ဖိုး
		×	5	
		6003	75	= 5 ကိုက်တန်ဖိုး
1 ပေသည် 1 ကိုက်၏ $\frac{1}{3}$		400	25	= 1 ပေတန်ဖိုး
1 ပေ6 လက်မသည် 1 ကိုက်၏ $\frac{1}{2}$		600	37.5	= 1 ပေ 6 လက်မတန်ဖိုး
		7004	**37.5**	= 5 ကိုက် 2 ပေ 6 လက်မတန်ဖိုး

∴ ဝိုင်ယာကြိုး 5 ကိုက် 2 ပေ 6 လက်မတန်ဖိုး = **7004** ကျပ် **38** ပြား

နောက်တစ်နည်းအားဖြင့်လည်း

5 ကိုက် 2 ပေ 6 လက်မသည် ကိုက်ပြည့်ရန် 6 လက်မသာလိုတော့သဖြင့် ကိုက်တန်ဖိုးမှ 6 လက်မတန်ဖိုး ပြန်နုတ်လျှင်လည်း လိုအပ်သောအဖြေကို ရရှိနိုင်သည်။

		ကျပ်	ပြား	
		1200	75	= 1 ကိုက်တန်ဖိုး
		×	6	
		7204	50	= 6 ကိုက်တန်ဖိုး
6 လက်မသည် 1 ကိုက်၏ $\frac{1}{6}$	−	200	12.5	= 6 လက်မတန်ဖိုး
		7004	**37.5**	= 5 ကိုက် 2 ပေ 6 လက်မတန်ဖိုး

∴ ဝိုင်ယာကြိုး 5 ကိုက် 2 ပေ 6 လက်မတန်ဖိုး = **7004** ကျပ် **38** ပြား

ဥပမာ ၃။ တစ်တန်လျှင် 15500 ကျပ် 50 ပြား ဈေးဖြင့် သတ္တု 2 တန် 15 ဟန်ဒရိတ် တန်ဖိုးကို အနီးဆုံးပြားအထိရှာပါ။

	ကျပ်	ပြား	
	15500	50	= 1 တန်တန်ဖိုး
		× 2	
	31001	00	= 2 တန်တန်ဖိုး
10 ဟန္ဒြွတ်သည် 1 တန်၏ $\frac{1}{2}$	7750	25	= 10 ဟန္ဒြွတ်တန်ဖိုး
5 ဟန္ဒြွတ်သည် 10 ဟန္ဒြွတ်၏ $\frac{1}{2}$	3875	12.5	= 5 ဟန္ဒြွတ်တန်ဖိုး
	42626	**37.5**	= 2 တန် 15 ဟန္ဒြွတ်တန်ဖိုး

∴ သတ္တု 2 တန် 15 ဟန္ဒြွတ်တန်ဖိုး = **42626** ကျပ် **38** ပြား

နောက်တစ်နည်းအားဖြင့် ပုစ္ဆာတွင် ပေးထားသော မျိုးမတူကိန်းနှစ်ခုအနက် တစ်ခုသောမျိုးမတူကိန်းကို ဒသမကိန်းဖွဲ့ပြီး တွက်နိုင်သည်။ တွက်ချက်ရာတွင် ဒသမ 4 နေရာအထိ ယူ၍ တွက်နိုင်သည်။ ထိုသို့ ဒသမကိန်းဖွဲ့ပြီး တွက်လျှင် ပိုမိုလွယ်ကူကြောင်း တွေ့ရသည်။

ဒသမကိန်းဖွဲ့တွက်နည်း

2 တန် 15 ဟန္ဒြွတ် = $2\frac{15}{20}$ တန် = $2\frac{3}{4}$ = 2.75 တန်

ကျပ်

2.75 = 1 ကျပ်နှုန်းဖြင့် $2\frac{3}{4}$ တန်၏တန်ဖိုး

× 15500

137500

1375

275

42625.00 = 15500 ကျပ်နှုန်း ဖြင့် $2\frac{3}{4}$ တန်၏ တန်ဖိုး

50 ပြားသည် 1 ကျပ်၏ $\frac{1}{2}$ 1.375 = 50 ပြားနှုန်း ဖြင့် $2\frac{3}{4}$ တန်၏ တန်ဖိုး

42626.375 = 15500 ကျပ် 50 ပြား နှုန်းဖြင့် 2 တန် 15 ဟန္ဒြွတ်၏ တန်ဖိုး

∴ သတ္တု 2 တန် 15 ဟန္ဒြွတ်၏တန်ဖိုး= **42626** ကျပ် **38** ပြား

လေ့ကျင့်ခန်း ၉-၂

အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးငွေများကို ဈေးတွက်ကြိုးဖြင့် ရှာပါ။

၁။ တစ်ကိုက်လျှင် 1975 ကျပ် 50 ပြားပေးရသော ဇာ 25 ကိုက် 1 ပေ 9 လက်မအတွက်

၂။ တစ်တောင်လျှင် 695 ကျပ် 40 ပြားပေးရသော ကြိုး 5 တောင် 1 ထွာအတွက်

၃။ တစ်ပိဿာလျှင် 800 ကျပ် 50 ပြားဖြင့်ကြက်သွန်နီ 6 ပိဿာ 75 ကျပ်သားအတွက်

၄။ တစ်ခိုင်လျှင်ပို့ဆောင်ခ 4478 ကျပ် 60 ပြားနှုန်းဖြင့် 2 ခိုင် 3 ဖာလုံ 170 ကိုက်အတွက်

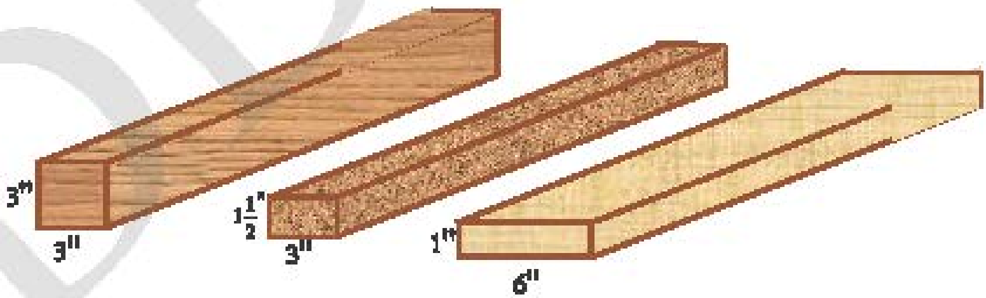
၅။ 1 km ရှည်သော ကြိုးတစ်ချောင်းသည် 528 ပေါင် 14 အောင်စလေးသော် 2 km 150 m ရှည်သော ကြိုးအလေးချိန်ကိုရှာပါ။

၉-၃ သစ်တန်တွက်နည်း

သစ်တို့အရောင်းအဝယ် ပြုလုပ်ရာတွင် ‘တန်’ ဖြင့် တိုင်းတာရောင်းဝယ်ကြသည်။ သစ်ပမာဏကို အလေးချိန်အားဖြင့် မဟုတ်ဘဲ ထုထည်အားဖြင့် သတ်မှတ်သည်။ သစ်တစ်တန်သည် ထုထည်အားဖြင့် ကုဗပေ 50 ရှိသောသစ်သား၏ပမာဏ ဖြစ်သည်။

သစ် 1 တန် = 50 ကုဗပေ

သစ်သားချောင်းများ၏ အရွယ်အစားအမျိုးမျိုးကို လိုက်၍သည် အောက်ပါအတိုင်း ခေါ်ဝေါ်သုံးနှုန်း လေ့ရှိကြသည်။



သုံးပတ်လည် သုံးထစ်ခွဲ ကြွက်ထက်

ပုံစံတွက် ၁။ (က) 225 ကုဗပေ (ခ) 318 ကုဗပေရှိသော သစ်သားထုထည်များကို တန်ဖြင့် ပြပါ။

(က) ထုထည် 50 ကုဗပေ = သစ် 1 တန်

$$\text{ထုထည် } 225 \text{ ကုဗပေ} = \frac{225}{50} = 4\frac{25}{50} = 4\frac{1}{2} \text{ တန်}$$

(ခ) ထုထည် 50 ကုဗပေ = သစ် 1 တန်

$$\text{ထုထည် } 318 \text{ ကုဗပေ} = \frac{318}{50} = 6\frac{18}{50} = 6\frac{9}{25} \text{ တန်}$$

ပုံစံတွက် ၂။ တိုင်တစ်လုံးတွင်ထိပ်ဝ 4 လက်မပတ်လည်ရှိပြီး 12 ပေရှည်သောသစ်သားတိုင် 48 လုံး၏ထုထည်ကို (က) ကုဗပေ (ခ) တန် ဖြင့်ရှာပါ။

(က) ထုထည် = အလျား × အနံ × အမြင့်

$$\text{တိုင်တစ်လုံး၏ထုထည်} = \frac{4}{12} \times \frac{4}{12} \times 12 \text{ ကုဗပေ}$$

$$\therefore \quad \text{တိုင် } 48 \text{ လုံး၏ထုထည်} = (\frac{4}{12} \times \frac{4}{12} \times 12) \times 48$$

$$= 64 \text{ ကုဗပေ}$$

(ခ) ထုထည် 50 ကုဗပေ = သစ် 1 တန်

$$\text{ထုထည် } 64 \text{ ကုဗပေ} = \frac{64}{50} = 1.28 \text{ တန်}$$

ပုံစံတွက် ၃။ ပျဉ်တစ်ချပ်တွင် ပြက် 6" ထု $1\frac{1}{2}$" အရှည် 20' ရှိသော ပျဉ်ချပ် 300 ၏တန်ဖိုးကို တစ်တန်လျှင် 40000 ကျပ်ဈေးနှုန်းဖြင့် တွက်ပေးပါ။

ထုထည် = အလျား × အနံ × အမြင့်

$$\text{ပျဉ်တစ်ချပ်၏ထုထည်} = \frac{6}{12} \times \frac{3}{2\times12} \times 20 \text{ ကုဗပေ}$$

$$= \frac{5}{4} \text{ ကုဗပေ}$$

$$\text{ပျဉ်ချပ် } 300 \text{ ၏ထုထည်} = \frac{5}{4} \times 300 \text{ ကုဗပေ} = 375 \text{ ကုဗပေ}$$

$$\text{ထုထည် } 50 \text{ ကုဗပေ} = \text{သစ် } 1 \text{ တန်}$$

$$\text{ထုထည် } 375 \text{ ကုဗပေ} = \frac{375}{50} \text{ တန်}$$

$$\text{သစ် } 1 \text{ တန်၏တန်ဖိုး} = 40000 \text{ ကျပ်}$$

$$\therefore \text{သစ် } \frac{375}{50} \text{ တန်၏တန်ဖိုး} = 40000 \times \frac{375}{50} \text{ ကျပ်}$$

$$= 800 \times 375 \text{ ကျပ်}$$

$$\text{ပျဉ်ချပ် } 300 \text{ ၏တန်ဖိုး} = 300000 \text{ ကျပ်}$$

ပုံစံတွက် ၄။ (က) သစ်တစ်တန်ဝယ်လျှင် 18 ပေအရှည်ရှိသော လေးတစ် သစ်သားချောင်း မည်မျှရရှိမည်နည်း။

(ခ) လေးတစ် သစ်တစ်တန်လျှင် 55080 ကျပ်ဈေးဖြစ်သော် ပေအရှည် 100 ရှိ လေးတစ် သစ်၏ဈေးသည် မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

(က) 1 တန်တွင်ရှိသောလေးတစ် သစ်သားချောင်းအရှည်

$$= \frac{\text{သစ်သားချောင်း } 1 \text{ တန်၏ထုထည်}}{\text{သစ်သားချောင်း၏ထိပ်ဝဧရိယာ}}$$

$$= \frac{50 \text{ ကုဗပေ}}{4'' \times 1''}$$

$$= \frac{50 \text{ ကုဗပေ}}{\frac{4}{12} \times \frac{1}{12} \text{ စတုရန်းပေ}}$$

$$= 50 \times \frac{12}{4} \times \frac{12}{1} \text{ ပေ}$$

$$= 1800 \text{ ပေ}$$

$$\text{18 ပေရှည်သော လေးတစ် သစ်သားချောင်းအရေအတွက်} = \frac{1800}{18} = 100 \text{ ချောင်း}$$

(ခ) လေးတစ် သစ်တစ်တန်အရှည် $= 1800$ ပေ

လေးတစ် သစ်တစ်တန်၏တန်ဖိုး $=$ ပေ 1800 ၏တန်ဖိုး $= 55080$ ကျပ်

$$\therefore \text{ ပေ } 100 \text{ ၏ တန်ဖိုး} = \frac{55080 \times 100}{1800} \text{ ကျပ်}$$

$$= 3060 \text{ ကျပ်}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၉.၃

၁။ အောက်ပါ သစ်သားထုထည်များကို တန်နှင့် ကုဗပေဖွဲ့ပါ။
(က) 146 ကုဗပေ (ခ) 556 ကုဗပေ (ဂ) 1165 ကုဗပေ
(ဃ) 1230 ကုဗပေ (င) 1175 ကုဗပေ

၂။ အောက်ပါ သစ်သားထုထည်များကို တန်ဖြင့်ပြပါ။
(က) 238 ကုဗပေ (ခ) 758 ကုဗပေ (ဂ) 453 ကုဗပေ
(ဃ) 802 ကုဗပေ (င) 654 ကုဗပေ

၃။ ပျဉ်တစ်ချပ်တွင် အလျား 20' အနံ 6" ထု 1" ရှိသော ပျဉ်ချပ် 24 ချပ်၏ထုထည်ကို
(က) ကုဗပေ (ခ) တန်
ဖြင့်ရှာပါ။

၄။ တိုင်တစ်လုံးတွင် ထိပ်ဝ 4" ပတ်လည်နှင့်အရှည် 10' ရှိသည်။ ထိုတိုင်လုံး 45 လုံး၏ထုထည်ကို တန်ဖြင့်ဖော်ပြပါ။

၅။ 6' ရှည်သော သုံးတစ်ခွဲ သစ်သားချောင်း 460 ၏ထုထည်ကို ကုဗပေဖြင့်ဖော်ပြပါ။

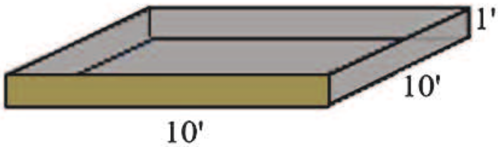
၆။ သစ်ဆိုင်မှ 18' ရှည်သော သုံးနှစ် သစ်သားချောင်း 120 နှင့် 20' ရှည်သော နှစ်တစ် သစ်သားချောင်း 180 တို့ကို ဝယ်လာသည်။ သစ်တစ်တန်လျှင် 33000 ကျပ်စျေး ပေးရလျှင် သစ်ဖိုးငွေ မည်မျှကုန်ကျသနည်း။

၇။ 1 ကုဗပေလျှင် 2500 ကျပ် နှုန်းဖြင့် ဖြက် 6" ထု $1\frac{1}{2}$" အရှည် 20' ရှိသောပျဉ်တစ်ချပ်၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

၉.၄ မြေကျင်း၊သဲကျင်း၊ကျောက်ကျင်းတွက်နည်း

လမ်းပြင်ခြင်း၊ လမ်းဖောက်ခြင်းနှင့်အဆောက်အအုံများပြင်ဆင်ဆောက်လုပ်ခြင်းတို့တွင်သဲ၊ ကျောက်စရစ်ခဲ၊ ဂဝံကျောက်၊ မြေကြီးအစရှိသည်တို့ကိုအသုံးပြုကြရသည်။ ထိုပစ္စည်းများ၏ပမာဏကို 'ကျင်း' ဖြင့်ဖော်ပြကြသည်။ ဥပမာအားဖြင့် သဲတစ်ကျင်း၊ ကျောက်တစ်ကျင်း၊ မြေကြီးတစ်ကျင်း ဟူ၍ ခေါ်ဝေါ်ပြီး ရောင်းဝယ်မှုကို ပြုလုပ်ကြသည်။

သဲဖြစ်စေ၊ ကျောက်ဖြစ်စေ၊ မြေကြီးဖြစ်စေ **1 ကျင်းလျှင် 100 ကုဗပေ** ရှိသည်ဟု သတ်မှတ်ပြီး တွက်ချက်ကြသည်။ 1 ကျင်း၏ထုထည်ကို အောက်ပါပုံတွင်ဖော်ပြထားသည်။



ပုံစံတွက် ၁။ အလျား 12'၊ အနံ 9'၊ အမြင့် 2' ရှိသော ကျောက်စရစ်တစ်ပုံတွင် ကျောက်ကျင်းပေါင်း မည်မျှရှိသနည်း။

ကျောက်စရစ်တစ်ပုံ၏ထုထည် = အလျား × အနံ × အမြင့်

= $12 \times 9 \times 2$ ကုဗပေ

= 216 ကုဗပေ

100 ကုဗပေ = ကျောက်စရစ် 1 ကျင်း

$\therefore$ 216 ကုဗပေ = $\frac{216}{100}$ ကျင်း

= 2.16 ကျင်း

$\therefore$ ကျောက်ကျင်းပေါင်း = 2.16 ကျင်း

ပုံစံတွက် ၂။ လမ်းခင်းရန်ဂဝံကျောက် အပုံ 20 ဝယ်ယူရမည်။ ဂဝံကျောက်တစ်ပုံသည် အလျား 15'၊ အနံ 6'၊ အမြင့် $4\frac{1}{3}'$ ရှိ၏။ တစ်ကျင်းလျှင် 8000 ကျပ်နှုန်းဖြင့် ဝယ်ရသော် ဂဝံကျောက်ဖိုး မည်မျှကုန်ကျမည်နည်း။

ဂဝံကျောက်တစ်ပုံ၏ထုထည် = အလျား × အနံ × အမြင့်

= $15 \times 6 \times 4\frac{1}{3}$ ကုဗပေ

= $15 \times 6 \times \frac{13}{3}$ ကုဗပေ

= 390 ကုဗပေ

ဂဝံကျောက်အပုံ 20 ၏ထုထည် = 390×20 ကုဗပေ

100 ကုဗပေ = ဂဝံကျောက် 1 ကျင်း

390×20 ကုဗပေ = $\frac{390 \times 20}{100}$ ကျင်း

= 78 ကျင်း

∴ ကျောက်ကျင်းပေါင်း = 78 ကျင်း

ဂဝံကျောက် 1 ကျင်းတန်ဖိုး = 8000 ကျပ်

ဂဝံကျောက် 78 ကျင်းတန်ဖိုး = 8000×78 ကျပ်

∴ ဂဝံကျောက်ဖိုး = 624000 ကျပ်

ပုံစံတွက် ၃။ အလျား $60'$၊ အနံ $40'$ ရှိသော မြက်ခင်းတစ်ခု၏ အပြင်ဘက်ပတ်လည်တွင် အကျယ် $3'$ ရှိသော လူသွားလမ်းတစ်ခုရှိ၏။

(က) ထိုလမ်းကို $3''$ မြင့်အောင်ကျောက်စရစ်ခင်းသော် ကျောက်ကျင်းပေါင်း မည်မျှလိုသနည်း။

(ခ) ကျောက်တစ်ကျင်းကို 6000 ကျပ်နှုန်းပေးရပြီး လမ်းပြုပြင်အလုပ်သမားခသည် 1 စတုရန်းကိုက်လျှင် 3000 ကျပ် ဖြစ်သည်။ ကျောက်များသယ်ယူခ 8000 ကျပ်ဖြစ်သော် လမ်းအတွက် ငွေမည်မျှကုန်ကျမည်နည်း။

(က) မြက်ခင်း၏ဧရိယာ = 60×40 စတုရန်းပေ

= 2400 စတုရန်းပေ

အပြင်ဘက်အလျား = $60' + 3' + 3' = 66'$

အပြင်ဘက်အနံ = $40' + 3' + 3' = 46'$

အပြင်ဘက်ဧရိယာ = $66 \times 46 = 3036$ စတုရန်းပေ

လမ်းဧရိယာ = $(3036 - 2400)$ စတုရန်းပေ

= 636 စတုရန်းပေ

လမ်း၏ထုထည် = $636 \times \dfrac{3}{12}$ ($\because$ ထုထည် = ဧရိယာ × အမြင့်)

∴ လမ်း၏ထုထည် = 159 ကုဗပေ

ကျောက်စရစ် 100 ကုဗပေ = 1 ကျင်း

ကျောက်စရစ် 159 ကုဗပေ = $\dfrac{159}{100}$ ကျင်း

∴ ကျောက်စရစ်ကျင်းပေါင်း = 1.59 ကျင်း

(ခ) ကျောက် 1ကျင်းအတွက်ပေးရငွေ $= 6000$ ကျပ်

$\therefore 1.59$ ကျင်း အတွက်ပေးရငွေ $= 6000 \times 1.59 = 9540$ ကျပ်

လမ်းဧရိယာ $=$ 636 စတုရန်းပေ

$= \dfrac{636}{9}$ စတုရန်းကိုက်

($\because$ 9 စတုရန်းပေ $= 1$ စတုရန်းကိုက်)

1 စတုရန်းကိုက်အတွက် လမ်းပြုပြင်အလုပ်သမားခ $=$ 3000 ကျပ်

$\dfrac{636}{9}$ စတုရန်းကိုက်အတွက်အလုပ်သမားခ $= \dfrac{636}{9} \times 3000$

$=$ 212000 ကျပ်

စုစုပေါင်းကုန်ကျငွေ $=$ ကျောက်ဖိုး $+$ အလုပ်သမားခ $+$ သယ်ယူခ

$= 9540 + 212000 + 8000$

$=$ 229540 ကျပ်

လေ့ကျင့်ခန်း ၉.၄

၁။ အလျား 12 ft၊ အနံ 9 ft၊ အမြင့် 2 ft ရှိသော ကျောက်စရစ်တစ်ပုံတွင် ကျောက်ကျင်းပေါင်း မည်မျှရှိသနည်း။

၂။ သဲပုံတစ်ပုံသည် 375 ကုဗပေရှိသော် ထိုသဲပုံသည် ကျင်းပေါင်းမည်မျှရှိသနည်း။

၃။ အလျား $26'$၊ အနံ $16'$ ရှိသောမြေကွက်တစ်ခုမှ $5'$ အနက် တူးဖော်ပြီးရရှိသော မြေကြီးကို အခြားတစ်နေရာ၌ ဖို့၏။

(က) မြေကြီးကျင်းပေါင်း မည်မျှတူးဖော် ရရှိမည်နည်း။

(ခ) မြေတူးခသည် တစ်ကျင်းလျှင် 12000 ကျပ် ဖြစ်သော် တူးခ မည်မျှကုန်ကျသနည်း။

၄။ အလျား 30 ft၊ အနံ 6 ft၊ ထု $1\frac{1}{2}$ ft ရှိသော အုတ်နံရံဟောင်းတစ်ခုကို ဖျက်၍ရရှိသော အုတ်ကျိုးများကို တစ်ကျင်းလျှင် 9000 ကျပ်နှုန်းဖြင့်ရောင်းသော် ငွေမည်မျှရရှိမည်နည်း။

၅။ အလျား $\frac{1}{4}$ mile၊ အကျယ် 4 ft နှင့် အနက် 3 ft ရှိသောရေနုတ်မြောင်းတစ်ခုကို တူးဖော်ရာ မြေတစ်ကျင်းလျှင် 12000 ကျပ်နှုန်းဖြင့်တူးဖော်သော် ငွေမည်မျှကုန်ကျမည်နည်း။

၆။ အကျယ် 20 ft ရှိသော လမ်းတစ်လမ်းကို ထု 6 in ရှိအောင် ကျောက်ခင်းရန် ကျောက်တင်ကား 15 စီး အသုံးပြုရသည်။

(က) ကားတစ်စီးသည် ကျောက်တစ်ကျင်းခွဲ တင်ဆောင်နိုင်သော် လမ်းအရှည်မည်မျှ ခင်းနိုင်မည်နည်း။

(ခ) ကားတစ်စီးငှားခ 12000 ကျပ်၊ လမ်းပြုပြင်ခ အလျား 1 ft လျှင် 1000 ကျပ်နှုန်းပေးရသော် လမ်းခင်းသည့် ကုန်ကျငွေကိုရှာပါ။

၇။ အလျား 100 ft ၊ အကျယ် 12 ft ရှိသောလမ်းတစ်လမ်းကို ထု 4 in ရှိအောင် ကျောက်ခင်းလိုသော် ကျောက် 2 ကျင်းတင်ဆောင်နိုင်သော ကားတစ်စီးသည် အခေါက်ပေါင်း မည်မျှ ပို့ဆောင်ရမည်နည်း။

၈။ အလျား 120 ft ၊ အနံ 60 ft ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ မြေတစ်ကွက်တွင် $30' \times 20'$ ရှိသော ပန်းခင်း 4 ခင်းရှိ၏။

(က) ပန်းခင်းများမှအပ ကျန်နေရာကို ထု $1\frac{1}{2}$ in ရှိအောင် သဲများချလိုသော် သဲကျင်းပေါင်း မည်မျှကုန်မည်နည်း။

(ခ) ကားတစ်စီးသည် သဲ $1\frac{1}{2}$ ကျင်းတင်နိုင်၍ ကားတစ်စီးအတွက် 10000 ကျပ်ပေးရသော် စုစုပေါင်းငွေ မည်မျှကုန်ကျမည်နည်း။

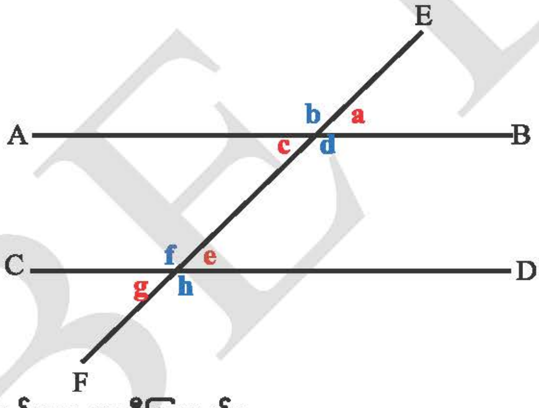
အခန်း ၁ အနားပြိုင်စတုဂံများနှင့်ကြာပီဇီယမ်

မျဉ်းပြိုင်များနှင့်မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းကို ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းကဖြတ်၍ ဖြစ်ပေါ်လာသော ထောင့်များအကြောင်းကို သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခုသင်ခန်းစာတွင် မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းကြား အကွာအဝေးတိုင်းတာခြင်းနှင့် အနားပြိုင်စတုဂံများ၏ ဂုဏ်သတ္တိများကို လေ့လာမည့်အပြင် စတုရန်း၊ ရွမ်းဗတ်နှင့် ကြာပီဇီယမ်များဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်းကို ဆက်လက်လေ့လာမည်။

၁.၁ ပြန်လည်လေ့လာရမည့်အကြောင်းအရာများ

မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းကို ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းကဖြတ်၍ဖြစ်ပေါ်လာသော ဝိသမသတ်ထောင့်များ၊ လိုက်ဖက်ထောင့်များ၊ ဖြတ်မျဉ်း၏တစ်ဖက်တည်းတွင်ရှိသည့် အတွင်းထောင့်များဆိုင်ရာ မျဉ်းပြိုင်များ၏ ဂုဏ်သတ္တိများကို အကျဉ်းချုပ်ပြန်လည်ဖော်ပြမည်။

မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်း AB နှင့် CD ကို ဖြတ်မျဉ်း EF ကပိုင်းဖြတ်လျှင်



၁။ ဝိသမသတ်ထောင့်များ တူညီကြသည်။

$c = e, \quad d = f.$

၂။ လိုက်ဖက်ထောင့်များ တူညီကြသည်။

$a = e, \quad b = f,$

$c = g, \quad d = h.$

၃။ ဖြတ်မျဉ်း၏တစ်ဖက်တည်းတွင်ရှိသည့်အတွင်းထောင့်နှစ်ခုပေါင်းခြင်းသည် 180° ဖြစ်သည်။

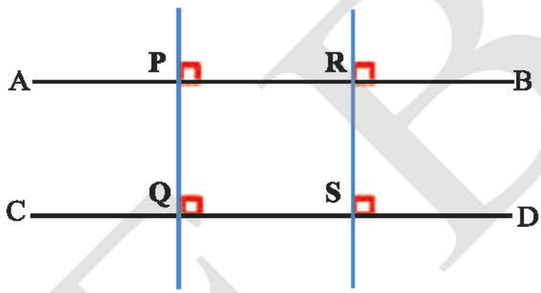
$c + f = 180^\circ,$

$d + e = 180^\circ.$

၁.၂ မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းကြားအကွာအဝေး

မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းကြားအကွာအဝေးကို လက်တွေ့တိုင်းထွာကြည့်ကြမည်။

မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်း AB နှင့် CD တို့ကိုဆွဲပါ။ AB ပေါ်တွင်အမှတ် P ကိုယူ၍ P ၌ AB ကို ထောင့်မှန်ကျသောမျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ ၎င်းမျဉ်းနှင့် CD တို့ဆုံသောအမှတ်ကို Q ဟုမှတ်ပါ။ PQ သည် AB နှင့် CD တို့ကို ထောင့်မှန်ကျသည်။ တစ်ဖန် AB ပေါ်တွင် အခြား အမှတ်တစ်ခု R ၌ AB ကို ထောင့်မှန်ကျသောမျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲရာ CD ကိုအမှတ် S ၌ တွေ့ဆုံပါစေ။ ထိုအခါ မျဉ်းဖြောင့် RS သည် AB နှင့် CD နှစ်ကြောင်းစလုံးကို ထောင့်မှန်ကျသည်။ ပုံ ၁.၁ တွင် PQ နှင့် RS အလျားများကို လက်တွေ့တိုင်းကြည့်ပါက PQ = RS ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရမည်။



ပုံ ၁.၁

မျဉ်းဖြောင့် AB ပေါ်၌ ကြိုက်ရာအမှတ်များယူ၍ ထောင့်မတ်မျဉ်းများဆွဲသားပြီး အထက်ပါ စမ်းသပ်ချက်ကဲ့သို့အကြိမ်ကြိမ်ပြုလုပ်ပါက မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းကြားရှိ ထောင့်မတ်မျဉ်းပိုင်းများ၏အလျားများ တူညီကြောင်းတွေ့ရပေမည်။ PQ ကို မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်း AB နှင့် CD ကြား အကွာအဝေးဟုခေါ်သည်။

- မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းကြားရှိ ထောင့်မတ်မျဉ်းပိုင်းတစ်ခု၏အလျားကို မျဉ်းပြိုင် နှစ်ကြောင်း၏ကြားအကွာအဝေးဟုခေါ်သည်။
- မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်း၏ကြားအကွာအဝေးများ တူညီကြသည်။

၁.၃ အနားပြိုင်စတုဂံများ

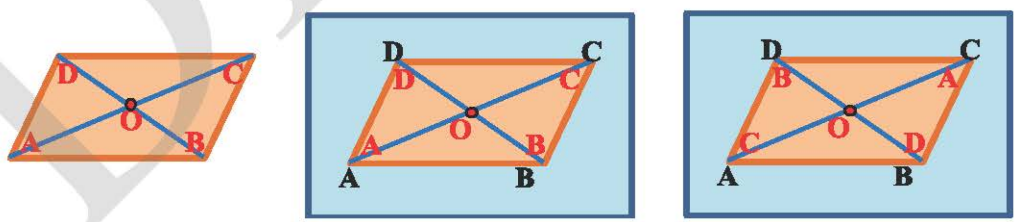
ပုံ ၁.၂

မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများပြိုင်ကြသောစတုဂံတစ်ခုကို **အနားပြိုင်စတုဂံ** ဟုခေါ်သည်။ (ပုံ ၁.၂ ကိုကြည့်ပါ။) အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD တွင် မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများဖြစ်သော AB နှင့် DC ၊ AD နှင့် BC တို့အချင်းချင်းပြိုင်ကြကြောင်းကို သင်္ကေတအားဖြင့် AB // DC, AD // BC ဟု ရေးသားမည်။ အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုတွင် ပြိုင်နေသည့်အနားတစ်စုံ၏ကြား ထောင့်မတ်ကျ မျဉ်းပိုင်းကို ထိုအနားပြိုင်စတုဂံ၏ **အမြင့်မျဉ်း** (altitude) ဟုခေါ်သည်။ ပုံတွင် KD, AN, LC နှင့် BM တို့သည် အမြင့်မျဉ်းများဖြစ်ကြပြီး ထိုအမြင့်မျဉ်းများ၏ အလျားများတူညီကြသည်။

၁.၃.၁ အနားပြိုင်စတုဂံ၏ဂုဏ်သတ္တိအချို့

အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုတွင် မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ၏အလျားများ တူညီကြပြီး မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များလည်းတူညီကြကြောင်းကို စမ်းသပ်ချက်ပြုလုပ် ကြည့်ကြပါစို့။

ကတ်ပြားတစ်ခုပေါ်တွင် အနားပြိုင်စတုဂံ **ABCD** ကိုဆွဲပါ။ ထိုအနားပြိုင်စတုဂံကို ကတ်ပြားမှ ဖြတ်ယူပါ။ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း **AC** နှင့် **BD** တို့ကိုဆွဲပြီး ၎င်းတို့ တွေ့ဆုံရာအမှတ်ကို O ဟု မှတ်ပါ။ (ပုံ ၁.၃ (i) ကိုကြည့်ပါ။) ဖြတ်ထားသည့်အနားပြိုင်စတုဂံကို စားပွဲပေါ်ရှိ ကတ်ပြား တစ်ခု၏ မျက်နှာပြင်ပေါ်တွင် ကပ်နေအောင် အမှတ် **O** ၌ ပင်အပ်တစ်ခုဖြင့် စိုက်ပါ။



(i) (ii) (iii)

ပုံ ၁.၃

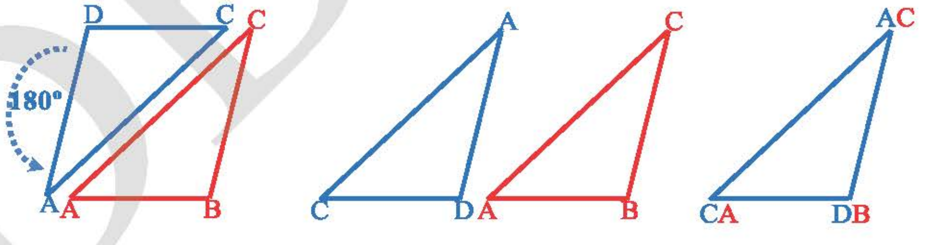
အောက်ခံကတ်ပြား၏မျက်နှာပြင်ပေါ်တွင် အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD ၏အနားများတစ်လျှောက် ခဲတံဖြင့် ဆွဲပါ။ (ပုံ ၁.၃ (ii) ကိုကြည့်ပါ။) အပေါ်ဘက်ရှိ အနားပြိုင်စတုဂံကတ်ပြားကို အမှတ် **O** တွင် ပတ်၍ **180°** လှည့်လိုက်ပါ။ ထိုအခါ လှည့်လိုက်သောအနားပြိုင်စတုဂံသည် အောက်ဘက်ရှိ ကတ်ပြားတွင် ဆွဲထားသောအနားပြိုင်စတုဂံနှင့် ထပ်တူညီနေမည်။ (ပုံ ၁.၃ (iii) ကိုကြည့်ပါ။) ထိုအခါ ဖြတ်ထားသောကတ်ပြားပေါ်ရှိ A နှင့် B တို့သည် အောက်ဘက်ကတ်ပြားရှိ C နှင့် D တို့ဖြင့် အသီးသီး တစ်ထပ်တည်းကျရောက်နေသည်ကိုတွေ့ရမည်။ ထို့အတူ **AB** သည် **CD** နှင့် လည်းကောင်း၊ **BC** သည် **DA** နှင့် လည်းကောင်း နေရာချင်းဖလှယ်သွားသည်ကို တွေ့ကြရမည်။ ထို့ကြောင့် အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD တွင် အောက်ပါရလဒ်များကို တွေ့ရှိရသည်။

