ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ
ပညာရေးဝန်ကြီးဌာန

သင်္ချာအတွဲ(၁)

သတ္တမတန်း

အခြေခံပညာသင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ
၂၀၁၆-၂၀၁၇

ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ
ပညာရေးဝန်ကြီးဌာန

MCRS
Reference
Library

သင်္ချာအတွဲ(၁)

သတ္တမတန်း

အခြေခံပညာသင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ

၂၀၁၆–၂၀၁၇

၂၀၁၅ ခုနှစ်၊ စက်တင်ဘာလ၊ အုပ်ရေ- ၃၂၀၀၀၀
၂၀၁၆-၂၀၁၇ ပညာသင်နှစ်

အခြေခံပညာ သင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ၏ မူပိုင်ဖြစ်သည်။

မာတိကာ

မာတိကာ

မာတိကာ

မာတိကာ

အခန်း (1)
ရာရှင်နယ်ကိန်းများ

အပိုင်းကိန်းများနှင့် ၎င်းတို့၏ ဂုဏ်သတ္တိအချို့ကို လေ့လာခဲ့ကြပြီး၊ အပိုင်းကိန်းတစ်ခု၏ ယေဘုယျပုံစံမှာ $\frac{a}{b}$ ဖြစ်သည်။ ဤတွင် a နှင့် b တို့သည် အပြည့်ကိန်းများဖြစ်၍ b သည် သုည မဖြစ်ရ။

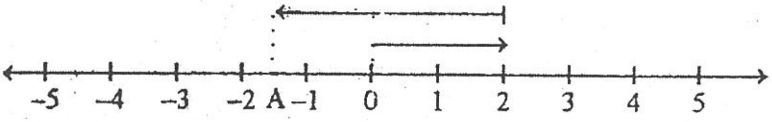
ဤအခန်းတွင် အပိုင်းကိန်းများကို ချဲ့ထွင်ထားသော ရာရှင်နယ်ကိန်းများအကြောင်းကို လေ့လာမည်။

1.1 အပိုင်းကိန်းများကို တိုးချဲ့ရန်လိုအပ်ခြင်း

အပိုင်းကိန်းများပါဝင်သော အောက်ပါအနုတ်ပုစ္ဆာကို စဉ်းစားကြည့်ကြစို့။

$$2 - 3\frac{1}{2} = ?$$

အထက်ပါပုစ္ဆာကိုကိန်းမျဉ်းအသုံးပြုလျက် ဖြေရှင်းရန်ပထမဦးစွာ မူလမှတ်မှ လက်ယာဘက်သို့ဦးတည်နေပြီး အလျား 2 ယူနစ်ရှိသည့် မြားတစ်စင်းကိုဆွဲရမည်။



ပုံ (1.1)

ထို့နောက် ပထမမြား၏ ထိပ်ဖျားမှအစပြု၍ လက်ဝဲဘက်သို့ ဦးတည်နေသည့် အလျား $3\frac{1}{2}$ ယူနစ်ရှိသည့် ဒုတိယမြားတစ်စင်းကို ဆွဲရမည်။

ပုံ(1.1)တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ဒုတိယမြား၏ ထိပ်ဖျားသည် “0”၏ လက်ဝဲဘက်ရှိ အမှတ် A ၌ ရောက်ရှိနေရာ A နှင့်လိုက်ဖက်သောကိန်းမရှိသေးပေ။ သို့ဖြစ်လျှင် A ကို မည်သည့်ကိန်းနှင့်တွဲဖက်သင့်ပါသနည်း။

အနုတ်ကိန်းပြည့်များအကြောင်းလေ့လာခဲ့စဉ်က၊ “0”၏ လက်ဝဲဘက် 1 ယူနစ်အကွာအမှတ်ကို -1 နှင့်လည်းကောင်း၊ 2 ယူနစ်အကွာအမှတ်ကို -2 နှင့်လည်းကောင်း တွဲဖက်ပေးခဲ့ကြသည်ကို မှတ်မိကြပေလိမ့်မည်။ သို့ဖြစ်လျှင် A သည် 0 ၏လက်ဝဲဘက် $1\frac{1}{2}$ ယူနစ်အကွာတွင်ရှိနေရာ A နှင့် တွဲဖက်ပေးမည့်ကိန်း $-1\frac{1}{2}$ ကို သတ်မှတ်ပါက သင့်လျော်သည်။

ဤနည်းအတိုင်း 0 ၏လက်ဝဲဘက် $2\frac{1}{3}$ ယူနစ်အကွာအမှတ်နှင့် လိုက်ဖက်သောကိန်းကို $-2\frac{1}{3}$ ဟုလည်းကောင်း၊ $3\frac{5}{6}$ ယူနစ်အကွာအမှတ်နှင့် လိုက်ဖက်သော ကိန်းကို $-3\frac{5}{6}$ ဟု လည်းကောင်း သတ်မှတ်သင့်ပေသည်။

ထို့ကြောင့် $2\frac{1}{2}$ သည် 0 ၏ လက်ယာဘက် $2\frac{1}{2}$ ယူနစ်အကွာအမှတ်၌ရှိပြီး၊ $-2\frac{1}{2}$ သည် 0 ၏ လက်ဝဲဘက် $2\frac{1}{2}$ ယူနစ်အကွာအမှတ်၌တည်ရှိသည်။ ထို့အတူ $3\frac{7}{10}$ သည် 0 ၏ လက်ယာဘက် $3\frac{7}{10}$ ယူနစ်အကွာ၌ရှိပြီး $-3\frac{7}{10}$ သည် 0 ၏ လက်ဝဲဘက် $3\frac{7}{10}$ ယူနစ်အကွာ၌ရှိသည်။

$2\frac{1}{2}$ နှင့် $-2\frac{1}{2}$ ကိန်းစုံတွဲတွင် တစ်ခုသည် ကျန်တစ်ခု၏ ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းဖြစ်နေသည်ဟု ခေါ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် $2\frac{1}{2}$ ၏ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းသည် $-2\frac{1}{2}$ ဖြစ်ပြီး အပြန်အလှန်အနေဖြင့် $-2\frac{1}{2}$ ၏ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းသည် $2\frac{1}{2}$ ဖြစ်သည်။

ထို့အတူ $3\frac{7}{10}$ နှင့် $-3\frac{7}{10}$ တို့သည် ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းများဖြစ်သည်။ သုည၏ဆန်ကျင်ဘက်ကိန်းသည် သုညဖြစ်သည်ဟု သတ်မှတ်သည်။

မှတ်ချက်။ ။တစ်ခါတစ်ရံ $2\frac{1}{2}$ ကို $+2\frac{1}{2}$ ဟုဖော်ပြမည်။ ဆိုလိုသည်မှာ $2\frac{1}{2}$ နှင့် $+2\frac{1}{2}$ သည် အတူတူဖြစ်သည်။

1.2 ရာရှင်နယ်ကိန်းများ

အပိုင်းကိန်းများနှင့် ၎င်းတို့၏ ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းများကို ရာရှင်နယ်ကိန်းများဟုခေါ်သည်။ ထို့ကြောင့် အပိုင်းကိန်းများသည်လည်းကောင်း၊ ၎င်းတို့၏ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းအားလုံးသည် လည်းကောင်း ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်သည်။ အပေါင်းကိန်းပြည့်များကိုလည်း အပိုင်းကိန်းများအဖြစ် ယူဆနိုင်ပေရာ အပေါင်းကိန်းပြည့်များသည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများ ဖြစ်ကြသည်။ ထို့ကြောင့်၎င်းတို့၏ ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းများဖြစ်သော အနုတ်ကိန်းပြည့်များအားလုံးသည်လည်း ရာရှင်နယ် ကိန်းများ ဖြစ်ကြသည်။ တစ်ဖန်ဒသမကိန်းများသည်လည်း အပိုင်းကိန်းများအဖြစ် ယူဆနိုင်သောကြောင့် ၎င်းတို့သည်လည်း ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ကြသည်။

ဥပမာအားဖြင့် $3\frac{1}{2}, 4\frac{3}{4}, -5\frac{1}{6}, -\frac{2}{3}, 0, 1, -3$

$7\frac{3}{10}, 12\frac{3}{4}, -320\frac{5}{7}, 1.25, -2.16$

တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ကြသည်။

ကိန်းပြည့်များကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် နေရာချစဉ်က " 0 "၏ လက်ယာဘက်တွင် ကျရောက်သောကိန်းပြည့်များကို အပေါင်းကိန်းပြည့်များဟု လည်းကောင်း၊ " 0 " ၏ လက်ဝဲဘက်တွင် ကျရောက်သောကိန်းပြည့်များကို အနုတ်ကိန်းပြည့်များဟုလည်းကောင်း ခေါ်ဆိုကြောင်း တွေ့ခဲ့ပြီ။

ထို့အတူ ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် နေရာချသည့်အခါ " 0 "၏ လက်ယာဘက်တွင် ကျရောက်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းများဟု ခေါ်ပြီး " 0 " ၏ လက်ဝဲဘက်တွင် ကျရောက်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းများဟု ခေါ်သည်။ " 0 "ကိုယ်တိုင်ကိုမူ အပေါင်းလည်းမဟုတ်၊ အနုတ်လည်းမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုအဖြစ် သတ်မှတ်သည်။ အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းများကို အပေါင်းလက္ခဏာဆောင်သည့် ကိန်းများ၊ အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို အနုတ်လက္ခဏာဆောင်သည့်ကိန်းများဟု ပြောလေ့ရှိသည်။

ထို့ကြောင့် $2\frac{1}{4}$ သည် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး $-4\frac{3}{4}$ သည် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (**1.1**)

1. $-\frac{3}{4}, -1, \frac{2}{3}, 3, \frac{4}{1}, 6\frac{2}{5}$ တို့မှ
   (a) ကိန်းပြည့်များ (b) အပေါင်းကိန်းပြည့်များ
   (c) အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းများ (d) အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ရွေးထုတ်ပြပါ။

2. အောက်ပါတို့ကို အမှားအမှန်ဆုံးဖြတ်ပါ။
   (a) ကိန်းပြည့်တိုင်းသည် ရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်သည်။
   (b) ရာရှယ်နယ်ကိန်းတိုင်းသည် ကိန်းပြည့်ဖြစ်သည်။

3. ကိန်းမျဉ်းတစ်ခုဆွဲ၍ ပုစ္ဆာ(1) မှ ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို နေရာချပါ။

1.3 ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို နှိုင်းယှဉ်ခြင်း

a နှင့် b တို့သည် ကိန်းပြည့်များဖြစ်ပြီး၊ ၎င်းတို့ကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် နေရာချသောအခါ a သည် b ၏ လက်ယာဘက်တွင် ကျရောက်ခဲ့လျှင်၊ a သည် b ထက်ကြီးသည်။ ($a > b$)ဟုဆိုပြီး၊ a သည် b ၏ လက်ဝဲဘက်တွင် ကျရောက်ခဲ့လျှင်၊ a သည် b အောက်ငယ်သည် ($a < b$)ဟု ဆိုကြောင်း သိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။

ထို့အတူ m နှင့် n တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ပြီး ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် နေရာချသောအခါ m သည် n ၏ လက်ယာဘက်တွင် ကျရောက်ခဲ့လျှင် m သည် n ထက်ကြီးသည် ($m > n$)ဟု သတ်မှတ်သည်။ အကယ်၍ m သည် n ၏ လက်ဝဲဘက်တွင် ကျရောက်ခဲ့လျှင်၊ m သည် n အောက်ငယ်သည် ($m < n$) ဟု သတ်မှတ်သည်။

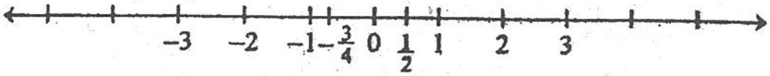
ဤသတ်မှတ်ချက်အရ အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတိုင်းသည် " 0 "ထက်ကြီးသည်။ အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတိုင်းသည် " 0 " အောက်ငယ်သည်။ အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတိုင်းသည်၊ အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းအောက် ငယ်သည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းများ နှိုင်းယှဉ်ခြင်းနှင့်ပတ်သက်၍ အောက်ပါအချက်ကို သိရှိထားသင့်သည်။

m နှင့် n တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ကြလျှင် အောက်ပါတို့အနက် တစ်ခုတည်းသာ မှန်သည်။

$m < n, m = n, m > n$

ဥပမာ(1) ကိန်းမျဉ်းကိုအသုံးပြု၍ $-\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, -2$ တို့ကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စီစဉ်ပါ။



ပုံ (1.2)