1. **AB = CD , BC = DA**
2. **$\angle$A = $\angle$C , $\angle$B = $\angle$D**

အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုတွင် မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ၏ အလျားများ တူညီကြပြီး မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များလည်း တူညီကြသည်။

၁.၃.၂ အနားပြိုင်စတုဂံကိုထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ခြင်း

အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု၏ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းသည် ထိုအနားပြိုင်စတုဂံကို ထပ်တူညီတြိဂံနှစ်ခု အဖြစ်ပိုင်းဖြတ်ကြောင်း လက်တွေ့စမ်းသပ်ဖော်ထုတ်မည်။ အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD ကိုကတ်ပြား တစ်ခုပေါ်တွင်ဆွဲ၍ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC ကိုဆွဲပါ။ ထိုအနားပြိုင်စတုဂံ ABCD ကို ကတ်ပြားမှ ဖြတ်ထုတ်ပါ။ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC တစ်လျှောက် နှစ်ပိုင်းဖြတ်လျှင် ΔABC နှင့် ΔCDA တြိဂံနှစ်ခု ကို ရရှိမည်။ (ပုံ ၁.၄ (i) ကိုကြည့်ပါ။)



(i)　(ii)　(iii)

ပုံ ၁.၄

ပုံ ၁.၄ (ii) အတိုင်းဖြစ်အောင် ΔCDA ကို $180°$ လှည့်ပါ။ ΔABC ၏ ထောင့်စွန်း A နှင့်အနား AC တို့ပေါ်သို့ ΔCDA ၏ထောင့်စွန်း C နှင့်အနား CA တို့ကိုထပ်အောင်ပြုလုပ်ပါ။ ထိုအခါ ΔCDA ၏ထောင့်စွန်း D သည် ΔABC ၏ထောင့်စွန်း B ပေါ်တွင် တစ်ထပ်တည်းကျရောက်နေမည်။ (ပုံ ၁.၄ (iii) ကိုကြည့်ပါ။)

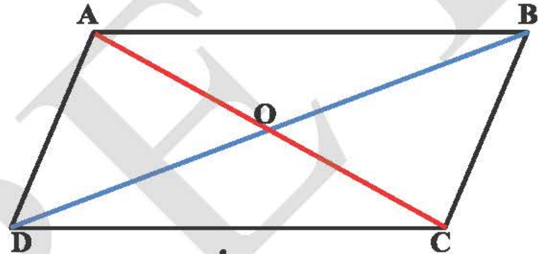
သို့ဖြစ်၍ ΔCDA သည် ΔABC ပေါ်တွင် တစ်ထပ်တည်းကျရောက်ကြောင်း တွေ့ရှိရသည်။

ထို့ကြောင့် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC သည် အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD ကိုထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်သည်။

> အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုသည် ထိုအနားပြိုင်စတုဂံကို ထက်ဝက်ပိုင်းပြီး ထပ်တူညီတြိဂံနှစ်ခုကိုဖြစ်ပေါ်စေသည်။

၁.၃.၃ အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု၏ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ

အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု၏ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများအချင်းချင်း ထက်ဝက်ပိုင်းကြောင်းလေ့လာကြမည်။ အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD ကို ဆွဲပြီး ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့ကိုဆွဲရာ အမှတ် O ၌ ဖြတ်ကြပါစေ။



ပုံ ၁.၅

ပုံ ၁.၅ တွင် ΔAOD နှင့် ΔCOB တို့ကို $180°$ လှည့်၍ထပ်ပါက ထပ်တူညီသည်။

ထို့ကြောင့် $AO = OC$ ---------------------- (1)

တစ်ဖန် B နှင့် D တို့သည် အမှတ် O ၌ ခေါက်ချိုးညီသဖြင့်

$BO = OD$ ---------------------- (2)

ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) အရ အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD ၏ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BDတို့သည် တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။ ထို့ကြောင့် အနားပြိုင်စတုဂံ၏ဂုဏ်သတ္တိတစ်ခုကို အောက်ပါအတိုင်းဖော်ပြနိုင်သည်။

> အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများသည် အချင်းချင်း ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ကြသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၁

၁။ အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD တွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့သည် တစ်ခုကိုတစ်ခု အမှတ် O ၌ ပိုင်းဖြတ်ထားသည်။
   (က) ΔOAB နှင့် ΔOCD တို့သည်ထပ်တူညီပါသလား။
   (ခ) ΔOBC နှင့် ΔODA တို့သည်ထပ်တူညီပါသလား။
   လက်တွေ့ပြုလုပ်၍ ဖြေဆိုပါ။

၂။ ထောင့်မှန်စတုဂံ ABCD တွင် AC သည်ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းဖြစ်သည်။ ABCD သည်အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်ပါသလား။
   (က) ΔDAC နှင့် ΔBCA တို့သည်ထပ်တူညီပါသလား။
   (ခ) $AC = BD$ ဖြစ်ပါသလား။
   လက်တွေ့ပြုလုပ်၍ ဖြေဆိုပါ။

၃။ စတုရန်း PQRS ကိုဆွဲပါ။
   (က) PQRS သည်အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်ပါသလား။
   (ခ) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း PR နှင့် QS တို့ အလျားချင်းတူညီပါသလား။
   (ဂ) ΔPQS နှင့် ΔQRS တို့သည်ထပ်တူညီပါသလား။

ထောင့်မှန်စတုဂံသည် အတွင်းထောင့်အသီးသီး 90° စီရှိသော အနားပြိုင်စတုဂံဖြစ်သည်။

၁.၄ အနားပြိုင်စတုဂံများဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

အထက်ပါသင်ခန်းစာများမှ သိရှိနားလည်ခဲ့ပြီးသောဂုဏ်သတ္တိများကိုအသုံးပြု၍ အနားပြိုင်စတုဂံနှင့် ထောင့်မှန်စတုဂံတို့ကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားမည်။ ထိုစတုဂံများဆောက်လုပ်ဆွဲသားရန် လိုအပ်သော အချက်အလက်များကို ပေးထားရမည်။

၁.၄.၁ နီးစပ်အနားနှစ်ခုနှင့်ကြားထောင့်ပေးထားသောအနားပြိုင်စတုဂံဆောက်လုပ်ဆွဲသားနည်း

အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD တွင် $AB = 5$ cm , $AD = 3$ cm နှင့် $\angle A = 55^\circ$ ရှိသော အနားပြိုင်စတုဂံကို အောက်ပါအဆင့်များအလိုက် ဆောက်လုပ်ဆွဲသားမည်။

အဆင့် (၁) မျဉ်းပိုင်း $AB = 5$ cm ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) အမှတ် A ၌ $\angle BAP = 55^\circ$ ကိုဆွဲပါ။

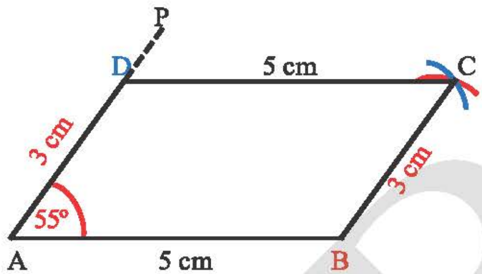
အဆင့် (၃) AP ပေါ်၌ မျဉ်းပိုင်း $AD = 3$ cm ဖြစ်အောင်ပိုင်းဖြတ်ပါ။

အဆင့် (၄) B ကိုဗဟိုပြု၍အချင်းဝက် 3 cm ရှိသောအဝန်းပိုင်းကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၅) D ကိုဗဟိုပြု၍အချင်းဝက် 5 cm ရှိသောအဝန်းပိုင်းကိုဆွဲရာ အဆင့်(၄)တွင် ဆွဲထားသောအဝန်းပိုင်းကို C တွင်ဖြတ်ပါစေ။

အဆင့် (၆) B နှင့် C၊ D နှင့် C တို့ကိုဆက်ပါ။

ဤသို့ဖြင့် လိုအပ်သော အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD ကို ရရှိမည်။ (ပုံ ၁.၆ ကို ကြည့်ပါ။)



ပုံ ၁.၆

၁.၄.၂ နီးစပ်အနားနှစ်ခုနှင့်ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုပေးထားသောအနားပြိုင်စတုဂံဆောက်လုပ်ဆွဲသားနည်း

AB = 6 cm , AD = 3.5 cm နှင့် BD = 5 cm ဟုပေးထားသောအနားပြိုင်စတုဂံ ABCD ကိုဆောက်လုပ်ဆွဲသားမည်။

ထို့ကြောင့် လိုအပ်သော အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD တွင် CD = AB = 6 cm နှင့် BC = AD = 3.5 cm ထား၍ဆွဲသားရမည်။

အဆင့် (၁) မျဉ်းပိုင်း AB = 6 cm ကိုဆွဲပါ။

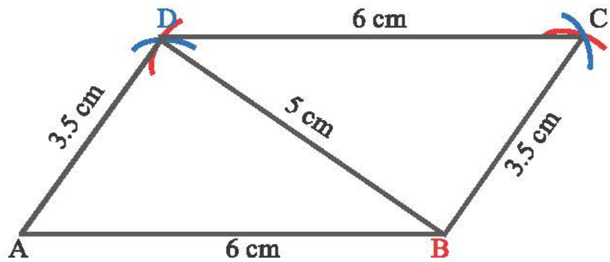
အဆင့် (၂) အမှတ် A ကိုဗဟိုပြု၍အချင်းဝက် 3.5 cm ဖြင့်အဝန်းပိုင်းကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၃) တစ်ဖန် B ကိုဗဟိုပြု၍အချင်းဝက် 5 cm ဖြင့်အဝန်းပိုင်းကိုဆွဲရာ ပထမအဝန်းပိုင်းကို D ၌ ဖြတ်ပါစေ။ ထိုအခါ Δ ABD ကိုရရှိမည်။

အဆင့် (၄) B နှင့် D ကိုဗဟိုပြု၍အချင်းဝက် 3.5 cm နှင့် 6 cm အဝန်းပိုင်းများ အသီးသီးဆွဲရာ C ၌ ဖြတ်ပါစေ။

အဆင့် (၅) B နှင့် C , D နှင့် C တို့ကိုဆက်ပါ။ ထိုအခါ Δ CBD ကိုရရှိမည်။

ဤသို့ဖြင့် လိုအပ်သောအနားပြိုင်စတုဂံ ABCD ကို ရရှိမည်။ (ပုံ ၁.၇ ကိုကြည့်ပါ။)



ပုံ ၁.၇

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၂

အောက်ပါပေးထားချက်များအရ အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD တို့ကို ဆောက်လုပ်ပါ။

၁။ $AB = 4.5$ cm , $AD = 3.3$ cm , $\angle A = 59°$,

၂။ $AB = 3.7$ cm , $BC = 3.1$ cm , $\angle B = 105°$

၃။ $AB = 6.1$ cm , $AD = 3.5$ cm , $BD = 5.2$ cm

၄။ $AB = 4.3$ cm , $BC = 2.9$ cm , $AC = 5.5$ cm

၁.၅ စတုရန်းများဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

အထက်ပါသင်ခန်းစာများမှ သိရှိနားလည်ခဲ့ပြီးသောဂုဏ်သတ္တိများကို အသုံးပြုလျက် စတုရန်း (square) များကိုဆောက်လုပ်ဆွဲသားမည်။ ထိုသို့ ဆောက်လုပ်ဆွဲသားနိုင်ရန် လိုအပ်သော အချက်အလက်များကို ပေးထားရမည်။

၁.၅.၁ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုပေးထားသောစတုရန်းပုံဆောက်လုပ်ဆွဲသားနည်း

ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း၏အလျား 7 cm ရှိသောစတုရန်းကိုဆောက်လုပ်ရန် အောက်ပါအဆင့် (၅) ဆင့်ဖြင့် ဆွဲသားမည်။

အဆင့် (၁) မျဉ်းပိုင်း $AC = 7$ cm ကိုဆွဲပါ။

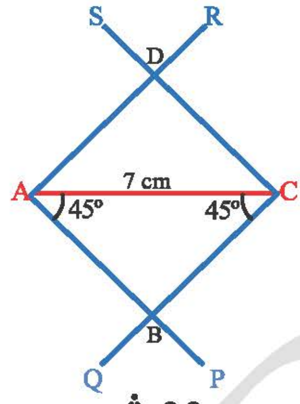
အဆင့် (၂) A တွင် $\angle PAC = 45°$ ဖြစ်အောင် AP မျဉ်းကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၃) C တွင် $\angle QCA = 45°$ ဖြစ်အောင် CQ မျဉ်းကိုဆွဲပါ။

AP နှင့် CQ တို့၏ဖြတ်မှတ်ကို B ဟုမှတ်ပါ။

အဆင့် (၄) A မှ AR ကို BC နှင့် ပြိုင်အောင်ဆွဲပါ။

အဆင့် (၅) C မှ CS ကို BA နှင့် ပြိုင်အောင်ဆွဲရာ AR ကို D ၌ ဖြတ်ပါစေ။
ပုံ ၁.၈ မှ ABCD သည် လိုအပ်သောစတုရန်းဖြစ်သည်။



ပုံ ၁.၈

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၃

၁။ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း၏ အလျားများ

(က) 5 cm နှင့် (ခ) 8 cm ရှိသည့်စတုရန်းများကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားပါ။
စတုရန်းအသီးသီး၏အနားများအလျားကို တိုင်းပါ။

၂။ အောက်ပါ စတုရန်းတို့ကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားပါ။

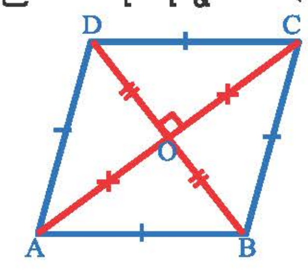
(က) အနားတစ်ဖက်လျှင် 5 cm ရှိသော စတုရန်း။

(ခ) အနားတစ်ဖက်လျှင် 6 cm ရှိသော စတုရန်း။

(ဂ) ပတ်လည်အနား 16 cm ရှိသော စတုရန်း။

၁.၆ ရွှမ်းဗတ်များဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

အနားအားလုံးအလျားတူညီသောစတုဂံကို ရွှမ်းဗတ် (rhombus) ဟုခေါ်သည်။



ပုံ ၁.၉

ရွမ်းဗတ် ABCD တွင် AB = BC = CD = DA ဖြစ်သည်။

ပုံ ၁.၉ ကဲ့သို့သော ရွမ်းဗတ်ပုံကိုကတ်ပြားပေါ်တွင်ဆွဲ၍ ပိုင်းဖြတ်ထပ်ကြည့်ခြင်းဖြင့် ΔAOB ၊ ΔBOC ၊ ΔDOC နှင့် ΔAOD တို့သည် ထပ်တူညီထောင့်မှန်တြိဂံများဖြစ်ကြကြောင်း သိရှိနိုင်သည်။ ထို့ကြောင့် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့သည် တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မတ်ကျ ထက်ဝက်ပိုင်းကြသည်။

၁.၆.၁ အနားတစ်ခုနှင့်ထောင့်တစ်ခုပေးထားသောရွမ်းဗတ်ဆောက်လုပ်ဆွဲသားနည်း

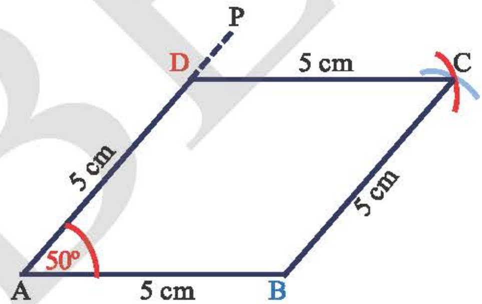
အနားတစ်ဖက် 5 cm နှင့် ထောင့်တစ်ခု 50° ဟုပေးထားသော ရွမ်းဗတ်ပုံတစ်ခု ရရှိရန် အောက်ပါ အဆင့်များအတိုင်း ဆောက်လုပ်နိုင်မည်။

အဆင့် (၁)   မျဉ်းပိုင်း AB = 5 cm ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂)   A တွင် $\angle BAP = 50^\circ$ ကိုဆွဲပါ။ AP ပေါ်တွင် AD = 5 cm ဖြစ်အောင်ပိုင်းဖြတ်ပါ။

အဆင့် (၃)   **D** ကိုဗဟိုပြု၍အချင်းဝက် 5 cm ရှိသောအဝန်းပိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။
တစ်ဖန် **B** ကိုဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 5 cm ရှိသော အဝန်းပိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲရာ ပထမ အဝန်းပိုင်းကို C ၌ ဖြတ်ပါစေ။

အဆင့် (၄)   **B** နှင့် C ၊ **D** နှင့် C တို့ကိုဆက်သွယ်ပါ။
ABCD သည် လိုအပ်သော ရွမ်းဗတ် ဖြစ်သည်။ (ပုံ ၁.၁၀ တွင် ကြည့်ပါ။)



ပုံ ၁.၁၀

၁.၆.၂ အနားတစ်ခုနှင့်ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုပေးထားသောရွမ်းဗတ်ဆောက်လုပ်ဆွဲသားနည်း

အနားတစ်နားသည် 4 cm နှင့် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းသည် 7 cm ရှိသော ရွမ်းဗတ်ပုံ တစ်ခုရရှိရန် အောက်ပါအတိုင်း အဆင့် (၅) ဆင့်ဖြင့် ဆွဲသားမည်။

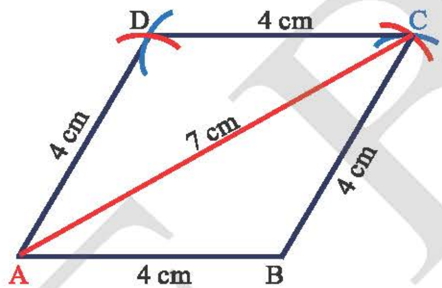
အဆင့် (၁)   မျဉ်းပိုင်း AB = 4 cm ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) A ကို ဗဟိုထားပြီး အချင်းဝက် 7 cm နှင့် B ကို ဗဟိုထားပြီး အချင်းဝက် 4 cm အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုကိုဆွဲရာ C ၌ ဖြတ်ပါစေ။

အဆင့် (၃) B နှင့် C ကိုဆက်သွယ်ပါ။

အဆင့် (၄) A ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 4 cm ရှိသောအဝန်းပိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ တစ်ဖန် C ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 4 cm ရှိသောအဝန်းပိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲရာ ပထမအဝန်းပိုင်းကို D ၌ ဖြတ်ပါစေ။

အဆင့် (၅) A နှင့် D၊ C နှင့် D တို့ကိုဆက်သွယ်ပါ။
ABCD သည် လိုအပ်သော ရွှမ်းဗတ်ပုံ ဖြစ်သည်။ (ပုံ ၁.၁၁ ကိုကြည့်ပါ။)



ပုံ ၁.၁၁

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၄

၁။ အောက်တွင် ပေးထားသည့် အချက်အလက်တို့ကို သုံး၍ရွှမ်းဗတ်ပုံများ ဆွဲပါ။
(က) 4 cm ရှည်သော အနားတစ်ဖက်နှင့် 80° ရှိသော ထောင့်တစ်ထောင့်။
(ခ) 6 cm ရှည်သော ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှင့် 5 cm ရှည်သော အနားတစ်ဖက်။
(ဂ) 8 cm နှင့် 6 cm အသီးသီး ရှိသော ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ။

၂။ ရွှမ်းဗတ် ABCD တွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့သည် O ၌ တွေ့ဆုံသည်။ ΔOAB၊ ΔOAD၊ ΔOBC နှင့် ΔOCD တို့ထပ်တူညီကြပါသလား။ လက်တွေ့ပြုလုပ်၍ဖြေဆိုပါ။

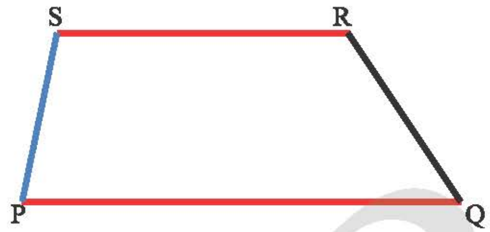
၃။ အနား PQ = 5 cm နှင့် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း PR = 7 cm ရှိသော ရွှမ်းဗတ် PQRS ကိုဆွဲပါ။ ဆောက်လုပ်ဆွဲသားနည်းအဆင့်ဆင့်ကိုဖော်ပြပါ။

၄။ အနားတစ်ဖက် 6 cm ရှိပြီး ထောင့်တစ်ထောင့် 60° ရှိသော ရွှမ်းဗတ်တစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ဆောက်လုပ်ဆွဲသားနည်းအဆင့်ဆင့်ကိုဖော်ပြပါ။

၁.၇ ထြာပီဇီယမ်ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

မျက်နှာချင်းဆိုင် အနားတစ်စုံပြိုင်သောစတုဂံကို ထြာပီဇီယမ် (trapezium) ဟုခေါ်သည်။

ပုံ ၁.၁၂ တွင် စတုဂံ PQRS ၏ မျက်နှာချင်းဆိုင် အနားတစ်စုံ ဖြစ်သော PQ နှင့် SR တို့ ပြိုင်ကြသည်။ ထို့ကြောင့် PQRS သည် ထြာပီဇီယမ် ဖြစ်သည်။



ပုံ ၁.၁၂

ယခု AB // DC, AB = 6 cm, AD = 3 cm, DC = 4 cm, $\angle A = 60^\circ$ ဟူ၍ ပေးထားသောထြာပီဇီယမ်တစ်ခုကို ဆွဲသားမည်။ လိုအပ်သောထြာပီဇီယမ်ပုံကိုရရှိရန် အောက်ပါ အတိုင်းအဆင့်ဆင့် ဆောက်လုပ်ဆွဲသားမည်။

အဆင့် (၁) မျဉ်းပိုင်း AB = 6 cm ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) A တွင် $\angle BAP = 60^\circ$ ကိုဆွဲပါ။

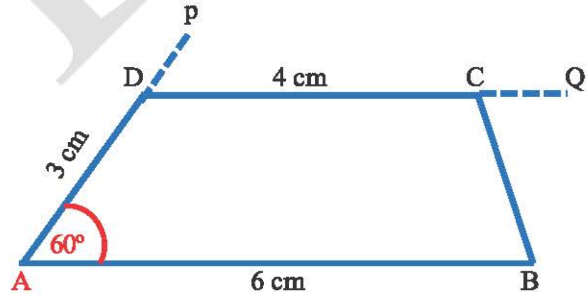
အဆင့် (၃) AP ပေါ်တွင် AD = 3 cm ကိုပိုင်းဖြတ်ပါ။

အဆင့် (၄) မျဉ်းတံနှင့်ကျင်တွယ်သုံး၍ D ကိုဖြတ်ပြီး AB // DQ ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၅) DQ ပေါ်တွင် DC = 4 cm ကိုပိုင်းဖြတ်ပါ။

အဆင့် (၆) BC ကို ဆက်သွယ်ပါ။

ပုံ ၁.၁၃ ရှိ စတုဂံ ABCD သည် လိုအပ်သောထြာပီဇီယမ်ဖြစ်သည်။



ပုံ ၁.၁၃

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၅

၁။ AB // DC, AB = 7 cm, $\angle B = 50^\circ$, BC = 4 cm, CD = 5 cm ရှိသော ထြာပီဇီယမ်တစ်ခုကို ဆောက်လုပ်ပါ။ AD ကိုတိုင်းပါ။

၂။ PQ // SR, PQ = 4 cm, $\angle P = 90^\circ$, PS = 3 cm, SR = 6 cm ရှိသော ထြာပီဇီယမ်တစ်ခုကို ဆောက်လုပ်ပါ။ SQ ကိုတိုင်းပါ။

၃။ AB // DC, AB = 5 cm, ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC = 7 cm, BC = 3 cm, CD = 4 cm ရှိသော ထြာပီဇီယမ်တစ်ခုကို ဆောက်လုပ်ပါ။ AD ကိုတိုင်းပါ။

၄။ AB // DC, AB = 5 cm, ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း BD = 6 cm, AD = 3 cm, DC = 5 cm ရှိသော ထြာပီဇီယမ်တစ်ခုကို ဆောက်လုပ်ပါ။ BC ကိုတိုင်းပါ။

၅။ AB // DC, DC = 7 cm, အမြင့်မျဉ်း AN = 4 cm, AD = 5 cm, AB = 4 cm ရှိသော ထြာပီဇီယမ်တစ်ခုကို ဆောက်လုပ်ပါ။ $\angle A$ ကိုတိုင်းပါ။

၆။ AB // DC, AB = 9 cm, အမြင့်မျဉ်း CN = 4 cm, BC = 5 cm, CD = 3 cm ရှိသော ထြာပီဇီယမ်တစ်ခုကို ဆောက်လုပ်ပါ။ BD ကိုတိုင်းပါ။

အခန်း ၂ တြိဂံများ

ဤသင်ခန်းစာတွင် တြိဂံတစ်ခု၏အလယ်မျဉ်းများ၊ အမြင့်မျဉ်းများ၊ ထောင့်ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းများနှင့် အနားများကိုထောင့်မှန်ကျထက်ဝက်ပိုင်းသည့်မျဉ်းများအကြောင်းကို လေ့လာကြရမည်ဖြစ်သည်။ ထိုမျဉ်းများနှင့်ဆက်စပ်၍ဖြစ်ပေါ်လာသောအမှတ်များအကြောင်းကို ဆက်လက်လေ့လာကြရမည်ဖြစ်သည်။

၂.၁ ပြန်လည်လေ့လာရမည့်အကြောင်းအရာများ

တြိဂံများနှင့်ပတ်သက်၍ အောက်ပါဂုဏ်သတ္တိများကို ပြန်လည်လေ့လာထားရန်လိုအပ်သည်။

တြိဂံတစ်ခု၏အတွင်းထောင့်သုံးခုပေါင်းလဒ်သည် 180° ဖြစ်သည်။
ဥပမာ၊ မည်သည့် ΔABC တွင်မဆို $\angle A+\angle B+\angle C = 180^\circ$ ဖြစ်သည်။

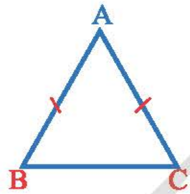
တြိဂံတစ်ခု၏အနားနှစ်နား၏ အလျားများပေါင်းခြင်းသည် ကျန်တတိယအနား၏အလျားထက်ကြီးသည်။
ဥပမာ၊ မည်သည့် ΔABC တွင်မဆို
$AB + BC > CA$, $BC + CA > AB$, $CA + AB > BC$ ဖြစ်သည်။

တြိဂံတစ်ခု၏အနားနှစ်နား၏ အလျားများခြားနားခြင်းသည် ကျန်တတိယအနား၏အလျားအောက်ငယ်သည်။
ဥပမာ၊ မည်သည့် ΔABC တွင်မဆို
$|AB - BC| < CA$, $|BC - CA| < AB$, $|CA - AB| < BC$
ဖြစ်သည်။

၂.၂ တြိဂံတစ်ခု၏ အနားများနှင့်ထောင့်များ၏ ဆက်သွယ်ချက်

နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခုတွင် တူညီသောအနားများ၏ မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များ တူညီကြကြောင်း ဖော်ပြချက်ကို ဆဋ္ဌမတန်းတွင် တွေ့ရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခု လက်တွေ့စမ်းသပ်ချက်များ ပြုလုပ်ပြီး လေ့လာကြမည်။

စမ်းသပ်ချက် ၁။



ပုံ ၂.၁

အဆင့် (၁) **AB = AC** ဖြစ်သော နှစ်နားညီတြိဂံ **ABC** ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) $\angle B$ နှင့် $\angle C$ တို့ကိုတိုင်းပါ။

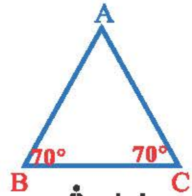
$\angle B = \angle C$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

အထက်ပါစမ်းသပ်ချက်ကဲ့သို့ တူညီသောအနားများရှိသည့် တြိဂံများကိုဆွဲသား၍ လေ့လာကြည့်ပါက အောက်ပါမှန်ကန်ချက်ကို ရရှိမည်။

> တြိဂံတစ်ခုတွင်တူညီသောအနားများ၏ မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များ တူညီကြသည်။

ယခုဆက်လက်၍ တြိဂံတစ်ခုတွင် တူညီသောထောင့်များ၏ မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ တူညီကြကြောင်းကို လက်တွေ့စမ်းသပ်ချက်များ ပြုလုပ်ပြီး လေ့လာကြမည်။

စမ်းသပ်ချက် ၂။



ပုံ ၂.၂

အဆင့် (၁) မျဉ်းပိုင်း BC ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) ပုံ ၂.၂ တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း $\angle B = \angle C = 70^\circ$ ဖြစ်အောင်ဆွဲပါ။

ထိုမျဉ်းနှစ်ကြောင်းသည် A ၌ ဆုံပါစေ။

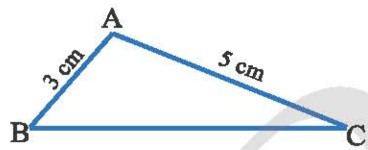
အဆင့် (၃) AB နှင့် AC တို့ကိုတိုင်းပါ။

AB = AC ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

အထက်ပါစမ်းသပ်ချက်ကဲ့သို့ တူညီသောထောင့်များရှိသည့် တြိဂံများကို ဆွဲသား၍ လေ့လာကြည့်ပါက အောက်ပါမှန်ကန်ချက်ကို ရရှိမည်။

တြိဂံတစ်ခုတွင်တူညီသောထောင့်များ၏ မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ တူညီကြသည်။

စမ်းသပ်ချက် ၃။



ပုံ ၂.၃

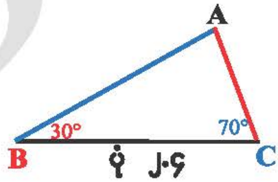
အဆင့် (၁) AB = 3 cm, AC = 5 cm ရှိသော ΔABC ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) $\angle B$ နှင့် $\angle C$ တို့ကိုတိုင်းပါ။ $\angle B > \angle C$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

အထက်ပါစမ်းသပ်ချက်ကဲ့သို့ မတူညီသည့်အနားများရှိသော တြိဂံများကို ဆွဲသား၍ လေ့လာကြည့်ပါက အောက်ပါမှန်ကန်ချက်ကို ရရှိမည်။

တြိဂံတစ်ခုတွင် အနားများမတူညီကြလျှင် ထိုအနားများအနက် ရှည်သောအနား နှင့်မျက်နှာချင်းဆိုင်သောထောင့်သည် တိုသောအနားနှင့်မျက်နှာချင်းဆိုင်သော ထောင့်ထက်ကြီးသည်။

စမ်းသပ်ချက် ၄။



ပုံ ၂.၄

အဆင့် (၁) မျဉ်းပိုင်း BC ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) ပုံ ၂.၄ တွင်ပြထားသည့်အတိုင်း $\angle B = 30^\circ$ နှင့် $\angle C = 70^\circ$ ဖြစ်အောင်ဆွဲပါ။

အဆင့် (၃) **AB** နှင့် **AC** မျဉ်းတို့ကိုတိုင်းပါ။

AB > **AC** ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

အထက်ပါစမ်းသပ်ချက်ကဲ့သို့ မတူညီသောထောင့်များရှိသည့် တြိဂံများကိုဆွဲ၍ စမ်းသပ်ကြည့်ပါက အောက်ပါမှန်ကန်ချက်ကိုရရှိမည်။

တြိဂံတစ်ခုတွင်ထောင့်နှစ်ထောင့်မတူညီပါကထိုထောင့်များအနက် ကြီးသောထောင့်နှင့်မျက်နှာချင်းဆိုင်သောအနားသည် ငယ်သောထောင့်နှင့်မျက်နှာချင်းဆိုင်သောအနားထက် ရှည်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၁

၁။ ΔXYZ၏ အနားများကို အောက်တွင် ဖော်ပြထားသည်။ တြိဂံ၏ထောင့်များကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စဉ်ပါ။

(က) $XY = 5$ cm, $YZ = 6.5$ cm, $XZ = 8$ cm (ခ) $YZ = 10$ cm, $XZ = 6.9$ cm, $XY = 5.4$ cm

(ဂ) $XZ = 3.5$ cm, $XY = 4$ cm, $YZ = 7$ cm

၂။ တြိဂံတစ်ခု၏ထောင့်များကို အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည်။ တြိဂံ၏အနားများကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စဉ်ပါ။

(က) $\angle A = 90°, \angle B = 50°, \angle C = 40°$ (ခ) $\angle A = 35°, \angle B = 85°, \angle C = 60°$

(ဂ) $\angle A = 110°, \angle B = 30°, \angle C = 40°$

၃။ ΔPQR တွင် $PQ = PR$ ဖြစ်၍ $\angle P = 84°$ ဖြစ်သည်။ $\angle Q$ နှင့် $\angle R$ တို့ကို ရှာပါ။

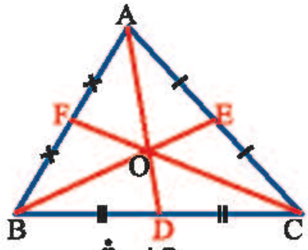
၄။ ΔABC တွင် ထောင့်နှစ်ထောင့်ပေါင်းခြင်းသည် တတိယထောင့်နှင့်တူညီလျှင် ၎င်းတြိဂံသည် မည်သည့် တြိဂံအမျိုးအစားဖြစ်သနည်း။

၅။ သုံးနားညီတြိဂံ PQR ကို $PQ = QR = RP = 3$ cm ဖြစ်အောင် မျဉ်းတံနှင့်ကွန်ပါသုံး၍ ဆွဲပါ။ ထို့နောက် ထောင့်များကို တိုင်းပါ။ မည်သည့်ရလဒ်ကိုတွေ့ရသနည်း။

၆။ ထောင့်မှန်တြိဂံ ABC တွင် $\angle A = 90°$, $AB = AC$ ဖြစ်အောင်ဆွဲပါ။ ထို့နောက် $\angle B$ နှင့် $\angle C$ တို့ကိုတိုင်းပါ။ မည်သည့်ရလဒ်များကိုတွေ့ရှိရသနည်း။

၂.၃ တြိဂံတစ်ခု၏အလယ်မျဉ်းများ

တြိဂံတစ်ခု၏ ထောင့်စွန်းတစ်ခုနှင့် မျက်နှာချင်းဆိုင်အနား၏ အလယ်မှတ်တို့ ဆက်သောမျဉ်းကို ထိုတြိဂံ၏ အလယ်မျဉ်း (median) ဟုခေါ်သည်။



ပုံ ၂.၅

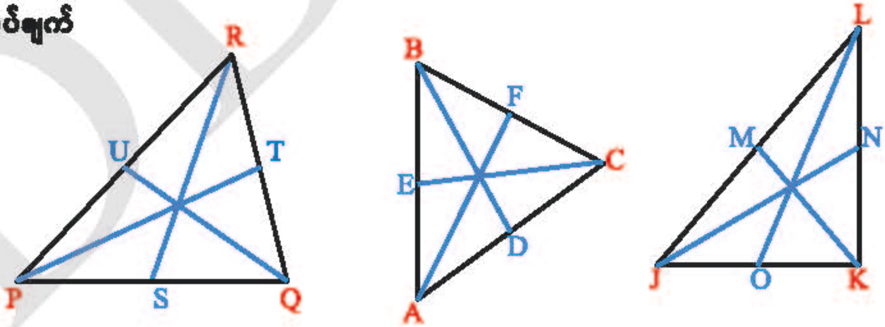
ΔABC တွင် D, E နှင့် F တို့သည် အနား BC, CA နှင့် AB တို့၏ အလယ်မှတ်များ အသီးသီးဖြစ်ပါစေ။ (ပုံ ၂.၅ ကိုကြည့်ပါ။)

AD, BE နှင့် CF တို့သည် ΔABC ၏ အလယ်မျဉ်းများ ဖြစ်ကြသည်။

ပုံသဏ္ဌာန်မတူသော တြိဂံသုံးခု၏ အလယ်မျဉ်းများကို အောက်ပါအတိုင်းဆွဲပြီး စမ်းသပ်ကြည့်ပါက ဖော်ပြပါမှန်ကန်ချက်ကို တွေ့ရှိရမည်။

> တြိဂံတစ်ခု၏အလယ်မျဉ်းသုံးကြောင်းသည်အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ တွေ့ဆုံကြပါသည်။ ထိုဆုံမှတ်ကို **တြိဂံ၏ဗဟိုချက်** (centroid of a traingle) ဟုခေါ်သည်။

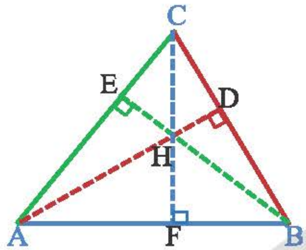
စမ်းသပ်ချက်



ပုံ ၂.၆

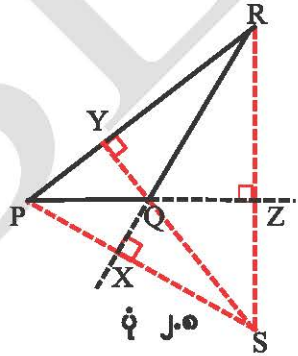
၂.၄ တြိဂံတစ်ခု၏အမြင့်မျဉ်းများ

တြိဂံတစ်ခု၏ထောင့်စွန်းတစ်ခုမှ မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားပေါ်သို့ ဆွဲထားသောထောင့်မတ်မျဉ်းကို ထိုတြိဂံ၏ **အမြင့်မျဉ်း** (altitude of a triangle) ဟုခေါ်သည်။



ပုံ ၂.၇

ΔABC တွင် AD, BE နှင့် CF တို့သည်ထောင့်စွန်း A, B နှင့် C အသီးသီးမှ မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများဖြစ်ကြသော BC, AC နှင့် AB တို့ပေါ်သို့ ထောင့်မတ်ကျအောင် ဆွဲထားသော အမြင့်မျဉ်းများ ဖြစ်ကြသည်။ (ပုံ ၂.၇ ကိုကြည့်ပါ။) ၎င်းအမြင့်မျဉ်းများသည် အမှတ် H ၌ ဆုံတွေ့ကြသည်။ အမှတ် D, E နှင့် F တို့ကို အမြင့်မျဉ်းများ၏ အခြေမှတ်များဟု ခေါ်သည်။ ထို့ကြောင့် ΔABC တွင် AD ကို အခြေ BC ရှိသော အမြင့်မျဉ်းဟုလည်းကောင်း၊ BE ကို အခြေ AC ရှိသော အမြင့်မျဉ်းဟုလည်းကောင်း၊ CF ကို အခြေ AB ရှိသော အမြင့်မျဉ်း ဟုလည်းကောင်း အသီးသီးခေါ်ဆိုသည်။

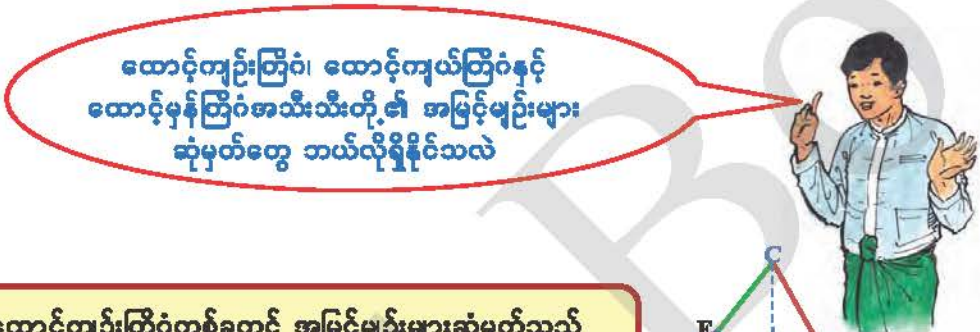


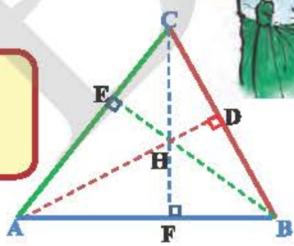
ပုံ ၂.၈

ပုံ ၂.၈ ရှိထောင့်ကျယ် ΔPQR တွင် PX, QY နှင့် RZ တို့သည်ထောင့်စွန်း P, Q နှင့် R တို့မှ မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများဖြစ်ကြသော QR, PR နှင့် PQ တို့ပေါ်သို့ ထောင့်မတ်ကျအောင်ဆွဲထားသော အမြင့်မျဉ်းများဖြစ်ကြသည်။ အမြင့်မျဉ်းများဆွဲရာတွင် လိုအပ်ပါက အခြေအနားများကို ဆက်ဆွဲရကြောင်းသတိပြုပါ။ ၎င်းအမြင့်မျဉ်းများသည် တြိဂံ၏အပြင်ဘက်ရှိ အမှတ် S ၌ ဆုံတွေ့ကြကြောင်း တွေ့ရသည်။

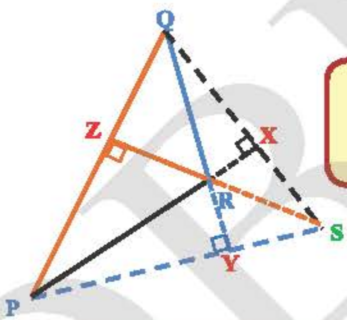
နှစ်သက်ရာတြိဂံအမျိုးမျိုးဆွဲ၍ အမြင့်မျဉ်းများဆွဲကြည့်ပါ။ တြိဂံတိုင်းတွင်အမြင့်မျဉ်းများသည် အမှတ်တစ်မှတ်တည်း၌ တွေ့ဆုံကြသည်ကို မြင်ရမည်။ ထို့ကြောင့် အောက်ပါမှန်ကန်ချက်ကို ရရှိသည်။

တြိဂံတစ်ခု၏အမြင့်မျဉ်းသုံးကြောင်းသည် အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ တွေ့ဆုံကြပါသည်။ ၎င်းအမှတ်ကို **တြိဂံ၏အမြင့်မျဉ်းများဆုံမှတ်** (orthocentre of a triangle) ဟု ခေါ်သည်။



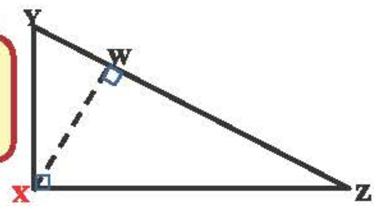


ထောင့်ကျဉ်းတြိဂံတစ်ခုတွင် အမြင့်မျဉ်းများဆုံမှတ်သည် တြိဂံ၏အတွင်း၌ပင်ရှိသည်။



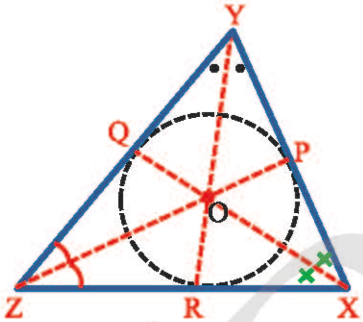
ထောင့်ကျယ်တြိဂံတစ်ခုတွင်အမြင့်မျဉ်းများဆုံမှတ်သည် တြိဂံ၏အပြင်ဘက်၌ ကျရောက်သည်။

ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု၏အမြင့်မျဉ်းများဆုံမှတ်သည် ထောင့်မှန်ထောင့်၏ ထိပ်စွန်းမှတ် ဖြစ်သည်။



၂.၅ တြိဂံတစ်ခု၏ ထောင့်ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းများ

တြိဂံတစ်ခု၏အတွင်းထောင့်များကို ထက်ဝက်ပိုင်းသောမျဉ်း (bisector) များဆွဲပါက ၎င်းမျဉ်းများသည် အမှတ်တစ်မှတ်တည်း၌ ဆုံကြသည်ကိုတွေ့ရမည်။ (ပုံ ၂.၉ ကိုကြည့်ပါ။)



ပုံ ၂.၉

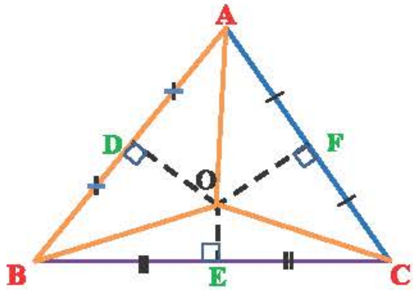
ပုံသဏ္ဍာန်မတူသောတြိဂံများဆွဲ၍ ထောင့်ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းများကို ဆွဲသားကြည့်ပါက ၎င်းမျဉ်းများသည် အမှတ်တစ်မှတ်တည်း၌ ဆုံကြကြောင်းတွေ့ရမည်။

> **တြိဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့်များ၏ထောင့်ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းများသည် အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ ဆုံကြသည်။ ၎င်းအမှတ်သည် တြိဂံ၏အနားများကို ထိနေသော အတွင်းထိစက်ဝိုင်း၏ဗဟိုဖြစ်သောကြောင့် တွင်းထိစက်ဝိုင်းဗဟို (incentre of a triangle) ဟုခေါ်သည်။**

တြိဂံ၏ပုံသဏ္ဍာန်သည်မည်သို့ပင်ဖြစ်စေကာမူ အတွင်းထောင့်ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းသုံးကြောင်းသည် တြိဂံ၏အတွင်း၌ပင်ရှိ၍ ၎င်းတို့တွေ့ဆုံရာအမှတ်ဖြစ်သော တြိဂံ၏တွင်းထိစက်ဝိုင်းဗဟိုသည်လည်း တြိဂံ၏အတွင်း၌ပင်ရှိသည်။

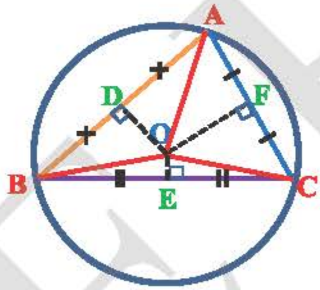
၂.၆ တြိဂံတစ်ခု၏ အနားများကိုထောင့်မှန်ကျထက်ဝက်ပိုင်းသောမျဉ်းများ

ΔABC တွင် အနား AB, BC နှင့် CA တို့ကို ထောင့်မှန်ကျထက်ဝက်ပိုင်းသောမျဉ်းများ (perpendicular bisectors)ကိုဆွဲပါ။ ထိုမျဉ်းတို့သည် AB, BC နှင့် CA တို့၏အလယ်မှတ်များဖြစ်ကြသော D, E နှင့် F တို့၌ ထောင့်မှန်ကျနေသည်။ ၎င်းတို့သည် အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ တွေ့ဆုံကြသည်။ ထိုအမှတ်ကို O ဟုမှတ်သားပါ။ တစ်ဖန် OA, OB နှင့် OC တို့ကို ဆက်သွယ်၍ တိုင်းကြည့်ပါ။ $OA = OB = OC$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရမည်။ (ပုံ ၂.၁၀ ကိုကြည့်ပါ။)



ပုံ ၂.၁၀

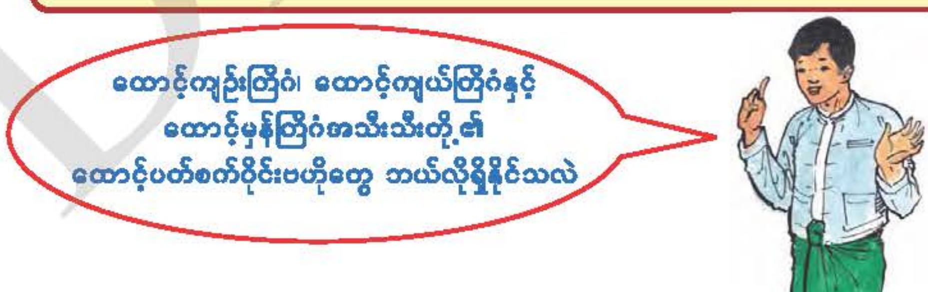
ထို့နောက် O ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် OA သို့မဟုတ် OB သို့မဟုတ် OC ဖြင့် စက်ဝိုင်းတစ်ခုဆွဲသားလျှင်ထောင့်စွန်းမှတ် A, B နှင့် C တို့ကို ဖြတ်သွားကြောင်းတွေ့ရမည်။ (ပုံ ၂.၁၁ ကိုကြည့်ပါ။)



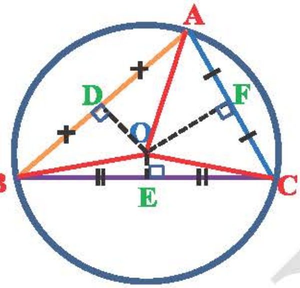
ပုံ ၂.၁၁

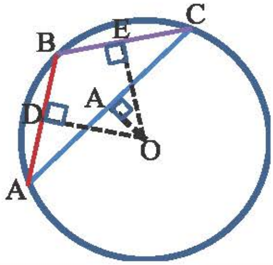
ထိုစက်ဝိုင်းကို ထောင့်ပတ်စက်ဝိုင်း (circumcircle) ဟုခေါ်သည်။ တြိဂံ၏အနားများကို ထောင့်မတ်ကျထက်ဝက်ပိုင်းသောမျဉ်းများ၏ ဆုံမှတ်သည် ထောင့်ပတ်စက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် အောက်ပါအချက်ကို မှတ်သားနိုင်သည်။

တြိဂံတစ်ခု၏အနားများကို ထောင့်မှန်ကျထက်ဝက်ပိုင်းသောမျဉ်းများဆုံမှတ်သည် ၎င်းတြိဂံ၏ **ထောင့်ပတ်စက်ဝိုင်းဗဟို** (circumcentre of a triangle) ဖြစ်သည်။



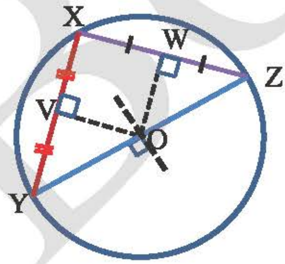
ထောင့်ကျဉ်းတြိဂံတစ်ခု၏ ထောင့်ပတ်စက်ဝိုင်း ဗဟိုသည် တြိဂံအတွင်း၌ပင်ရှိသည်။





ထောင့်ကျယ်တြိဂံတစ်ခု၏ ထောင့်ပတ်စက်ဝိုင်းဗဟိုသည် ၎င်းတြိဂံ၏အပြင်ဘက်၌ ရှိသည်။

ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု၏ ထောင့်ပတ်စက်ဝိုင်းဗဟိုသည် ၎င်း၏ ထောင့်မှန်ခံအနားပေါ်တွင်ရှိ၍ ထောင့်မှန်ခံ အနား၏အလယ်မှတ်ပင်ဖြစ်သည်။



လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၂

၁။ အောက်ပါ ကွက်လပ်တို့ကို ဖြည့်ပါ။
တြိဂံတစ်ခုတွင်
(က) အလယ်မျဉ်း သုံးကြောင်းဆုံသော အမှတ်ကို -------- ဟုခေါ်သည်။
(ခ) အမြင့်မျဉ်း သုံးကြောင်းဆုံသော အမှတ်ကို -------- ဟုခေါ်သည်။
(ဂ) ထောင့်ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်း သုံးကြောင်းဆုံသော အမှတ်ကို ------- ဟုခေါ်သည်။
(ဃ) အနားများကို ထောင့်မှန်ကျထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းသုံးကြောင်း ဆုံသောအမှတ်ကို------ဟု ခေါ်သည်။

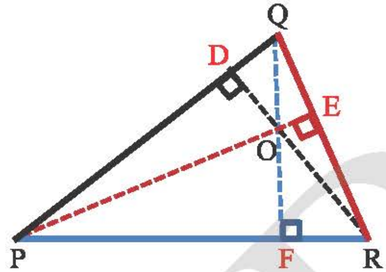
၂။ ΔABC ကိုဆွဲပါ။ ၎င်း၏ အလယ်မျဉ်း AD နှင့် BE တို့ကိုဆွဲသားပါ။ ၎င်းတို့၏ ဖြတ်မှတ်ကို G ဟုခေါ်ပါ။ CG ကို ဆက်သွယ်၍ AB ကို F ၌ တွေ့ဆုံအောင်ဆွဲပါ။ ရရှိလာသောပုံတွင် အောက်ပါတို့ကို တိုင်းတာဆန်းစစ်ပါ။
(က) F သည် AB ၏ အလယ်မှတ်ဖြစ်ပါသလား။
(ခ) $AG = 2\,GD$, $BG = 2\,GE$ နှင့် $CG = 2\,GF$ ဖြစ်ပါသလား။

၃။ ပုံတွင် ΔPQR သည်ထောင့်ကျဉ်းတြိဂံတစ်ခုဖြစ်သည်။ O သည်၎င်းတြိဂံ၏ အမြင့်မျဉ်းများဆုံမှတ်ဖြစ်လျှင် အောက်ပါတို့ကိုဖြေပါ။

(က) ΔPOQ ၏ အမြင့်မျဉ်းများဆုံမှတ်ကို ဖော်ပြပါ။

(ခ) ΔPOR ၏ အမြင့်မျဉ်းများဆုံမှတ်ကို ဖော်ပြပါ။

(ဂ) P သည် ΔROQ ၏ အမြင့်မျဉ်းများဆုံမှတ် ဖြစ်ပါသလား။



၄။ သုံးနားညီတြိဂံ WXY ကိုဆွဲပါ။ အလယ်မျဉ်းများဆွဲ၍ ၎င်းတို့၏ ဆုံမှတ်ကို Z ဟုထားပါ။ အောက်ပါတို့ကို မှန် မမှန် ဆန်းစစ်ပါ။

(က) Z သည် ΔWXY ၏ အမြင့်မျဉ်းများဆုံမှတ် ဖြစ်ပါသလား။

(ခ) Z သည် ΔWXY ၏ ထောင့်ပတ်စက်ဝိုင်းဗဟို ဖြစ်ပါသလား။

(ဂ) Z သည် ΔWXY ၏ တွင်းထိစက်ဝိုင်းဗဟို ဖြစ်ပါသလား။

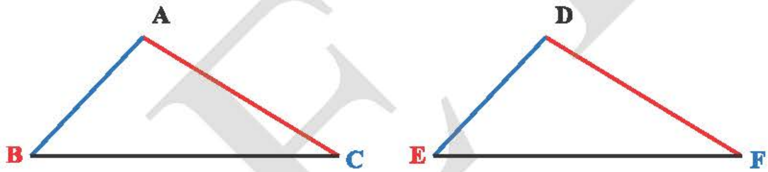
အခန်း ၃ တြိဂံများဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်းနှင့်ထပ်တူညီခြင်း

တြိဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်သုံးထောင့်နှင့်အနားသုံးနားတို့သည် ထိုတြိဂံ၏အခြေခံများဖြစ်သည် ကို သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ဤသင်ခန်းစာတွင် ပုံများထပ်တူညီခြင်း၊ တြိဂံများ ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း နှင့် တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီစေမည့်အခြေအနေများကို လေ့လာကြမည်။

ဤသင်ခန်းစာကိုလေ့လာပြီးပါက အနားသုံးနားပေးထားသောတြိဂံ၊ အနားနှစ်နားနှင့် ကြား ထောင့်ပေးထားသောတြိဂံ၊ နှစ်ထောင့်နှင့်တစ်နားပေးထားသောတြိဂံနှင့်ထောင့်မှန်ခံအနားနှင့်ကျန် အနားတစ်ဖက်ပေးထားသောထောင့်မှန်တြိဂံတို့ကိုဆောက်လုပ်ဆွဲသားတတ်မည်။ ထို့ပြင် တြိဂံနှစ်ခု ထပ်တူညီသောနည်းလမ်းများကိုလည်း ဖော်ထုတ်တတ်မည်။

၃.၁ ပုံများထပ်တူညီခြင်း

ပြင်ညီပေါ်ရှိပုံနှစ်ခုကို ပုံတူကတ်ပြားနှစ်ခုပြုလုပ်၍ တစ်ခုပေါ်တစ်ခုထပ်ကြည့်ပါက တစ်ထပ် တည်းကျနေလျှင် ထိုပုံများ **ထပ်တူညီသည်** ဟုဆိုသည်။



ပုံတွင် ΔABC နှင့် ΔDEF တို့သည် ထပ်တူညီကြသည်။ အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် ΔABC နှင့် ΔDEF တို့ကို ထပ်ကြည့်လျှင် သက်ဆိုင်ရာထောင့်များဖြစ်သော $\angle A$ နှင့် $\angle D$၊ $\angle B$ နှင့် $\angle E$၊ $\angle C$ နှင့် $\angle F$ တို့တူညီကြပြီး သက်ဆိုင်ရာအနားများဖြစ်သော AB နှင့် DE၊ BC နှင့် EF၊ AC နှင့် DF တို့တူညီနေသည်ကိုတွေ့နိုင်သည်။

ထို့ကြောင့် သက်ဆိုင်ရာအနားများနှင့် သက်ဆိုင်ရာထောင့်များ အချင်းချင်းတူညီလျှင် ထိုတြိဂံနှစ်ခုသည် ထပ်တူညီတြိဂံများဖြစ်သည်။ တစ်နည်းဆိုသော် ထပ်တူညီတြိဂံနှစ်ခုတွင် သက် ဆိုင်ရာထောင့်များနှင့် အနားများအချင်းချင်း တူညီကြသည်။

၃.၂ အနားသုံးနားပေးထားသောတြိဂံတစ်ခုကိုဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

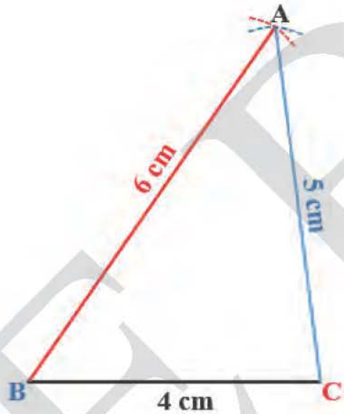
တြိဂံတစ်ခု၏အနားသုံးနားအလျားများမှာ 4 cm, 5 cm နှင့် 6 cm ဖြစ်သည်ဆိုပါစို့။ အနား သုံးနားပေးထားသော တြိဂံတစ်ခုကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားရာ၌ လုပ်ဆောင်ရမည့်အဆင့်များမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည်။

အဆင့် (၁) 4 cm ရှိသော မျဉ်းပိုင်း BC ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) B ကိုဗဟိုအဖြစ်ယူ၍ အချင်းဝက် 6 cm ရှိသော စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲပါ။

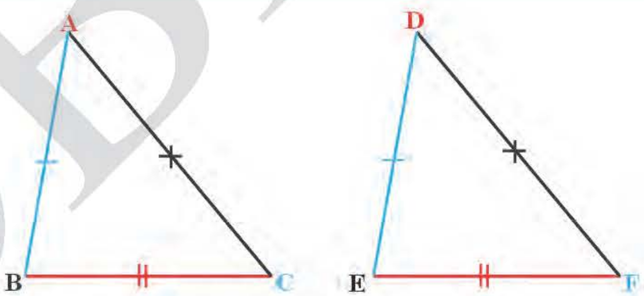
အဆင့် (၃) C ကိုဗဟိုအဖြစ်ယူ၍ အချင်းဝက် 5 cm ဖြင့် စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ပထမ စက်ဝန်းပိုင်းကို A အမှတ်၌ ဖြတ်ပါစေ။

အဆင့် (၄) A နှင့် B, A နှင့် C တို့ကို ဆက်သွယ်ပါ။ ထိုအခါ တြိဂံ ABC သည် အလျား 4 cm, 5 cm နှင့် 6 cm အသီးသီးရှိသောအနား BC, CA နှင့် AB တို့ဖြင့် ဆောက်လုပ်ထားသည့် လိုအပ်သော တြိဂံဖြစ်သည်။ (ပုံ ၃.၁ ကိုကြည့်ပါ။)



ပုံ ၃.၁

၃.၃ အနားအသီးသီးတူညီသောတြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီခြင်း

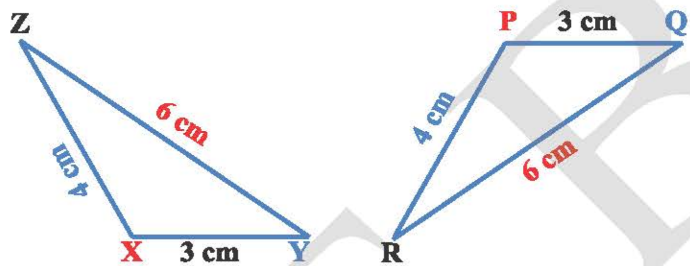


ပုံ ၃.၂

တြိဂံတစ်ခု၏အနားသုံးနားသည် အခြားတြိဂံတစ်ခု၏အနားသုံးနားနှင့် အသီးသီး တူညီကြလျှင် ထိုတြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီသည်။ ဆိုလိုသည်မှာ ΔABC နှင့် ΔDEF တို့တွင် $AB = DE$, BC = EF, CA = FD ဖြစ်လျှင် $\triangle ABC$ နှင့် $\triangle DEF$ တို့ တစ်ထပ်တည်းကျသောကြောင့် ယင်းတြိဂံတို့ ထပ်တူညီကြသည်။ $\triangle ABC$ နှင့် $\triangle DEF$ တို့ထပ်တူညီခြင်းကို သင်္ကေတအားဖြင့် $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ဟု ရေးသားသည်။ ထိုအခါ၌ $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့နိုင်သည်။

AB နှင့် DE, BC နှင့် EF, CA နှင့် FD တို့ကို **လိုက်ဖက်သောအနားများ**၊ $\angle A$ နှင့် $\angle D$, $\angle B$ နှင့် $\angle E$, $\angle C$ နှင့် $\angle F$ တို့ကို **လိုက်ဖက်သောထောင့်များ** ဟုခေါ်ပြီး ၎င်းတို့အားလုံးကို ထပ်တူညီတြိဂံနှစ်ခု၏ **လိုက်ဖက်သောအစိတ်အပိုင်းများ** ဟုခေါ်သည်။ ထိုသို့ အနားသုံးနားညီ၍တြိဂံနှစ်ခု ထပ်တူညီခြင်းကို **အနားသုံးနားထပ်တူညီခြင်း** သို့မဟုတ် **နနန ထပ်တူညီခြင်း** (SSS congruence) ဟုခေါ်သည်။

ဥပမာ။



XY = PQ
YZ = QR
ZX = RP
$\therefore \triangle XYZ \cong \triangle PQR$

မှတ်ချက်။ ။ တြိဂံတစ်ခု၏အနားများအလျားကိုပေးထားလျှင် ယင်းပုံသဏ္ဌာန်နှင့် အရွယ်အစားကို တိကျစွာ ဖော်ပြနိုင်သည်။

အနားသုံးနားအသီးသီးတူညီကြသော တြိဂံနှစ်ခု၏ ထပ်တူညီခြင်းကို အနားသုံးနား ထပ်တူညီခြင်း သို့မဟုတ် နနန ထပ်တူညီခြင်း (SSS congruence) ဟုခေါ်သည်။

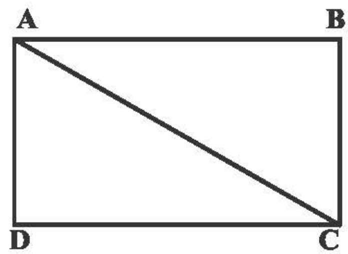
ပုံစံတွက်။ ပေးထားသော ထောင့်မှန်စတုဂံ ABCD တွင်

AC သည် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုဖြစ်သည်။
အောက်ပါတို့ကို အကြောင်းပြချက်များဖြင့်ဖြေဆိုပါ။

(က) AB = CD ဖြစ်ပါသလား။

(ခ) BC = DA ဖြစ်ပါသလား။

(ဂ) $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ ဖြစ်ပါသလား။



အဖြေ။

(က) AB = CD ဖြစ်သည်။ (ထောင့်မှန်စတုဂံ၏မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ)

(ခ) BC = DA ဖြစ်သည်။ (ထောင့်မှန်စတုဂံ၏မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ)

(ဂ) AB = CD (ပြပြီး)

BC = DA (ပြပြီး)

AC = AC (ဘုံအနား)

$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ (နနန ထပ်တူညီခြင်း)

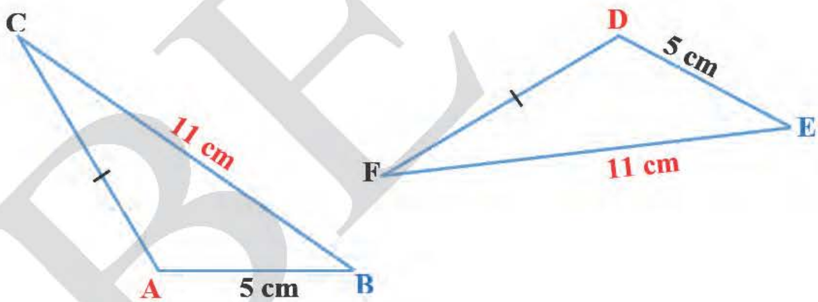
လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၁

၁။ အောက်ပါအနားများကိုအသုံးပြု၍ ΔABC ကိုဆွဲပါ။

(က) BC = 3 cm, CA = 4 cm, AB = 5 cm (ခ) BC = 5.3 cm, CA = 5 cm, AB = 4 cm

(ဂ) BC = 4 cm, CA = AB = 5.7 cm (ဃ) BC = CA = AB = 5.5 cm

၂။ အောက်ပါတြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီပါသလား။ အဘယ်ကြောင့်ဆိုသည်ကို အောက်ပါကွက်လပ်များဖြည့်ခြင်းဖြင့် ဖြေဆိုပါ။



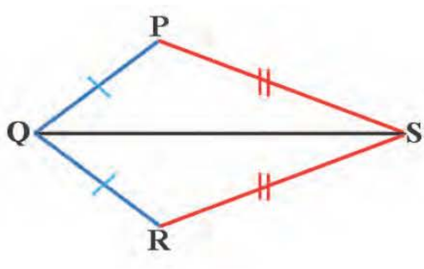
(က) AB = -----

(ခ) BC = -----

(ဂ) AC = ----- (ပေးချက်)

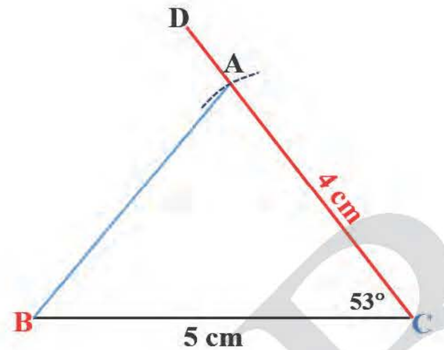
$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta$ -------- (------ ထပ်တူညီခြင်း)

၃။ စွန်ပုံ PQRS ကိုပေးထားသည်။ ΔPQS နှင့် ΔRQS တို့ထပ်တူညီကြောင်း အကြောင်းပြချက်ဖြင့် ဖြေဆိုပါ။



၃.၄ အနားနှစ်နားနှင့်ကြားထောင့်ပေးထားသောတြိဂံတစ်ခုကိုဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

တြိဂံတစ်ခုတွင် အနားနှစ်ဖက်အလျားများမှာ 5 cm နှင့် 4 cm ဖြစ်ကြပြီး ယင်းတို့ကြားရှိ ထောင့်သည် 53° ဟုပေးထားသည်။ လိုအပ်သော တြိဂံရရှိစေရန် အောက်ပါလုပ်ဆောင်ချက် အဆင့်ဆင့်ကို ပြုလုပ်ပါ။



ပုံ ၃.၃

အဆင့် (၁) 5 cm အလျားရှိသော မျဉ်းပိုင်း BC ကိုဆွဲပါ။

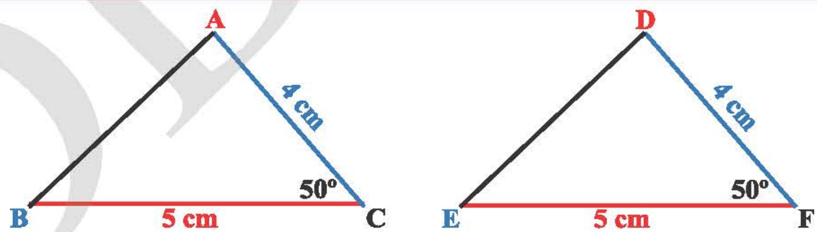
အဆင့် (၂) C ၌ $\angle BCD = 53°$ ဖြစ်အောင် ဆွဲပါ။

အဆင့် (၃) $\angle BCD$ ၏ လက်တံအနား CD ပေါ်တွင် CA = 4 cm ဖြစ်အောင်ဖြတ်ပါ။

အဆင့် (၄) A နှင့် B ဆက်သွယ်ပါ။ (ပုံ ၃.၃ ကိုကြည့်ပါ။)

ထိုအခါ ΔABC သည် BC = 5 cm, CA = 4 cm, ကြားထောင့် $\angle BCA = 53°$ ရှိသော လိုအပ်သည့်တြိဂံဖြစ်သည်။

၃.၅ အနားနှစ်နားနှင့်ကြားထောင့်တို့အသီးသီးတူညီသောတြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီခြင်း

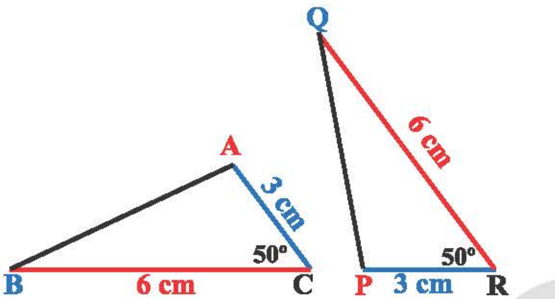


ပုံ ၃.၄

BC = EF = 5 cm, CA = FD = 4 cm နှင့် $\angle BCA = \angle EFD = 50°$ အသီးသီးရှိသော ΔABC နှင့် ΔDEF တို့ကို စာရွက်ပေါ်တွင်ဆွဲပါ။ (ပုံ ၃.၄ ကိုကြည့်ပါ။) ထို့နောက် တြိဂံနှစ်ခုကို ဖြတ်ထုတ်ပြီးထပ်ကြည့်ပါက တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီသည်ကိုတွေ့ရသည်။ ဆိုလိုသည်မှာ ΔABC နှင့်

ΔDEF တို့တွင်အနားနှစ်ခု $BC = EF$, $CA = FD$ နှင့် ထိုအနားများ၏ကြားရှိထောင့် $\angle BCA = \angle EFD$ ဖြစ်လျှင် $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ ဖြစ်သည်။ ထိုထပ်တူညီခြင်းကို **နှစ်နားကြားထောင့်ထပ်တူညီခြင်း** သို့မဟုတ် **နထန ထပ်တူညီခြင်း** (SAS congruence) ဟုခေါ်သည်။

ဥပမာ။



$BC = QR$

$CA = RP$

$\angle C = \angle R$

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta PQR$

မှတ်ချက်(၁) နှစ်နားကြားထောင့်ထပ်တူညီခြင်းသည် မည်သည့်အနားနှစ်နားနှင့်ကြားထောင့်အတွက် မဆို မှန်ကန်သည်။

မှတ်ချက်(၂) အနားနှစ်နားနှင့်ကြားထောင့်တို့၏ပမာဏများပေးထားလျှင် ယင်းတြိဂံ၏ပုံသဏ္ဍာန် နှင့် အရွယ်အစားကို တိကျစွာ ဖော်ပြနိုင်သည်။