ပုံ(1.2) တွင် တွေ့ရသည့်အတိုင်း ပေးထားသော ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် နေရာချသည့်အခါ၊ -2 သည် လက်ဝဲဘက်အစွန်းဆုံး၌လည်းကောင်း၊ $\frac{1}{2}$ သည် လက်ယာဘက် အစွန်းဆုံး၌လည်းကောင်း ရှိသည်။

သို့ဖြစ်၍ $\frac{1}{2} > -\frac{3}{4} > -2$

ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စီစဉ်သော် $\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, -2$

လေ့ကျင့်ခန်း (1.2)

1. အောက်တွင် " * " ပြထားသောနေရာများ၌ >, <, = သင်္ကေတတို့မှ သင့်လျော်ရာဖြင့် အစားထိုးပါ။

(a) $2 * 1$ (b) $-2 * -1$ (c) $\frac{1}{2} * \frac{1}{4}$

(d) $-\frac{1}{2} * -\frac{1}{4}$ (e) $3 * -3$ (f) $-3 * 3$

(g) $3.5 * 3$ (h) $-3.5 * -3$ (i) $\frac{1}{10} * 1$

(j) $\frac{11}{10} * -1$ (k) $99 * 1$ (l) $-99 * -1$

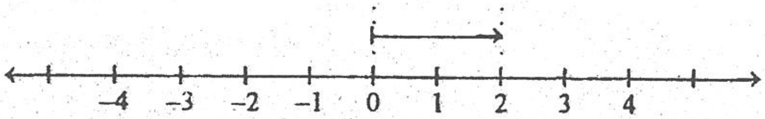
2. အောက်ပါတို့ကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စီစဉ်ပါ။

(a) $2, \frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, 0$

(b) $6.5, -3.5, -3.0$

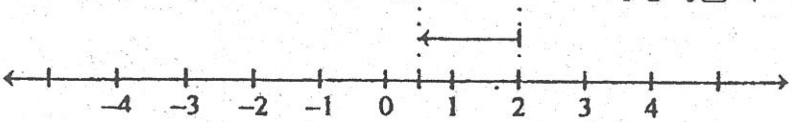
(c) $-6\frac{1}{2}, -5\frac{1}{2}, -4\frac{1}{2}, -5$

1.4 ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို မြားဖြင့်ဖော်ပြခြင်း



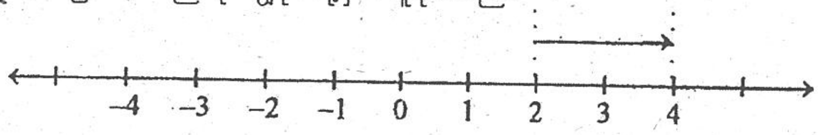
ပုံ (1.3)

ပုံ(1.3) တွင် ရာရှင်နယ်ကိန်း +2 ကို “ 0 ” တွင်စပြီး 2 တွင်ဆုံးသော မြားတစ်စင်းဖြင့် ဖော်ပြထားသည်။ ထိုမြား၏အလျားသည် 2 ယူနစ်ရှိပြီး လက်ယာဘက်သို့ ဦးလှည့်နေသည်။

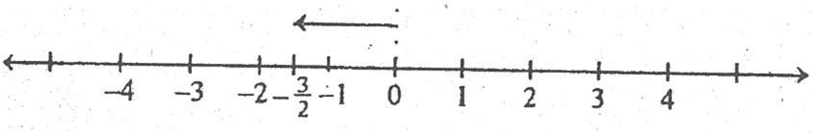


ပုံ (1.4)

ပုံ (1.5) တွင် ဖော်ပြထားသည့် မြားသည် 2 တွင် စပြီး 4 တွင် ဆုံးသည်။ ထို့ကြောင့် ထိုမြား၏ အလျားသည် 2 ယူနစ်ရှိပြီး လက်ယာဘက်သို့ဦးလှည့်နေသည်။ ပုံ (1.3) နှင့် ပုံ(1.5) တွင်ပြထားသည့်မြားတို့သည် အလျားတူ ဦးလှည့်ဘက်တူများဖြစ်နေရာ ပုံ (1.5) မှ မြားသည်လည်း ရာရှင်နယ်ကိန်း +2 ကို ဖော်ပြထားသည်ဟု ကျွန်ုပ်တို့မှတ်ယူနိုင်သည်။



ပုံ (1.5)



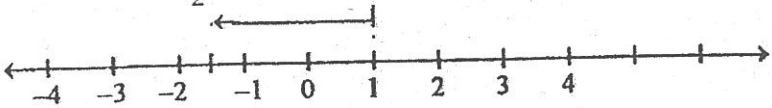
ပုံ (1.6)

ထို့အတူ ပုံ (1.6) တွင် 0 ၌စပြီး $-\frac{3}{2}$ ၌ ဆုံးသောမြားဖြင့် ရာရှင်နယ်ကိန်း $-\frac{3}{2}$ ကို ဖော်ပြထားသည်။ ပုံ (1.6) မှ မြားသည် ပုံ (1.4) မြားနှင့် အလျားရော ဦးလှည့်ဘက်ပါ တူညီနေသည်ဖြစ်ရာ ပုံ (1.6) မှမြားသည်လည်း ရာရှင်နယ်ကိန်း $-\frac{3}{2}$ ကို ဖော်ပြသည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု a ကို မူလမှတ်၌စပြီး a ၌ဆုံးသော မြားတစ်စင်းဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။ ထို့ပြင် ကြိုက်ရာအမှတ်တစ်ခု၌စပြီး အထက်မှမြားနှင့်အလျားတူ ဦးလှည့်ဘက်တူသော မြားတစ်စင်း

ဖြင့်လည်း ထိုရာရှင်နယ်ကိန်းကို ဖော်ပြနိုင်သည်။ အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ဖော်ပြသောမြားသည် လက်ယာဘက်သို့ ဦးလှည့်နေကြပြီး၊ အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းများကိုဖော်ပြသောမြားများမှာမူ လက်ဝဲဘက်သို့ဦးတည့်နေကြသည်။ " 0 " ကို ဖော်ပြသောမြားသည် အလျားသုညရှိပြီး အမှတ်တစ်ခု ဖြစ်နေကြသည်။ ထိုမြားကို အမှတ်မြားဟု ခေါ်သည်။

ဥပမာ (1) 1 ၌စပြီး $-2\frac{1}{2}$ ကိုဖော်ပြသော မြားကိုဆွဲပါ။



ပုံ (1.7)

လေ့ကျင့်ခန်း (1.3)

1. $6\frac{1}{2}$ ၌ စပြီး $-5\frac{1}{2}$ ကို ဖော်ပြသော မြားကိုဆွဲပါ။
2. $-\frac{9}{2}$ ၌ စပြီး $+\frac{3}{2}$ ၌ ဆုံးသော မြားတစ်စင်းသည်မည်သည့်ရာရှင်နယ်ကိန်းကိုဖော်ပြသနည်း။
3. 3 ၌ဆုံးပြီး $4\frac{1}{2}$ ကိုဖော်ပြသော မြားတစ်စင်းကိုဆွဲပါ။

1.5 ပကတိတန်ဖိုး

ရာရှင်နယ်ကိန်း $2\frac{1}{2}$ ကို ဖော်ပြသောမြား၏ အလျားသည် $2\frac{1}{2}$ ယူနစ်ဖြစ်ကြောင်း၊ ရာရှင်နယ်ကိန်း $-1\frac{1}{3}$ ကိုဖော်ပြသော မြား၏ အလျားသည် $1\frac{1}{3}$ ဖြစ်ကြောင်း အထက်တွင်သိခဲ့ပြီ။

ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို ဖော်ပြသော မြား၏အလျားကို ထိုကိန်း၏ ပကတိတန်ဖိုးဟုခေါ်သည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်း a ၏ ပကတိတန်ဖိုးကို သင်္ကေတ $|a|$ ဖြင့်ဖော်ပြသည်။

ဥပမာများ

$\left|2\frac{1}{2}\right|$ = ($2\frac{1}{2}$ ကို ဖော်ပြသော မြား၏အလျား) = $2\frac{1}{2}$

$\left|-1\frac{1}{3}\right|$ = ($-1\frac{1}{3}$ ကို ဖော်ပြသော မြား၏အလျား) = $1\frac{1}{3}$

$|-0.6|$ = (-0.6 ကို ဖော်ပြသော မြား၏အလျား) = 0.6

$\left|3\frac{3}{4}\right|$ = ($3\frac{3}{4}$ ကို ဖော်ပြသော မြား၏အလျား) = $3\frac{3}{4}$

$|0|$ = (၀ ကို ဖော်ပြသော မြား၏အလျား) = 0

ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို ဖော်ပြသောမြှား၏အလျားသည် မည်သည့်အခါမျှ အနုတ်မဟုတ်သဖြင့်၊ ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု၏ ပကတိတန်ဖိုးသည်လည်း အနုတ်မဟုတ်ပေ။

0 ၏ ပကတိတန်ဖိုးသည် 0 ဖြစ်သည်။ 0 မဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတိုင်း၏ ပကတိတန်ဖိုးသည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (1.4)

1. အောက်ဖော်ပြပါ အချက်များ မှန် မမှန် အဆုံးအဖြတ်ပေးပါ။

(a) $\lvert 11 \rvert = 11$	(b) $\lvert -6 \rvert = -6$
(c) $\left\lvert -3\frac{1}{5} \right\rvert = 3\frac{1}{5}$	(d) $\lvert 13.5 \rvert = -13.5$
(e) $\left\lvert -\frac{160}{3} \right\rvert = 53\frac{1}{3}$	(f) $\lvert -4 \rvert > 4$
(g) $\lvert -6 \rvert < \lvert -5 \rvert$	(h) $\lvert -5 \rvert > 5$
(i) $\left\lvert -8\frac{1}{10} \right\rvert < 8\frac{1}{10}$	(j) $\left\lvert \frac{5}{4} \right\rvert = \left\lvert -\frac{5}{4} \right\rvert$
(k) $\lvert 3 \rvert = -3$	(l) $\lvert -7 \rvert = 7$

2. $-8, 4, -\frac{3}{2}, 0.8, -1.25$ တို့၏ ပကတိတန်ဖိုးများကို ရှာပါ။

1.6. ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု ပေါင်းခြင်း

ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းနည်းကို ကိန်းမျဉ်းအားအသုံးပြု၍ အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်နိုင်သည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု a နှင့် b တို့၏ ပေါင်းလဒ် $a + b$ ကိုရှာရန်

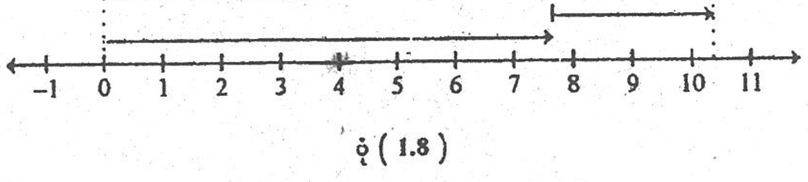
(1) ပထမဦးစွာ မူလအမှတ်၌ အစမှတ်ရှိပြီး ရာရှင်နယ်ကိန်း a ကို ဖော်ပြသောပထမမြှားတစ်စင်းကို ဆွဲပါ။

(2) ထို့နောက် ပထမမြှား၏ အဆုံးမှတ်၌စပြီး ရာရှင်နယ်ကိန်း b ကို ဖော်ပြသော ဒုတိယမြှားတစ်စင်းကို ဆွဲပါ။

(3) ထို့နောက် မူလမှတ်၌ စ၍ ဒုတိယမြှား၏ အဆုံးမှတ်တွင်ဆုံးသော တတိယမြှားတစ်စင်းကိုဆွဲပါ။

ထိုတတိယမြှားသည် ရာရှင်နယ်ကိန်း a နှင့် b တို့၏ ပေါင်းလဒ် $a + b$ ကို ဖော်ပြသည်။

ဥပမာ **(1)** $7\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2}$ ကို ကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ ဖြေရှင်းပါ။



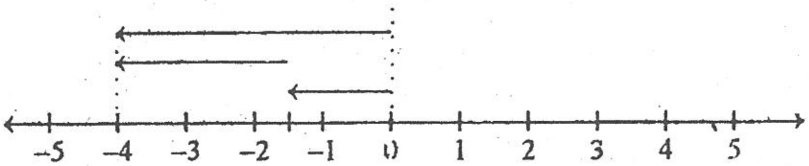
ပုံ (1.8)

ပထမဦးစွာ $7\frac{3}{4}$ ကို ဖော်ပြရန် မူလအမှတ် 0 မှစ၍ အလျား $7\frac{3}{4}$ ယူနစ်ရှိပြီး၊ လက်ယာဘက်သို့ ဦးလှည့်နေသော မြားတစ်စင်းကို ဆွဲပါ။ ထို့နောက် $2\frac{1}{2}$ ကို ဖော်ပြရန် ပထမမြား၏ ထိပ်ဖျား၌စ၍ အလျား $2\frac{1}{2}$ ရှိပြီး လက်ယာဘက်သို့ ဦးတည်နေသော ဒုတိယမြားကို ဆွဲပါ။

ထို့နောက် မူလမှတ်မှစ၍ ဒုတိယမြား၏အဆုံးမှတ်၌ဆုံးသော တတိယမြားတစ်စင်းကိုဆွဲပါ။ ထိုမြားသည် 0 မှစ၍ အလျား $10\frac{1}{4}$ ယူနစ်ရှိပြီး လက်ယာဘက်သို့ ဦးတည်နေသည်။ ထို့ကြောင့် ထိုမြားသည် ရာရှင်နယ်ကိန်း $10\frac{1}{4}$ ကို ဖော်ပြသည်။

$\therefore 7\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} = 10\frac{1}{4}$ ကို ရရှိသည်။

ဥပမာ **(2)** $-1\frac{1}{2} + (-2\frac{1}{2})$ ကို ကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ ရှာပါ။

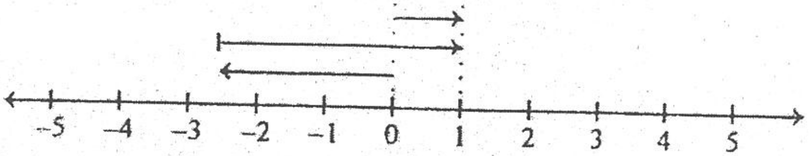


ပုံ (1.9)

ပထမဦးစွာ $-1\frac{1}{2}$ ကိုဖော်ပြရန် 0 ၌စ၍ လက်ဝဲဘက်သို့ ဦးတည်နေပြီး အလျား $1\frac{1}{2}$ ရှိသော မြားတစ်စင်းကိုဆွဲပါ။ ထို့နောက် $-2\frac{1}{2}$ ကိုဖော်ပြရန်အတွက် ပထမမြား၏အဆုံးမှတ်၌စ၍ လက်ဝဲဘက်သို့ဦးတည်နေပြီး အလျား $2\frac{1}{2}$ ရှိသော ဒုတိယမြားတစ်စင်းကိုဆွဲပါ။ ထို့နောက် မူလမှတ်၌စ၍ ဒုတိယမြား၏အဆုံးမှတ်တွင် ဆုံးသောတတိယမြားတစ်စင်းကိုဆွဲပါ။ ထိုမြားသည် $-1\frac{1}{2}$ နှင့် $-2\frac{1}{2}$ တို့၏ ပေါင်းလဒ်ကို ဖော်ပြသည်။ ထိုတတိယမြားသည် မူလမှတ်မှစ၍ လက်ဝဲဘက်သို့ ဦးတည်နေပြီး အလျား 4 ယူနစ်ရှိပေရာ ထိုမြားသည် -4 ကိုဖော်ပြသည်။

$\therefore -1\frac{1}{2} + (-2\frac{1}{2}) = -4$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(3)** $-2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}$ ကို ကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ ရှာပါ။

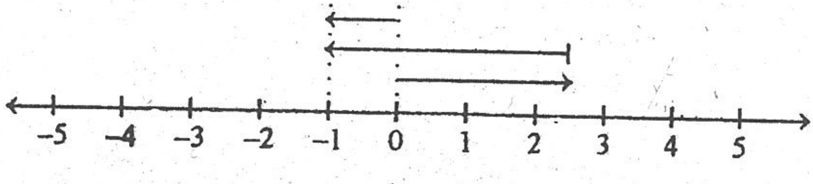


ပုံ (1.10)

ပထမဦးစွာ $-2\frac{1}{2}$ ကိုဖော်ပြရန် 0 မှစ၍ လက်ဝဲဘက်သို့ဦးတည်နေပြီး၊ အလျား $2\frac{1}{2}$ ရှိသောမြားတစ်စင်းဆွဲပါ။ ထို့နောက် $3\frac{1}{2}$ ကိုဖော်ပြရန်အတွက်၊ ပထမမြား၏ အဆုံးမှတ်မှစ၍ လက်ယာဘက်သို့ဦးတည်နေပြီး၊ အလျား $3\frac{1}{2}$ ရှိသော ဒုတိယမြားတစ်စင်းဆွဲပါ။ ထို့နောက် မူလမှတ်၌စ၍ ဒုတိယမြား၏ အဆုံးမှတ်တွင် ဆုံးသော တတိယမြားတစ်စင်းဆွဲပါ။ ထိုတတိယမြားသည် $-2\frac{1}{2}$ နှင့် $+3\frac{1}{2}$ တို့၏ပေါင်းလဒ်ကို ဖော်ပြသည်။ ထိုတတိယမြားသည် မူလမှတ်၌စ၍ လက်ယာဘက်သို့ ဦးတည်နေပြီး အလျား 1 ယူနစ်ရှိပေရာ ထိုမြားသည် +1 ကို ဖော်ပြသည်။

$\therefore\ -2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} = 1$ ဖြစ်သည်။

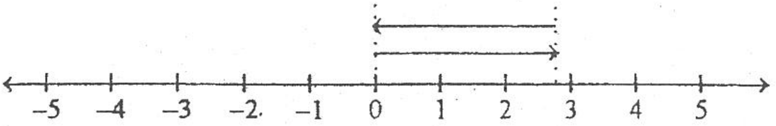
ဥပမာ **(4)** $2\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{2})$ ကို ကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ ရှာပါ။



ပုံ (1.11)

ဥပမာ (3) တွင်စဉ်းစားခဲ့သည့်နည်းအတိုင်း စဉ်းစားခြင်းဖြင့်
$2\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{2}) = -1$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိနိုင်ပေသည်။
(ပုံ 1.11 တွင် ကြည့်ပါ)

ဥပမာ **(5)** $2\frac{3}{4} + (-2\frac{3}{4})$ ကို ကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ ရှာပါ။

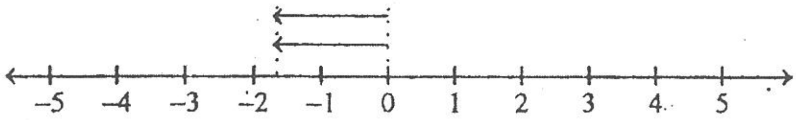


ပုံ (**1.12**)

ပထမဦးစွာ $2\frac{3}{4}$ ကိုဖော်ပြရန် "0" ၌စ၍ အလျား $2\frac{3}{4}$ ယူနစ်ရှိပြီး လက်ယာဘက်သို့ဦးတည်နေသော မြားတစ်စင်းဆွဲပါ။ ထို့နောက် $-2\frac{3}{4}$ ကိုဖော်ပြရန် ပထမမြား၏ အဆုံးမှတ်တွင်စ၍ လက်ဝဲဘက်သို့ဦးတည်နေပြီး၊ အလျား $2\frac{3}{4}$ ရှိသောဒုတိယမြားကိုဆွဲပါ။ထိုအခါဒုတိယမြား၏ အဆုံးမှတ်သည် မူလမှတ်၌ ရောက်ရှိနေကြောင်းတွေ့ရသည်။ ထို့ကြောင့် မူလမှတ်နှင့် ဒုတိယမြား၏ အဆုံးမှတ်တို့ကို ဆက်သော တတိယမြားသည် အမှတ်မြားဖြစ်နေကြောင်း တွေ့ရသည်။ အမှတ်မြားတစ်ခုသည် ရာရှင်နယ်ကိန်း " 0 " ကို ဖော်ပြကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် $2\frac{3}{4} + (-2\frac{3}{4}) = 0$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(6)** $0 + (-1\frac{2}{3})$ ကို ကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ ရှာပါ။



ပုံ (**1.13**)

ပထမဦးစွာ 0 ကို ဖော်ပြရန် မူလမှတ်မှစ၍ မူလမှတ်တွင်ပင်ဆုံးသော အမှတ်မြားကိုဆွဲပါ။ (ထိုအမှတ်မြားကို ပုံ (1.13) တွင် အမှတ်တစ်ခုအဖြစ် ပြထားသည်။) ထို့နောက် $-1\frac{2}{3}$ ကိုဖော်ပြရန် ပထမမြား (အမှတ်မြား)၏ အဆုံးမှတ်တွင်စ၍ လက်ဝဲဘက်သို့ဦးတည်နေပြီး အလျား $1\frac{2}{3}$ ယူနစ်ရှိသော ဒုတိယမြားကိုဆွဲပါ။ ထို့နောက်တစ်ဖန် မူလမှတ်တွင်စ၍ ဒုတိယမြား၏အဆုံးမှတ်တွင်ဆုံးသော တတိယမြားကို ဆွဲပါ။ ထိုတတိယမြားသည် ရှာလိုသော ပေါင်းလဒ်ကိုဖော်ပြသည်။ တတိယမြားသည် အလျား $1\frac{2}{3}$ ယူနစ်ရှိပြီး လက်ဝဲဘက်သို့ ဦးတည်နေရာ ၎င်းသည် $-1\frac{2}{3}$ ကို ဖော်ပြသည်။

$\therefore\ 0 + (-1\frac{2}{3}) = -1\frac{2}{3}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1) တွင် $7\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} = 10\frac{1}{4}$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ခဲ့သည်။

ဤတွင်အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်း၏ပေါင်းလဒ်သည်အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ကြောင်း သတိပြုမိပေမည်။

ထို့ပြင် $\left|7\frac{3}{4}\right| + \left|2\frac{1}{2}\right| = 7\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2}$

$= 10\frac{1}{4}$

$= \left|10\frac{1}{4}\right| = \left|7\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2}\right|$ အရ

ပေါင်းလဒ်၏ပကတိတန်ဖိုးသည် ပေါင်းသည့်ကိန်းတစ်ခုစီ၏ ပကတိတန်ဖိုးများ ပေါင်းလဒ်နှင့်တူညီနေကြောင်း သိရသည်။

ဥပမာ (2) တွင် $-1\frac{1}{2} + (-2\frac{1}{2}) = -4$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ခဲ့သည်။

ဤတွင် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု၏ ပေါင်းလဒ်သည် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု ဖြစ်နေကြောင်း သတိပြုသင့်သည်။

ထို့ပြင် $\left|-1\frac{1}{2}\right| + \left|-2\frac{1}{2}\right| = 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}$

$= 4$

$= |-4|$

$= \left|-1\frac{1}{2} + (-2\frac{1}{2})\right|$ အရ

ပေါင်းလဒ်၏ ပကတိတန်ဖိုးသည် ပေါင်းသည့်ကိန်းတစ်ခုစီ၏ ပကတိတန်ဖိုးများ ပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီနေကြောင်း တွေ့ရသည်။

ဥပမာ (1) နှင့် (2) တို့တွင် တွေ့ရှိရသော အတွေ့အကြုံများသည် အောက်ပါယေဘုယျမှန်ကန်ချက်၏ ဝိသေသအခြေအနေများ ဖြစ်သည်။

"a နှင့် b တို့သည် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုဖြစ်လျှင်၊ ၎င်းတို့၏ ပေါင်းလဒ် a + b သည် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး

$|a + b| = |a| + |b|$ ဖြစ်သည်။

a နှင့် b တို့သည် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုဖြစ်လျှင်၊ ၎င်းတို့၏ပေါင်းလဒ် a + b သည် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး

$|a + b| = |a| + |b|$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (3) တွင် $(-2\frac{1}{2}) + 3\frac{1}{2} = 1$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ခဲ့သည်။

ဤတွင် $\left|-2\frac{1}{2}\right| = 2\frac{1}{2}, \left|3\frac{1}{2}\right| = 3\frac{1}{2}$ ဖြစ်သဖြင့်အပေါင်းကိန်း $3\ \frac{1}{2}$ ၏ ပကတိတန်ဖိုးက အနုတ်ကိန်း $-2\frac{1}{2}$ ၏ ပကတိတန်ဖိုးထက် ပိုကြီးကြောင်းနှင့် ပေါင်းလဒ် 1 သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်နေကြောင်းတို့ကို သတိမူမိနိုင်သည်။

$$\text{ထို့ပြင် } \left|3\frac{1}{2}\right| - \left|-2\frac{1}{2}\right| = 3\frac{1}{2} - 2\ \frac{1}{2}$$

$$= 1$$

$$= |1|$$

$$= \left|-2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}\right| \text{ အရ}$$

ပေါင်းလဒ်၏ ပကတိတန်ဖိုးသည် ပို၍ကြီးသော ပကတိတန်ဖိုးမှ ငယ်သောပကတိတန်ဖိုးနုတ်၍ရသော နုတ်လဒ်နှင့်တူညီနေကြောင်း သတိမူမိနိုင်သည်။

ဥပမာ (4) တွင် $2\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{2}) = -1$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ခဲ့သည်။