အနားနှစ်နားနှင့် ကြားထောင့်တို့တူညီသောတြိဂံနှစ်ခု၏ ထပ်တူညီခြင်းကို နှစ်နားကြားထောင့်ထပ်တူညီခြင်း သို့မဟုတ် နထနထပ်တူညီခြင်း (SAS congruence) ဟုခေါ်သည်။

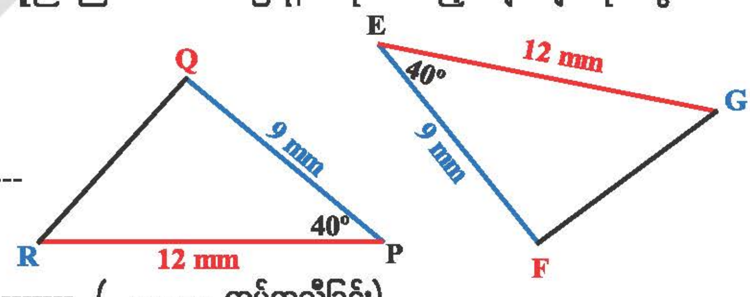
လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၂

၁။ အောက်ပါပေးထားချက်များကိုအသုံးပြု၍ တြိဂံများဆွဲပါ။

(က) $AB = 4.6$ cm, $BC = 3.7$ cm, $\angle B = 60°$

(ခ) $PQ = QR = 5$ cm, $\angle Q = 65°$

၂။ အောက်ပါတြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီကြောင်းသက်သေပြရန် လိုအပ်သည့်အချက်များကို ကွက်လပ်တွင် ဖြည့်ပါ။



(က) $PQ =$ --------

(ခ) $\angle QPR =$ ---------

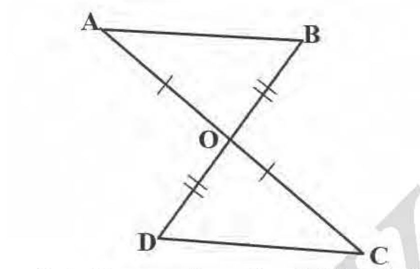
(ဂ) $PR =$ --------

$\therefore \Delta PQR \cong \Delta$ ---------- (--------- ထပ်တူညီခြင်း)

၃။ ပုံတွင် OA = OC, OB = OD ဖြစ်လျှင်

(က) ΔAOB နှင့် ΔCOD တို့ထပ်တူညီပါသလား။ အဘယ်ကြောင့်နည်း။

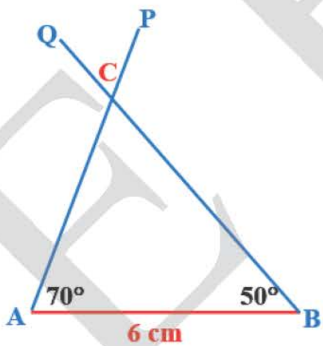
(ခ) CD နှင့်တူညီသော အနားကိုဖော်ပြပါ။



၄။ AB = 5 cm, AC = 5 cm နှင့် $\angle A = 60°$ ရှိသော ΔABC ကိုဆွဲပါ။ $\angle A$ ၏ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းကို ဆွဲရာ BC ကို X တွင်တွေ့ပါစေ။ ΔABX နှင့် ΔACX တို့ထပ်တူညီပါသလား။

၃.၆ နှစ်ထောင့်နှင့်တစ်နားပေးထားသောတြိဂံတစ်ခုဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

တြိဂံတစ်ခု၏ ထောင့်နှစ်ထောင့်မှာ 70° နှင့် 50° ဖြစ်ကြပြီး ထိုထောင့်နှစ်ထောင့်၏ နီးစပ်အနားသည် 6 cm ဟုပေးထားသည်။ လိုအပ်သောတြိဂံရရှိရန် အောက်ပါလုပ်ဆောင်ချက် အဆင့်ဆင့်အတိုင်း ပြုလုပ်ပါ။



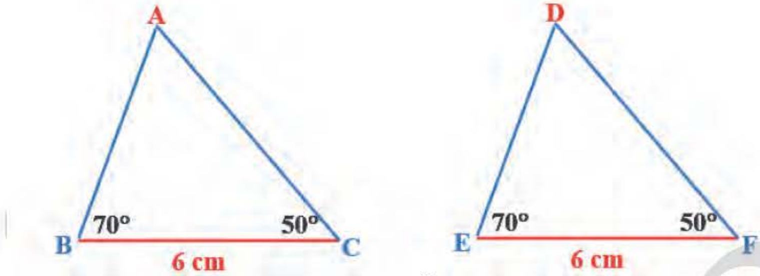
ပုံ ၃.၅

အဆင့် (၁) 6 cm ရှိသော မျဉ်းပိုင်း AB ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) A အမှတ်၌ $\angle PAB = 70°$ ဖြစ်အောင်ဆွဲပါ။

အဆင့် (၃) B အမှတ်၌ $\angle ABQ = 50°$ ဖြစ်အောင်ဆွဲရာ BQ သည် AP ကို C ၌ ဖြတ်ပါစေ။ ထိုအခါ ΔABC သည် $\angle A$ နှင့် $\angle B$ တို့၌ 70° နှင့် 50° အသီးသီးရှိကြ၍ ယင်းတို့၏ နီးစပ်အနား AB = 6 cm ရှိသော တြိဂံဖြစ်သည်။ (ပုံ ၃.၅ ကိုကြည့်ပါ။)

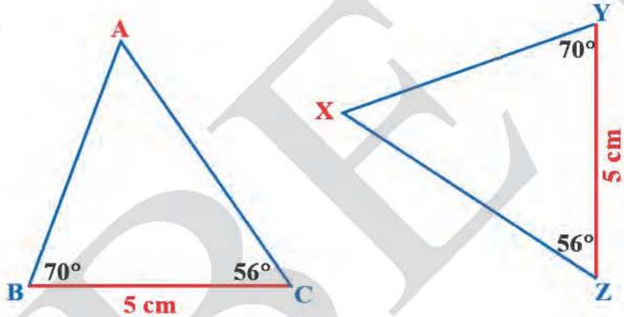
၃.၇ ထောင့်နှစ်ထောင့်နှင့်အနားတစ်နားတို့အသီးသီးတူညီသောတြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီခြင်း



ပုံ ၃.၆

ပုံ ၃.၆ ကဲ့သို့ $\angle B = \angle E = 70°$, $\angle C = \angle F = 50°$ နှင့် $BC = EF = 6$ cm ရှိသော ΔABC နှင့် ΔDEF တို့ကိုစာရွက်ပေါ်တွင်အသီးသီးဆွဲ၍ ထိုတြိဂံနှစ်ခုကိုဖြတ်ထုတ်ပြီး ထပ်ကြည့်ပါက $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ ဖြစ်သည်ကိုတွေ့ရသည်။ ဆိုလိုသည်မှာ ΔABC နှင့် ΔDEF တို့တွင် $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$ နှင့် $BC = EF$ ဖြစ်လျှင် $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ ဖြစ်သည်။ ထိုထပ်တူညီခြင်းကို **နှစ်ထောင့်တစ်နားထပ်တူညီခြင်း** သို့မဟုတ် **ထထန ထပ်တူညီခြင်း** (AAS congruence) ဟုခေါ်သည်။

ဥပမာ။



$\angle B = \angle Y$

$\angle C = \angle Z$

$BC = YZ$

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta XYZ$

မှတ်ချက် (၁) တြိဂံတစ်ခု၏ထောင့်နှစ်ထောင့်ကို ပေးထားလျှင် ကျန်ထောင့်ကို ရှာနိုင်သည်၊ ထို့ကြောင့် အထက်ပါထပ်တူညီခြင်းတွင် "နီးစပ်အနား" အစား "လိုက်ဖက်အနားတစ်နား" ဟု ဖော်ပြနိုင်သည်၊

မှတ်ချက် (၂) တြိဂံတစ်ခု၏ထောင့်နှစ်ထောင့်နှင့် လိုက်ဖက်အနားတစ်နား ပေးထားလျှင် ယင်းတြိဂံ၏ ပုံသဏ္ဌာန်နှင့်အရွယ်အစားကို တိကျစွာဖော်ပြနိုင်သည်။

ထောင့်နှစ်ထောင့်နှင့်လိုက်ဖက်အနားတစ်နားတို့ အသီးသီးတူညီသော တြိဂံနှစ်ခု၏ ထပ်တူညီခြင်းကို နှစ်ထောင့်တစ်နား ထပ်တူညီခြင်း သို့မဟုတ် ထထန ထပ်တူညီခြင်း (AAS congruence) ဟုခေါ်သည်၊

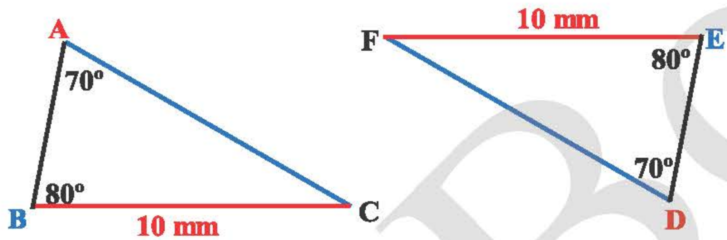
လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၃

၁။ အောက်ပါပေးထားချက်များကိုသုံး၍ ΔABC ကိုဆွဲပါ။

(က) $BC = 3.7$ cm, $\angle B = 60°$, $\angle C = 75°$

(ခ) $AB = 5.6$ cm, $\angle A = 100°$, $\angle B = 30°$

၂။ အောက်ပါတြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီစေရန် လိုအပ်သည့်အကြောင်းပြချက်များကို ကွက်လပ်တွင်ဖြည့်ပါ။



ΔABC တွင် $\angle BCA = 180° - (\text{-----}° + \text{------}°) = \text{------}°$

ΔDEF တွင် $\angle EFD = 180° - (\text{-----}° + \text{------}°) = \text{------}°$

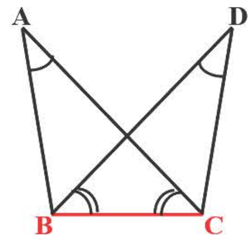
(က) $\angle ABC =$ -------

(ခ) $\angle BCA =$ -------

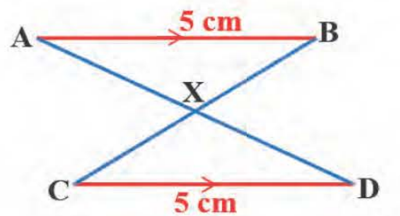
(ဂ) $BC =$ -------

$\therefore\ \Delta ABC \cong \Delta$ --------- (--------- ထပ်တူညီခြင်း)

၃။ ပေးထားသောပုံတွင် မည်သည့်ထောင့်များတူညီပါသနည်း။ ΔABC နှင့် ΔDCB တို့ ထပ်တူညီကြပါသလား။ အကြောင်းပြချက်များဖြင့်ဖြေပါ။

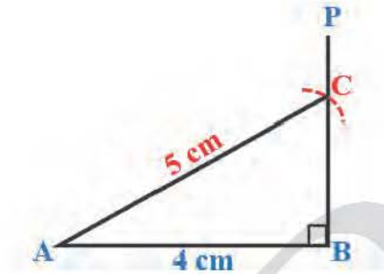


၄။ ပေးထားသောပုံတွင် $AB \parallel CD$ ဖြစ်သည်။ $\Delta ABX \cong \Delta DCX$ ဖြစ်ကြောင်း အကြောင်းပြချက်များဖြင့်ဖြေပါ။



၃.၈ ထောင့်မှန်ခံအနားနှင့်ကျန်အနားတစ်နားပေးထားသောထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

တြိဂံတစ်ခု၏ ထောင့်မှန်ခံအနားသည် 5 cm ဖြစ်၍ ကျန်အနားတစ်ဖက်သည် 4 cm ဖြစ်ပါစေ။ အောက်ပါလုပ်ဆောင်ချက်အဆင့်ဆင့်ကိုပြုလုပ်၍ လိုအပ်သောထောင့်မှန်တြိဂံကို ဆွဲသားမည်။



ပုံ ၃.၇

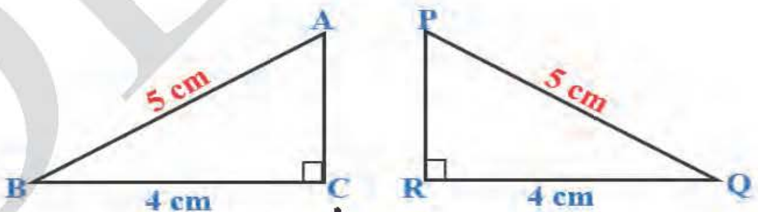
အဆင့် (၁) 4 cm ရှိသော မျဉ်းပိုင်း AB ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) B တွင် $BP \perp AB$ ဆွဲပါ။

အဆင့် (၃) A ကို ဗဟိုအဖြစ်ယူ၍ အချင်းဝက် 5 cm ရှိသည့်စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခုဆွဲပါ။ BP ကို C တွင် ဖြတ်ပါစေ။

အဆင့် (၄) A နှင့် C ကိုဆက်သွယ်ပါ။ (ပုံ ၃.၇ ကိုကြည့်ပါ။)
ထိုအခါ ΔABC သည် $AB = 4$ cm, $AC = 5$ cm နှင့် $\angle B$ သည် ထောင့်မှန်ဖြစ်သဖြင့် လိုအပ်သော ထောင့်မှန်တြိဂံ ဖြစ်သည်။

၃.၉ ထောင့်မှန်ခံအနားနှင့်ကျန်အနားတစ်နားတို့အသီးသီးတူညီသောထောင့်မှန် တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီခြင်း

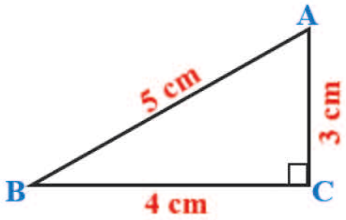


ပုံ ၃.၈

ပုံ ၃.၈ ကဲ့သို့ $\angle C = \angle R = 90°$, $BC = QR = 4$ cm, $AB = PQ = 5$ cm အသီးသီးရှိသော ΔABC နှင့် ΔPQR တို့ကို စာရွက်ပေါ်တွင်ဆွဲပါ။ ထို့နောက် တြိဂံနှစ်ခုကိုဖြတ်ထုတ်ပြီး ထပ်ကြည့်ပါက $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ဖြစ်သည်ကိုတွေ့ရသည်။ ဆိုလိုသည်မှာ ထောင့်မှန်ခံအနား AB = ထောင့်မှန်ခံ

အနား PQ ဖြစ်ပြီး BC = RQ ဖြစ်လျှင် ΔABC ≅ ΔPQR ဖြစ်သည်။ ထိုထပ်တူညီခြင်းကို **ထောင့်မှန်ခံအနားနှင့်ကျန်အနားတစ်ဖက်ထပ်တူညီခြင်း** သို့မဟုတ် **မနနထပ်တူညီခြင်း** (RHS congruence) ဟုခေါ်သည်။

ဥပမာ။



$\angle C = \angle Z = 90^\circ$

$AB = XY$

$AC = XZ$

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta XYZ$

မှတ်ချက်။ ။ ထောင့်မှန်ခံအနားနှင့်ကျန်အနားတစ်ဖက်ပေးထားလျှင် ထောင့်မှန်တြိဂံ၏ပုံသဏ္ဌာန်နှင့်အရွယ်အစားကို တိကျစွာ ဖော်ပြနိုင်သည်။

ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု၏ ထောင့်မှန်ခံအနားနှင့်ကျန်အနားတစ်ဖက်သည် အခြားထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု၏ ထောင့်မှန်ခံအနားနှင့်ကျန်အနားတစ်ဖက်တို့ အသီးသီးတူညီကြလျှင် ထိုထပ်တူညီခြင်းကို ထောင့်မှန်ခံအနားနှင့် ကျန်အနားတစ်ဖက်ထပ်တူညီခြင်း သို့မဟုတ် **မနန ထပ်တူညီခြင်း** (RHS congruence) ဟုခေါ်သည်။

တြိဂံများကိုဆောက်လုပ်ဆွဲသားရာတွင် အခြေခံသုံးချက်လိုအပ်ပြီး အနည်းဆုံးအနားတစ်ဖက်၏အလျားသိရှိမှသာ ပြည့်စုံတိကျသောတြိဂံကို ဆောက်လုပ်နိုင်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၄

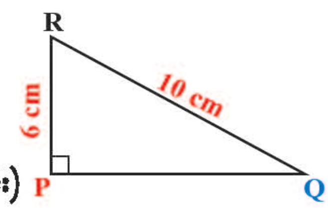
၁။ အောက်ပါပေးထားချက်များကိုသုံး၍ ထောင့်မှန်တြိဂံဆွဲပါ။

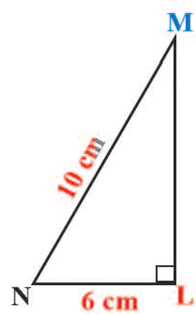
(က) ထောင့်မှန်ခံအနား = 6.3 cm၊ အနားတစ်ဖက် = 4.1 cm

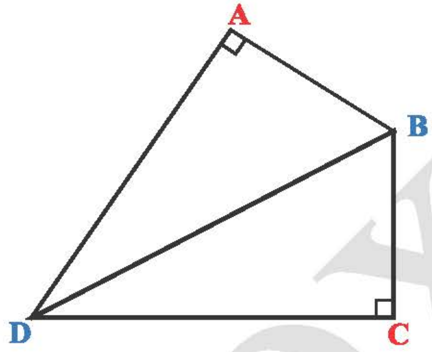
(ခ) ထောင့်မှန်ခံအနား = 4.9 cm၊ အနားတစ်ဖက် = 3.7 cm

၂။ အောက်ပါတြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီစေရန် လိုအပ်သည့်အကြောင်းပြချက်များကို ကွက်လပ်တွင်ဖြည့်ပါ။

$\angle L = \angle P = 90^\circ$
LN = -----
MN = -----
ΔLMN ≅ ΔPQR (----- ထပ်တူညီခြင်း)







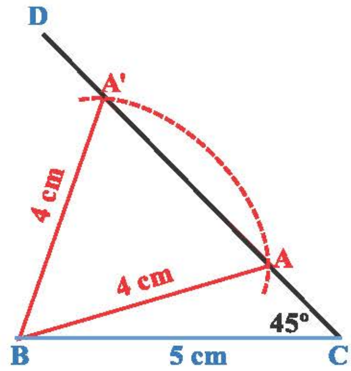
၃။ ပုံတွင် AB = BC ဖြစ်သည်။ ΔABD နှင့် ΔCBD ထပ်တူညီကြောင်းအကြောင်းပြချက်များဖြင့်ဖြေပါ။

၃.၁၀ အစွန်းထွက်ဖြစ်ရပ် (The Ambiguous Case)

တြိဂံများကိုဆောက်လုပ်ဆွဲသားရာတွင် အခြေခံအချက်သုံးချက်လိုအပ်သည်။ အနည်းဆုံး အနားတစ်ဖက်၏အလျားသိရှိမှသာဆောက်လုပ်နိုင်သည်ကို သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ သို့သော် အနားနှစ်ဖက်နှင့်ကြားထောင့်မဟုတ်သော အခြားထောင့်တစ်ထောင့်ပေးထားလျှင် ခွင်းချက်ရှိသည်။ ပေးထားချက်နှင့်ကိုက်ညီသောတြိဂံနှစ်ခုရှိနိုင်သည်။

ဥပမာ။

AB = 4 cm, BC = 5 cm နှင့် $\angle BCA = 45°$ ရှိသော ΔABC ကိုဆောက်လုပ်ဆွဲသားရန် အောက်ပါအတိုင်းအဆင့်ဆင့်ပြုလုပ်ပါ။



အဆင့် (၁) 5 cm ရှိသော မျဉ်းပိုင်း BC ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) C တွင် $\angle BCA = 45°$ ဆွဲပါ။

အဆင့် (၃) B ကိုဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 4 cm ဖြင့် စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခုဆွဲပါ။ ပုံတွင် စက်ဝန်းပိုင်းပြတ်သည် CD ကို အမှတ် A နှင့် A' တို့၌ ဖြတ်သွားကြောင်းတွေ့ရသည်။

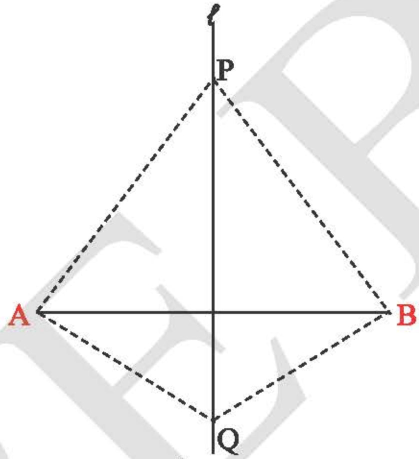
အဆင့် (၄) A နှင့် B ၊ A' နှင့် B တို့ကို ဆက်ပါ။

ထိုအခါ ΔABC နှင့် $\Delta A'BC$ တို့တွင် ပေးထားသော အခြေခံသုံးခုလုံးပါရှိသည်။ သို့သော် တြိဂံနှစ်ခုသည် ပုံသဏ္ဌာန်နှင့်အရွယ်အစားတို့ ကွဲပြားနေသည်ကို တွေ့ရသည်။ ဤဖြစ်ရပ်ကို **အစွန်းထွက်ဖြစ်ရပ်** ဟုခေါ်သည်။

အခန်း ၄ ခေါက်ချိုးညီခြင်း

ဆဋ္ဌမတန်းတွင် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းအရ ခေါက်ချိုးညီခြင်းအကြောင်းကို လေ့လာခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။ ဤသင်ခန်းစာတွင် ခေါက်ချိုးညီဝင်ရိုးပေါ်ရှိ အမှတ်များအကြောင်းနှင့် အမှတ်တစ်မှတ်အရ ခေါက်ချိုးညီခြင်းအကြောင်းတို့ကို ဆက်လက်လေ့လာကြရမည်ဖြစ်သည်။ သင်ခန်းစာကိုလေ့လာပြီးပါက အမှတ်တစ်မှတ်အရ ခေါက်ချိုးညီသောပုံများကို လက်တွေ့သိမြင် လုပ်ဆောင်ရယူနိုင်မည်ဖြစ်သည်။

၄.၁ ခေါက်ချိုးညီဝင်ရိုးပေါ်ရှိအမှတ်များ



ပုံ ၄.၁

အဆင့် (၁) စာရွက်လွှတ်တစ်ရွက်ကို အလယ်တွင်ခေါက်၍ ထိုခေါက်ရိုးအတိုင်းမျဉ်းတစ်ကြောင်း ဆွဲပြီး ℓ ဟုခေါ်ပါ။

အဆင့် (၂) စာရွက်ကိုခေါက်၍ ခေါက်ရိုးနှင့် အနည်းငယ်ဝေးသောနေရာတွင် ပင်အပ်ဖြင့် ထိုးဖောက်ပြီး စာရွက်ကို ပြန်ဖြန့်ပါ။

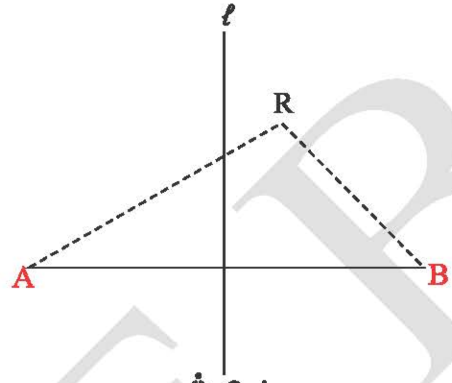
အဆင့် (၃) ဖောက်လိုက်သောအမှတ်နှစ်မှတ်ကို A နှင့် B ဟုခေါ်ပါ။ ထို့နောက် မျဉ်း ℓ ပေါ်တွင် ကြိုက်နှစ်သက်ရာနေရာ၌ အမှတ်တစ်မှတ်ကိုယူ၍ P ဟုထားပါ။

အဆင့် (၄) P ကို A နှင့် B တို့ဖြင့်ဆက်ပါ။ မျဉ်းဖြောင့် ℓ တစ်လျှောက် စာရွက်ကိုခေါက်လိုက်ပါ။ PA နှင့် PB ကိုမည်သို့တွေ့ရှိရသနည်း။
(PA နှင့် PB သည် တစ်ခုပေါ်တစ်ခု အတိအကျ ကျရောက်နေကြောင်း တွေ့ရသည်။) ထို့ကြောင့် PA = PB ဖြစ်သည်။

အဆင့် (၅) တစ်ဖန် ℓ ပေါ်၌ AB ၏ အခြားတစ်ဖက်တွင် အမှတ်တစ်မှတ်ကိုယူ၍ Q ဟုထားပါ။ အဆင့် (၄) တွင်စမ်းသပ်ခဲ့သည့်အတိုင်း ထပ်မံပြုလုပ်ပါ။ QA = QB ဖြစ်သည်ကိုလည်း တွေ့ရမည်။

ထို့ကြောင့် အမှတ်နှစ်မှတ်၏ ခေါက်ချိုးညီဝင်ရိုးပေါ်ရှိ အမှတ်တိုင်းသည် ထိုအမှတ်နှစ်မှတ်မှ တူညီစွာကွာဝေးကြောင်း လက်တွေ့ပြုလုပ်သိရှိနိုင်သည်။

ဆက်လက်၍ ခေါက်ချိုးညီဝင်ရိုး ℓ ပေါ်တွင်မရှိသော အမှတ်တစ်မှတ်နှင့်ပတ်သက်၍ လေ့လာကြမည်။



ပုံ ၄.၂

အဆင့် (၁) ပြုလုပ်ခဲ့ပြီးသော စမ်းသပ်ချက် အဆင့် (၁) နှင့် (၂) တို့ကို ပြန်လည်ပြုလုပ်ပါ။

အဆင့် (၂) ဖောက်လိုက်သောအမှတ်နှစ်မှတ်ကို A နှင့် B ဟုအမည်ပေးပါ။ ထို့နောက် ℓ ပေါ်တွင် မရှိသည့် အမှတ်တစ်မှတ်ကိုယူ၍ R ဟုထားပါ။

အဆင့် (၃) R ကို A နှင့် B တို့ဖြင့်ဆက်ပါ။ မျဉ်းဖြောင့် ℓ တစ်လျှောက်စာရွက်ကို ခေါက်လိုက်ပါ။ RA နှင့် RB ကို မည်သို့တွေ့ရှိရသနည်း။
(RA နှင့် RB သည်တစ်ခုပေါ်တစ်ခု မကျရောက်ကြောင်း တွေ့ရသည်။)
RA နှင့် RB တို့ကိုတိုင်းတာကြည့်ပါက RA နှင့် RB မတူညီကြောင်းတွေ့ရမည်။

ထို့ကြောင့် အမှတ်နှစ်မှတ်၏ ခေါက်ချိုးညီဝင်ရိုးပေါ်တွင်မရှိသော အမှတ်တိုင်းသည် ထိုအမှတ်နှစ်မှတ်မှ အကွာအဝေးမတူညီကြကြောင်း လက်တွေ့ပြုလုပ်သိရှိနိုင်သည်။

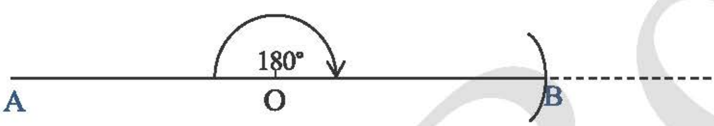
- အမှတ်နှစ်မှတ်၏ ခေါက်ချိုးညီဝင်ရိုးပေါ်ရှိ အမှတ်တိုင်းသည် ထိုအမှတ်နှစ်မှတ်မှ တူညီစွာကွာဝေးသည်။
- အပြန်အလှန်အားဖြင့် အမှတ်နှစ်မှတ်မှ တူညီစွာကွာဝေးသောအမှတ်တိုင်းသည် ထိုအမှတ်နှစ်မှတ်၏ ခေါက်ချိုးညီဝင်ရိုးပေါ်တွင်ရှိသည်။

မှတ်ချက်။ ။ခေါက်ချိုးညီဝင်ရိုး ℓ သည် AB ကို ထက်ဝက်ပိုင်းပြီး ထောင့်မတ်ကျသဖြင့် ℓ သည် AB ၏ ထောင့်မတ်ကျထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းဖြစ်သည်။

၄.၂ အမှတ်တစ်မှတ်အရခေါက်ချိုးညီခြင်း

မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းအရ ခေါက်ချိုးညီခြင်းကို သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခုအမှတ်တစ်မှတ်အရ ခေါက်ချိုးညီခြင်းအကြောင်းကို ဆက်လက်လေ့လာကြမည်။

၄.၂.၁ အမှတ်တစ်မှတ်အရ ခေါက်ချိုးညီအမှတ်များ



ပုံ ၄.၃

အဆင့် (၁) အမှတ်နှစ်မှတ် A နှင့် O ကိုယူပြီး ဆက်သွယ်ပါ။

အဆင့် (၂) O ကို ခေါက်ချိုးညီအမှတ်အဖြစ်ယူဆပြီး AO မျဉ်းကို ဆက်ဆွဲပါ။

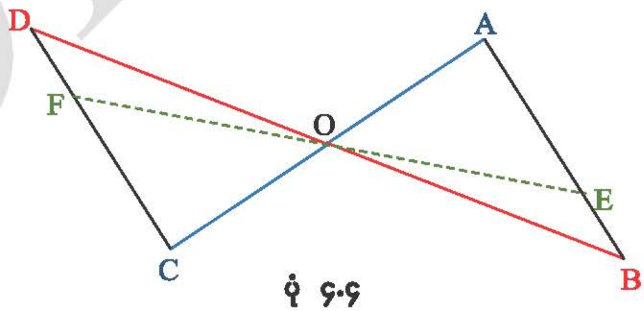
အဆင့် (၃) O ကိုဗဟိုပြု၍ OA ၏အလျားအတိုင်း အဝန်းပိုင်းတစ်ခုကို A မှနေ၍ 180° လှည့်ပြီးဆွဲပါ။ AO ဆက်ဆွဲမျဉ်းကို B ၌ တွေ့ပါစေ။

အဆင့် (၄) OA = OB ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရမည်။

ထို့ကြောင့် B သည် အမှတ် O အရ A ၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ်ဖြစ်သကဲ့သို့ A သည်လည်း အမှတ် O အရ B ၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ်ဖြစ်သည်။ A နှင့် B တို့သည် အမှတ် O အရ ခေါက်ချိုးညီကြသည်ဟုဆိုသည်။

အမှတ် A, O, B တို့သည် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းတည်းပေါ်တွင် ကျရောက်ပြီး OA = OB ဖြစ်လျှင် O ကို A နှင့် B တို့၏ **ခေါက်ချိုးညီဗဟို** (centre of symmetry) ဟုခေါ်သည်။

၄.၂.၂ အမှတ်တစ်မှတ်အရ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းပိုင်းများ



ပုံ ၄.၄

အဆင့် (၁) AB မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ယင်းမျဉ်းပိုင်းပေါ်တွင် မကျရောက်သော အမှတ်တစ်မှတ် O ကိုယူပါ။

အဆင့် (၂) အမှတ် O အရ A ၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ် C နှင့် B ၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ် D တို့ကိုရှာပြီး C နှင့် D ကို ဆက်ပါ။

အဆင့် (၃) AB ပေါ်တွင် အမှတ်တစ်မှတ် E ကိုယူပြီး အမှတ် O အရ ယင်း၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ် F ကိုရှာလျှင် အမှတ် F သည် မျဉ်းပိုင်း CD ပေါ်တွင် ကျရောက်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

မျဉ်းပိုင်း AB ပေါ်တွင်ရှိသော အခြားအမှတ်များအတွက် ဤသို့သောစမ်းသပ်မှုကို ပြုလုပ်မည်ဆိုပါက ထိုအမှတ်များ၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ်များသည်လည်း မျဉ်းပိုင်း CD ပေါ်တွင် ကျရောက်နေကြောင်း တွေ့ရမည်။

သို့ဖြစ်၍ မျဉ်းပိုင်း AB ပေါ်ရှိ အမှတ်အားလုံး၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ်များသည် မျဉ်းပိုင်း CD ပေါ်တွင် ကျရောက်နေပေမည်။ အပြန်အလှန်အားဖြင့် CD ပေါ်ရှိ အမှတ်အားလုံး၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ်များသည်လည်း AB ပေါ်တွင် ကျရောက်နေပေမည်။

ထို့ကြောင့် အမှတ် O အရ AB ၏ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းပိုင်းသည် CD ဖြစ်သကဲ့သို့ အမှတ် O အရ CD ၏ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းပိုင်းသည် AB ဖြစ်သည်။ မျဉ်းပိုင်း AB နှင့် CD တို့သည် အမှတ် O အရ ခေါက်ချိုးညီကြသည်ဟုဆိုပြီး O ကို မျဉ်းပိုင်း AB နှင့် CD တို့၏ **ခေါက်ချိုးညီဗဟို** ဟုခေါ်သည်။

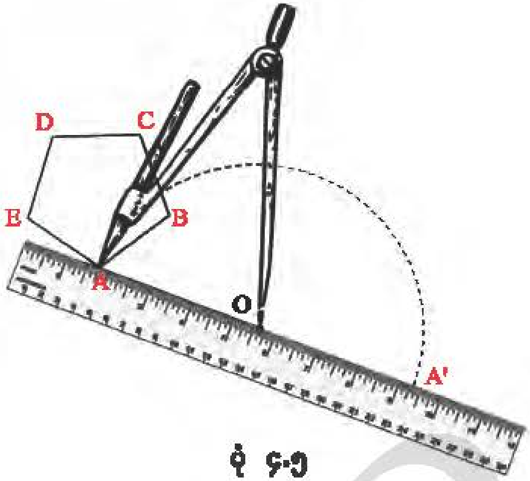
၄.၂.၃ အမှတ်တစ်မှတ်အရ ခေါက်ချိုးညီပုံများ

အမှတ်တစ်မှတ်အရ မျဉ်းပိုင်းတစ်ခု၏ခေါက်ချိုးညီခြင်းအကြောင်းကိုသိရှိပြီးနောက် အမှတ်တစ်မှတ်အရ ဂျီဩမေတြီပုံများ၏ ခေါက်ချိုးညီခြင်းအကြောင်းကို ဆက်လက်လေ့လာကြမည်။ ဥပမာအားဖြင့် ပဉ္စဂံပုံကို အသုံးပြု၍လေ့လာကြမည်။

အဆင့် (၁) စာရွက်လွတ်တစ်ရွက်ပေါ်တွင် ပဉ္စဂံ ABCDE ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) ထိုစာရွက်ပေါ်တွင် အမှတ်တစ်မှတ် O ကိုယူပါ။

အဆင့် (၃) O နှင့် A အမှတ်နှစ်မှတ်၌ ပေတံကို တစ်တန်းတည်းဖြစ်အောင်ထားပါ။ O ကို ဗဟိုပြုကာ ကွန်ပါဖြင့် OA ၏ အလျားအတိုင်း A မှစ၍ 180° လှည့်ပြီး A' အမှတ်ကို ရယူပါ။

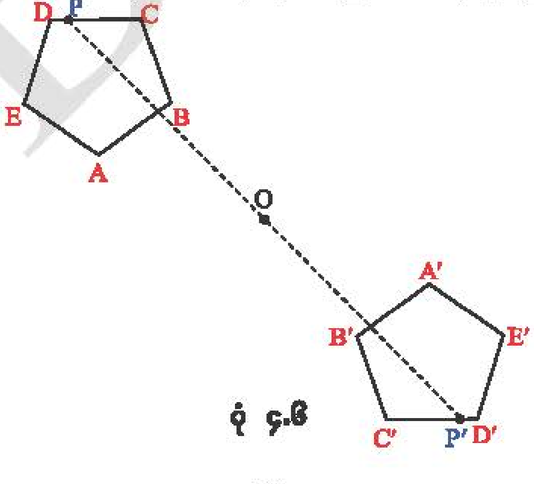


ပုံ ၄.၅

အဆင့် (၄) အမှတ် O အရ A ၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ်သည် A′ ဖြစ်သည်။ B ၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ် B′ နှင့် C, D, E တို့၏ခေါက်ချိုးညီအမှတ်များဖြစ်သည့် C′, D′, E′ တို့ကို အဆင့် (၃) အတိုင်းရယူပါ။