ဤတွင် $\left|2\frac{1}{2}\right| = 2\ \frac{1}{2}\ ,\ \left|-3\frac{1}{2}\right| = 3\ \frac{1}{2}$ ဖြစ်သဖြင့် အနုတ်ကိန်း $-3\ \frac{1}{2}$ ၏ ပကတိတန်ဖိုးက အပေါင်းကိန်း $2\ \frac{1}{2}$ ၏ ပကတိတန်ဖိုးထက် ပိုကြီးကြောင်းနှင့် ပေါင်းလဒ် -1 သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်နေကြောင်းတို့ကို သတိမူမိနိုင်ပေသည်။

$$\text{ထို့ပြင် } \left|-3\frac{1}{2}\right| - \left|2\frac{1}{2}\right| = 3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$$

$$= 1$$

$$= |-1|$$

$$= \left|2\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{3})\right| \text{ အရ}$$

ပေါင်းလဒ်၏ ပကတိတန်ဖိုးသည် ပို၍ကြီးသော ပကတိတန်ဖိုးမှ ငယ်သောပကတိတန်ဖိုး နုတ်၍ရသောနုတ်လဒ်နှင့်တူညီကြောင်း သတိမူမိနိုင်ပေသည်။

ဥပမာ (5) တွင် $2\frac{3}{4} + (-2\frac{3}{4}) = 0$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ခဲ့သည်။

ဤတွင် $\left|2\frac{3}{4}\right| = 2\frac{3}{4} = \left|-2\frac{3}{4}\right|$ ဖြစ်ကြောင်း သတိမူမိနိုင်သည်။

ဥပမာ (3), (4) နှင့် (5) တို့တွင်တွေ့ရှိရသောအတွေ့အကြုံများသည် အောက်ပါယေဘုယျမှန်ကန်ချက်များ၏ ဂိသေသဖြစ်ရပ်များဖြစ်သည်။

“ a နှင့် b တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုဖြစ်ပြီး၊ ၎င်းတို့အနက် တစ်ခုသည် အပေါင်းကိန်း၊ ကျန်တစ်ခုသည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်သည်ဆိုပါစို့။”

(i) $|a| = |b|$ ဖြစ်လျှင် $a + b = 0$ ဖြစ်သည်။

(ii) $|a| \neq |b|$ ဖြစ်လျှင်

$a + b$ ၏ လက္ခဏာသည် a နှင့် b တို့အနက် ပကတိတန်ဖိုးများရာ၏ လက္ခဏာနှင့်အတူတူဖြစ်ပြီး၊ $a + b$ ၏ တန်ဖိုးသည် $|a|$ နှင့် $|b|$ တို့အနက်၊ များရာမှ နည်းရာကို နုတ်၍ရသောနုတ်လဒ်နှင့်တူညီသည်။”

ဥပမာ **(6)** တွင် $0 + (-1\frac{2}{3}) = -1\frac{2}{3}$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ခဲ့သည်။

ဤအချက်သည် အောက်ပါယေဘုယျမှန်ကန်ချက်၏ ဝိသေသဖြစ်ရပ်တစ်ခုဖြစ်သည်။

“ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု a နှင့် 0 ၏ ပေါင်းလဒ်သည် a ဖြစ်သည်။”

ရာရှင်နယ်ကိန်းများ ပေါင်းလဒ်ကို အထက်တွင်ဖော်ပြခဲ့သည့် မှန်ကန်ချက်များ အသုံးပြု၍လည်း ရှာယူနိုင်သည်။

ဥပမာ **(7)** $-2\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{5})$ ကို ရှင်းပါ။

ပေးထားသော ကိန်းတစ်ခုစီသည် အနုတ်ကိန်းများဖြစ်သဖြင့် ၎င်းတို့၏ ပေါင်းလဒ်သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်မည်။

ထို့ပြင် $\left|-2\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{5})\right| = \left|-2\frac{1}{2}\right| + \left|-3\frac{1}{5}\right|$

$$= 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{5}$$

$$= \frac{5}{2} + \frac{16}{5} = \frac{25}{10} + \frac{32}{10}$$

$$= \frac{57}{10}$$

$$= 5\frac{7}{10}$$

$\therefore -2\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{5}) = -5\frac{7}{10}$

ဥပမာ **(8)** $-1\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4}$ ကို ရှင်းပါ။

$-1\frac{1}{2}$ သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်၍ $3\frac{3}{4}$ သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

$\left|-1\frac{1}{2}\right| = 1\frac{1}{2}$, $\left|3\frac{3}{4}\right| = 3\frac{3}{4}$

$3\frac{3}{4} > 1\frac{1}{2}$ ဖြစ်သဖြင့် အပေါင်းကိန်း $3\frac{3}{4}$ ၏ ပကတိတန်ဖိုးက ပိုကြီးကြောင်း တွေ့ရသည်။

$\therefore$ ပေါင်းလဒ်သည် အပေါင်းကိန်းတစ်ခုဖြစ်မည်။

ပေါင်းလဒ်၏ ပကတိတန်ဖိုး $= 3\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2}$

$$= \frac{15}{4} - \frac{3}{2}$$

$$= \frac{15}{4} - \frac{6}{4}$$

$$= \frac{9}{4}$$

$$= 2\frac{1}{4}$$

$$\therefore -1\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$$

ဥပမာ **(9)** $2\frac{1}{6} + (-\frac{11}{5})$ ကို ရှင်းပါ။

$$\left|2\frac{1}{6}\right| = 2\frac{1}{6}, \left|-\frac{11}{5}\right| = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$$

$2\frac{1}{5} > 2\frac{1}{6}$ ဖြစ်သဖြင့် အနုတ်ကိန်း $\frac{11}{5}$ ၏ ပကတိတန်ဖိုးက ပိုကြီးကြောင်းတွေ့ရသည်။

$\therefore$ ပေါင်းလဒ်သည် အနုတ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်မည်။

ပေါင်းလဒ်၏ ပကတိတန်ဖိုး $= 2\frac{1}{5} - 2\frac{1}{6} = \frac{11}{5} - \frac{13}{6}$

$$= \frac{66}{30} - \frac{65}{30}$$

$$= \frac{1}{30}$$

$$\therefore 2\frac{1}{6} + (-\frac{11}{5}) = -\frac{1}{30}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (1.5)

1. အောက်ပါတို့ကို ကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ ရှင်းပါ။

(a) $(-2\frac{3}{4}) + (-1\frac{1}{2})$ (b) $-\frac{1}{2} + (+3\frac{1}{4})$

(c) $2 + (-7\frac{1}{2})$

2. အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(a) $-6\frac{1}{4} + (-2\frac{1}{2})$ (b) $-6.25 + (-2.5)$

(c) $-2\frac{5}{7}+(-3\frac{2}{7})$ (d) $-6\frac{1}{4}+(+2\frac{1}{2})$

(e) $-1.75+(2\frac{1}{4})$ (f) $1.407+(-2.004)$

3. အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(a) $(-\frac{11}{5}+3\frac{1}{10})+(-2\frac{1}{6})$

(b) $[-\frac{3}{10}+(-\frac{7}{5})]+(-\frac{3}{25})$

(c) $[-\frac{3}{25}+(-\frac{7}{5})]+\frac{3}{10}$

(d) $(-\frac{3}{5}+\frac{7}{8})+[-3\frac{1}{4}+(-5\frac{1}{3})]$

(e) $[\frac{1}{4}+\left((-\frac{2}{3})+(-\frac{3}{5})\right)]+(-\frac{3}{20})$

1.7 ပေါင်းခြင်းဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိများ

(1) အပေါင်းဆိုင်ရာ ပိတ်ခြင်းဂုဏ်သတ္တိ

ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု a နှင့် b တို့၏ ပေါင်းလဒ် a + b သည် ရာရှင်နယ်ကိန်း တစ်ခုပင် ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1) $\left(-2\frac{2}{3}\right)+3\frac{3}{4}=1\frac{1}{12}$

ဤတွင် $-2\frac{2}{3}$ နှင့် $3\frac{3}{4}$ တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ပြီး၊ ၎င်းတို့၏ ပေါင်းလဒ် $1\frac{1}{12}$ သည်လည်း ရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်နေကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

(2) အပေါင်းဆိုင်ရာ ဖလှယ်ရ ဂုဏ်သတ္တိ

a နှင့် b တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင် a + b = b + a ဖြစ်သည်။

ဆိုလိုသည်မှာ ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု ပေါင်းရာတွင် ၎င်းတို့၏ ရှေ့နောက်အစီအစဉ်သည် အရေးမပါပေ။

ဥပမာ **(2)** $(-2\frac{1}{2})+(-5\frac{1}{3})=-7\frac{5}{6}$

$(-5\frac{1}{3})+(-2\frac{1}{2})=-7\frac{5}{6}$

$\therefore (-2\frac{1}{2})+(-5\frac{1}{3})=(-5\frac{1}{3})+(-2\frac{1}{2})$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

(3) အပေါင်းဆိုင်ရာ ဖက်စပ်ရ ဂုဏ်သတ္တိ

a, b နှင့် c တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင်
$a+(b+c)=(a+b)+c$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(3)** $(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})+(-\frac{1}{2})=\frac{7}{12}+(-\frac{1}{2})=\frac{1}{12}$

$\frac{1}{3}+(\frac{1}{4}+(-\frac{1}{2}))=\frac{1}{3}+(-\frac{1}{4})=\frac{1}{12}$

$\therefore (\frac{1}{3}+\frac{1}{4})+(-\frac{1}{2})=\frac{1}{3}+(\frac{1}{4}+(-\frac{1}{2}))$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

ဖက်စပ်ရ ဂုဏ်သတ္တိအရ $a+(b+c)$ နှင့် $(a+b)+c$ တို့သည် တန်ဖိုးအတူတူဖြစ်ရာ၊ ထိုတန်ဖိုးတို့ကို $a+b+c$ ဟု အလွယ်ရေးလေ့ရှိသည်။

ဖလှယ်ရနှင့် ဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိများအရ၊ သုံးခု(သို့မဟုတ်)ထိုထက်ပိုသော ရာရှင်နယ်ကိန်းများ ပေါင်းရာတွင် ကြိုက်ရာအစီအစဉ် ကြိုက်ရာတွဲနည်းဖြင့် ပေါင်းနိုင်သည်။

(4) အပေါင်းထပ်တူရ ဂုဏ်သတ္တိ

မည်သည့် ရာရှင်နယ်ကိန်း a အတွက်မဆို $0+a=a+0=a$ ဖြစ်သည်။
ဤဂုဏ်သတ္တိအရ " 0 " ကို အပေါင်းထပ်တူရကိန်းဟုခေါ်သည်။

ဥပမာ **(4)** $(-2\frac{3}{5})+0=-2\frac{3}{5}$

$0+(-2\frac{3}{5})=-2\frac{3}{5}$

$\therefore (-2\frac{3}{5})+0=0+(-2\frac{3}{5})=-2\frac{3}{5}$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

(5) အပေါင်းပြောင်းပြန်ဂုဏ်သတ္တိ

+2 ၏ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းသည် -2 ဖြစ်ကြောင်း၊ $-3\frac{1}{2}$ ၏ ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းသည် $+3\frac{1}{2}$ ဖြစ်ကြောင်း သိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။

a သည်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဆိုပါစို့။ ထိုအခါ a သည်အပေါင်းကိန်း(သို့မဟုတ်)အနုတ်ကိန်း (သို့မဟုတ်) သုည ဖြစ်နိုင်သည်။ a သည် မည်သို့ပင်ဖြစ်စေ a ၏ ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းကို -a ဖြင့် ဖော်ပြမည်။

ဤဖော်ပြချက်သည် အပေါင်းကိန်း 2 ၏ ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းဖြစ်သော အနုတ်ကိန်းအား -2 ဟုရေးခဲ့ကြသော အလေ့အထနှင့်လည်း ကိုက်ညီပေသည်။

ထို့ကြောင့် -2 ဟူသော သင်္ကေတသည် အဓိပ္ပာယ်နှစ်မျိုးဆောင်ပေသည်။ တစ်မျိုးမှာ -2 သည် အနုတ်ကိန်း (-2) ဟူသော အဓိပ္ပာယ်ဖြစ်ပြီး၊ ကျန်တစ်မျိုးမှာ -2 သည် 2 ၏ ဆန့်ကျင်ဘက် ကိန်းဟူသော အဓိပ္ပာယ်ဖြစ်သည်။

- (-2) သည် မည်သည့်အဓိပ္ပာယ် ဆောင်သနည်း။

- (- 2) သည် -2 ၏ ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းဟူသော အဓိပ္ပာယ်ရှိပေသည်။

-2 ၏ ဆန့်ကျင်ဘက်သည် 2 ဖြစ်ပေရာ

$-(-2) = 2$ ဖြစ်ပေသည်။

"ယေဘုယျအားဖြင့် မည်သည့်ရာရှင်နယ်ကိန်း a အတွက်မဆို $-(-a) = a$ ဖြစ်သည်။

အပေါင်းပြောင်းပြန်ဂုဏ်သတ္တိမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည်။

> "မည်သည့် ရာရှင်နယ်ကိန်း a အတွက်မဆို
> $a + (-a) = (-a) + a = 0$ ဖြစ်သည်။"

a နှင့် (-a) တို့တွင် တစ်ခုသည် ကျန်တစ်ခု၏ အပေါင်းပြောင်းပြန်ဖြစ်သည်ဟု ပြောလေ့ ရှိသည်။

ဥပမာ (5) $2\frac{1}{7} + (-2\frac{1}{7}) = (-2\frac{1}{7}) + 2\frac{1}{7} = 0$

ဥပမာ (6) $(-3.5) + (-(-3.5)) = (-3.5) + 3.5 = 0$

$(-(-3.5)) + (-3.5) = (3.5) + (-3.5) = 0$

$(-3.5) + (-(-3.5)) = (-(-3.5)) + (-3.5) = 0$

ဥပမာ (7) အပေါင်းပြောင်းပြန် ဂုဏ်သတ္တိနှင့် အပေါင်းဖက်စပ်ရ ဂုဏ်သတ္တိတို့ကိုသုံး၍ 8 + (- 5) ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} 8 + (-5) &= (3 + 5) + (-5) \\ &= 3 + (5 + (-5)) \\ &= 3 + 0 \\ &= 3 \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (1.6)

1. $\frac{2}{3}$ နှင့် $-\frac{1}{3}$ တို့အတွက် အပေါင်းဖလှယ်ရဂုဏ်သတ္တိကို ချိန်ကိုက်ပါ။
2. $\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}$ တို့ကိုသုံး၍ အပေါင်းဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိကို ချိန်ကိုက်ပါ။
3. -1.06, -3.04, 0.27 တို့ကိုသုံး၍ အပေါင်းဖက်စပ်ရ ဂုဏ်သတ္တိကို ချိန်ကိုက်ပါ။
4. အပေါင်းပြောင်းပြန် ဂုဏ်သတ္တိနှင့် အပေါင်းဖက်စပ်ရ ဂုဏ်သတ္တိတို့ကိုသုံး၍ အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $38 + (-27)$ (b) $7.5 + (-3.6)$

(c) $7\frac{1}{4} + (-11\frac{1}{4})$ (d) $\frac{5}{8} + (-\frac{7}{8})$

1.8 ရာရှင်နယ်ကိန်းများ နုတ်ခြင်း

ကိန်းပြည့်များအကြောင်း လေ့လာခဲ့စဉ်က ကိန်းပြည့်နှစ်ခု၏ နုတ်ခြင်းကို အပေါင်း၏ ပြောင်းပြန်လုပ်ထုံးအဖြစ် သတ်မှတ်လေ့လာခဲ့ကြသည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်းများ နုတ်ခြင်းအတွက်လည်း ဤအဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်မျိုးကိုပင် အသုံးပြုသည်။

"a, b, c တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ပြီး $a + b = c$ ဖြစ်လျှင် $c - a = b$ ဟု အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်သည်။"

ထို့ကြောင့် c မှ a နုတ်လျှင်၊ မည်သည့်ကိန်း ရမည်နည်းဟူသော **မေးခွန်း၏** အဖြေမှာ a တွင် မည်သည့်ကိန်းပေါင်းထည့်လျှင် c ရမည်နည်းဟူသော မေးခွန်း၏ အဖြေနှင့် အတူတူပင်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1) $\frac{7}{9} - (-\frac{3}{9}) = ?$

အထက်ပါမေးခွန်းကိုဖြေဆိုရန် $-\frac{3}{9}$ တွင် မည်သည့်ကိန်းပေါင်းထည့်လျှင် $\frac{7}{9}$ ရမည်ကို အဖြေရှာရမည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းနည်းအရ

$-\frac{3}{9} + \frac{10}{9} = \frac{7}{9}$ ဖြစ်သည်။

$\frac{7}{9} - (-\frac{3}{9}) = \frac{10}{9}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) $2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} = ?$

ဤမေးခွန်းကိုဖြေဆိုရန် $3\frac{1}{2}$ တွင် မည်သည့်ကိန်းကို ပေါင်းပေးပါက $2\frac{1}{2}$ ရမည်ကို စဉ်းစားရမည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု ပေါင်းနည်းအရ

$3\frac{1}{2}+(-1)=2\frac{1}{2}$

$2\frac{1}{2}-3\frac{1}{2}=-1$

ဥပမာ (1) တွင် $\frac{7}{9}-(-\frac{3}{9})=\frac{10}{9}$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ခဲ့သည်။

$(-(-\frac{3}{9}))=\frac{3}{9}$

တစ်ဖန် $\frac{7}{9}+(-(-\frac{3}{9}))=\frac{7}{9}+\frac{3}{9}=\frac{10}{9}$ ဖြစ်ပေရာ

$\frac{7}{9}-(-\frac{3}{9})=\frac{7}{9}+(-(-\frac{3}{9}))$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည် .... (1)

ဥပမာ (2) တွင် $2\frac{1}{2}-3\frac{1}{2}=-1$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ခဲ့ရသည်။

တစ်ဖန်ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု ပေါင်းခြင်းအရ

$2\frac{1}{2}+(-3\frac{1}{2})=-1$ ဖြစ်ပေရာ

$2\frac{1}{2}-3\frac{1}{2}=2\frac{1}{2}+(-3\frac{1}{2})$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။ .... (2)

(1) နှင့် (2) တွင် တွေ့ခဲ့ရသော အချက်များသည် အောက်ပါယေဘုယျမှန်ကန်ချက်ကို သရုပ်ဖော်ပေးသည်။

"မည်သည့်ရာရှင်နယ်ကိန်း a နှင့် b အတွက်မဆို $a-b=a+(-b)$ ဖြစ်သည်။"

ဥပမာ **(3)** $\frac{2}{3}-(-\frac{1}{2})$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}-(-\frac{1}{2}) &= \frac{2}{3}+(-(-\frac{1}{2}))\\ &= \frac{2}{3}+\frac{1}{2}\\ &= \frac{7}{6}=1\frac{1}{6}\end{aligned}$$

ဥပမာ **(4)** $-\frac{9}{10}-(-\frac{11}{10})$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned}-\frac{9}{10}-(-\frac{11}{10}) &= -\frac{9}{10}+(-(-\frac{11}{10}))\\ &= -\frac{9}{10}+\frac{11}{10}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}\end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (1.7)

1. အောက်ပါတို့၏ အပေါင်းပြောင်းပြန်ကိန်း (ဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်း)များကို ဖော်ပြပါ။

(a) $\frac{3}{5}$ (b) $-\frac{3}{4}$ (c) -33 (d) $-\frac{11}{17}$ (e) $\frac{13}{1000}$

2. အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(a) $\frac{2}{5} - \frac{1}{5}$ (b) $\frac{7}{9} - (-\frac{2}{9})$ (c) $-3.5 - 2.5$

(d) $-4 - (-\frac{1}{5})$ (e) $9.4 - (-0.01)$ (f) $-\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$

(g) $-87.56 - (-33.41)$ (h) $\frac{17}{25} - (-\frac{4}{25})$

3. အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(a) $(\frac{5}{16} + (-\frac{2}{16})) - (\frac{4}{8} + (-\frac{1}{8}))$

(b) $(0.49 - 1.30) - (0.051 - (7.4))$

(c) $(-\frac{9}{10} + (-\frac{3}{100})) - (-\frac{2}{25} - (-\frac{7}{25}))$

(d) $((\frac{5}{7}) + (-\frac{2}{3})) - (-(\frac{3}{48} + (-\frac{11}{8}))$

1.9 ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုမြှောက်ခြင်း

ကိန်းပြည့်များ မြှောက်ခြင်းကို အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ခဲ့သည့် နည်းအတိုင်း၊ ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု မြှောက်နည်းကို အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်နိုင်သည်။

အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းများသည် အပိုင်းကိန်းများဖြစ်သဖြင့် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု မြှောက်နည်းကို အပိုင်းကိန်းနှစ်ခု မြှောက်နည်းအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်မည်။

အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု၏ မြှောက်လဒ်ကိုမူ အောက်ပါအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်မည်။

"အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု၏ မြှောက်လဒ်သည်အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး၊မြှောက်လဒ်၏ ပကတိတန်ဖိုးသည်မြှောက်ကိန်းတစ်ခုစီ၏ ပကတိတန်ဖိုးများ မြှောက်လဒ်နှင့်ညီသည်။"

ဥပမာ (1) $(-\frac{3}{4}) \times \frac{5}{6}$ ကိုရှင်းပါ။

$$\left|(-\frac{3}{4})\times\frac{5}{6}\right| = \left|-\frac{3}{4}\right|\times\left|\frac{5}{6}\right| = \frac{{}^{1}\cancel{3}}{4}\times\frac{5}{\cancel{6}_{2}} = \frac{5}{8}$$

အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်အရ အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု၏ မြှောက်လဒ်သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်သည်။

$$(-\frac{3}{4}) \times \frac{5}{6} = -\frac{5}{8}$$

အထက်ပါတွက်နည်းကို အတိုချုံး၍ အောက်ပါအတိုင်း တွက်နိုင်သည်။

$$(-\frac{3}{4}) \times \frac{5}{6} = -(\frac{\cancel{3}^{1}}{4} \times \frac{5}{\cancel{6}_2}) = -\frac{5}{8}$$

အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု၏ မြှောက်လဒ်ကို အောက်ပါအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်သည်။

"အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု၏ မြှောက်လဒ်သည် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး၊ မြှောက်လဒ်၏ ပကတိတန်ဖိုးသည် မြှောက်ကိန်းတစ်ခုစီ၏ ပကတိတန်ဖိုးများ မြှောက်လဒ်နှင့် တူညီသည်။"

ဥပမာ (2) $-3\frac{1}{2} \times (-2\frac{3}{4})$ ကို ရှင်းပါ။

$$\left|-3\frac{1}{2} \times (-2\frac{3}{4})\right| = \left|-3\frac{1}{2}\right| \times \left|-2\frac{3}{4}\right|$$

$$= 3\frac{1}{2} \times 2\frac{3}{4} = \frac{7}{2} \times \frac{11}{4}$$

$$= \frac{77}{8} = 9\frac{5}{8}$$

အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်အရ၊ အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု၏ မြှောက်လဒ်သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

$$\therefore -3\frac{1}{2} \times (-2\frac{3}{4}) = 9\frac{5}{8}$$

အတိုနည်း $(-3\frac{1}{2}) \times (-2\frac{3}{4}) = +(3\frac{1}{2} \times 2\frac{3}{4}) = +(\frac{7}{2} \times \frac{11}{4})$

$$= +\frac{77}{8} = +9\frac{5}{8}$$

ဥပမာ (3) $-2.14 \times (-3.01)$ ကို ရှင်းပါ။

$$|-2.14 \times -3.01| = |-2.14| \times |-3.01|$$

$$= 2.14 \times 3.01$$

$$= 6.4414$$

အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်အရ၊ အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု၏ မြှောက်လဒ်သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

$$\therefore -2.14 \times (-3.01) = 6.4414$$

မှတ်ချက်။ ။" 0 " နှင့် မည်သည့်ရာရှင်နယ်ကိန်းကိုမဆို မြှောက်လျှင် မြှောက်လဒ်သည် " 0 " ဖြစ်သည်ဟု အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (1.8)

1. အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$ (b) $2.17 \times (-8)$

(c) $-\frac{3}{4} \times (-6)$ (d) $\frac{4}{5} \times [-\frac{10}{3} \times (-\frac{21}{28})]$

(e) $[-\frac{14}{10} \times (-\frac{5}{7})] \times (-\frac{10}{45})$ (f) $[-3\frac{1}{2} \times (-\frac{1}{5})] \times \frac{5}{7}$

(g) $[\frac{4}{5} \times (-\frac{10}{3})] \times (-\frac{7}{2} + \frac{4}{21})$ (h) $(-7\frac{1}{2}) \times (2\frac{1}{5} \times \frac{4}{3})$

2. အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $(-13.5 + 17.5) \times (-\frac{10}{45})$