အဆင့် (၅) A′ နှင့် B′၊ B′ နှင့် C′၊ C′ နှင့် D′၊ D′ နှင့် E′၊ E′ နှင့် A′ တို့ကို ဆက်ပါ။ ပဉ္စဂံအသစ် A′B′C′D′E′ ကိုရရှိမည်။

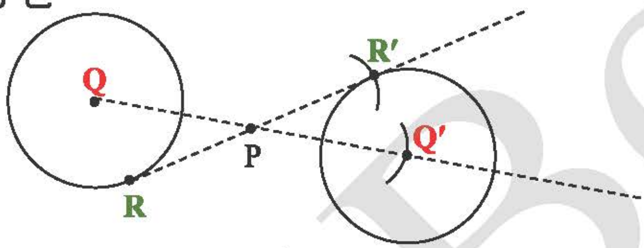
အဆင့် (၆) ပဉ္စဂံ ABCDE ၏ ကြိုက်နှစ်သက်ရာအနားပေါ်တွင် အမှတ် P ကိုယူပါ။ ထို့နောက် အမှတ် O အရ ယင်း၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ် P′ ကိုရှာမည်။ အမှတ် P′ သည် ပဉ္စဂံအသစ် A′B′C′D′E′ ၏ အနားတစ်ခုပေါ်တွင် ကျရောက်ကြောင်း တွေ့ရမည်။ ABCDE ပေါ်တွင်ရှိသော အခြားအမှတ်များအတွက်လည်း ဤသို့သော စမ်းသပ်မှုကို ပြုလုပ်ကြည့်ပါက ထိုအမှတ်များ၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ်များသည် A′B′C′D′E′ ပေါ်တွင်ပင် ကျရောက်ကြောင်း တွေ့ရသည်။



ပုံ ၄.၆

ထို့ကြောင့် ရရှိလာသော ပဉ္စဂံပုံအသစ်သည် အမှတ် O အရ မူလပဉ္စဂံ၏ ခေါက်ချိုးညီပုံ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရမည်။ ပဉ္စဂံပုံအသစ်နှင့် မူလပဉ္စဂံပုံသည် အမှတ် O အရ ခေါက်ချိုးညီကြသည် ဟုဆိုသည်။ အမှတ် O ကို မူလပဉ္စဂံပုံနှင့် ပဉ္စဂံပုံအသစ်တို့၏ **ခေါက်ချိုးညီဗဟို** ဟုခေါ်သည်။ မူလပုံအား ပုံ၏ပြင်ပရှိအမှတ် O ကိုပတ်၍ 180° လှည့်ခြင်းအားဖြင့် မူလပုံ၏ခေါက်ချိုးညီပုံ အသစ်ကို ရနိုင်သည်။ ဤအချက်ကို တြိဂံပုံ၊ စတုဂံပုံများဖြင့် ဆက်လက်ပြုလုပ်စမ်းသပ်ကြည့်ပါ။

ယခု ဂျီဩမေတြီပုံများထဲမှတစ်ခုဖြစ်သော စက်ဝိုင်းပုံ၏ ခေါက်ချိုးညီပုံရရှိရန် ဆက်လက် လုပ်ဆောင်ကြည့်ကြမည်။



ပုံ ၄.၇

အဆင့် (၁) စာရွက်လွတ်တစ်ရွက်တွင် Q ဗဟိုရှိသောစက်ဝိုင်းတစ်ခုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) ထိုစာရွက်ပေါ်တွင် အမှတ်တစ်မှတ် P ကိုယူပါ။

အဆင့် (၃) Q နှင့် P အမှတ်နှစ်မှတ်၌ ပေတံကို တစ်တန်းတည်းဖြစ်အောင်ထား၍ P ကို ဗဟိုပြုကာ PQ ၏အလျားအတိုင်း Q မှစ၍ 180° လှည့်ပြီး Q′ အမှတ်ကိုရယူပါ။

အဆင့် (၄) စက်ဝိုင်း၏အဝန်းပေါ်၌ အခြားအမှတ်တစ်မှတ် R ကိုယူပြီး အဆင့် (၃) အတိုင်း လုပ်ဆောင်လျက် R ၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ် R′ ကိုရယူပါ။

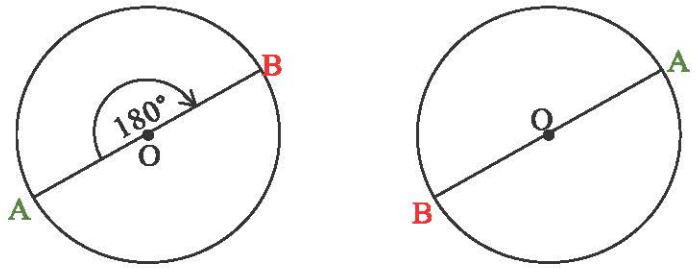
အဆင့် (၅) Q′ ကိုဗဟိုပြု၍ Q′R′ အကွာအဝေးကို အချင်းဝက်အဖြစ်ထားပြီး စက်ဝိုင်းတစ်ခု ဆွဲပါ။

ထိုအခါ ရရှိလာသောစက်ဝိုင်းအသစ်သည် အမှတ် P အရ မူလစက်ဝိုင်း၏ ခေါက်ချိုး ညီပုံဖြစ်သည်။ အမှတ် P သည် မူလစက်ဝိုင်းနှင့် စက်ဝိုင်းအသစ်တို့၏ ခေါက်ချိုးညီဗဟို ဖြစ်သည်။

အထက်ပါသင်ခန်းစာများသည် အမှတ်တစ်မှတ်အရ အမှတ်တစ်မှတ်၏ ခေါက်ချိုးညီခြင်း၊ မျဉ်းပိုင်းတစ်ခု၏ ခေါက်ချိုးညီခြင်းနှင့် ဂျီဩမေတြီပုံတစ်ခု၏ ခေါက်ချိုးညီခြင်းတို့ကို လေ့လာခြင်း ဖြစ်သည်။ ထိုသို့အမှတ်တစ်မှတ်အရ ခေါက်ချိုးညီခြင်းကို **ဗဟိုခေါက်ချိုးညီခြင်း** (central symmetry) ဟုလည်းခေါ်သည်။

ဆက်လက်၍ ဂျီဩမေတြီပုံအချို့၏ ဗဟိုအမှတ်၌ ခေါက်ချိုးညီခြင်းအကြောင်းကို လေ့လာ ကြမည်။

၄.၂.၄ စက်ဝိုင်း

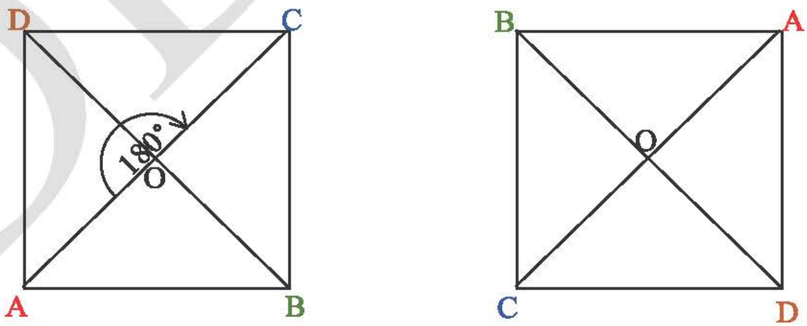


ပုံ ၄.၈

O ဗဟိုရှိသောစက်ဝိုင်းတွင် AOB သည် အချင်းမျဉ်းဖြစ်သည်။ ဗဟို O သည် အချင်းမျဉ်း AB ကို ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်သောကြောင့် A နှင့် B အမှတ်နှစ်မှတ်တို့သည် အမှတ် O အရ ခေါက်ချိုးညီကြသည်၊ စက်ဝိုင်း၏အဝန်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်မှတ်၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ်သည် ယင်းအမှတ်ကိုဖြတ်၍ ဆွဲထားသော အချင်းမျဉ်း၏ အခြားတစ်ဖက်စွန်းတွင်ရှိသည်၊ ထို့ကြောင့် စက်ဝိုင်း၏အဝန်းပေါ်ရှိ အမှတ်အားလုံး၏ ဗဟိုမှတ်အရခေါက်ချိုးညီသော အမှတ်များသည် ယင်းစက်ဝိုင်း၏အဝန်းပေါ်ရှိ အမှတ်အားလုံးပင်ဖြစ်သည်၊

တစ်နည်းအားဖြင့် အောက်ပါကဲ့သို့ ဆင်ခြင်ကြည့်နိုင်သည်၊ ဗဟို O ကိုပတ်၍ 180° လှည့်လျှင် အချင်းမျဉ်း AOB သည် အချင်းမျဉ်း BOA အဖြစ် မူလပုံနှင့် ထပ်တူကျနေကြောင်း တွေ့ရမည်၊ စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အမှတ်တိုင်းသည် ယင်း၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ်များနှင့် နေရာဖလှယ်နေကြောင်း တွေ့ရသည်။ ထို့ကြောင့် ဗဟိုအရ ခေါက်ချိုးညီသော စက်ဝိုင်း၏ ခေါက်ချိုးညီပုံသည် ယင်းစက်ဝိုင်းကိုယ်တိုင် ဖြစ်သည်၊ ဗဟိုမှတ် O သည် စက်ဝိုင်း၏ ခေါက်ချိုးညီဗဟို ဖြစ်သည်၊

၄.၂.၅ စတုရန်း

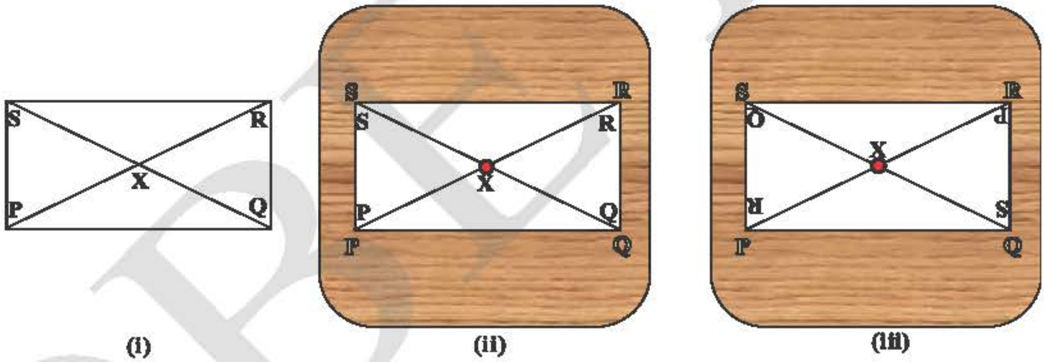


ပုံ ၄.၉

စတုရန်းတစ်ခုသည် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများအရ ခေါက်ချိုးညီကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခုစတုရန်း ABCD သည် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့၏ ဖြတ်မှတ် O အရလည်း ခေါက်ချိုးညီကြောင်း တွေ့ရမည်။ O သည် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့ကို ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်သောကြောင့် A နှင့် C၊ B နှင့် D တို့သည် အမှတ် O အရခေါက်ချိုးညီကြသည်။ တစ်ဖန် ဖြတ်မှတ် O ကိုပတ်၍ 180° လှည့်ခြင်းဖြင့် A သည် ယင်း၏ခေါက်ချိုးညီအမှတ် C နှင့်လည်းကောင်း၊ B သည် ယင်း၏ခေါက်ချိုးညီအမှတ် D နှင့်လည်းကောင်း ထပ်တူကျနေကြောင်း တွေ့ရသည်။ စတုရန်း ABCD ၏ ထိပ်စွန်းမှတ်များသည် ဖြတ်မှတ် O အရယင်းတို့၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ်များနှင့် နေရာဖလှယ်သည်မှအပ မူလပုံနှင့်ထပ်တူကျနေသည်။ ထို့ကြောင့် O အရ စတုရန်း၏ ခေါက်ချိုးညီပုံသည် ယင်းစတုရန်းကိုယ်တိုင် ဖြစ်သည်။ ဖြတ်မှတ် O သည် စတုရန်း၏ ခေါက်ချိုးညီဗဟိုဖြစ်သည်။

၄.၂.၆ ထောင့်မှန်စတုဂံ

ထောင့်မှန်စတုဂံသည် အလယ်မျဉ်းများအရ ခေါက်ချိုးညီသော်လည်း ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများအရ ခေါက်ချိုးမညီကြောင်းသိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ဆက်လက်၍ထောင့်မှန်စတုဂံတွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတို့၏ ဖြတ်မှတ်၌ အမှတ်အရ ခေါက်ချိုးညီကြောင်းကို လက်တွေ့ပြုလုပ်လေ့လာကြမည်။



ပုံ ၄.၁၀

အဆင့် (၁) ကတ်ပြားတစ်ခုပေါ်တွင် ထောင့်မှန်စတုဂံ PQRS ကိုဆွဲ၍ ကတ်ကြေးဖြင့်ဖြတ်ပါ။

အဆင့် (၂) ထိုထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း PR နှင့် QS တို့၏ ဖြတ်မှတ်သည် X ဖြစ်ပါစေ။ (ပုံ ၄.၁၀ (i) ကို ကြည့်ပါ။)

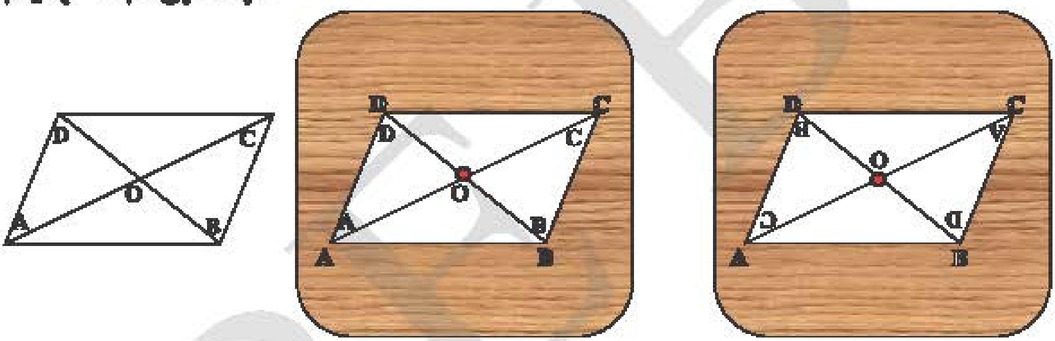
အဆင့် (၃) ပင်အပ်တစ်ချောင်းကို ဖြတ်မှတ် X ၌ စိုက်ပါ။ ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ထိပ်စွန်းမှတ်များဖြစ်သော P, Q, R နှင့် S တို့ကို စားပွဲမျက်နှာပြင်ပေါ်နှင့် ကတ်ပြားပေါ်တို့တွင် အသီးသီးနေရာမှတ်သားထားပါ။ (ပုံ ၄.၁၀ (ii) ကို ကြည့်ပါ။)

အဆင့် (၄) ထောင့်မှန်စတုဂံမျက်နှာပြင်၏ အနားစောင်းမျဉ်းများတစ်လျှောက် ခဲတံ သို့မဟုတ် မြေဖြူဖြင့် ဆွဲသားပါ။

အဆင့် (၅) ထို့နောက် X ကိုပင်တံ၍ ထောင့်မှန်စတုဂံပုံကို 180° လှည့်ပါ။ (ပုံ ၄.၁၀ (iii) ကို ကြည့်ပါ။)

အထက်ပါ လက်တွေ့လုပ်ဆောင်ချက်အရ စားပွဲမျက်နှာပြင်ပေါ်ရှိ P, Q, R, S နေရာများသည် ကတ်ပြားပေါ်ရှိ R, S, P, Q တို့နှင့် ထပ်တူကျနေသည်ကို တွေ့ရမည်။ ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ထိပ်စွန်းမှတ်များသည် ဖြတ်မှတ် X အရ ယင်းတို့၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ်များနှင့် နေရာလဲလှယ်သည်မှအပ မူလပုံနှင့်ထပ်တူကျနေသည်။ ထို့ကြောင့် ဖြတ်မှတ် X သည် ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ခေါက်ချိုးညီဗဟို ဖြစ်သည်။

၄.၂.၇ အနားပြိုင်စတုဂံ



(i) (ii) (iii)

ပုံ ၄.၁၁

အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD တွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့၏ ဖြတ်မှတ်သည် O ဖြစ်သည်။ (ပုံ ၄.၁၁ ကိုကြည့်ပါ။) ထောင့်မှန်စတုဂံ PQRS ကို လက်တွေ့လုပ်ဆောင်ခဲ့သည့်အတိုင်း အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD တွင်လုပ်ဆောင်ကြည့်ကြလျှင် အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD သည် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ၏ ဖြတ်မှတ် O အရ ခေါက်ချိုးညီကြောင်း တွေ့ရမည်။

ဗဟိုခေါက်ချိုးညီခြင်း ဖြစ်စေသည့် ဂျီဩမေတြီပုံများ၏ ခေါက်ချိုးညီဗဟိုသည်

- စက်ဝိုင်းတွင် စက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုမှတ် ဖြစ်သည်။
- စတုရန်း၊ ထောင့်မှန်စတုဂံနှင့် အနားပြိုင်စတုဂံတို့တွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ၏ ဖြတ်မှတ် ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၁

၁။ မျဉ်းတစ်ကြောင်း ℓ ကိုဆွဲ၍ ထိုမျဉ်း၏ကြိုက်နှစ်သက်ရာတစ်ဖက်တွင် မျဉ်းပြင်ပရှိ အမှတ် P ကိုနေရာချမည်။ မျဉ်း ℓ အရ P ၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ် Q ကိုနေရာချပါ။ ထို့နောက် မျဉ်း ℓ ပေါ်ရှိ ကြိုက်နှစ်သက်ရာနေရာတွင် အမှတ် R ကိုယူပါ။ P နှင့် R၊ Q နှင့် R တို့ကို ဆက်ပြီး PR နှင့် QR တို့ကို တိုင်းကြည့်ပါက မည်သို့တွေ့ရှိရသနည်း။ ℓ ပေါ်တွင် R ကို နေရာအမျိုးမျိုး ပြောင်းယူလျက် အထက်ပါအတိုင်း လုပ်ဆောင်ကြည့်ပါက မည်သို့တွေ့ရှိရသနည်း။

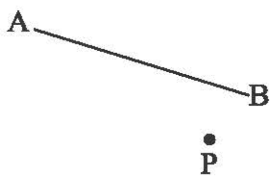
၂။ X နှင့် Y အမှတ်နှစ်မှတ်ရှိရာ Y အမှတ်အရ ခေါက်ချိုးညီသည့် X ၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ် Z ကိုဆွဲပါ။ အမှတ် X နှင့် Z အရ Y ကို မည်သို့ခေါ်ဆိုနိုင်သနည်း။

၃။ မျဉ်းပိုင်း AB ကိုဆွဲ၍ ထိုမျဉ်းပေါ်တွင် မကျရောက်သော အမှတ်တစ်မှတ် K ကိုယူပါ။ K အမှတ်အရ မျဉ်းပိုင်း AB ၏ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းပိုင်း CD ကိုဆွဲပါ။ CD ပေါ်တွင် နှစ်သက်ရာ နေရာ၌ M အမှတ်ကိုယူပါ၊ K အရ အမှတ် M ၏ ခေါက်ချိုးညီအမှတ် N ကိုဆွဲပါ။ N ကို မည်သည့်နေရာတွင် တွေ့ရသနည်း။

၄။ A ကိုဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 2cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားပါ။ စက်ဝိုင်း ပြင်ပ၌ အမှတ်တစ်မှတ် P ကိုယူပါ။ ထိုစက်ဝိုင်း၏ အမှတ် P အရ ခေါက်ချိုးညီသည့်ပုံကို ဆွဲပါ။

၅။ ထောင့်မှန်စတုဂံ ABCD ကိုဆွဲ၍ ထိုပုံပြင်ပ၌ X အမှတ်တစ်မှတ်ယူပါ။ ထောင့်မှန်စတုဂံ ABCD ၏ အမှတ် X အရ ခေါက်ချိုးညီပုံ A′B′C′D′ကိုဆွဲပါ။ ထောင့်မှန်စတုဂံ A′B′C′D′ ရှိ ခေါက်ချိုးညီဗဟို O′ ကို ပုံတွင်ဖော်ပြပါ။

၆။ ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်း အမှတ် P အရ မျဉ်းပိုင်း AB ၏ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်း CD ကို တည်ဆောက်ပါ။ P ကိုဖြတ်၍ AB နှင့်မပြိုင်သောမျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပါ၊ ထိုမျဉ်းဆီသို့ AB နှင့် CD ကို ဆက်ဆွဲပါ၊ ထိုမျဉ်းနှင့် ဆက်ဆွဲမျဉ်းများ၏ ဖြတ်မှတ်ကို M နှင့် N ဟုထားပါ။ PM = PN ဖြစ်ပါသလား။

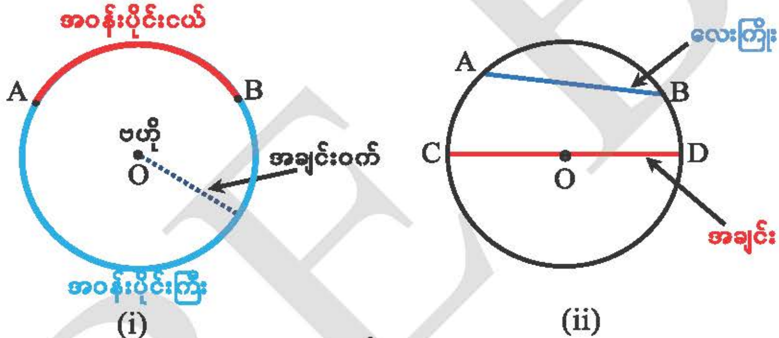


အခန်း ၅ စက်ဝိုင်း

စက်ဝိုင်း၏အခြေခံအချက်အလက်များနှင့် စက်ဝိုင်းပုံနယ်၏အစိတ်အပိုင်းများကို သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ဤသင်ခန်းစာတွင် ဗဟိုမှလေးကြိုးပေါ်သို့ဆွဲသော ထောင့်မတ်မျဉ်း၊ ဗဟိုမှတူညီစွာကွာဝေးသောလေးကြိုးများ၊ စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ဗဟို၌ အဝန်းပိုင်းတစ်ခုက ခံဆောင်သောထောင့်နှင့် စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏စက်ဝိုင်းပြတ်တစ်ခုတည်းအတွင်းရှိထောင့်များ စသည်တို့ကို လေ့လာမည်ဖြစ်သည်။ ဤသင်ခန်းစာကို သင်ယူပြီးပါက စက်ဝိုင်း၏ဂုဏ်သတ္တိများကို အသုံးပြု၍ ပုစ္ဆာများ ဖြေရှင်းတတ်မည်။

၅.၁ စက်ဝိုင်း၏အစိတ်အပိုင်းများကိုပြန်လည်လေ့လာခြင်း

စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဗဟို၊ အချင်းဝက်၊ အချင်း၊ လေးကြိုးနှင့် အဝန်းပိုင်းများအကြောင်းကို သိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။



ပုံ ၅.၁

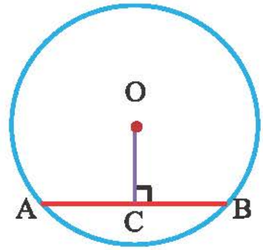
၅.၂ ဗဟိုမှလေးကြိုးတစ်ကြောင်းပေါ်သို့ဆွဲသောထောင့်မတ်မျဉ်း

စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် လေးကြိုးတစ်ကြောင်းပေါ်သို့ ဗဟိုမှ ထောင့်မတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်း ရေးဆွဲနိုင်သည်။ ယခု ထိုထောင့်မတ်မျဉ်းနှင့် လေးကြိုးတို့၏ ဂုဏ်သတ္တိများအကြောင်းကို လေ့လာကြမည်။

စမ်းသပ်ချက် ၁။

အဆင့် (၁) O ဗဟိုရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို သင့်လျော်သော အချင်းဝက်ဖြင့် ဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) လေးကြိုး AB ကို ဆွဲပါ။



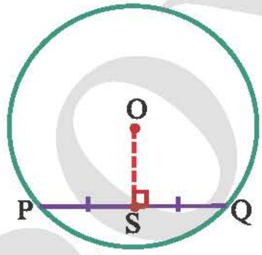
ပုံ ၅.၂

အဆင့် (၃) ဗဟို O မှ လေးကြိုး AB ပေါ်သို့ ထောင့်မတ်ကျမျဉ်း OC ကို ဆွဲပါ။ ဖြစ်ပေါ်လာသော မျဉ်းပိုင်း AC နှင့် CB ကို တိုင်းကြည့်ပါ။ AC = CB ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိရမည်။ (ပုံ ၅.၂ ကိုကြည့်ပါ။)

ဤနည်းအတိုင်း သင့်လျော်သော အချင်းဝက်များဖြင့် စက်ဝိုင်းများဆွဲပြီး စမ်းသပ်ကြည့်ပါက ဗဟိုမှ လေးကြိုးအသီးသီးပေါ်သို့ဆွဲသော ထောင့်မတ်မျဉ်းများသည် ထိုလေးကြိုးကို နှစ်ပိုင်းအညီပိုင်းကြောင်း တွေ့ရမည်။

စမ်းသပ်ချက် ၂။

အဆင့် (၁) သင့်လျော်သော အချင်းဝက်ဖြင့်ဆွဲထားသော O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် လေးကြိုးတစ်ခု PQ ကို ဆွဲပါ။



ပုံ ၅.၃

အဆင့် (၂) PQ ပေါ်တွင် ထက်ဝက်ပိုင်းအမှတ် S ကို မှတ်သားပါ။

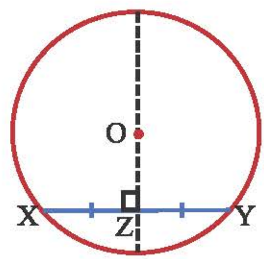
အဆင့် (၃) အမှတ် S နှင့် ဗဟို O ကို ဆက်ပါ။ $OS \perp PQ$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။ (ပုံ ၅.၃ ကို ကြည့်ပါ။)

ဤနည်းအတိုင်း သင့်လျော်သော အချင်းဝက်များဖြင့် စက်ဝိုင်းများဆွဲပြီး စမ်းသပ်ကြည့်ပါက ဗဟိုမှ လေးကြိုးအသီးသီးပေါ်သို့ဆွဲသော ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းများသည် ထိုလေးကြိုးကို ထောင့်မတ်ကျကြောင်း တွေ့ရမည်။

စမ်းသပ်ချက် ၃။

အဆင့် (၁) O ဗဟိုရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို သင့်လျော်သော အချင်းဝက်ဖြင့် ဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) လေးကြိုး XY ကို ဆွဲပါ။



ပုံ ၅.၄

အဆင့် (၃) လေးကြိုး XY တွင် ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ဆွဲပါ။ ထိုမျဉ်းသည် ဗဟို O ကို ဖြတ်သွားကြောင်း တွေ့ရသည်။ (ပုံ ၅.၄ ကို ကြည့်ပါ။)

ဤနည်းအတိုင်း သင့်လျော်သော အချင်းဝက်များဖြင့် စက်ဝိုင်းများဆွဲပြီး စမ်းသပ်ကြည့်ပါက ဗဟိုမှ လေးကြိုးအသီးသီးပေါ်သို့ဆွဲသော ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်းများသည် စက်ဝိုင်း၏ဗဟိုကို ဖြတ်သွားကြောင်း တွေ့ရမည်။

ဤစမ်းသပ်ချက်အတိုင်း အချင်းဝက်အမျိုးမျိုးရှိသော စက်ဝိုင်းများတွင် လေးကြိုးများကို ထက်ဝက်ပိုင်းသော ထောင့်မတ်မျဉ်းများဆွဲပါက ထိုထောင့်မတ်မျဉ်းအသီးသီးသည် စက်ဝိုင်း၏ဗဟိုကို ဖြတ်သွားကြကြောင်း တွေ့ရှိရမည်ဖြစ်သည်။

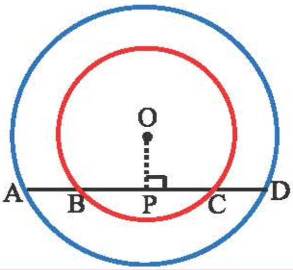
- စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ဗဟိုမှ လေးကြိုးတစ်ကြောင်းပေါ်သို့ဆွဲသော ထောင့်မတ်မျဉ်းသည် ထိုလေးကြိုးကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။
- စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ဗဟိုမှ လေးကြိုးတစ်ကြောင်းပေါ်သို့ဆွဲသော ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းသည် ထိုလေးကြိုးကို ထောင့်မတ်ကျသည်။
- စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် လေးကြိုးတစ်ကြောင်း၏ ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်းသည် ဗဟိုကိုဖြတ်သွားသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၁

၁။ အချင်းမျဉ်းအလျား 8 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲပါ။ အလျား 6 cm ရှိသော လေးကြိုးတစ်ကြောင်း AB ကို ဆွဲပါ။ ထိုစက်ဝိုင်း၏ဗဟို O မှ လေးကြိုးပေါ်သို့ ထောင့်မတ်မျဉ်း ON ကို ဆွဲပါ။ AN နှင့် NB တို့၏အလျားကို တိုင်းပါ။ AN = NB ဖြစ်ပါသလား။

၂။ အချင်းဝက်အလျား 5 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲပါ။ အလျား 7 cm ရှိသော လေးကြိုးတစ်ကြောင်း PQ ကို ဆွဲပါ။ PQ ၏အလယ်အမှတ် R ၌ ထောင့်မတ်ကျသောမျဉ်းကို ဆွဲပါ။ လေးကြိုး PQ ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်ကျမျဉ်းအကြောင်းကို သင်သိသမျှရေးပါ။

၃။ ပုံတွင် ဗဟိုတူစက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ဗဟိုသည် O ဖြစ်ပြီး $OP \perp AD$ တွင် AP = 4 cm နှင့် PC = 1.5 cm ဖြစ်လျှင် AB ၏ အလျားကို ရှာပါ။

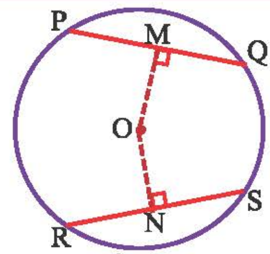


၅.၃ ဗဟိုမှတူညီစွာကွာဝေးသောလေးကြိုးများ

စမ်းသပ်ချက် ၁။

အဆင့် (၁) O ဗဟိုရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို သင့်လျော်သော အချင်းဝက်ဖြင့် ဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) အလျားတူညီသော လေးကြိုး PQ နှင့် RS ကို ဆွဲပါ။



ပုံ ၅.၅

အဆင့် (၃) $OM \perp PQ$ နှင့် $ON \perp RS$ တို့ကို ဆွဲပါ။

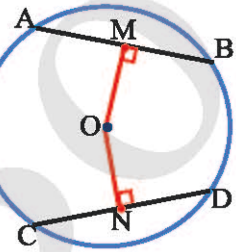
အဆင့် (၄) OM နှင့် ON တို့ကိုတိုင်းပါ။ $OM = ON$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။(ပုံ ၅.၅ ကိုကြည့်ပါ။)

ဤနည်းအတိုင်း သင့်လျော်သော အချင်းဝက်များဖြင့် စက်ဝိုင်းများဆွဲပြီး စမ်းသပ်ကြည့်ပါက စက်ဝိုင်းတစ်ခုအတွင်းရှိ အလျားတူညီသော လေးကြိုးနှစ်ကြောင်းသည် ဗဟိုမှတူညီစွာ ကွာဝေးကြောင်း တွေ့ရသည်။

စမ်းသပ်ချက် ၂။

အဆင့် (၁) O ဗဟိုရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို သင့်လျော်သော အချင်းဝက်ဖြင့် ဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) အချင်းဝက်နှစ်ခုကို ဆွဲပါ။ ထိုအချင်းဝက်များတွင် $OM = ON$ ဖြစ်စေမည့် အမှတ်နှစ်ခု M နှင့် N ကို ယူပါ။



ပုံ ၅.၆

အဆင့် (၃) OMကို M၌ ထောင့်မတ်ကျသော လေးကြိုး AB နှင့် ONကို N၌ ထောင့်မတ်ကျသော လေးကြိုး CD ကို ဆွဲပါ။

အဆင့် (၄) AB နှင့် CD တို့ကိုတိုင်းပါ။ $AB = CD$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။(ပုံ ၅.၆ ကိုကြည့်ပါ။)

ဤနည်းအတိုင်း သင့်လျော်သော အချင်းဝက်များဖြင့် စက်ဝိုင်းများဆွဲပြီး စမ်းသပ်ကြည့်ပါက စက်ဝိုင်းတစ်ခုအတွင်းရှိ ဗဟိုမှတူညီစွာကွာဝေးသော လေးကြိုးနှစ်ကြောင်းသည် အလျားများ တူညီကြောင်း တွေ့ရသည်။

- အလျားတူညီသော လေးကြိုးနှစ်ကြောင်းသည် ဗဟိုမှတူညီစွာ ကွာဝေးကြသည်။
- ဗဟိုမှတူညီစွာကွာဝေးသော လေးကြိုးနှစ်ကြောင်းသည် အလျားများ တူညီကြသည်။

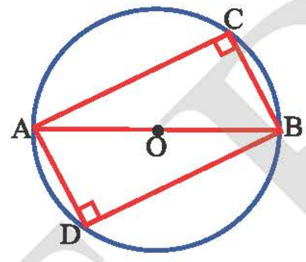
လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၂

၁။ အချင်းဝက်အလျား 5 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲပါ။ အလျား 8 cm ရှိသော လေးကြိုးနှစ်ကြောင်း PQ နှင့် RS တို့ကို ဆွဲပါ။ ထိုလေးကြိုးနှစ်ကြောင်းသို့ ဗဟိုမှ ထောင့်မတ်ကျအကွာအဝေးအသီးသီးကို တိုင်းပါ။ ထိုအကွာအဝေးနှစ်ခု တူညီပါသလား။

၂။ အချင်းဝက် 5 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲပါ။ ဗဟိုမှ 4 cm အကွာ၌ အမှတ် N ရှိသည်။ N သည် လေးကြိုး AB ၏အလယ်အမှတ်ဖြစ်လျှင် AB ၏အလျားကို တိုင်းပါ။

၃။ O နှင့် P ၌ ဗဟိုရှိပြီး အချင်းဝက် 5 cm စီရှိသော စက်ဝိုင်းနှစ်ခုကို ဆွဲပါ။ ဗဟို O ရှိသော စက်ဝိုင်းတွင် 6 cm ရှိသောလေးကြိုး AB နှင့် ဗဟို P ရှိသော စက်ဝိုင်းတွင် 6 cm ရှိသော လေးကြိုး CD ကိုဆွဲပါ။ $OM \perp AB$ နှင့် $PM \perp CD$ တို့ကို ဆွဲပါ။ OM နှင့် PM တို့ကို တိုင်းပါ။ $OM = PM$ ဖြစ်ပါသလား။