(b) $[0.15 \times (-3.45)] \times 0.001$

(c) $(-3\frac{1}{5} + 7\frac{2}{5}) \times 2.75$

(d) $(-13\frac{1}{3} \times \frac{17}{18}) \times 5.5$

(e) $-\frac{1}{8} \times [-0.125 \times (-\frac{8}{15})]$

(f) $[2\frac{1}{2} - (-1\frac{1}{4})] \times (-1\frac{1}{3})$

(g) $[\frac{4}{9} + (-\frac{1}{3})] \times (-0.06 \times \frac{1}{2})$

(h) $[-\frac{15}{32} - (-\frac{5}{16})] \times [-\frac{9}{10} - (-\frac{4}{5})]$

1.10 လှန်ကိန်း

အပိုင်းကိန်းဟု သိခဲ့သော အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု၏ လှန်ကိန်းအကြောင်း လေ့လာခဲ့ကြပြီ။ ဥပမာအားဖြင့် $\frac{2}{3}$ ၏လှန်ကိန်းသည် $\frac{3}{2}$ ဖြစ်ကြောင်း သိခဲ့ရသည်။ အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းများအတွက်လည်း လှန်ကိန်းကို ဤနည်းအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်သည်။ ဥပမာအားဖြင့် $-\frac{2}{3}$ ၏ လှန်ကိန်းသည် $-\frac{3}{2}$ ဖြစ်၍ $-\frac{11}{5}$ ၏ လှန်ကိန်းသည် $-\frac{5}{11}$ ဖြစ်သည်။ သုညမှတစ်ပါး ရာရှင်နယ်ကိန်းတိုင်းတွင် လှန်ကိန်းရှိသည်။ သုညမဟုတ်သော ကိန်း a ၏ လှန်ကိန်းကို $\frac{1}{a}$ ဖြင့် ဖော်ပြလေ့ရှိသည်။

1.11 ရာရှင်နယ်ကိန်းများ စားခြင်း

ကိန်းပြည့်နှစ်ခုစားခြင်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်တွင် အစားကို အမြှောက်၏ ပြောင်းပြန်လုပ်ထုံးအဖြစ် အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ခဲ့သည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု စားရာတွင်လည်း ဤနည်းအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်သည်။

"a နှင့် b တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ပြီး $b \neq 0$ ဆိုပါစို့။ $b \times n = a$ ဖြစ်လျှင် $a \div b = n$ ဟု အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်သည်။"

ဤအဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်အရ a ကို b နှင့်စားလျှင် မည်မျှရမည်နည်းဟူသော မေးခွန်း၏ အဖြေမှာ b နှင့်မည်သည့်ကိန်းမြှောက်လျှင် a ရမည်နည်းဟူသော မေးခွန်းနှင့် အတူတူပင်ဖြစ်သည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုအား " 0 " နှင့်စားခြင်းကို အဓိပ္ပာယ် သတ်မှတ်မထားပေ။

ဥပမာ (1) $\frac{4}{5} \div \frac{1}{10} = 8$ (အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် $\frac{1}{10} \times 8 = \frac{4}{5}$)

ဥပမာ (2) $-3 \div (-\frac{1}{7}) = 21$ (အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် $(-\frac{1}{7}) \times 21 = -3$)

ဥပမာ (3) $\frac{2}{3} \div (-\frac{2}{5}) = -\frac{5}{3}$ (အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် $-\frac{2}{5} \times (-\frac{5}{3}) = \frac{2}{3}$)

ဆက်လက်၍ အောက်ပါမြှောက်ခြင်းဆိုင်ရာ ဥပဒေများကို လေ့လာကြည့်ကြစို့။

ဥပမာ (4) $\frac{4}{\cancel{5}_1} \times \frac{\cancel{10}^2}{1} = \frac{8}{1} = 8$

ဥပမာ (5) $-3 \times (-\frac{7}{1}) = (3 \times \frac{7}{1}) = 21$

ဥပမာ (6) $\frac{2}{3} \times (-\frac{5}{2}) = -(\frac{^1\cancel{2}}{3} \times \frac{5}{\cancel{2}_1}) = -\frac{5}{3}$

ဥပမာ (1) နှင့် (4)၊ ဥပမာ (2) နှင့် (5)၊ ဥပမာ (3) နှင့် (6) တို့မှ ရလဒ်များကို နှိုင်းယှဉ်လေ့လာလျှင်

$\frac{4}{5} \div \frac{1}{10} = \frac{4}{5} \times \frac{10}{1}$

$-3 \div (-\frac{1}{7}) = -3 \times (-\frac{7}{1})$

$\frac{2}{3} \div (-\frac{2}{5}) = \frac{2}{3} \times (-\frac{5}{2})$ ဖြစ်ကြောင်းတို့ကို တွေ့ရမည်။

"ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုအား၊သုညမဟုတ်သောရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့်စားလျှင် ရမည့်စားလဒ်သည် ပထမရာရှင်နယ်ကိန်းကို ဒုတိယရာရှင်နယ်ကိန်း၏ လှန်ကိန်းဖြင့် မြှောက်၍ ရသောမြှောက်လဒ်နှင့် တူညီသည်။"

အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု၏ လှန်ကိန်းသည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်ပြီး၊ **အနုတ်ရာရှင်နယ်** ကိန်းတစ်ခု၏ လှန်ကိန်းသည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်သည်ဟူသော အချက်နှင့်ရာရှင်နယ်ကိန်းများ မြှောက်ခြင်းတွင် တွေ့ခဲ့သော အတွေ့အကြုံများကို ဆက်စပ်စဉ်းစားခြင်းမှ အောက်ပါတို့ကို သိရှိရသည်။

(1) အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့်စားလျှင်စားလဒ်သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

(2) အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့်စားလျှင် စားလဒ်သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

(3) အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့်စားလျှင် စားလဒ်သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်သည်။

(4) အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့်စားလျှင် စားလဒ်သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်သည်။

ဥပမာ (7) $(-\frac{3}{4}) \div \frac{9}{10}$ ကိုရှင်းပါ။

$$(-\frac{3}{4}) \div \frac{9}{10} = (-\frac{3}{4}) \times \frac{10}{9}$$
$$= (-\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{4}_{2}} \times \frac{\cancel{10}^{5}}{\cancel{9}_{3}})$$
$$= -\frac{5}{6}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (1.9)

1. အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $2\frac{1}{2} \div (-\frac{1}{5})$ (b) $-\frac{5}{24} \div \frac{2}{5}$

(c) $(-\frac{3}{5}) \div (-\frac{4}{15})$ (d) $-2\frac{3}{4} \div 3\frac{1}{8}$

(e) $-2.25 \div 3$ (f) $-26.04 \div 1.2$

1.12 မြှောက်ခြင်းဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိများ

ရာရှင်နယ်ကိန်းများမြှောက်ခြင်းသည် အောက်ပါဥပဒေများကို လိုက်နာသည်။

(1) အမြှောက်ဆိုင်ရာ ပိတ်ခြင်းဂုဏ်သတ္တိ

a နှင့် b တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင် မြှောက်လဒ် $a \times b$ သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(1)** $\frac{7}{2} \times (-\frac{15}{7}) = -\frac{15}{2}$

ဤတွင် ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုဖြစ်သော $\frac{7}{2}$ နှင့် $-\frac{15}{7}$ တို့၏ မြှောက်လဒ် $-\frac{15}{2}$ လည်း ရာရှင်နယ်ကိန်း တစ်ခုဖြစ်ကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

(2) အမြှောက်ဆိုင်ရာ ဖလှယ်ရဂုဏ်သတ္တိ

> a နှင့် b တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင်
> $a \times b = b \times a$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(2)** $2.5 \times (-2.3) = -5.75$

$(-2.3) \times (2.5) = -5.75$

$\therefore$ $2.5 \times (-2.3) = (-2.3) \times 2.5$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့နိုင်သည်။

(3) အမြှောက်ဆိုင်ရာ ဖက်စပ်ရ ဂုဏ်သတ္တိ

> a, b နှင့် c တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင်
> $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ ဖြစ်သည်။

ဖက်စပ်ရ ဂုဏ်သတ္တိအရ $a \times (b \times c)$ နှင့် $(a \times b) \times c$ တို့သည် တန်ဖိုးအတူတူဖြစ်ရာ၊ ၎င်းတို့ကို $a \times b \times c$ ဟု အလွယ်ဖော်ပြလေ့ရှိသည်။

ဥပမာ **(3)** $\frac{12}{5}\times((-\frac{7}{3})\times(-\frac{10}{21})) = \frac{12}{5}\times\frac{10}{9} = \frac{8}{3}$

$(\frac{12}{5}\times(-\frac{7}{3}))\times(-\frac{10}{21}) = (-\frac{28}{5})\times(-\frac{10}{21}) = \frac{8}{3}$

$\therefore$ $\frac{12}{5}\times((-\frac{7}{3})\times(-\frac{10}{21})) = (\frac{12}{5}\times(-\frac{7}{3})\times(-\frac{10}{21})$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

(4) အမြှောက်ဆိုင်ရာ ထပ်တူရဂုဏ်သတ္တိ

> a သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင်
> $1 \times a = a \times 1 = a$ ဖြစ်သည်။

1 ကို အမြှောက်ထပ်တူရကိန်းဟု ခေါ်သည်။

ဥပမာ (4) $(-2.718) \times 1 = 1 \times (-2.718) = -2.718$

(5) အမြှောက်ဆိုင်ရာ ပြောင်းပြန်ဂုဏ်သတ္တိ

a သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင်
$a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (5) $-\frac{3}{2} \times \frac{1}{-\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2} \times (-\frac{2}{3}) = 1$

$\frac{1}{-\frac{3}{2}} \times -\frac{3}{2} = -\frac{2}{3} \times (-\frac{3}{2}) = 1$

(6) ဖြန့်ဝေရ ဂုဏ်သတ္တိ

a, b နှင့် c တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင်
$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (6) $\frac{1}{2}\times((-\frac{1}{3})+\frac{1}{4}) = \frac{1}{2}\times(-\frac{1}{12}) = -\frac{1}{24}$

$(\frac{1}{2}\times(-\frac{1}{3}))+(\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}) = -\frac{1}{6}+\frac{1}{8} = -\frac{1}{24}$

$\therefore$ $\frac{1}{2}\times((-\frac{1}{3})+\frac{1}{4}) = (\frac{1}{2}\times(-\frac{1}{3}))+(\frac{1}{2}\times\frac{1}{4})$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့နိုင်သည်။

ဥပမာ (7) $(-\frac{3}{2}\times\frac{5}{4})+(-\frac{3}{2}\times\frac{3}{4})$ ကို ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိသုံးပြီး ဖြေရှင်းပါ။

$(-\frac{3}{2}\times\frac{5}{4})+(-\frac{3}{2}\times\frac{3}{4})$

$= -\frac{3}{2}\times(\frac{5}{4}+\frac{3}{4}) = -\frac{3}{2}\times 2 = -3$

လေ့ကျင့်ခန်း (1.10)

1. $\frac{34}{10}$ နှင့် $-\frac{9}{5}$ တို့ကိုသုံး၍ အမြှောက်ဖလှယ်ရဂုဏ်သတ္တိမှန်ကန်ကြောင်း ချိန်ကိုက်ပါ။
2. -0.03, -0.04, -0.05 တို့ကိုသုံး၍ အမြှောက်ဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိ မှန်ကန်ကြောင်း ချိန်ကိုက်ပါ။
3. $(\frac{3}{2}\times(-\frac{1}{8}))+(\frac{3}{2}\times\frac{3}{4})$ ကို ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိသုံးပြီး ရှင်းပါ။

1.13 ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ အခြားဂုဏ်သတ္တိများ

ရာရှင်နယ်ကိန်းများ ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်း၊ မြှောက်ခြင်း၊ စားခြင်းဟူသော လုပ်ထုံးများကို သိခဲ့ကြပြီ။ ယခုဆက်လက်၍ ရာရှင်နယ်ကိန်းများနှင့်သက်ဆိုင်သည့် သိအပ်ဖွယ်ရာအချက်အလက်အချို့ကို လေ့လာကြမည်။ ရှေးဦးစွာအောက်ပါဥပမာများကို လေ့လာကြည့်ကြစို့။

ဥပမာ (1) $-\frac{3}{2}=\frac{-3}{2}$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

$2\times(-\frac{3}{2})=-3$ (ရာရှင်နယ်ကိန်းများ မြှောက်နည်းအရ)

$\therefore$ $-\frac{3}{2}=(-3)\div 2$ (အစား၏ အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်အရ)

$\therefore$ $-\frac{3}{2}=\frac{-3}{2}$

ဥပမာ (2) $-\frac{3}{2}=\frac{3}{-2}$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

$(-2)\times(-\frac{3}{2})=3$ (ရာရှင်နယ်ကိန်းများမြှောက်နည်းအရ)

$\therefore$ $(-\frac{3}{2})=3\div(-2)$ (အစား၏အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်အရ)

$\therefore$ $-\frac{3}{2}=\frac{3}{-2}$

အထက်ပါဥပမာများအရ

$-\frac{3}{2}=\frac{-3}{2}=\frac{3}{-2}$ ဖြစ်ကြောင်းသိရသည်။

ထို့အတူ $-\frac{7}{5}=\frac{-7}{5}=\frac{7}{-5}$ ဖြစ်ကြောင်း ပြ၍ရသည်။

ဤတွေ့ရှိချက်များသည် စင်စစ်အားဖြင့် အောက်ပါယေဘုယျမှန်ကန်ချက်၏ ဥပမာများပင် ဖြစ်သည်။

"a နှင့် b တို့သည် အပေါင်းကိန်းပြည့်များဖြစ်ကြလျှင် $-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}$ ဖြစ်သည်။"

အထက်ပါဥပမာများတွင် စဉ်းစားခဲ့သည့်နည်းကိုအတုယူ၍ $\frac{-3}{-4}=\frac{3}{4}$, $\frac{-8}{-9}=\frac{8}{9}$ ဖြစ်ကြောင်းတို့ကိုပြနိုင်သည်။

ယေဘုယျအားဖြင့်

"a နှင့် b တို့သည် အပေါင်းကိန်းပြည့်များဖြစ်လျှင် $\frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}$ ဖြစ်သည်။"

အထက်တွင် တွေ့ရှိခဲ့သောအချက်များအရ ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုသည် ကိန်းပြည့်တစ်ခုကို သုညမဟုတ်သော ကိန်းပြည့်တစ်ခုနှင့်စားထားသော ပုံစံဖြင့်ဖော်ပြ၍ရသော ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ကြောင်း သိရှိရလေသည်။ ထို့ကြောင့် x သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင် x ကို အောက်ပါပုံစံမျိုးဖော်ပြ၍ ရလေသည်။

"$x = \frac{a}{b}$ ဤတွင် a နှင့် b သည် ကိန်းပြည့်များဖြစ်ပြီး $b \neq 0$ ဖြစ်လေသည်။

ဆက်လက်၍ အောက်ပါဥပမာများကို လေ့လာကြည့်ကြစို့။

ဥပမာ **(3)** $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ ဖြစ်ကြောင်း ပြပါ။

$$\begin{array}{ccc} 2 & & 4 \\ & \times & \\ 3 & & 6 \end{array}$$

တစ်ဖက်တွင်ပြထားသည့်အတိုင်း ကိန်းများကို ကြက်ခြေခတ်တွဲ၍မြှောက်ကြည့်လျှင်

$2 \times 6 = 12, 3 \times 4 = 12,$

$\therefore$ $2 \times 6 = 3 \times 4$ ဖြစ်ကြောင်းသိရသည်။

ဥပမာ **(4)** $\frac{-3}{2} = \frac{3}{-2}$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

ဤတွင် ကိန်းများကို ကြက်ခြေခတ်တွဲ၍ မြှောက်ကြည့်လျှင်

$(-3) \times (-2) = 6, 2 \times 3 = 6$

$\therefore$ $(-3) \times (-2) = 2 \times 3$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

ဤတွေ့ရှိချက်များသည် စင်စစ်အားဖြင့် အောက်ပါယေဘုယျမှန်ကန်ချက်ကို သရုပ်ဖော်သော ဥပမာများပင်ဖြစ်သည်။

"a, b, c, d တို့သည် ကိန်းပြည့်များဖြစ်ပြီး $b \neq 0, d \neq 0$ ဆိုပါစို့။ ထိုအခါ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ဖြစ်လျှင် $ad = bc$ ဖြစ်သည်။ အပြန်အလှန်အားဖြင့် $ad = bc$ ဖြစ်လျှင် $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ဖြစ်သည်။"

အပိုင်းကိန်းများအကြောင်း လေ့လာခဲ့စဉ်က မတူညီသောအပိုင်းကိန်းနှစ်ခုကြားတွင် အပိုင်းကိန်းတစ်ခုအမြဲရှာနိုင်ကြောင်း တွေ့ခဲ့သည်။ ထို့အတူ မတူညီသော ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုကြားတွင် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု အမြဲရှာ၍ရသည်။ တစ်ဖန် အပိုင်းကိန်းတစ်ခုကဲ့သို့ပင် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို အဆုံးသတ်ရှိသော ဒသမကိန်းဖြင့်သော်လည်းကောင်း၊ အဆုံးမသတ်သော ပြန်ထပ် ဒသမကိန်းဖြင့်သော်လည်းကောင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (1.11)

1. အောက်ပါတို့တွင် ပေးထားသော ရာရှင်နယ်ကိန်းများအနက် မည်သည်တို့သည် တူညီကြသနည်း။

(a) $-\frac{9}{4}, \frac{-9}{-4}, \frac{-9}{4}, \frac{9}{-4}, 2\frac{1}{4}, -2\frac{1}{4}$

(b) $-100, \frac{100}{1}, \frac{-100}{-1}, \frac{-100}{1}, 100$

2. အောက်ပါတို့ကို အမှားအမှန် ဆုံးဖြတ်ပါ။

(a) $\frac{-6}{5} = -\frac{6}{5}$

(b) $\frac{-7}{5} = \frac{7}{-5}$

(c) $\frac{-3}{-4} = \frac{3}{-4}$

(d) $\frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$

(e) $\frac{-5}{-2} = \frac{-5}{2}$

(f) $\frac{-5}{-2} = 2.5$

(g) $\frac{9}{-2} = -\frac{9}{2}$

(h) $\frac{29}{-5} = -5.8$

အခန်း (2)

ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ ထပ်ညွှန်းများ

ကိန်းပြည့်များ၏ ထပ်ကိန်းများအကြောင်းကို လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်ပေသည်။ ကိန်းပြည့်များ၏ ထပ်ကိန်းဆိုင်ရာ လုပ်ထုံးလုပ်နည်းများအတိုင်း ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ဆက်၍လေ့လာကြမည်။

2.1 အခြေကိန်းနှင့် ထပ်ညွှန်း

ကိန်းပြည့်များ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများ၊ သုံးထပ်ကိန်းများနှင့် အဆင့်မြင့်ထပ်ကိန်းများအကြောင်း လေ့လာခဲ့ရာတွင် 3^2 ကို 3 နှစ်ထပ်၊ (သို့မဟုတ်)3 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းဟု ဖတ်ခဲ့သည်။ 3^2 ကို အကျယ်ဖြန့်ရေးသောအခါ 3×3 ဟု ရေးသည်။ ထို့ကြောင့် $3^2 = 3 \times 3$ ဖြစ်သည်။

ထိုနည်းတူစွာ $(-6)^3 = (-6) \times (-6) \times (-6)$ ဖြစ်သည်။

3^2 တွင် **3** သည် အခြေကိန်းဖြစ်၍ **2** သည် ထပ်ညွှန်းဖြစ်သည်။

$\mathbf{(-6)^3}$ တွင် **(-6)** သည် အခြေကိန်းဖြစ်၍ **3** သည် ထပ်ညွှန်းဖြစ်သည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို နှစ်ကြိမ်ဆက်မြှောက်လျှင် ထိုရာရှင်နယ်ကိန်း၏ နှစ်ထပ်ကိန်းကို ရသည်။ ဥပမာ $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$ သည် $\frac{2}{3}$ ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းဖြစ်၍ $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ ဟု ရေးမည်။

အကျယ်ဖြန့်ရေး၍တွက်သော်

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3}\times\frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

အထက်ပါနည်းအတိုင်း ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ အဆင့်မြင့်သောထပ်ကိန်းများကို အကျယ်ဖြန့်၍တွက်နိုင်သည်။

ဥပမာ $\left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4} = \frac{243}{2024}$

$$\left(-\frac{5}{6}\right)^3 = (-\frac{5}{6})\times(-\frac{5}{6})\times(-\frac{5}{6}) = \frac{-125}{216}$$

ယေဘုယျအားဖြင့် b သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး m သည် သဘာဝကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင် b^m သည် b ကို m အကြိမ်မြှောက်ထားသော မြှောက်လဒ်ပင်ဖြစ်သည်။

သင်္ကေတဖြင့်

$b^m = b\times b\times b\times ....\times b$ (m အကြိမ်မြှောက်ထားခြင်း)

ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ ထပ်ကိန်းများကို စဉ်းစားရာတွင် ထပ်ညွှန်း (1) ဖြစ်လျှင်၊ ထိုထပ်ညွှန်း (1) ကို ရေးလေ့မရှိပေ။

ဥပမာ

$$\left(\frac{16}{7}\right)^1 = \frac{16}{7}, \left(\frac{-8}{15}\right)^1 = \frac{-8}{15}$$

ဥပမာ **(1)** $\left(\frac{-5}{6}\right)^3$ ၏ အခြေကိန်းနှင့်ထပ်ညွှန်းကိုရေးပါ။

အခြေကိန်းသည် $-\frac{5}{6}$

ထပ်ညွှန်းသည် 3

ဥပမာ **(2)** $(\frac{4}{5})\times(\frac{4}{5})\times(\frac{4}{5})\times(\frac{4}{5})\times(\frac{4}{5})$ ကို ထပ်ညွှန်းပါသော ပုံစံသို့ပြောင်းပါ။

$$(\frac{4}{5})\times(\frac{4}{5})\times(\frac{4}{5})\times(\frac{4}{5})\times(\frac{4}{5}) = \left(\frac{4}{5}\right)^5$$

ဥပမာ **(3)** $\frac{16}{81}$ ကို ထပ်ညွှန်းပါသောပုံစံဖြင့် နှစ်မျိုးရေးပြပါ။

$$\frac{16}{81}=\frac{4\times4}{9\times9}=\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}=\left(\frac{4}{9}\right)^2$$

(တစ်နည်း)

$$\frac{16}{81}=\frac{2\times2\times2\times2}{3\times3\times3\times3}$$

$$=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$$

$$=\left(\frac{2}{3}\right)^4$$

ဥပမာ **(4)** $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ ၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$$

$$=\frac{16}{81}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (2.1)

1. အောက်ပါတို့၏ အခြေကိန်းနှင့်ထပ်ညွှန်းတို့ကို ရေးပါ။

(a) $\left(\frac{3}{4}\right)^4$ (b) 2^6 (c) $\left(-\frac{5}{4}\right)^3$

(d) 7^5 (e) $\left(\frac{11}{8}\right)^2$ (f) $\left(-\frac{5}{7}\right)^5$

(g) $\left(-\frac{5}{6}\right)^{20}$ (h) $\frac{7}{5}$ (i) $\left(\frac{132}{143}\right)^2$

2. အောက်ပါတို့ကို ထပ်ညွှန်းပုံစံသို့ပြောင်းရေးပါ။

(a) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

(b) $(\frac{-8}{5}) \times (\frac{-8}{5}) \times (\frac{-8}{5})$

(c) $\frac{21}{11} \times \frac{21}{11} \times \frac{21}{11} \times \frac{21}{11} \times \frac{21}{11} \times \frac{21}{11}$

(d) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$

(e) $(2.07) \times (2.07) \times (2.07) \times (2.07)$

(f) $(-5.5) \times (-5.5) \times (-5.5) \times (-5.5)$

(g) $37 \times 37 \times 37 \times 37 \times 37$

(h) $\frac{25}{4}$

3. (a) $\frac{81}{625}$ ကို ထပ်ညွှန်းပါသောပုံစံဖြင့် နှစ်မျိုးရေးပြပါ။

(b) $\frac{1}{64}$ ကို ထပ်ညွှန်းပါသောပုံစံဖြင့် နှစ်မျိုးရေးပြပါ။

4. အောက်ပါတို့၏တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

(a) $\left(\frac{4}{3}\right)^2$ (b) $\left(-\frac{7}{8}\right)^2$ (c) 2^6

(d) $\left(\frac{11}{8}\right)^2$ (e) $(-3)^7$ (f) $(-1.3)^2$

(g) $\left(-\frac{6}{7}\right)^3$ (h) $\left(-\frac{11}{12}\right)^4$ (i) $(2.5)^3$

2.2 အခြေတူထပ်ကိန်းများ မြှောက်ခြင်း

ကိန်းပြည့်အခြေရှိသော ထပ်ကိန်းများ အချင်းချင်းမြှောက်ခြင်းနှင့်ပတ်သက်၍ အခြေကိန်းနှင့် ထပ်ညွှန်းများဆိုင်ရာ ဥပဒေသအချို့ကို နားလည်ခဲ့ကြပြီ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ $(-3)^5 \times (-3)^2$ ကို ရှာပါ။

$$(-3)^5 = (-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)$$

$$(-3)^2 = (-3)\times(-3)$$

ဤနည်းဖြင့် $(-3)^5 \times (-3)^2 = (-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)$