၅.၄ စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခုအတွင်းရှိထောင့်



ပုံ ၅.၇

ပုံ ၅.၇ တွင် ဗဟို O ရှိ စက်ဝိုင်း၌ AB သည် အချင်းဖြစ်ပြီး စက်ဝန်းပေါ်တွင် အမှတ်တစ်ခု C ကို ယူထားသည်။ AC နှင့် BC သည် ထိုစက်ဝိုင်း၏လေးကြိုးများ ဖြစ်ကြသည်။ အဝန်းပိုင်း ACB သည် စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခုဖြစ်သောကြောင့် ရရှိလာသော $\angle ACB$ ကို **စက်ဝိုင်းခြမ်းအတွင်းရှိထောင့်** (angle in a semicircle) ဟုခေါ်သည်။ $\angle ACB$ ကို တိုင်းတာကြည့်ပါက $90°$(ထောင့်မှန်တစ်ခု) ရှိကြောင်း တွေ့ရမည်။ စက်ဝန်းပေါ်တွင် အခြားအမှတ် D ကိုယူ၍ $\angle ADB$ ကို တိုင်းကြည့်လျှင်လည်း $90°$ ရှိကြောင်း တွေ့ရသည်။

ဤနည်းအတိုင်း အချင်းဝက်အမျိုးမျိုးရှိသော စက်ဝိုင်းများဆွဲသားပြီး စက်ဝိုင်းခြမ်းအတွင်းရှိ ထောင့်များကို တိုင်းတာကြည့်လျှင် ထောင့်မှန်တစ်ခုဖြစ်ကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

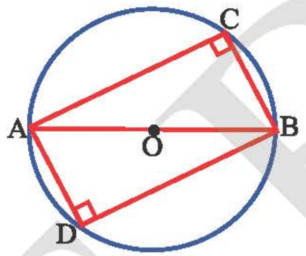
စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခုအတွင်းရှိ ထောင့်တစ်ထောင့်သည် ထောင့်မှန်တစ်ခု ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ။ ဗဟို O ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် AB သည် အချင်းဖြစ်သည်။ C သည် ယင်း စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခု ဖြစ်သည်။ $AC = BC$ ဖြစ်လျှင် $\angle BAC$ နှင့် $\angle ABC$ ၏တန်ဖိုးတို့ကို ရှာပါ။

၂။ အချင်းဝက် 5 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲပါ။ ဗဟိုမှ 4 cm အကွာ၌ အမှတ် N ရှိသည်။ N သည် လေးကြိုး AB ၏အလယ်အမှတ်ဖြစ်လျှင် AB ၏အလျားကို တိုင်းပါ။

၃။ O နှင့် P ၌ ဗဟိုရှိပြီး အချင်းဝက် 5 cm စီရှိသော စက်ဝိုင်းနှစ်ခုကို ဆွဲပါ။ ဗဟို O ရှိသော စက်ဝိုင်းတွင် 6 cm ရှိသောလေးကြိုး AB နှင့် ဗဟို P ရှိသော စက်ဝိုင်းတွင် 6 cm ရှိသော လေးကြိုး CD ကိုဆွဲပါ။ $OM \perp AB$ နှင့် $PM \perp CD$ တို့ကို ဆွဲပါ။ OM နှင့် PM တို့ကို တိုင်းပါ။ $OM = PM$ ဖြစ်ပါသလား။

၅.၄ စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခုအတွင်းရှိထောင့်



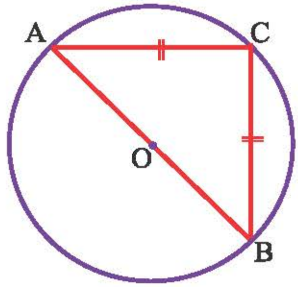
ပုံ ၅.၇

ပုံ ၅.၇ တွင် ဗဟို O ရှိ စက်ဝိုင်း၌ AB သည် အချင်းဖြစ်ပြီး စက်ဝန်းပေါ်တွင် အမှတ်တစ်ခု C ကို ယူထားသည်။ AC နှင့် BC သည် ထိုစက်ဝိုင်း၏လေးကြိုးများ ဖြစ်ကြသည်။ အဝန်းပိုင်း ACB သည် စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခုဖြစ်သောကြောင့် ရရှိလာသော $\angle ACB$ ကို **စက်ဝိုင်းခြမ်းအတွင်းရှိထောင့်** (angle in a semicircle) ဟုခေါ်သည်။ $\angle ACB$ ကို တိုင်းတာကြည့်ပါက $90°$(ထောင့်မှန်တစ်ခု) ရှိကြောင်း တွေ့ရမည်။ စက်ဝန်းပေါ်တွင် အခြားအမှတ် D ကိုယူ၍ $\angle ADB$ ကို တိုင်းကြည့်လျှင်လည်း $90°$ ရှိကြောင်း တွေ့ရသည်။

ဤနည်းအတိုင်း အချင်းဝက်အမျိုးမျိုးရှိသော စက်ဝိုင်းများဆွဲသားပြီး စက်ဝိုင်းခြမ်းအတွင်းရှိ ထောင့်များကို တိုင်းတာကြည့်လျှင် ထောင့်မှန်တစ်ခုဖြစ်ကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခုအတွင်းရှိ ထောင့်တစ်ထောင့်သည် ထောင့်မှန်တစ်ခု ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ။ ဗဟို O ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် AB သည် အချင်းဖြစ်သည်။ C သည် ယင်း စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခု ဖြစ်သည်။ $AC = BC$ ဖြစ်လျှင် $\angle BAC$ နှင့် $\angle ABC$ ၏တန်ဖိုးတို့ကို ရှာပါ။



AB သည် အချင်းဖြစ်ပြီး $\angle ACB$ သည် စက်ဝိုင်းခြမ်းအတွင်းရှိထောင့် ဖြစ်သည်။

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ$$

$$\angle BAC = \angle ABC \quad (\because AC = BC)$$

$$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ \quad \text{(တြိဂံ၏ အတွင်းထောင့်များပေါင်းလဒ်)}$$

$$\angle ABC + \angle ABC + 90^\circ = 180^\circ$$

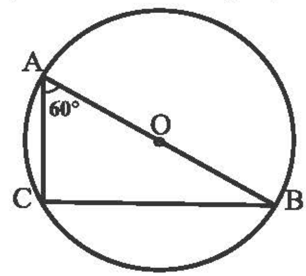
$$2\angle ABC = 90^\circ$$

$$\angle ABC = 45^\circ$$

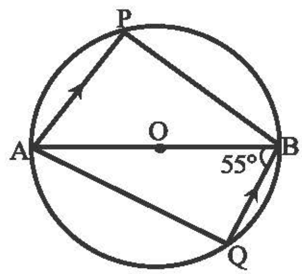
$$\therefore \angle ABC = \angle BAC = 45^\circ$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၃

၁။ အချင်း PQ = 7 cm အလျားရှိ စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲပါ။ စက်ဝိုင်းပေါ်တွင် ကြိုက်ရာအမှတ်တစ်ခုကို R ဟုယူပါ။ PR နှင့် QR ကို ဆက်ပါ။ ထို့နောက် $\angle PRQ$ ကို တိုင်းပါ။ $\angle PRQ$ သည် ထောင့်မှန်တစ်ခုဖြစ်ပါသလား။

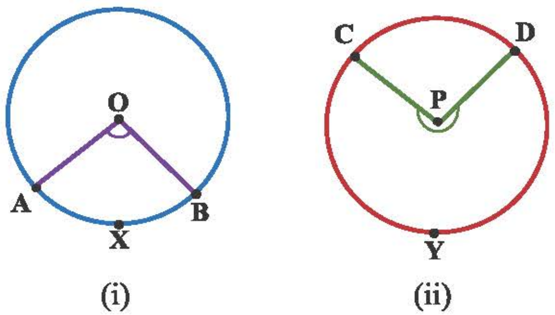


၂။ ပုံတွင် AB သည် O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်း၏အချင်းဖြစ်လျှင် $\angle ABC$ ၏တန်ဖိုးကို ရှာပါ။



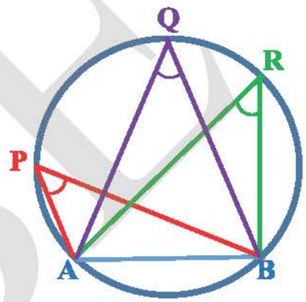
၃။ ပုံတွင် AB သည် စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဖြစ်ပြီး AP // QB ဖြစ်သည်။ $\angle ABQ = 55^\circ$ ဖြစ်လျှင် $\angle QAB$ နှင့် $\angle PBA$ တို့ကို ရှာပါ။

၅.၅ စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ဗဟို၌အဝန်းပိုင်းတစ်ခုကခံဆောင်ထားသောထောင့်



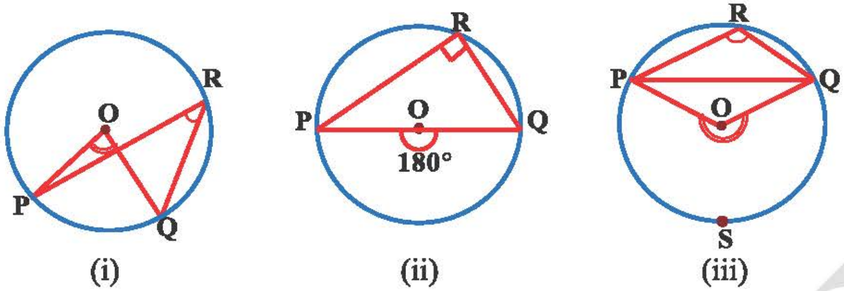
ပုံ ၅.၈

စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် အဝန်းပိုင်းတစ်ခုက **ဗဟို၌ခံဆောင်ထားသောထောင့်** (central angle) ဆိုသည်မှာ စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ အစွန်းနှစ်ဖက်ရှိအမှတ်များနှင့် ဗဟိုကိုဆက်သော အချင်းဝက်မျဉ်းနှစ်ကြောင်းတို့ကြားရှိ ထောင့်ကိုဆိုလိုသည်။ ပုံ ၅.၈ (i) တွင် $\angle AOB$ သည် အဝန်းပိုင်း AXB ၏ ဗဟို၌ ခံဆောင်သောထောင့်ဖြစ်ပြီး ပုံ ၅.၈ (ii) တွင်ထောင့်ပြန် CPD သည် အဝန်းပိုင်းကြီး CYD က ဗဟို၌ ခံဆောင်ထားသောထောင့်ဖြစ်သည်။



ပုံ ၅.၉

ပုံ ၅.၉ တွင် P၊ Q နှင့် R တို့သည် အဝန်းပိုင်းကြီး APQRB ပေါ်ရှိ အမှတ်များဖြစ်သည်။ $\angle APB$ ၊ $\angle AQB$ နှင့် $\angle ARB$ တို့ကို အဝန်းပိုင်း AB က ခံဆောင်သောထောင့်များ သို့မဟုတ် လေးကြိုး AB က ခံဆောင်သောထောင့်များဟုခေါ်သည်။ ထိုထောင့်များကို **စက်ဝိုင်းပြတ်တစ်ခုတည်းအတွင်းရှိ ထောင့်များ** (inscribed angles) ဟုလည်းခေါ်သည်။



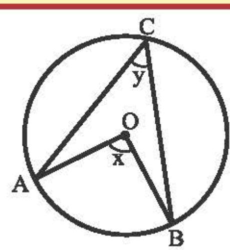
ပုံ ၅.၁၀

ပုံ ၅.၁၀ (i) ကဲ့သို့ ဗဟို O ရှိ စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲပါ။ $\angle PRQ$ သည် အဝန်းပိုင်းငယ် PQ က ကျန်အဝန်းပေါ်တွင် ခံဆောင်ထားသောထောင့်ဖြစ်ပြီး $\angle POQ$ သည် အဝန်းပိုင်းငယ် PQ က ဗဟို၌ ခံဆောင်ထားသောထောင့် ဖြစ်သည်။ $\angle POQ$ နှင့် $\angle PRQ$ တို့ကို တိုင်းတာကြည့်ပါက $\angle POQ$ သည် $\angle PRQ$ ၏ နှစ်ဆဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

ပုံ ၅.၁၀ (ii) တွင် $\angle PRQ$ သည် စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခုအတွင်းရှိ ထောင့်ဖြစ်၍ $\angle PRQ = 90°$ ဖြစ်သည်။ ထောင့်ဖြောင့် $POQ = 180°$ ဖြစ်၍ $\angle POQ = 2\angle PRQ$ ဖြစ်သည်။

ပုံ ၅.၁၀ (iii) တွင် $\angle PRQ$ သည် အဝန်းပိုင်းကြီး PSQ ကကျန်အဝန်းပေါ်တွင်ခံဆောင်ထားသောထောင့်ဖြစ်ပြီးထောင့်ပြန် POQ သည်အဝန်းပိုင်းကြီး PSQ ကဗဟို၌ခံဆောင်ထားသောထောင့် ဖြစ်သည်။ ယင်းထောင့်များကို တိုင်းကြည့်ပါက $\angle POQ = 2\angle PRQ$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့နိုင်သည်။ အခြားသောစက်ဝိုင်းများ ဆွဲသား၍ အထက်ပါအတိုင်း စမ်းသပ်ကြည့်ပါက အောက်ပါရလဒ်ကို ရရှိမည်။

> **စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် အဝန်းပိုင်းတစ်ခုက ဗဟို၌ ခံဆောင်ထားသောထောင့်သည် ယင်းအဝန်းပိုင်းက ကျန်အဝန်းပိုင်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခု၌ ခံဆောင်ထားသော ထောင့်၏နှစ်ဆရှိသည်။**



ပုံစံတွက် ။ ပေးထားသောပုံ၌ O ဗဟိုရှိစက်ဝိုင်းတွင်

(က) $x = 120°$ ဖြစ်လျှင် y ကို ရှာပါ။

(ခ) $y = 35°$ ဖြစ်လျှင် x ကိုရှာပါ။

O ဗဟိုရှိစက်ဝိုင်းတွင်

(က) $x = 2y$ (ဗဟို၌ ခံဆောင်သောထောင့်သည် အဝန်းပိုင်း၌ ခံဆောင်သော ထောင့်၏နှစ်ဆ)

$120° = 2y$

$\therefore y = 60°$

(ခ) $x = 2y$ (ဗဟိုၶ၌ ခံဆောင်သောထောင့်သည် အဝန်းပိုင်း၌ ခံဆောင်သော ထောင့်၏နှစ်ဆ)

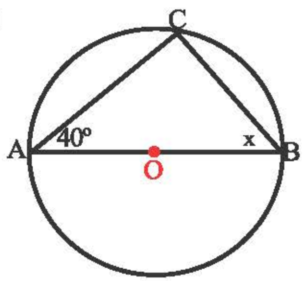
$x = 2 \times 35^\circ$

$\therefore x = 70^\circ$

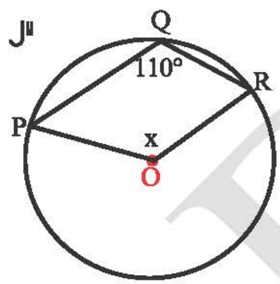
လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၄

အောက်ပါ O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းများတွင် a, b, c, d နှင့် x, y တို့၏ တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။

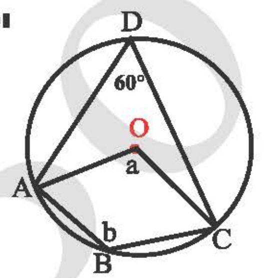
၁။



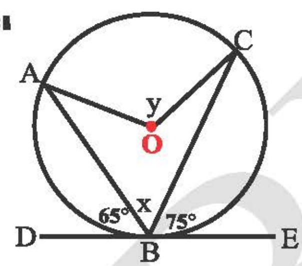
၂။



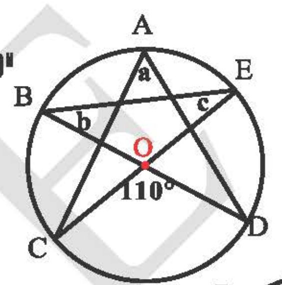
၃။



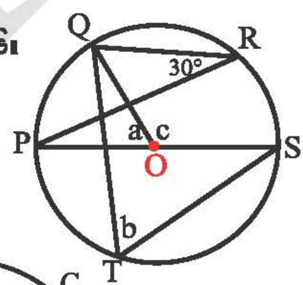
၄။



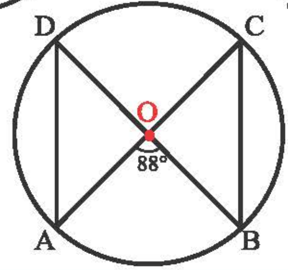
၅။



၆။

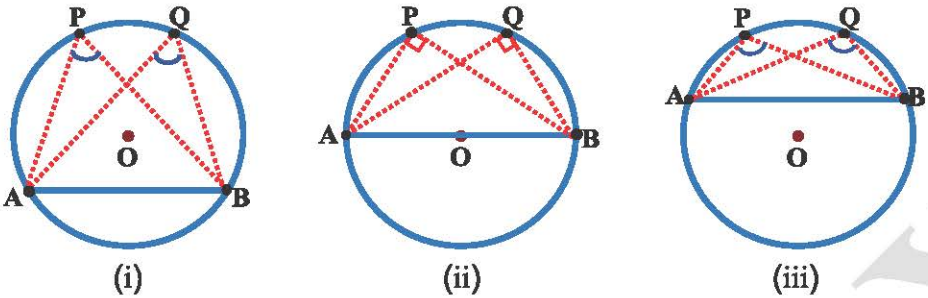


၇။ ပုံတွင် $\angle ADB$ နှင့် $\angle ACB$ တို့ကို ရှာပါ။



၅.၆ စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ စက်ဝိုင်းပြတ်တစ်ခုတည်းအတွင်းရှိထောင့်များ

ပုံ ၅.၁၁ (i) တွင် AB သည် O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်း၏လေးကြိုးတစ်ကြောင်း ဖြစ်သည်။ AB ၏ တစ်ဖက်တွင်ရှိသော စက်ဝန်းပေါ်တွင် P နှင့် Q အမှတ်နှစ်ခုကို မှတ်သား၍ AP ၊ BP၊ AQ နှင့် BQ တို့ကိုဆက်သွယ်ပြီး စက်ဝိုင်းပြတ် APQB အတွင်းကျနေသော $\angle APB$ နှင့် $\angle AQB$ ထောင့်များကို တိုင်းတာကြည့်လျှင် တူညီသည်ကို တွေ့ရသည်။



ပုံ ၅.၁၁

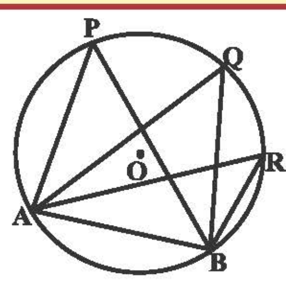
ပုံ ၅.၁၁ (ii) တွင် AB သည် အချင်းဖြစ်သည်။ စက်ဝိုင်းခြမ်းအတွင်းရှိ ထောင့်များ တူညီသောကြောင့် $\angle APB = \angle AQB = 90^\circ$ ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် စက်ဝိုင်းပြတ် APQB အတွင်းကျနေသော $\angle APB$ နှင့် $\angle AQB$ တို့ တူညီသည်။

ပုံ ၅.၁၁ (iii) တွင် P နှင့် Q အမှတ်နှစ်ခုကို အဝန်းပိုင်း AB ၏တစ်ဖက်တည်းတွင် ယူထားသည်။ $\angle APB$ နှင့် $\angle AQB$ တို့သည် စက်ဝိုင်းပြတ် APQB တစ်ခုတည်းအတွင်းတွင် ရှိကြသည်။ ယင်းထောင့်တို့ကို လက်တွေ့တိုင်းတာကြည့်ပါက $\angle APB = \angle AQB$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

အထက်ပါနည်းအတိုင်း စက်ဝန်းပေါ်တွင် အမှတ် P နှင့် Q တို့ကို နေရာများ ပြောင်းရွှေ့ပြီး လက်တွေ့စမ်းသပ်မှုများ ပြုလုပ်ကြည့်ပါက စက်ဝိုင်းပြတ်တစ်ခုတည်းအတွင်းရှိ $\angle APB$ နှင့် $\angle AQB$ တို့ တူညီသည်ကို တွေ့ရသည်။

စက်ဝိုင်းပြတ်တစ်ခုတည်းအတွင်းရှိ ထောင့်များ တူညီကြသည်။

ပုံစံတွက် ။ ပုံတွင် $\angle APB = 50^\circ$ နှင့် $\angle PAQ = 35^\circ$ ဟုပေးထားလျှင် $\angle AQB$ ၊ $\angle ARB$ နှင့် $\angle PBQ$ တို့ကိုရှာပါ။



$\angle APB$၊ $\angle AQB$ နှင့် $\angle ARB$ တို့သည် စက်ဝိုင်းပြတ် AQB အတွင်းရှိ ထောင့်များဖြစ်သည်။

$$\therefore \angle APB = \angle AQB = \angle ARB$$

$$\therefore \angle AQB = 50^\circ,$$

$$\angle ARB = 50^\circ$$

$\angle PAQ$ နှင့် $\angle PBQ$ တို့သည် စက်ဝိုင်းပြတ် PAQ အတွင်းရှိ ထောင့်များဖြစ်သည်။

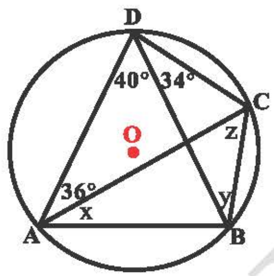
$$\therefore \angle PAQ = \angle PBQ$$
$$\therefore \angle PBQ = 35^\circ$$

- စက်ဝိုင်းပြတ်ကြီးအတွင်းရှိ ထောင့်များသည် ထောင့်ကျဉ်းများ ဖြစ်ကြသည်။
- စက်ဝိုင်းခြမ်းအတွင်းရှိ ထောင့်များသည် ထောင့်မှန်များ ဖြစ်ကြသည်။
- စက်ဝိုင်းပြတ်ငယ်အတွင်းရှိ ထောင့်များသည် ထောင့်ကျယ်များ ဖြစ်ကြသည်။

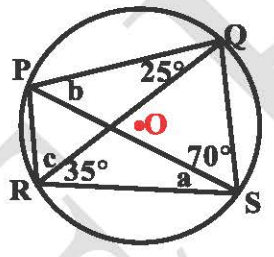
လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၅

အောက်ပါ O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းများတွင် a, b, c, d နှင့် x, y, z တို့၏ တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။

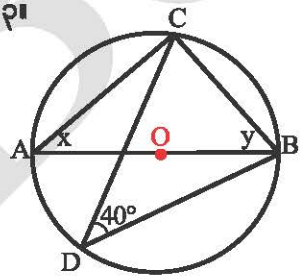
၁။



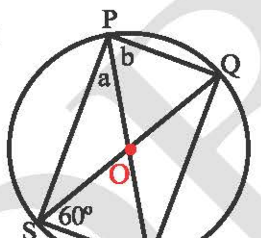
၂။



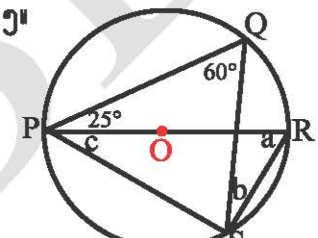
၃။



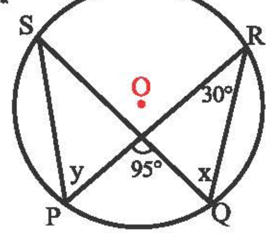
၄။



၅။



၆။



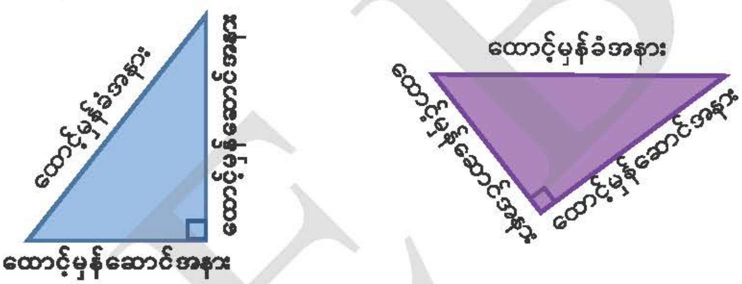
အခန်း ၆ ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်

ဆဋ္ဌမတန်းတွင် တြိဂံအမျိုးမျိုးအကြောင်းကို လေ့လာသိရှိခဲ့ရပြီး ယခုသတ္တမတန်းတွင်မူ တြိဂံအမျိုးမျိုးဆောက်လုပ်ဆွဲသားနည်းများကို အခန်း ၃ ၌လေ့လာခဲ့ကြပြီးဖြစ်သည်။

ဤသင်ခန်းစာတွင် ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု၏ထူးခြားသည့်ဂုဏ်သတ္တိတစ်ခုဖြစ်သော **ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်**အကြောင်းကို လက်တွေ့လေ့လာကြမည်။ သင်ခန်းစာကို သင်ယူလေ့လာခြင်းဖြင့် ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်ကို လက်တွေ့စမ်းသပ် သက်သေပြနိုင်မည်ဖြစ်ပြီး အသုံးလည်း ပြုတတ်ကြမည်ဖြစ်သည်။

၆.၁ ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်

၆.၁.၁ ထောင့်မှန်တြိဂံ၏အနားများ



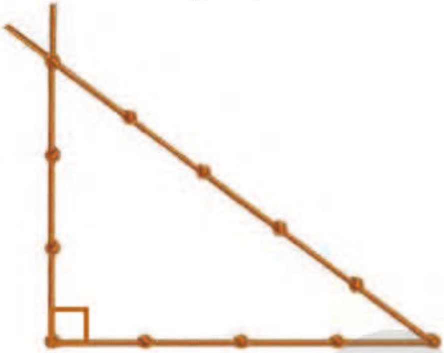
ပုံ ၆.၁

ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်မှန်နှင့်မျက်နှာချင်းဆိုင်သောအနားကို **ထောင့်မှန်ခံအနား** ဟုခေါ်ပြီး ထောင့်မှန်ခံအနားမဟုတ်သော ကျန်အနားနှစ်ဖက်ကို **ထောင့်မှန်ဆောင်အနားများ** ဟုခေါ်သည်။ ထောင့်မှန်တြိဂံတိုင်းတွင် ထောင့်မှန်ခံအနားသည် အရှည်ဆုံးအနားဖြစ်သည်။ (ပုံ ၆.၁ ကို ကြည့်ပါ။)

၆.၁.၂ ပိုက်သာဂိုရပ်၏လုပ်ဆောင်ချက်

လွန်ခဲ့သောနှစ်ထောင်ပေါင်းများစွာကရှေးဟောင်းအီဂျစ်လူမျိုးများသည်ကြိုးများကို အထုံးများပြုလုပ်၍ မြေတိုင်းရာတွင်လည်းကောင်း၊ အိမ်ရာဆောက်လုပ်ရာတွင်လည်းကောင်း တိုင်းတာရန်အသုံးပြုခဲ့ကြသည်။ ယင်းတို့အသုံးပြုသောကြိုးတွင် စုစုပေါင်းအထုံးငယ် 13 ထုံး ပါရှိသည်။ ကြိုး၏ အစနှင့်အဆုံးတွင် အထုံးတစ်ခုစီပါရှိပြီး ကြိုးပေါ်ရှိကျန်အထုံးများသည် တူညီစွာ ကွာဝေးကြသည်ကို တွေ့ရှိရပေသည်။ (ပုံ ၆.၂ ကိုကြည့်ပါ။)

ပုံ ၆.၂



ပုံ ၆.၃

ထိုကြိုးထုံးကို အပိုင်း 3 ပိုင်းပါရှိသော အနားတစ်နား၊ အပိုင်း 4 ပိုင်းပါရှိသော အနားတစ်နားနှင့် အပိုင်း 5 ပိုင်းပါရှိသော အနားတစ်နားဖြင့် တြိဂံတစ်ခုအဖြစ် စီစဉ်ကြည့်ပါက ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု ဖြစ်နေသည်ကိုတွေ့ရသည်။ ဤသို့ရိုးရှင်းသော ကြိုးထုံးစနစ်ဖြင့် အလွန်ကြီးမားသည့် ပိရမစ်ကြီးများနှင့် အဆောက်အအုံကြီးများ၏ ထောင့်ချိုးများကို ထောင့်မှန်ကျအောင် တည်ဆောက်နိုင်ခဲ့ကြသည်။

BC-530 ခန့်တွင် ဂရိသင်္ချာပညာရှင် ပိုက်သာဂိုရပ် (Pythagoras) ၏ အရေးပါသောလုပ်ဆောင်ချက်ဖြစ်သည့် ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ် ရယူခြင်းကို ဂုဏ်ပြုသောအားဖြင့် ဂရိနိုင်ငံတွင် အောက်ပါ တံဆိပ်ခေါင်းကို အမှတ်တရထုတ်ဝေခဲ့သည်။ (ပုံ ၆.၄ ကိုကြည့်ပါ။)

ပုံ ၆.၄

ဤတံဆိပ်ခေါင်းကိုသတိပြုကြည့်ပါက အရှည်ဆုံးအနားပေါ်ရှိ စတုရန်းကွက်ငယ်များ၏ အရေအတွက်သည် ကျန်အနားနှစ်ဖက်ပေါ်ရှိ စတုရန်းကွက်ငယ်များ၏ စုစုပေါင်းအရေအတွက်နှင့် တူညီနေကြောင်းကို တွေ့ရသည်။

ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်

ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်မှန်ခံအနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ဧရိယာသည် ကျန်အနားနှစ်ဖက်ပေါ်ရှိ စတုရန်းများ၏ဧရိယာများပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီသည်။

၆.၂ ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်ကိုလက်တွေ့စမ်းသပ်လေ့လာခြင်း

၆.၂.၁ တံဆိပ်ခေါင်းပုံကိုလေ့လာခြင်း

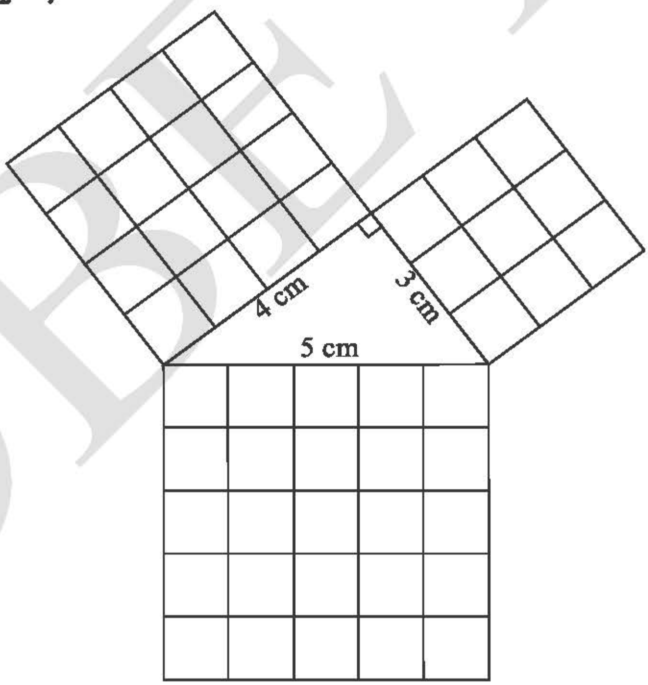
ပုံ ၆.၄ တွင်ဖော်ပြခဲ့သည့် တံဆိပ်ခေါင်း၌ ပါရှိသောထူးခြားချက်တစ်ရပ်ကို အောက်ပါ အဆင့်များအတိုင်း လက်တွေ့လေ့လာဖော်ထုတ်နိုင်သည်။

အဆင့် (၁) ထောင့်မှန်ခံအနား၏အလျားသည် 5 cm ရှိပြီး ကျန်အနားများ၏အလျားများ 4 cm နှင့် 3 cm အသီးသီးရှိသော ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) အနားတစ်ဖက်စီပေါ်တွင် စတုရန်းတစ်ခုစီ ဆောက်လုပ်ပါ။

အဆင့် (၃) ရရှိထားသောစတုရန်းတစ်ခုစီတွင် အနားတစ်ဖက်လျှင် 1 cm စီရှိသည့် စတုရန်းကွက်ငယ်များရရှိစေရန် စိတ်ပိုင်းပါ။

အဆင့် (၄) အနားအသီးသီးပေါ်ရှိ စတုရန်းကွက်ငယ်များကိုရေတွက်သော် အလျား 3 cm အနားပေါ်ရှိ စတုရန်းတွင် စတုရန်းအကွက်ငယ်ပေါင်း 9 ကွက်၊ အလျား 4 cm အနားပေါ်ရှိ စတုရန်းတွင် စတုရန်းအကွက်ငယ်ပေါင်း 16 ကွက်နှင့် ထောင့်မှန်ခံအနားပေါ်ရှိ စတုရန်းတွင် စတုရန်းအကွက်ငယ်ပေါင်း 25 ကွက် ရှိသည်ကို တွေ့ရှိကြရမည်။ (ပုံ ၆.၅ ကို ကြည့်ပါ။)



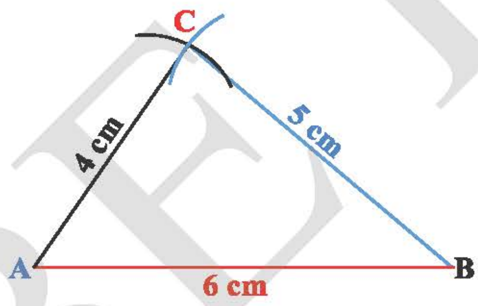
ပုံ ၆.၅

ထို့ကြောင့် ထောင့်မှန်ခံအနားပေါ်ရှိ စတုရန်းကွက်အရေအတွက်သည် ကျန်အနားနှစ်ဖက်ပေါ်ရှိ စတုရန်းကွက်များ၏ အရေအတွက်များပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီနေသည်ကို တွေ့ရသည်။

အထက်ပါစမ်းသပ်ချက်ကိုအသုံးပြု၍ ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်မှန်ခံအနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ဧရိယာသည် ကျန်အနားနှစ်ဖက်ပေါ်ရှိ စတုရန်းများ၏ ဧရိယာများပေါင်းလဒ်နှင့်တူညီကြောင်းကို လက်တွေ့စမ်းသပ်ပြသနိုင်သည်။

ဖော်ပြပါစမ်းသပ်ချက်တွင် တြိဂံ၏အနားများသည် 3 cm, 4 cm နှင့် 5 cm အသီးသီး ရှိသဖြင့် အနားများ၏အလျားများသည် 3 : 4 : 5 အချိုးဖြစ်နေသည့်အပြင် ဆက်တိုက်ကိန်းပြည့်သုံးလုံးလည်း ဖြစ်နေသောကြောင့် ဤအတိုင်းရှိသောတြိဂံသာလျှင် ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုဖြစ်သလား သို့မဟုတ် အခြားဆက်တိုက်ကိန်းပြည့်သုံးလုံးအတိုင်း အနားများအလျားရှိနေသော တြိဂံများသည်လည်း ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုဖြစ်နိုင်သလား ဟူသောမေးခွန်းထွက်ပေါ်လာသည်။

သို့ဖြစ်၍ အနားတစ်ဖက်စီ၏အလျားများအဖြစ် 4 cm, 5 cm နှင့် 6 cm ဟုယူထားသော တြိဂံတစ်ခုကို ဆွဲကြည့်ကြမည်။ (ပုံ ၆.၆ ကိုကြည့်ပါ။)



ပုံ ၆.၆

ဆွဲထားသောပုံတွင် အကြီးဆုံးအနားကို မျက်နှာချင်းဆိုင်သော ထောင့်၏ပမာဏကိုတိုင်းကြည့်ရာ 90° မရှိသဖြင့် ΔABC သည် ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု မဟုတ်ကြောင်းတွေ့ရမည်။ အလားတူဆက်တိုက်ဖြစ်နေသော အခြားကိန်းပြည့် 3 လုံးတို့ကို အနားများ၏အလျားများအဖြစ်ယူ၍ တြိဂံများဆွဲကြည့်ပါက ထောင့်မှန်တြိဂံများ မဖြစ်ကြောင်းကိုတွေ့ရပေမည်။ ထို့ကြောင့် အနားများ၏ အလျားများသည် ဆက်တိုက်ကိန်းပြည့်များဖြစ်နေခြင်းက ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုဖြစ်စေသောအကြောင်းရင်း မဟုတ်ကြောင်းကို တွေ့ရှိရသည်။

တစ်ဖန် အနားများ၏အလျားများသည် 3:4:5 နှင့် အချိုးတူသော ကိန်းများဖြစ်သောအခါ၌လည်း ထိုတြိဂံသည် ထောင့်မှန်တြိဂံဖြစ်မဖြစ်ကို စမ်းသပ်ကြည့်နိုင်ပြန်သည်။ နမူနာအားဖြင့် အနားများအလျား 6 cm, 8 cm, 10cm အသီးသီးရှိသော တြိဂံကိုဆွဲကြည့်ပြီး 10cm နှင့် မျက်နှာချင်းဆိုင်သော

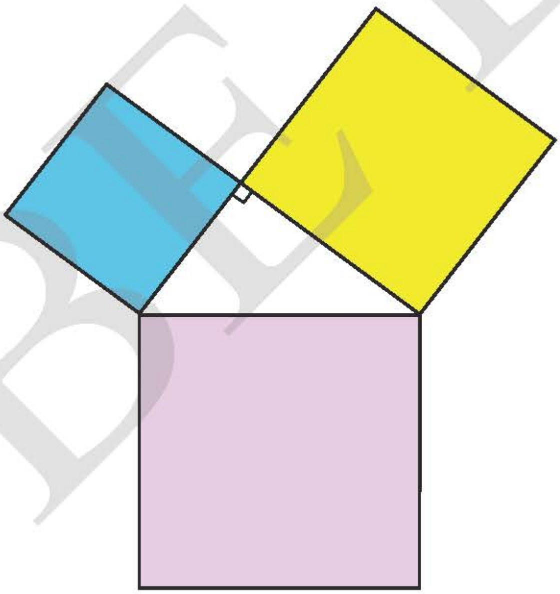
ထောင့်ကို တိုင်းကြည့်လျှင် ထောင့်မှန်ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။ အလားတူ အခြားအချိုးတူကိန်းတွဲများဖြင့် စမ်းသပ်ကြည့်နိုင်သည်။

ထို့ကြောင့် ထောင့်မှန်တြိဂံတိုင်းသည် ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်ကို ပြေလည်ကြောင်း မှတ်သားနိုင်သည်။ အပြန်အလှန်အားဖြင့် တြိဂံတစ်ခု၏ အနားတစ်ဖက်ပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ဧရိယာသည် ကျန်အနားတစ်ဖက်စီပေါ်ရှိ စတုရန်းများ၏ ဧရိယာများပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီလျှင်လည်း ထိုတြိဂံသည် ထောင့်မှန်တြိဂံဖြစ်ကြောင်း မှတ်သားနိုင်သည်။

၆.၂.၂ စတ္တူရူများပိုင်းဖြတ်၍လေ့လာခြင်း

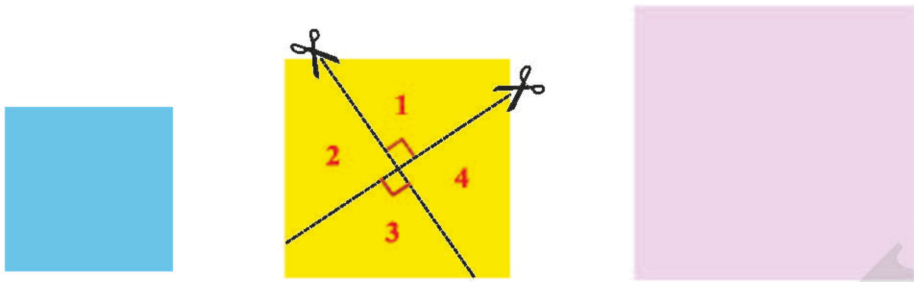
ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်၏မှန်ကန်ချက်ကို အခြားနည်းလမ်းတစ်ခုသုံး၍ ထပ်မံလေ့လာကြမည်။

အဆင့် (၁) စာရွက်တစ်ရွက်ပေါ်တွင် ထောင့်မှန်ခံအနား 5 cm ရှိပြီး၊ ကျန်အနားနှစ်ဖက် 4 cm နှင့် 3 cm ရှိသော ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုကို ဆွဲပါ။ ထိုတြိဂံ၏အနားများပေါ်တွင်လည်း စတုရန်းအသီးသီးကို ဆွဲပါ။



ပုံ ၆.၇

အဆင့် (၂) ဆွဲသားထားသောစတုရန်းများကို ကတ်ကြေးဖြင့်ဖြတ်ပါက ပုံ ၆.၈ အတိုင်းစတုရန်း 3 ခု ကိုရရှိမည်။



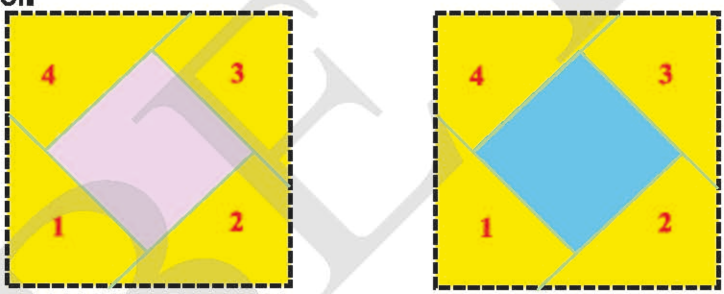
အငယ်ဆုံးအနား ပေါ်ရှိစတုရန်း

အလယ်အလတ်အနား ပေါ်ရှိစတုရန်း

အကြီးဆုံးအနား ပေါ်ရှိစတုရန်း

ပုံ ၆.၈

အဆင့် (၃) ရရှိလာသောစတုရန်းများထဲမှ အလယ်အလတ်အရွယ်အစားရှိသောစတုရန်းကိုယူပါ။ အကြီးဆုံးစတုရန်း၏အနားအလျားအတိုင်းယူသောမျဉ်းနှစ်ကြောင်းကို စတုရန်းလတ်၏ မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားနှစ်ခုကြားတွင်ဆွဲပါ။ ထိုမျဉ်းနှစ်ကြောင်းသည် တစ်ကြောင်းနှင့်တစ်ကြောင်း ထောင့်မှန်ကျနေမည်။ ထိုမျဉ်းများအတိုင်း ကတ်ကြေးဖြင့်ဖြတ်ထုတ်ပါ။



အကြီးဆုံးစတုရန်းပေါ်သို့ ဖြတ်စများကပ်ပုံ
(i)

အငယ်ဆုံးစတုရန်းကို အလယ်ကွက်လပ်တွင်ထည့်ပုံ
(ii)

ပုံ ၆.၉

အဆင့် (၄) ဖြတ်ထုတ်ထားသော စက္ကူစများကို အကြီးဆုံးစတုရန်းထဲသို့ ပုံ ၆.၉ (i) တွင်ပြထားသည့်အစီအစဉ်အတိုင်း ထည့်သွင်းပါ။ ထို့နောက်အလယ်တွင် အငယ်ဆုံးစတုရန်းကို ထည့်သွင်းပါက ပုံ ၆.၉ (ii) အတိုင်း ဝင်သွားသည်ကို တွေ့ရမည်။

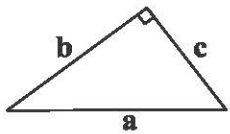
ဤစမ်းသပ်ချက်အရ ထောင့်မှန်တြိဂံ၏ ထောင့်မှန်ခံအနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ဧရိယာသည် ကျန်အနားနှစ်ဖက်ပေါ်ရှိစတုရန်းများ၏ ဧရိယာများပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီနေကြောင်းကို တွေ့ရှိရသည်။

အခြားသော ထောင့်မှန်တြိဂံများဖြင့်လည်း တစ်ဖက်ပါစမ်းသပ်ချက်ကို လက်တွေ့ပြုလုပ်နိုင်ပါသည်။

၆.၃ ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်ကိုအသုံးချခြင်း

ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်ကို ထောင့်မှန်တြိဂံ၏ အနားများရှာရာတွင် အဓိကအသုံးပြုသည်။ အထူးသဖြင့် အင်ဂျင်နီယာပညာ၊ ဗိသုကာပညာနှင့် အခြားလက်တွေ့ပြဿနာအချို့တွင် ထောင့်မှန်တြိဂံများ၏ အနားနှစ်နားကို ပေးထားပြီး ကျန်အနားတစ်နား ရှာလိုသောအခါ၌ ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်ကို အသုံးပြုကြသည်။

ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်ကို အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

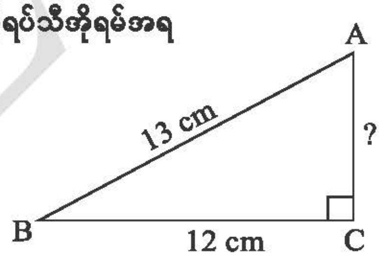


ပုံ ၆.၁၀

a သည်ထောင့်မှန်ခံအနားဖြစ်ပြီး၊ b နှင့် c တို့သည်ထောင့်မှန်တြိဂံ၏ ကျန်အနားများဖြစ်ကြလျှင် $a^2 = b^2 + c^2$ ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ ထောင့်မှန် ΔABC တွင် ထောင့်မှန်ခံအနား AB = 13 cm နှင့် BC =12 cm တို့ကိုပေးထားလျှင် ကျန်အနား AC ကိုရှာပါ။

ထောင့်မှန် ΔABC တွင် ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်အရ



$AB^2 = BC^2 + AC^2$

$AC^2 = AB^2 - BC^2$

$AC^2 = 13^2 - 12^2$

$= 169 - 144$

$= 25$

$AC = \sqrt{25}$

$\therefore\ AC = 5$ cm

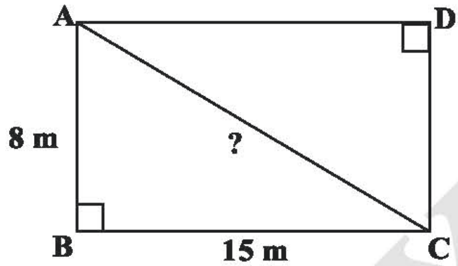
ပုံစံတွက် ၂။ ထောင့်မှန်စတုဂံပုံမြေကွက်တစ်ကွက်၏အလျားသည် 15 m ရှိပြီး အနံသည် 8 m ရှိလျှင် ထိုမြေကွက်၏ထောင့်ဖြတ်အလျားကိုရှာပါ။

ထောင့်မှန်စတုဂံပုံမြေကွက် ABCD တွင် BC = 15 m နှင့် AB = 8 m ဖြစ်ပါစေ။

ထောင့်မှန် ΔABC တွင် ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်အရ

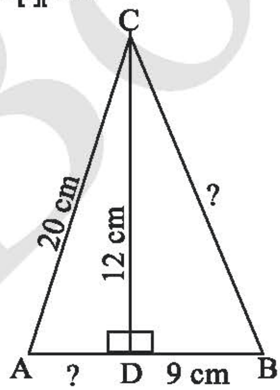
$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$AC^2 = 8^2 + 15^2$$
$$= 64 + 225$$
$$= 289$$
$$AC = \sqrt{289}$$
$$\therefore AC = 17\text{ m}$$



$\therefore$ မြေကွက်၏ထောင့်ဖြတ်အလျား $= 17\text{ m}$

ပုံစံတွက် ၃။ ပေးထားသော ΔABC တွင် CD သည် အမြင့်မျဉ်းဖြစ်သည်။ $CD = 12\text{ cm}$, $BD = 9\text{ cm}$, $AC = 20\text{ cm}$ ဖြစ်လျှင် BC နှင့် AD ကိုရှာပါ။



ထောင့်မှန် ΔBDC တွင် ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်အရ

$$BC^2 = BD^2 + CD^2$$
$$= 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$$
$$BC = \sqrt{225}$$
$$\therefore BC = 15\text{ cm}$$

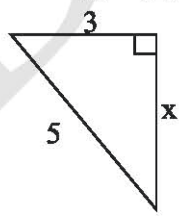
ထောင့်မှန် ΔADC တွင် ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်အရ

$$AC^2 = AD^2 + CD^2$$
$$20^2 = AD^2 + 12^2$$
$$AD^2 = 20^2 - 12^2 = 400 - 144 = 256$$
$$AD = \sqrt{256}$$
$$\therefore AD = 16\text{ cm}$$

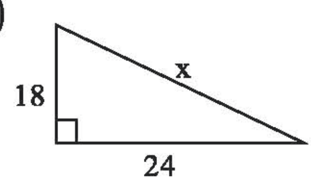
လေ့ကျင့်ခန်း ၆.၁

၁။ အောက်ဖော်ပြပါ တြိဂံတို့တွင် လိုအပ်သော အနားအလျား x ကိုရှာပါ။

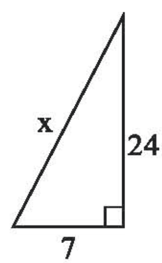
(က)



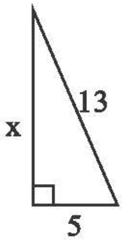
(ခ)



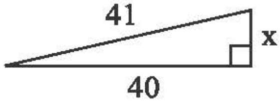
(ဂ)



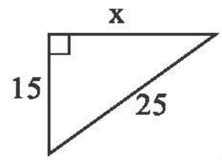
(ဃ)



(င)



(စ)



၂။ ΔABCတွင် $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm, $\angle ABC = 90^\circ$ ဖြစ်လျှင် AC ၏ အလျားကို

(က) အတိအကျပုံဆွဲ၍ တိုင်းတာခြင်းဖြင့်လည်းကောင်း

(ခ) တွက်ယူခြင်းဖြင့်လည်းကောင်း ရှာပြီး အဖြေနှစ်ခုကို တူ မတူ စစ်ကြည့်ပါ။

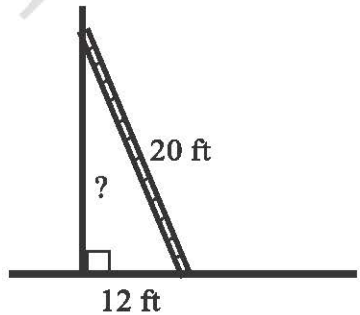
၃။ တြိဂံတစ်ခု၏ အနားအသီးသီးအလျားတို့ကို အောက်ပါအတိုင်း ပေးထားသည်။ မည်သည့်တြိဂံသည် ထောင့်မှန်တြိဂံဖြစ်မည်နည်း။

(က) 8, 10, 12 (ခ) 30, 40, 50 (ဂ) 20, 21, 22

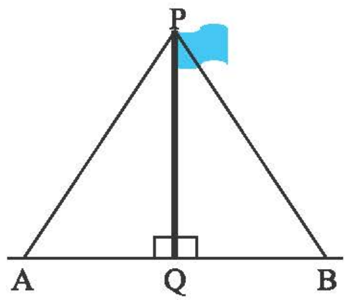
၄။ အလျား 20 cm နှင့် အနံ 15 cm ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ထောင့်ဖြတ်အလျားကိုရှာပါ။

၅။ အလျား 8 cm နှင့် 6 cm ရှိသော ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများပါရှိသည့် ရွမ်းဗတ်ပုံတစ်ခုကို ရေးဆွဲပြီး ယင်း၏ပတ်လည်အနားကိုရှာပါ။

၆။ ပေးထားသောပုံတွင် လှေကားသည် 20 ft ရှည်ပြီး နံရံတစ်ခုကိုမှီလျက် ထောင်ထားသည်။ လှေကား၏ အောက်ခြေသည်နံရံမှ 12 ft ကွာဝေးလျှင် လှေကားထိပ်နှင့်ထိစပ်နေသော နံရံ၏အမြင့်ကိုရှာပါ။



၇။ ပုံတွင် 16 ft မြင့်သော အလံတိုင် PQ ကို မြေပြင်ပေါ်တွင် ထောင့်မတ်ကျစိုက်ထူထားသည်။ အလံတိုင်ထိပ်မှ ကြိုးနှစ်ချောင်း PA နှင့် PB ကို မြေပြင်ပေါ်ရှိ အမှတ် A နှင့် B တွင်တွဲချည်ထားသည်။ ကြိုးတစ်ချောင်းစီသည် 34 ft ရှည်လျားသော်မြေပြင်ပေါ်ရှိအမှတ် A နှင့် အမှတ် B ကြားတွင်ရှိသောအကွာအဝေးကိုရှာပါ။

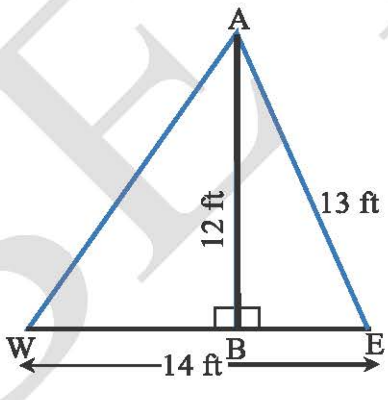


၈။ သင်္ဘောတစ်စင်းသည် ဆိပ်ကမ်းမှ အနောက်စူးစူး 9 km အကွာသို့ထွက်ခဲ့ပြီး တစ်ဖန် မြောက်စူးစူး 40 km အကွာသို့ ထွက်ခဲ့ပြန်၏။ သင်္ဘောသည် မူလဆိပ်ကမ်းမှ မည်မျှအကွာတွင် ရောက်ရှိနေသနည်း။

၉။ စူးစမ်းရှာဖွေသူတစ်ဦးသည် သူ၏စခန်း C မှ တောင်ဘက်စူးစူးရှိ နေရာ A သို့ 12 km ခရီးထွက်ခဲ့၏။ တစ်ဖန် A မှ အနောက်ဘက်စူးစူး 16 km အကွာရှိ B နေရာသို့ ထွက်ခဲ့ပြန်၏။ သူသည်စခန်း C မှ မည်မျှဝေးသောနေရာတွင် ရှိနေမည်နည်း။

၁၀။ နာရီစင်တစ်ခု၏အမြင့်သည် 15 m မြင့်သည်။ နာရီစင်၏တစ်ဖက်တစ်ချက်တွင်လူနှစ်ယောက်ရှိနေပြီး ပထမလူသည်နာရီစင်၏ထိပ်မှ 17 m ကွာဝေးသည်။ လူနှစ်ဦး၏ကြားအကွာအဝေးသည် 28 m ဖြစ်လျှင် ဒုတိယလူနှင့်နာရီစင်၏မြေပြင်အကွာအဝေးကိုရှာပါ။

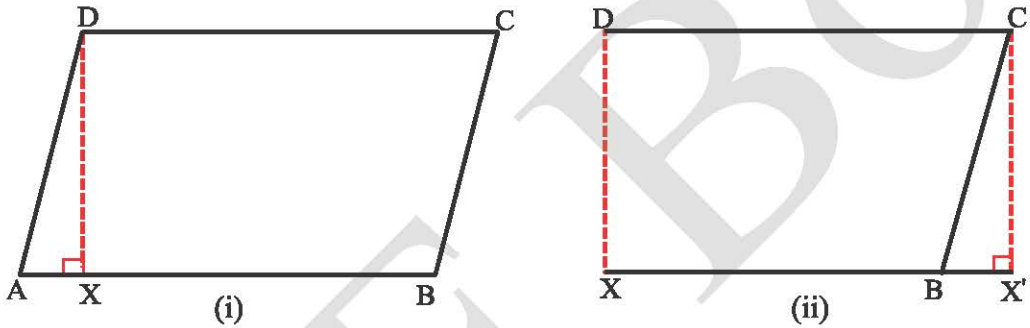
၁၁။ 12 ft မြင့်သော ကြေးနန်းတိုင်တစ်တိုင်ကို အရှေ့စူးစူးဘက်ရှိ ငုတ်တိုင်တွင် 13 ft ရှည်သော ကြိုးတစ်ချောင်းဖြင့် ဆိုင်းထားပြီး အနောက်စူးစူးဘက်ရှိငုတ်တိုင်တွင် နောက်ထပ်ကြိုးတစ်ချောင်းဖြင့် ချည်ဆိုင်းထားသည်။ ငုတ်နှစ်ခု၏အကွာအဝေးသည် 14 ft ရှိသော် အနောက်ဘက်သို့ဆိုင်းထားသော ကြိုး၏အလျားကိုရှာပါ။



အခန်း ၇ ပမာဏသင်္ချာ (ဧရိယာ)

ဆဋ္ဌမတန်းတွင် ထောင့်မှန်စတုဂံ၊ စတုရန်းနှင့် တြိဂံတို့၏ဧရိယာကို ပုံသေနည်းများ ထုတ်ဖော်၍ တွက်ယူနိုင်ခဲ့ပြီဖြစ်သည်။ ဤသင်ခန်းစာတွင်အနားပြိုင်စတုဂံ၊ တြာပီဇီယမ်စသည့် လွယ်ကူသော ပြင်ညီပုံများ၏ ဧရိယာရှာနည်းတို့ကို လေ့လာကြမည်။ ထို့နောက် သိရှိပြီးဖြစ်သော ပုံသေနည်းများဖြင့် ပုံမှန်မဟုတ်သောဗဟုဂံတို့၏ဧရိယာကို မည်သို့ရှာနိုင်ကြောင်း ဆက်လက် လေ့လာကြမည်။ ဤသင်ခန်းစာသင်ယူပြီးပါက ဗဟုဂံများ၏ ဧရိယာများကို ရှာနိုင်မည် ဖြစ်သည်။

၇.၁ အနားပြိုင်စတုဂံ၏ ဧရိယာရှာခြင်း



ပုံ ၇.၁

အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD ကို ကတ်ပြားတစ်ခုပေါ်တွင် ရေးဆွဲပြီး ဖြတ်ပါ။ D မှ AB ပေါ်သို့ ပုံ ၇.၁ (i) အတိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်း DX ကိုဆွဲပါ။ ထောင့်မှန်တြိဂံ DXA ကို ရရှိမည်။ ထို့နောက် DX မျဉ်းတစ်လျှောက် ကတ်ကြေးဖြင့်ဖြတ်၍ ΔDXA မှ AD အနားကို BC ပေါ်သို့ထပ်လိုက်ပါ။ ထိုအခါ ပုံ ၇.၁ (ii) အတိုင်း AD နှင့် BC တို့သည် တစ်ထပ်တည်းကျရောက်ပြီး $\Delta CX'B$ သည် ΔDXA ၏ နေရာသစ်ဖြစ်လာသည်။ ထို့နောက် ထောင့်မှန်စတုဂံ XX'CD ဖြစ်ပေါ်လာမည်။ ထိုအခါ အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD ၏ ဧရိယာသည် ထောင့်မှန်စတုဂံ XX'CD ၏ ဧရိယာနှင့် တူညီကြောင်းလွယ်ကူစွာ တွေ့နိုင်သည်။

ထိုအခါ $AX = BX'$

$$\begin{aligned} AB &= AX + XB \\ &= BX' + XB \\ &= XB + BX' = XX' \end{aligned}$$

အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD ၏ ဧရိယာ = ထောင့်မှန်စတုဂံ XX'CD ၏ ဧရိယာ

$= XX' \times DX$

$= AB \times DX$

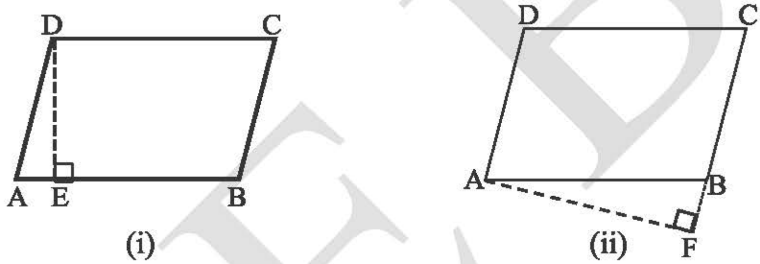
ထို့ကြောင့် အနားပြိုင်စတုဂံ၏ ဧရိယာ = အခြေ × အမြင့် ဖြစ်သည်။

အကယ်၍ b သည် အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု၏ အခြေဖြစ်၍ h သည် ထောင့်မတ်မျဉ်း (အမြင့်မျဉ်း) ဖြစ်ပြီး A သည် ထိုအနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု၏ဧရိယာဖြစ်လျှင် $\boxed{A = bh}$ ဖြစ်သည်။

အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု၏ဧရိယာ = အခြေ × အမြင့်

ပုံစံတွက် ၁။ ပေးထားသောအနားပြိုင်စတုဂံပုံများမှ အခြေအနားနှင့် အမြင့်မျဉ်းတို့ကိုဖော်ပြပါ။

ပုံ ၇.၂ (i) တွင် အခြေအနားသည် AB ဖြစ်ပြီး အမြင့်မျဉ်းသည် DE ဖြစ်သည်။



ပုံ ၇.၂

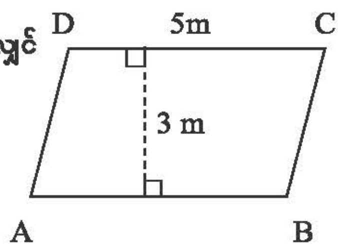
ပုံ ၇.၂ (ii) တွင် အခြေအနားသည် BC ဖြစ်၍ အမြင့်မျဉ်းသည် AF ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၂။ အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD တွင် CD = 5 m ဖြစ်၍ AB နှင့် CD တို့အကြား အကွာအဝေးသည် 3 m ဖြစ်လျှင် အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD ၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။

အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD ၏ဧရိယာသည် A ဖြစ်လျှင်

A = အခြေ × အမြင့် ဖြစ်သည်။

$\therefore A = 5 \times 3 = 15\ m^2$



ပုံစံတွက် ၃။ အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာသည် $100.8\ cm^2$ ဖြစ်၍ ယင်း၏ အနားတစ်ဖက်သည် 12 cm ဖြစ်လျှင် ထိုအနားပေါ်သို့ဆွဲသော အမြင့်မျဉ်း၏ အလျားကိုရှာပါ။

ဧရိယာ $A = 100.8\ cm^2$, အခြေ $b = 12$ cm ဟုထားလျှင်

ပုံသေနည်း $A = bh$ ကိုအသုံးပြု၍

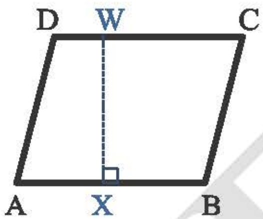
$100.8 = 12 \times h$ ကိုရသည်။

$$\therefore h = \frac{100.8}{12} = 8.4\ cm$$

ထို့ကြောင့်အမြင့်မျဉ်း၏ အလျားသည် 8.4 cm ဖြစ်သည်။

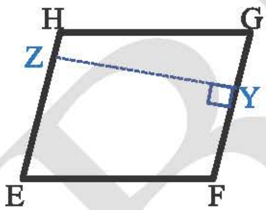
လေ့ကျင့်ခန်း ၇.၁

၁။ ပေးထားသော အနားပြိုင်စတုဂံပုံများကို ကြည့်၍ ကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပါ။

(က)


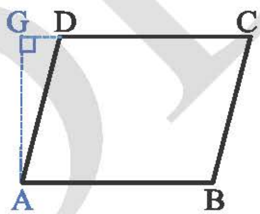
AB သည် ------------------------ ဖြစ်သည်။

WX သည်------------------------ဖြစ်သည်။

(ခ)


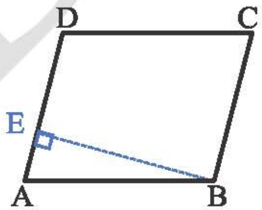
------------------သည် အခြေအနားဖြစ်သည်။

------------------သည် အမြင့်မျဉ်းဖြစ်သည်။

(ဂ)


DC သည် ------------------------ ဖြစ်သည်။

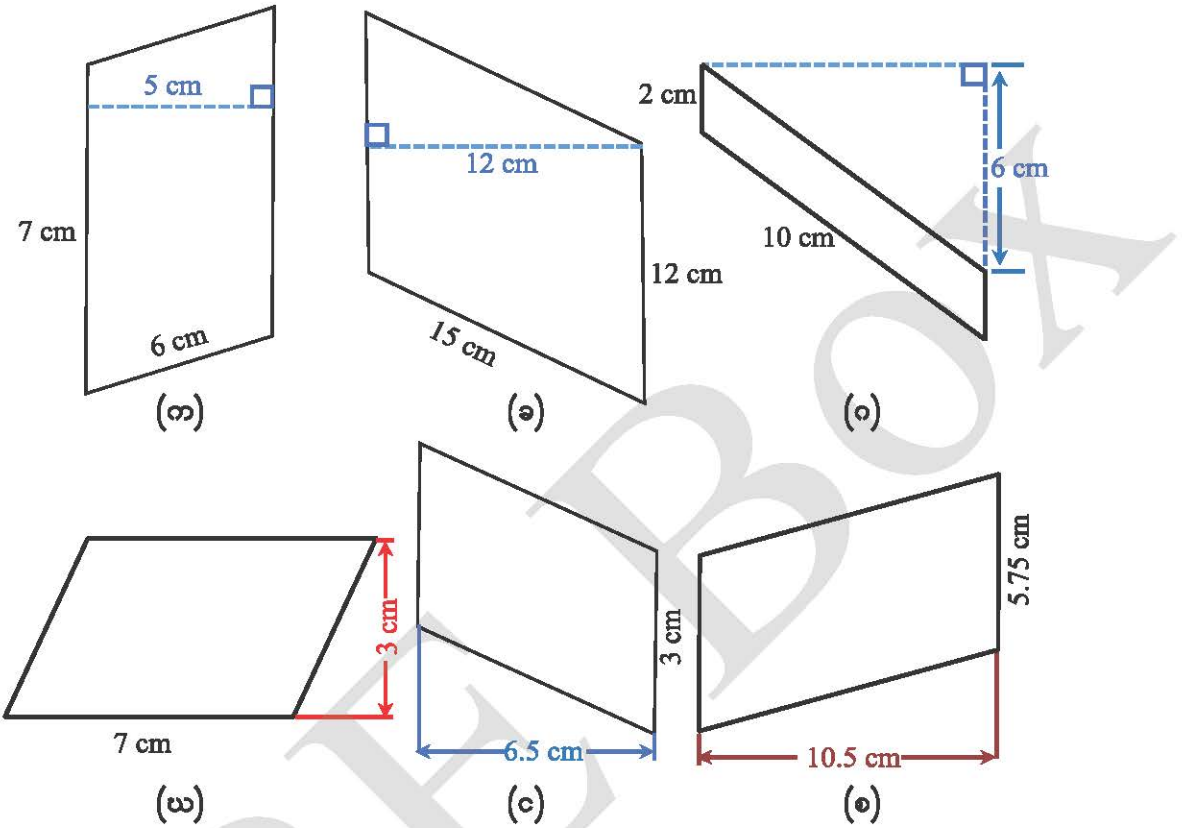
AG သည်------------------------ဖြစ်သည်။

(ဃ)


------------------သည် အခြေအနားဖြစ်သည်။

------------------သည် အမြင့်မျဉ်းဖြစ်သည်။

၂။ ပေးထားသောအနားပြိုင်စတုဂံတို့၏ ဧရိယာများကိုရှာပါ။

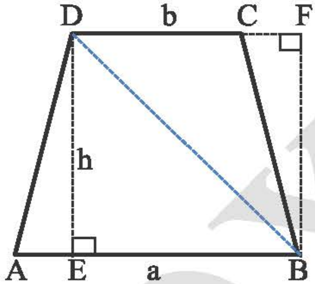


၃။ ပေးထားသောအနားပြိုင်စတုဂံများ၏ လိုအပ်သောဧရိယာ၊ အခြေနှင့် အမြင့်များကိုဖြည့်စွက်ပါ။ သတ်မှတ်ထားသော ယူနစ်အရပေးပါ။

အနားပြိုင်စတုဂံ	အခြေ	အမြင့်	ဧရိယာ
ABCD	30 cm	2 cm	---------- cm^2
PQRS	35 mm	---------- mm	112 mm^2
DEFG	-------------- m	50 m	325 m^2
TUVW	550 m	70 m	------------- m^2

၇.၂ တြာပီဇီယမ်တစ်ခု၏ ဧရိယာရှာခြင်း

ABCD သည် တြာပီဇီယမ်တစ်ခုဖြစ်၍ AB နှင့် DC တို့သည် မျဉ်းပြိုင်များဖြစ်ကြသည်။ $DE \perp AB$ နှင့် B မှ DC ဆက်ဆွဲမျဉ်းပေါ်သို့ ထောင့်မတ်မျဉ်း BF ကိုဆွဲပါ။ $AB \,//\, DC$ ဖြစ်သဖြင့် $DE = BF$ ဖြစ်သည်။



ပုံ ၇.၃

ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း BD ကိုဆွဲပါ။ BD သည် တြာပီဇီယမ် ABCD ကို တြိဂံနှစ်ခုအဖြစ် ပိုင်းဖြတ်သည်။ $AB = a$ ယူနစ်၊ $CD = b$ ယူနစ်နှင့် $DE = BF = h$ ယူနစ် အသီးသီး ဖြစ်လျှင်

$$\Delta ABD \text{ ၏ဧရိယာ} = \frac{1}{2} \times AB \times DE = \frac{1}{2} a\,h,$$

$$\Delta BCD \text{ ၏ဧရိယာ} = \frac{1}{2} \times DC \times BF = \frac{1}{2} b\,h \text{ ဖြစ်သည်။}$$

$$\text{တြာပီဇီယမ် } ABCD \text{ ၏ဧရိယာ} = \Delta ABD \text{ ၏ဧရိယာ} + \Delta BCD \text{ ၏ဧရိယာ}$$

$$= \frac{1}{2} a\,h + \frac{1}{2} b\,h$$

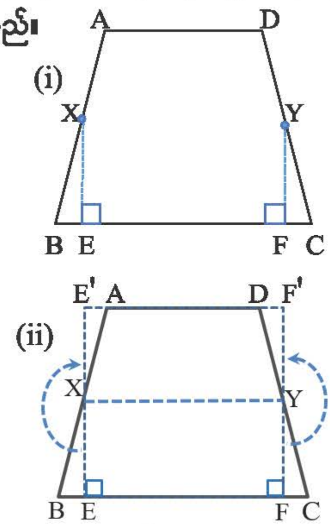
$$= \frac{1}{2}(a + b)\,h$$

ထို့ကြောင့်တြာပီဇီယမ်တစ်ခု၏ဧရိယာသည်ပြိုင်သောအနားနှစ်ဖက်တို့၏ပျမ်းမျှအလျားနှင့် ထိုအနားနှစ်ဖက်ကြားအကွာအဝေးတို့၏မြှောက်လဒ်နှင့် တူညီသည်။

တြာပီဇီယမ်တစ်ခု၏ဧရိယာကို အောက်ပါအတိုင်း လက်တွေ့ပြုလုပ်ခြင်းဖြင့်လည်း ရှာနိုင်သည်။

တြာပီဇီယမ် ABCD တွင် BC နှင့် AD တို့သည် မျဉ်းပြိုင်များဖြစ်ကြသည်။ AB နှင့် DC တို့၏ အလယ်မှတ်များဖြစ်ကြသော X နှင့် Y တို့မှ ထောင့်မတ်မျဉ်း XE နှင့် YF တို့ကို BC ပေါ်သို့ဆွဲပါ။

ΔXBE ကိုဖြတ်ထုတ်ပြီး အမှတ် X ၌ ပတ်၍ XB ကို XA နှင့်တစ်ထပ်တည်းကျအောင် လှည့်ပေးလိုက်လျှင် ΔXBE နှင့် $\Delta XAE'$ တို့တစ်ထပ်တည်းကျမည်။



ပုံ ၇.၄

ထိုနည်းတူ ΔYFC ကို ဖြတ်ထုတ်ပြီး အမှတ် Y ၌ ပတ်၍ လှည့်ပေးလိုက်လျှင် ΔYFC နှင့် $\Delta YF'D$ တို့ တစ်ထပ်တည်းကျမည်။

ဖြစ်ပေါ်လာသောစတုဂံ EFF'E' သည် ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်သည်။ ထောင့်မှန်စတုဂံ EFF'E' ၏ဧရိယာသည် ထြာပီဇီယမ် ABCD ၏ ဧရိယာနှင့်တူညီကြောင်း တွေ့ရမည်။ ထောင့်မှန်စတုဂံ EFF'E' ၏အနားများ EF, E'F'တို့သည် အလယ်မှတ်နှစ်ခုကို ဆက်သွယ်သည့်မျဉ်း XY နှင့် တူညီနေမည်။ ထို့ပြင် XY၏ အလျားသည် AD နှင့် BC အလျားများပေါင်းလဒ် တစ်ဝက်နှင့်ညီကြောင်း တွေ့ရမည်။

$$XY = \frac{AD + BC}{2}$$

ထို့ကြောင့် XY သည် ထြာပီဇီယမ် ABCD ၏ ပြိုင်လျက်ရှိသော အနားတစ်စုံတို့၏ ပျမ်းမျှ အလျား ဖြစ်သည်။

ထြာပီဇီယမ် ABCD ၏ဧရိယာ = ထောင့်မှန်စတုဂံ EFF'E' ၏ဧရိယာ = အခြေ × အမြင့်

$$= EF \times EE'$$

$$= XY \times EE' = \frac{AD + BC}{2} \times EE'$$

အကယ်၍ AD = a ယူနစ်၊ BC = b ယူနစ်နှင့် EE' = h ယူနစ် အသီးသီးဖြစ်၍ A သည် ထြာပီဇီယမ်၏ ဧရိယာဖြစ်လျှင် $A = \frac{1}{2}(a + b)\,h$ ဖြစ်သည်။

ထြာပီဇီယမ်တစ်ခု၏ဧရိယာ = ပြိုင်သောအနားနှစ်ဖက်တို့၏ ပျမ်းမျှအလျား × အမြင့်

ပုံစံတွက် ၁။ ထြာပီဇီယမ်တစ်ခု၏ပြိုင်သောအနားတစ်စုံ၏အလျားများသည် 12.5 cm နှင့် 9 cm ဖြစ်ကြ၍ ၎င်းမျဉ်းနှစ်ခုကြားအကွာအဝေးသည် 6 cm ဖြစ်လျှင် ထြာပီဇီယမ်၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။

a = 12.5 cm , b = 9 cm, h = 6 cm ဟုထားပါ။

$$A = \frac{1}{2}(a + b)\,h$$

$$= \frac{1}{2}(12.5 + 9)\,6$$

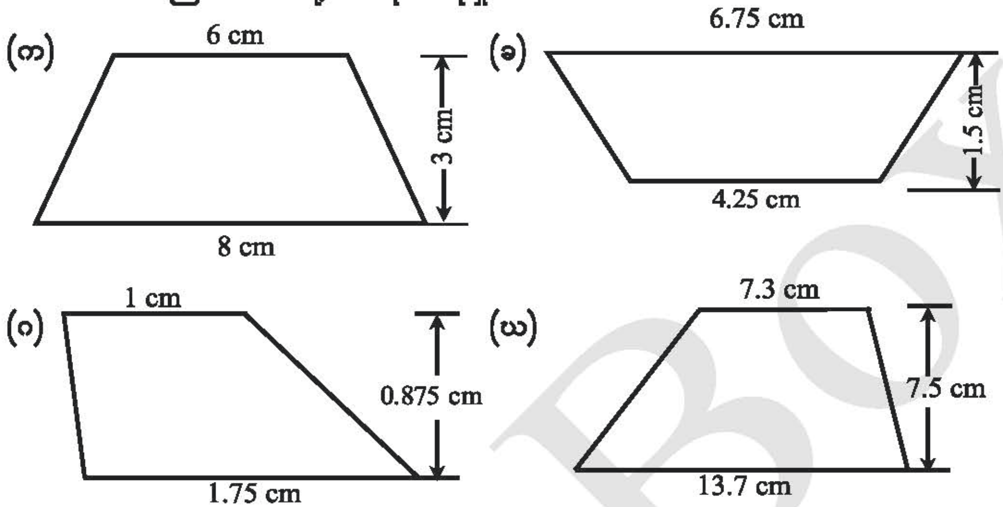
$$= \frac{1}{2}(21.5)\,6$$

$$= 64.5\ cm^2$$

$\therefore$ ထြာပီဇီယမ်၏ ဧရိယာ = $64.5\ cm^2$

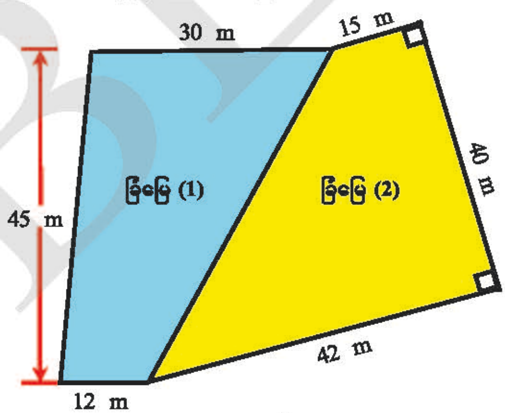
လေ့ကျင့်ခန်း ၇.၂

၁။ ပေးထားသော ထြာပီဇီယမ်တို့၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။



၂။ ထြာပီဇီယမ်တစ်ခု၏ ပြိုင်သောအနားတစ်စုံသည် 8 cm နှင့် 6 cm ရှိ၍ ထိုပြိုင်သောအနားတစ်စုံကြားအကွာအဝေးသည် 7 cm ဖြစ်လျှင် ထြာပီဇီယမ်၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။

၃။ ပေးထားသောပုံသည် ထြာပီဇီယမ်ပုံ ခြံမြေနှစ်ခုဖြစ်သည်။ ခြံမြေအမှတ် (1) နှင့် (2) တွင် မည်သည့် ခြံမြေ၏ ဧရိယာက ပို၍ ကြီးသနည်း။

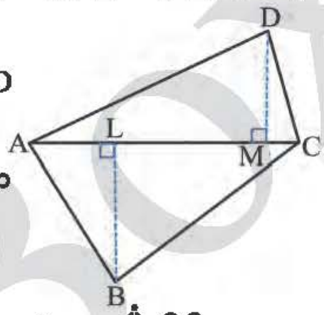


၄။ ထြာပီဇီယမ်တစ်ခု၏ ဧရိယာသည် 34.5 cm^2 ဖြစ်၏။ ပြိုင်သောအနားတစ်စုံကြား အကွာအဝေးသည် 3 cm ဖြစ်၍ ထိုပြိုင်သောအနားတစ်စုံမှ အနားတစ်ဖက်သည် 15 cm ဖြစ်လျှင် ကျန်အနားကို ရှာပါ။

၇.၃ စတုဂံတစ်ခု၏ဧရိယာရှာခြင်း

စတုရန်းနှင့် ထောင့်မှန်စတုဂံတို့၏ဧရိယာရှာသော ပုံသေနည်းများကို သင်ကြားခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခု စတုဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာရှာခြင်းကို ဆက်လက်လေ့လာမည်။

ပုံတွင် ABCD သည် စတုဂံတစ်ခုဖြစ်ပြီး AC သည် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။ ထိုအခါ ΔABC နှင့် ΔADC တို့ပါဝင်သော အပိုင်းနှစ်ပိုင်း ရရှိမည်။ ထို့ကြောင့် စတုဂံ၏ဧရိယာသည် တြိဂံနှစ်ခု၏ဧရိယာများပေါင်းခြင်းနှင့် တူညီသည်။



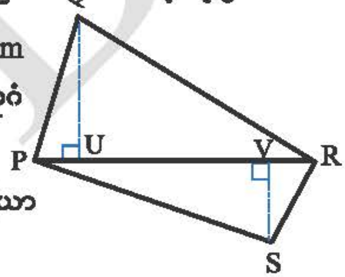
ပုံ ၇.၅

ΔABC နှင့် ΔADC တို့၏ဧရိယာများကို ရှာနိုင်ရန်အတွက် B နှင့် D တို့မှ AC ပေါ်သို့ ထောင့်မတ်မျဉ်း BL နှင့် DM တို့ကို ဆွဲပါ။

စတုဂံ ABCD ၏ဧရိယာ = ΔABC ၏ဧရိယာ + ΔACD ၏ဧရိယာ

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BL + \frac{1}{2} \times AC \times DM$$

$$= \frac{1}{2} \times AC\,(BL + DM)$$ ဖြစ်သည်။



ပုံစံတွက် ၁။ ပေးထားသောပုံတွင် PR = 120 cm, QU = 60 cm နှင့် SV = 30 cm အသီးသီးဖြစ်ကြလျှင် စတုဂံ PQRS ၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။

စတုဂံ PQRS ၏ဧရိယာ = ΔPQR ၏ဧရိယာ + ΔPSR ၏ဧရိယာ

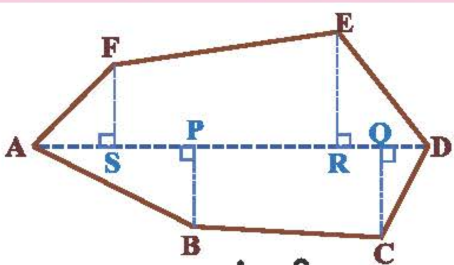
$$= \frac{1}{2}\, PR \times QU + \frac{1}{2} PR \times SV$$

$$= \frac{1}{2} PR\,(QU + SV)$$

$$= \frac{1}{2} \times 120\,(60 + 30) = 5400\ cm^2$$

$\therefore$ စတုဂံ PQRS ၏ ဧရိယာ = $5400\ cm^2$

၇.၄ ပုံသဏ္ဌာန်မမှန်သောပုံများတည်ဆောက်၍ဧရိယာရှာခြင်း



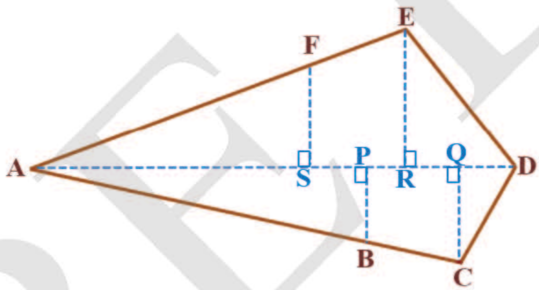
ပုံ ၇.၆

အကယ်၍ပုံများသည် ပုံမှန်မဟုတ်သောပုံများဖြစ်ကြလျှင် ယင်းတို့ကို ထောင့်မှန်စတုဂံများ အဖြစ် ပိုင်းဖြတ်ရန် မဖြစ်နိုင်ချေ။

ပုံတွင် ABCDEF သည်ဗဟုဂံတစ်ခုဖြစ်သည်။ ထောင့်စွန်း A နှင့် D တို့ကိုဆက်သွယ်ပါ။ ထို့နောက် AD ပေါ်သို့ ထောင့်မတ်မျဉ်း BP, CQ, ER နှင့် FS တို့ကို ဆွဲပါ။ ထိုအခါ ဗဟုဂံကို ထောင့်မှန်တြိဂံလေးခု ΔASF, ΔBPA, ΔCQD, ΔDRE နှင့် တြာပီဇီယမ်နှစ်ခု BCQP, EFSR အဖြစ် ပိုင်းဖြတ်ပြီး ဖြစ်သည်။

အကယ်၍ ထောင့်မတ်မျဉ်း အလျားများ BP, CQ, ER, FS တို့နှင့် A မှ P, Q, R, S, D တို့၏ အကွာအဝေးများကို သိရှိလျှင် အထက်ဖော်ပြပါတြိဂံလေးခုနှင့် တြာပီဇီယမ်နှစ်ခုတို့၏ဧရိယာများကို လွယ်ကူစွာ တွက်ချက်နိုင်ပေသည်။ ၎င်းတို့အားလုံး၏ဧရိယာများပေါင်းလဒ်သည် ဗဟုဂံ ABCDEF ၏ဧရိယာဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ ပေးထားသောပုံတွင် BP = 80 m, CQ = 100 m, ER = 150 m, FS = 130 m, AS = 200 m, AP = 230 m, AR = 250 m, AQ = 280 m နှင့် AD = 310 m အသီးသီးဖြစ်ကြလျှင် ဗဟုဂံ ABCDEF ၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။



ABCDEF ၏ဧရိယာ = $\angle$မှန် ΔAPB + $\angle$မှန် ΔCQD + $\angle$မှန် ΔDRE + $\angle$မှန် ΔASF + တြာပီဇီယမ် BCQP ၏ဧရိယာ + တြာပီဇီယမ် EFSR ၏ဧရိယာ

$$= \frac{1}{2}\times AP\times BP+\frac{1}{2}\times QD\times CQ+\frac{1}{2}\times RD\times ER+\frac{1}{2}\times AS\times FS + \frac{1}{2}(BP+CQ)\,PQ+\frac{1}{2}(FS+ER)\,SR$$

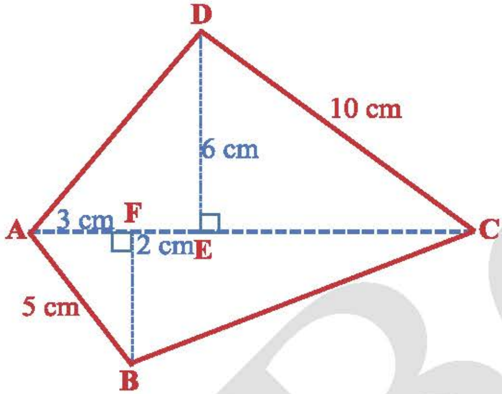
$$= \frac{1}{2}\times 230\times 80+\frac{1}{2}(310-280)\,100+\frac{1}{2}(310-250)150 + \frac{1}{2}\times 200\times 130+\frac{1}{2}(80+100)(280-230) + \frac{1}{2}(130+150)\,(250-200)$$

$$= 9200+1500+4500+13000+4500+7000 = 39700\ m^2$$

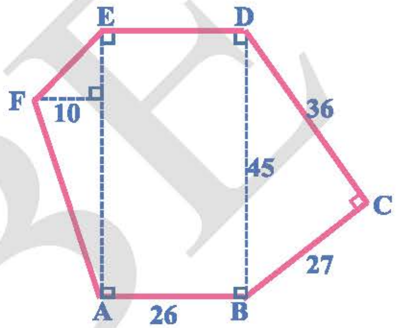
ထို့ကြောင့် ဗဟုဂံ ABCDEF ၏ ဧရိယာသည် $39700\ m^2$ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၇.၃

၁။ ပေးထားသောစတုဂံ ABCD ၏ ဧရိယာများကို ရှာပါ။



၂။ ပုံတွင် ABCDEF သည် လယ်မြေတစ်ကွက်၏ ပုံဖြစ်၍ ယင်း၏ အလျားများကို မီတာများဖြင့် ဖော်ပြထားသည်။ ABDE သည် ထောင့်မှန်စတုဂံ၊ ΔBCD သည် ထောင့်မှန်တြိဂံ ဖြစ်၍ $FG \perp AG$ ဖြစ်သည်။ ထိုလယ်မြေ၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။



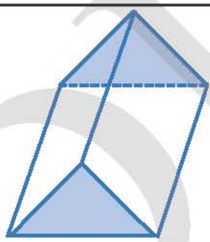
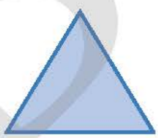
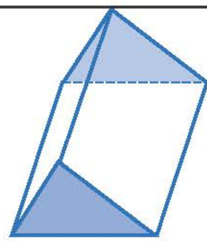
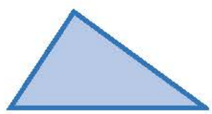
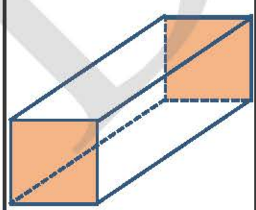
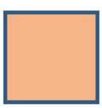
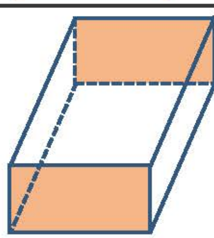
အခန်း ၈ ပမာဏသင်္ချာ (ထုထည်)

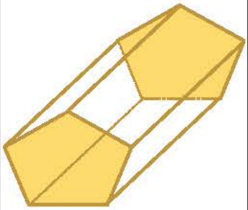
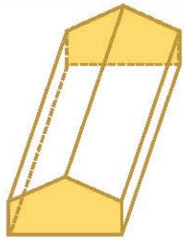
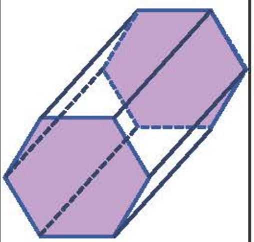
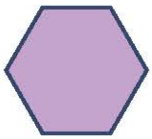
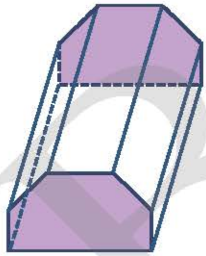
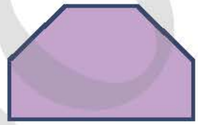
ဆဋ္ဌမတန်းတွင် ထောင့်မှန်စတုဂံတုံးနှင့် ကုဗတုံးတို့၏ ထုထည်ရှာခြင်းများကို လေ့လာခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။

ဤသင်ခန်းစာတွင် ဒုပုံပစ္စည်းအချို့မှ ဒုရှည်နှင့်ပတ်သက်သည့် အကြောင်းအရာများနှင့် ဒုရှည်၏ထုထည်ရှာနည်းများအကြောင်းကိုလေ့လာကြမည်။ ဤသင်ခန်းစာလေ့လာပြီးပါက ပတ်ဝန်းကျင်ရှိ ဒုရှည်ပုံသဏ္ဌာန် ရုပ်ဝတ္ထုပစ္စည်းများ၏ အောက်ခြေဧရိယာနှင့်အမြင့်တို့ကို ရယူခြင်းဖြင့် ယင်းဒုရှည်၏ ထုထည်ကို ရှာနိုင်မည်ဖြစ်သည်။

၈.၁ ဒုရှည် (Prism)

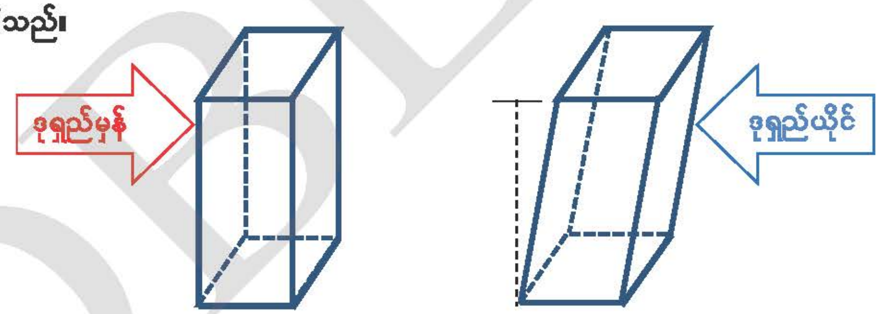
ဒုရှည်ဆိုသည်မှာ ပြိုင်နေသော ထိပ်မျက်နှာပြင်နှစ်ခုတို့ အတိအကျတူညီကြပြီး ညီညာပြန့်ပြူးသော အနားပြိုင်စတုဂံပုံ ဘေးမျက်နှာပြင်များဖြင့် ဖွဲ့စည်းထားသော ဒုပုံတစ်ခုဖြစ်သည်။ ထိုဒုရှည်များကို ထိပ်မျက်နှာပြင်ပုံသဏ္ဌာန်ပေါ် မူတည်၍ **ပုံမှန်ဒုရှည်** (regular prism) နှင့် **ပုံမမှန်ဒုရှည်** (irregular prism) ဟုနှစ်မျိုးခွဲခြားနိုင်သည်။ ထိပ်မျက်နှာပြင်သည် တူညီသောအနားစောင်းများနှင့် တူညီသောထောင့်များပါရှိသည့် ပြင်ညီပုံများ (ဥပမာ - သုံးနားညီတြိဂံ၊ စတုရန်း၊ ဉသုံညီပဉ္စဂံ၊ ဉသုံညီဆဋ္ဌဂံ စသဖြင့်) ဖြစ်ပါက ပုံမှန်ဒုရှည် ဟုခေါ် ဆိုပြီး ထိပ်မျက်နှာပြင်သည် တူညီသောအနားစောင်းများနှင့် တူညီသောထောင့်များရှိသည့်ပြင်ညီပုံများ မဟုတ်ပါက ပုံမမှန်ဒုရှည် ဟုခေါ် သည်။

ပုံမှန်ဒုရှည်	ထိပ်မျက်နှာပြင် (ပြင်ညီပုံ)	ပုံမမှန်ဒုရှည်	ထိပ်မျက်နှာပြင် (ပြင်ညီပုံ)
	 သုံးနားညီတြိဂံ		 အနားမညီတြိဂံ
	 စတုရန်း		 ထောင့်မှန်စတုဂံ

ပုံမှန်ဒုရှည်	ထိပ်မျက်နှာပြင် (ပြင်ညီပုံ)	ပုံမမှန်ဒုရှည်	ထိပ်မျက်နှာပြင် (ပြင်ညီပုံ)
	 ဥသုံညီပဥ္စဂံ		 အနားမညီပဥ္စဂံ
	 ဥသုံညီဆဋ္ဌဂံ		 အနားမညီဆဋ္ဌဂံ

၈.၁.၁ ဒုရှည်မှန် (Right Prism) **နှင့် ဒုရှည်ယိုင်** (Oblique Prism)

ဒုရှည်တွင်ပါဝင်သော ဘေးပတ်လည်မျက်နှာပြင်များသည် ထိပ်မျက်နှာပြင်များနှင့် ထောင့်မတ်ကျတည်ရှိနေပါက ယင်းဒုရှည်ကို **ဒုရှည်မှန်** ဟုခေါ်ပြီး ဘေးမျက်နှာပြင်များသည် ထိပ်မျက်နှာပြင်များနှင့် ထောင့်မတ်ကျတည်ရှိမနေဘဲ စောင်းလျက် တည်ရှိနေပါက ယင်းဒုရှည်ကို **ဒုရှည်ယိုင်** ဟုခေါ်သည်။



ပုံ ၈.၁

၈.၂ ဒုရှည်၏ထုထည်ရှာခြင်း

ဒုရှည်တစ်ခု (ဒုရှည်မှန် သို့မဟုတ် ဒုရှည်ယိုင်) ၏ထုထည်ကို ယင်းဒုရှည်၏ ထိပ်မျက်နှာပြင်ဧရိယာ (အောက်ခြေဧရိယာ) နှင့် ထိပ်မျက်နှာပြင်နှစ်ခုကြားအကွာအဝေး (အမြင့်) တို့မြှောက်ခြင်းဖြင့် ရှာနိုင်သည်။ ထို့ကြောင့် ဒုရှည်အမျိုးအစား နှစ်မျိုးဖြစ်သည့် ဒုရှည်မှန်နှင့် ဒုရှည်ယိုင် တို့၏ထုထည်ကို အောက်ပါကဲ့သို့ ဖော်ပြနိုင်သည်။

ထုထည် = အောက်ခြေဧရိယာ × အမြင့်

$$V = Ah$$

ပုံစံတွက် ၁။ အောက်ခြေဧရိယာ 40 စတုရန်းစင်တီမီတာရှိ၍ 1.5 မီတာမြင့်သော ဒုရှည်တစ်ခု၏ ထုထည်ကိုရှာပါ။

အောက်ခြေဧရိယာ A = 40 စတုရန်းစင်တီမီတာ

အမြင့် h = 1.5 မီတာ

= 1.5 × 100 စင်တီမီတာ = 150 စင်တီမီတာ

ဒုရှည်၏ထုထည် = အောက်ခြေဧရိယာ × အမြင့်

$V = Ah$

$= 40 \times 150 = 6000$ ကုဗစင်တီမီတာ

$\therefore$ ဒုရှည်၏ထုထည် = 6000 ကုဗစင်တီမီတာ

ပုံစံတွက် ၂။ စတုရန်းဒုရှည်မှန်တစ်ခု၏ ထုထည်မှာ $15552\ cm^3$ ဖြစ်၍ အမြင့်မှာ 48 cm ဖြစ်သော် အောက်ခြေစတုရန်း၏ အနားတစ်နားအလျားကိုရှာပါ။

စတုရန်းဒုရှည်မှန်၏ထုထည် $V = 15552\ cm^3$

အမြင့် $h = 48\ cm$

စတုရန်းဒုရှည်မှန်၏ထုထည် = အောက်ခြေစတုရန်း၏ဧရိယာ × အမြင့်

$$V = Ah$$

$$A = \frac{V}{h}$$

$$A = \frac{15552}{48}$$

$$A = 324\ cm^2$$

စတုရန်း၏ဧရိယာ = အနား × အနား

$$A = \ell^2$$

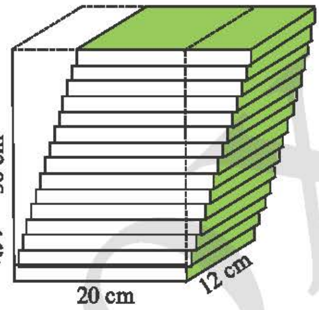
$$\ell^2 = 324$$

$$\ell = \sqrt{324}$$

$$\ell = 18\ cm$$

$\therefore$ အောက်ခြေစတုရန်း၏ အနားတစ်နားအလျား = 18 cm

ပုံစံတွက် ၃။ စာအုပ်တစ်အုပ်လျှင် အလျား 20 cm အနံ 12 cm ရှိသောစာအုပ်များကို ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်း စုပုံထားရာ စာအုပ်ပုံ၏အမြင့်သည် 30 cm ရှိသော် ထိုစာအုပ်ပုံ၏ ထုထည်ကိုရှာပါ။



စာအုပ်ပုံ၏အမြင့် $h = 30$ cm

စာအုပ်ပုံ၏အောက်ခြေဧရိယာ= အလျား $\times$ အနံ

$A = 20 \times 12$

$= 240 \text{ cm}^2$

စာအုပ်ပုံ၏ထုထည် = အောက်ခြေဧရိယာ $\times$ အမြင့်

$V = A\,h$

$= 240 \times 30$

$= 7200 \text{ cm}^3$

$\therefore$ စာအုပ်ပုံ၏ထုထည် $= 7200 \text{ cm}^3$

ပုံစံတွက် ၄။ ဒုရှည်မှန်တစ်ခု၏ထိပ်မျက်နှာပြင်များသည် ထြာပီဇီယမ်ပုံများ ဖြစ်သည်။ ထြာပီဇီယမ်တစ်ခု၏ ပြိုင်နေသော အနားအလျားများသည် 7 m နှင့် 11 m ဖြစ်ပြီး ထိုပြိုင်နေသော အနားနှစ်နားကြား အကွာအဝေးမှာ 4 m ဖြစ်သည်။ အဆိုပါဒုရှည်မှန်သည် 20 m ရှည်သော် ယင်း၏ထုထည်ကိုရှာပါ။

ထြာပီဇီယမ်၏ဧရိယာ $= \frac{1}{2} \times$ ပြိုင်နေသောအနားများပေါင်းလဒ်

$\times$ ပြိုင်နေသောအနားနှစ်နားကြားအကွာအဝေး

$= \frac{1}{2}(7 + 11)\,4$

$= \frac{1}{2} \times 18 \times 4$

$= 36 \text{ m}^2$

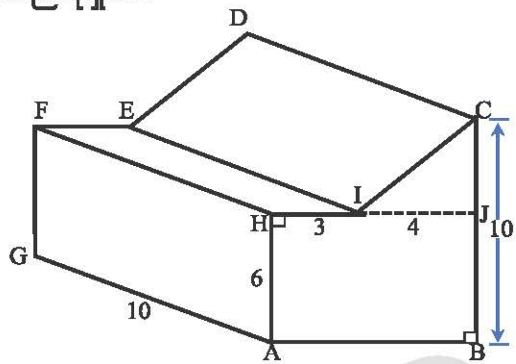
ဒုရှည်မှန်၏ထုထည် = အောက်ခြေဧရိယာ $\times$ အမြင့်

= ထြာပီဇီယမ်၏ဧရိယာ $\times$ ဒုရှည်မှန်၏အရှည်

$= 36 \times 20$

$= 720 \text{ m}^3$

ပုံစံတွက် ၅။ ပေးထားသောဒုရှည်မှန်ပုံတွင် ၎င်း၏အနားအလျားများကို cm ဖြင့်ဖော်ပြထားသည်။ ထိုပုံ၏ထုထည်ကိုရှာပါ။



$$
\begin{aligned}
\text{ABCIH ၏ ဧရိယာ} &= \text{ထောင့်မှန်စတုဂံ ABJH + ထောင့်မှန်တြိဂံ IJC ၏ဧရိယာ} \\
&= \text{အလျား} \times \text{အနံ} + \frac{1}{2} \times \text{အခြေ} \times \text{အမြင့်} \\
&= 7 \times 6 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \\
&= 42 + 8 \\
&= 50\ \text{cm}^2 \\
\text{ဒုရှည်မှန်၏ ထုထည်} &= \text{အောက်ခြေဧရိယာ} \times \text{အမြင့်} \\
&= \text{ABCIH ၏ ဧရိယာ} \times \text{AG} \\
&= 50 \times 10 \\
&= 500\ \text{cm}^3
\end{aligned}
$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၈.၁

၁။ အောက်ဖော်ပြပါဇယားမှ ဒုရှည်မှန်အသီးသီးအတွက် လိုအပ်သော ထုထည်နှင့် အမြင့်တို့ကို ရှာပါ။

	(က)	(ခ)	(ဂ)	(ဃ)
အောက်ခြေဧရိယာ	$1.2\ \text{cm}^2$	$2.5\ \text{cm}^2$	$9\ \text{m}^2$	$0.05\ \text{m}^2$
အမြင့်	3.5 m		3 cm	
ထုထည်		$27.5\ \text{cm}^3$		$1350\ \text{cm}^3$

၂။ အောက်ပါထောင့်မှန်စတုဂံဒုရှည်မှန်အသီးသီး၏ထုထည်ကို ကုဗစင်တီမီတာ (cm^3) ဖြင့်ပြပါ။

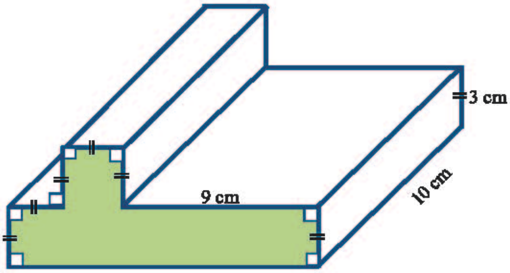
(က) အလျား = 4 cm　　အနံ = 6 cm　　အမြင့် = 10 cm

(ခ) အလျား = 10.8 mm　　အနံ = 3.5 mm　　အမြင့် = 4.0 mm

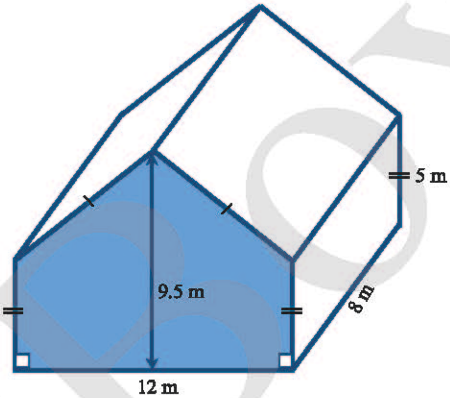
(ဂ) အလျား = 5 m　　အနံ = 3 m　　အမြင့် = 4 m

၃။ အောက်ဖော်ပြပါပုံများ၏ ထုထည်ကိုရှာပါ။

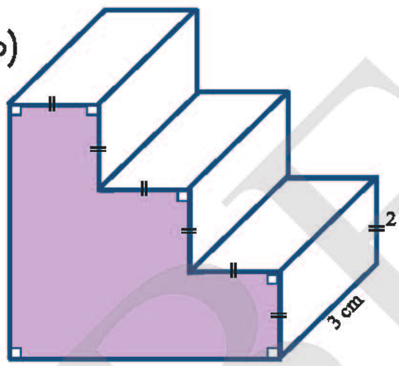
(က)



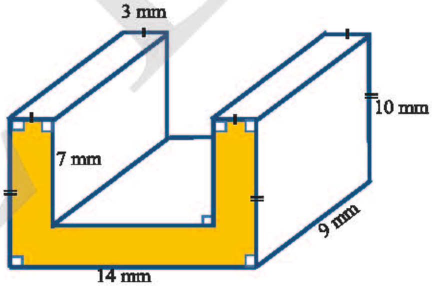
(ခ)



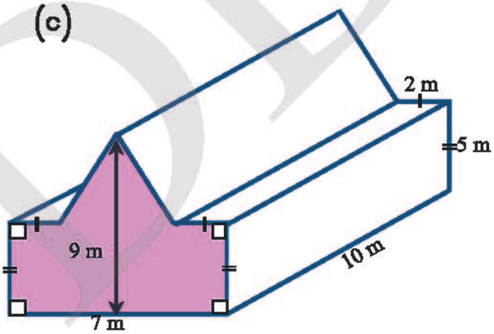
(ဂ)



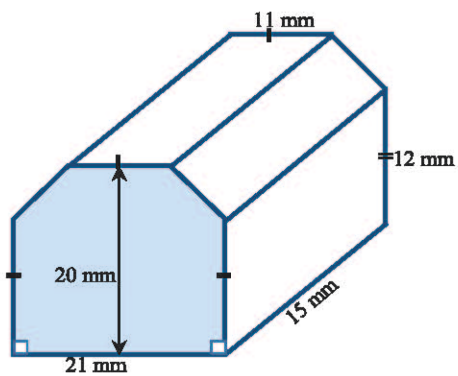
(ဃ)



(င)



(စ)



၄။ တြိဂံဒုရှည်မှန်တစ်ခု၏အခြေ ABC တွင် B သည် ထောင့်မှန်ဖြစ်၍ AB = 12 cm နှင့် BC = 5 cm ဖြစ်သည်။ တြိဂံဒုရှည်မှန်သည် 15 cm မြင့်သော် ယင်းဒုရှည်မှန်၏ထုထည်ကိုရှာပါ။

၅။ ကျင်းတစ်ခု၏ ဒေါင်လိုက်ဖြတ်ပိုင်းပုံသည် ထြာပီဇီယမ်ပုံဖြစ်၏။ ကျင်းအောက်ဘက်တွင် 5 m ကျယ်၍ အပေါ်ဘက်တွင် 7 m ကျယ်ပြီး 6 m နက်၏။ ကျင်းသည် 10 m ရှည်သော် တူးထုတ်လိုက်သော မြေကြီး၏ထုထည်ကိုရှာပါ။

၆။ အောက်ပါဒုရှည်မှန်များ၏ ပုံကြမ်းရေးဆွဲပြီး ထုထည်ကိုရှာပါ။

	(က)	(ခ)	(ဂ)	(ဃ)
ထိပ်မျက်နှာပြင်	6 cm အနားများ ရှိသော စတုရန်းပုံ	5 cm နှင့် 2.5 cm အနားများ ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ	အခြေ 8 cm နှင့် အမြင့် 6 cm ရှိသော တြိဂံပုံ	ပြိုင်နေသော အနားများ 18 cm နှင့် 12 cm ရှိပြီး ထိုအနားနှစ်ခုကြား အကွာအဝေး 10 cm ရှိသော ထြာပီဇီယမ်ပုံ
အမြင့်	4 cm	8 cm	12 cm	24 cm