တစ်ဖန် $(-3)^7$ ကို ရှာကြည့်ပါ။

$$(-3)^7 = (-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)$$

ဤအချက်များမှ တွေ့ရှိမှတ်သားနိုင်သည်မှာ

$(-3)^5 \times (-3)^2 = (-3)^{5+2} = (-3)^7$ ဖြစ်သည်။

အထက်ပါနည်းအတိုင်း $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ နှင့် $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ တို့ကို ရှာကြည့်ကြမည်။

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$$

ဤနည်းဖြင့်

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4\times\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$$

တစ်ဖန် $\left(\frac{2}{3}\right)^7$ ကို ရှာကြည့်ပါ။

$$\left(\frac{2}{3}\right)^7 = \frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$$

ဤအချက်များမှ တွေ့ရှိမှတ်သားနိုင်သည်မှာ

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4\times\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{4+3} = \left(\frac{2}{3}\right)^7$$

ယေဘုယျအားဖြင့် အောက်ပါမှန်ကန်ချက်ကို ရရှိသည်။

အခြေတူသော ထပ်ကိန်းများကို မြှောက်လျှင် အခြေကို မူလအတိုင်းထား၍ ထပ်ညွှန်းများကို ပေါင်းရ၏။

သင်္ကေတဖြင့် ဖော်ပြရလျှင် b သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်၍ m နှင့် n တို့သည် သဘာဝကိန်းများဖြစ်ကြလျှင်

$b^m \times b^n = b^{m+n}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(1)** $\left(\frac{4}{5}\right)^3 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2$ ကိုရှင်းပါ။

$\left(\frac{4}{5}\right)^3 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2$ တွင် အခြေကိန်း $(\frac{4}{5})$ ချင်း တူညီသောကြောင့် ထပ်ညွှန်း 3 နှင့် 2 ကို ပေါင်းနိုင်သည်။

$$\left(\frac{4}{5}\right)^3 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^{3+2}$$

$$= \left(\frac{4}{5}\right)^5$$

$$= \frac{1024}{3125}$$

ဥပမာ **(2)** $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$ ကိုရှင်းပါ။

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^{5+3+1}$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^9$$

$$= -\frac{1}{512}$$

ဥပမာ **(3)** $\left(\frac{5}{3}\right)^3 \times \left(\frac{5}{3}\right)^6 = \left(\frac{5}{3}\right)^9$ မှန်ကန်ကြောင်း သက်သေပြပါ။

လက်ဝဲဘက် $= \left(\frac{5}{3}\right)^3 \times \left(\frac{5}{3}\right)^6$

$$= \left(\frac{5}{3}\right)^{3+6}$$

$$= \left(\frac{5}{3}\right)^9$$

$\therefore$ လက်ဝဲဘက် = လက်ယာဘက်

လေ့ကျင့်ခန်း (2.2)

1. အောက်ဖော်ပြပါ ညီမျှခြင်းများ မှန်ကန်ကြောင်း သက်သေပြပါ။

(a) $2^3 \times 2^6 = 2^9$

(b) $\left(\frac{-5}{6}\right)^2 \times \left(\frac{-5}{6}\right)^3 = \left(\frac{-5}{6}\right)^5$

(c) $(-3)^4 \times (-3)^2 = (-3)^6$

2. အောက်ပါအချက်များကို မှား/မှန် စိစစ်ပါ။

(a) $2^3 \times 2^4 = 2^{12}$

(b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^9 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^5 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{14}$

(c) $\left(\frac{3}{7}\right)^{10} = \left(\frac{3}{7}\right)^2 \times \left(\frac{3}{7}\right)^8$

(d) $(-5)^8 \times (-5)^3 = (-5)^{24}$

(e) $(3.1)^4 \times (3.1) = (3.1)^5$

(f) $7^9 \times 7^3 \times 7 = 7^{13}$

3. အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $3^2 \times 3^3$

(b) $(-10)^3 \times (-10)^2$

(c) $\left(\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right)^4$

(d) $\left(-\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(-\frac{4}{5}\right)^3 \times \left(-\frac{4}{5}\right)$

(e) $\left(\frac{5}{7}\right)^2 \times \left(\frac{5}{7}\right) \times \left(\frac{5}{7}\right)^3$

(f) $(1.2) \times (1.2)^3$

2.3 အခြေတူထပ်ကိန်းများစားခြင်း

ဥပမာ $(-2)^6 \div (-2)^2$ ကို ရှာပါ

$(-2)^6 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 64$

$(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$

$$\therefore \frac{(-2)^6}{(-2)^2} = \frac{64}{4} = 16$$

တစ်ဖန် $(-2)^4$ ၏ တန်ဖိုးကို ရှာကြည့်ပါ။

$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$

ဤဖော်ပြချက်များမှ တွေ့ရှိရသည်မှာ

$$\frac{(-2)^6}{(-2)^2} = (-2)^{6-2} = (-2)^4$$ ဖြစ်သည်။

အထက်ပါနည်းအတိုင်း $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$ ကို $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ ဖြင့် စားကြည့်ပါ။

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^5 = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= -\frac{1}{32}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = (-\frac{1}{2})\times(-\frac{1}{2})\times(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{8}$$

$$\therefore \frac{(-\frac{1}{2})^5}{(-\frac{1}{2})^3} = \frac{-\frac{1}{32}}{-\frac{1}{8}}$$

$$= \frac{1}{32} \times \frac{8}{1}$$

$$= \frac{1}{4}$$

တစ်ဖန် $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$ ၏ တန်ဖိုးကို ရှာကြည့်ပါ။

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

ဤဖော်ပြချက်များမှ တွေ့ရှိရသည်မှာ

$$\frac{(-\frac{1}{2})^5}{(-\frac{1}{2})^3} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$ ဖြစ်သည်။

ယေဘုယျအားဖြင့် အောက်ပါမှန်ကန်ချက်ကို ရရှိသည်။

အခြေတူသောထပ်ကိန်းများစားလျှင်အခြေကို မူလအတိုင်းထား၍ ပိုင်းဝေ၏ထပ်ညွှန်းသည်ပိုင်းခြေ၏ထပ်ညွှန်းထက်ကြီးလျှင်ပိုင်းဝေ၏ထပ်ညွှန်းမှ ပိုင်းခြေ၏ထပ်ညွှန်းကို နုတ်ရ၏။

သင်္ကေတအားဖြင့် ဖော်ပြရလျှင် b သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်၍ m နှင့် n တို့သည် သဘာဝကိန်းများဖြစ်ကြပြီး $m > n$ ဖြစ်လျှင်

$$\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}$$ ဖြစ်သည်။

အထက်ပါအချက်ကိုအမြဲမှန်သည်ဟုယူဆပြီး၊ ပိုင်းဝေ၏ထပ်ညွှန်းသည်ပိုင်းခြေ၏ ထပ်ညွှန်း အောက်ငယ်လျှင် အောက်ပါဥပမာကို လေ့လာကြည့်ကြစို့။

$\left(\frac{1}{5}\right)^3 \div \left(\frac{1}{5}\right)^5$ ကို ရှာကြည့်ပါ။

$$\frac{(\frac{1}{5})^3}{(\frac{1}{5})^5} = \left(\frac{1}{5}\right)^{3-5}$$

$$\frac{(\frac{1}{5})^3}{(\frac{1}{5})^5} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$$

တစ်ဖန် $\dfrac{(\frac{1}{5})^3}{(\frac{1}{5})^5} = \dfrac{\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}}{\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}}$

$$= \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}}$$

$$\frac{(\frac{1}{5})^3}{(\frac{1}{5})^5} = \frac{1}{(\frac{1}{5})^2}$$

ဤဖော်ပြချက်မှ တွေ့ရှိရသည်မှာ

$\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \dfrac{1}{(\frac{1}{5})^2}$ ဖြစ်သည်။

သင်္ကေတဖြင့် ဖော်ပြရလျှင် b သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး n သည် သဘာဝကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင် b^{-n} ကို အောက်ပါအတိုင်း ရေးနိုင်သည်။

$$b^{-n} = \frac{1}{b^n}$$

အကယ်၍ ပိုင်းဝေ၏ထပ်ညွှန်းသည် ပိုင်းခြေ၏ထပ်ညွှန်းနှင့် ညီခဲ့လျှင် အောက်ပါဥပမာကို ဆက်လက်လေ့လာကြည့်ကြစို့။

$\left(\frac{1}{7}\right)^2 \div \left(\frac{1}{7}\right)^2$ ကို ရှာပါ။

$$\frac{\left(\frac{1}{7}\right)^2}{\left(\frac{1}{7}\right)^2} = \left(\frac{1}{7}\right)^{2-2}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{7}\right)^2}{\left(\frac{1}{7}\right)^2} = \left(\frac{1}{7}\right)^0$$

တစ်ဖန် $\dfrac{\left(\frac{1}{7}\right)^2}{\left(\frac{1}{7}\right)^2} = \dfrac{\frac{1}{7}\times\frac{1}{7}}{\frac{1}{7}\times\frac{1}{7}}$

$$\frac{\left(\frac{1}{7}\right)^2}{\left(\frac{1}{7}\right)^2}=1$$

ဤဖော်ပြချက်မှ တွေ့ရသည်မှာ

$\left(\frac{1}{7}\right)^0=1$ ဖြစ်သည်။

သင်္ကေတဖြင့် ဖော်ပြလျှင် **b** သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး ထပ်ညွှန်းသည် သုည " **0** "ဖြစ်လျှင် $\mathbf{b^0 = 1}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(1)** $\left(\frac{3}{4}\right)^6 \div \left(\frac{3}{4}\right)^4$ ကို ရှင်းပါ။

$\left(\frac{3}{4}\right)^6$ နှင့် $\left(\frac{3}{4}\right)^4$ တွင် အခြေကိန်းချင်းတူညီနေသဖြင့် ထပ်ညွှန်း 6 နှင့် 4 ကို ခြားနားရမည်။

$$\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^6}{\left(\frac{3}{4}\right)^4}=\left(\frac{3}{4}\right)^{6-4}$$

$$=\left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^6}{\left(\frac{3}{4}\right)^4}=\frac{9}{16}$$

ဥပမာ **(2)** $\dfrac{\left(-\frac{5}{9}\right)^8}{\left(-\frac{5}{9}\right)^5}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{\left(-\frac{5}{9}\right)^8}{\left(-\frac{5}{9}\right)^5}=\left(-\frac{5}{9}\right)^{8-5}$$

$$=\left(-\frac{5}{9}\right)^3$$

$$= -\frac{125}{729}$$

ဥပမာ **(3)** $\left(\frac{5}{4}\right)^{-3}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{5}{4}\right)^{3}}$$

$$= \frac{1}{\frac{5}{4}\times\frac{5}{4}\times\frac{5}{4}}$$

$$= \frac{1}{\frac{125}{64}}$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{-3} = \frac{64}{125}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (2.3)

1. အောက်ပါညီမျှခြင်းတို့ကို မှန်/မမှန် စစ်ဆေးပါ။

(a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{4} \div \left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^{3}$

(b) $\dfrac{\left(\frac{1}{4}\right)^{11}}{\left(\frac{1}{4}\right)^{7}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{4}$

(c) $\left(\frac{12}{25}\right)^{6} \div \left(\frac{12}{25}\right)^{5} = \left(\frac{12}{25}\right)^{0}$

(d) $\left(\frac{13}{14}\right)^{7} \div \left(\frac{13}{14}\right)^{7} = \left(\frac{13}{14}\right)^{0}$

2. အောက်ဖော်ပြပါ အချက်များ မှန်ပါသလား (မှား / မှန် ရေးပါ)။

(a) $2^6 \div 2^2 = 2^3$

(b) $2^6 \div 2^2 = 2^8$

(c) $\dfrac{\left(-\frac{2}{3}\right)^{9}}{\left(-\frac{2}{3}\right)^{5}} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{4}$

(d) $\dfrac{(-5)^9}{(-5)^3} = (-5)^3$

(e) $(0.6)^8 \div (0.6)^2 = (0.6)^6$

(f) $\left(\frac{3}{4}\right)^{12} \div \left(\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{3}{4}\right)^{11}$

(g) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \div \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 1$

3. အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \div \left(\frac{1}{3}\right)$

(b) $(-2)^5 \div (-2)^2$

(c) $\left(-\frac{1}{4}\right)^8 \div \left(-\frac{1}{4}\right)^5$

(d) $\dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)^5}{\left(\frac{1}{3}\right)^2}$

(e) $\dfrac{\left(\frac{1}{4}\right)^6}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}$

(f) $\dfrac{\left(-\frac{8}{3}\right)^{11}}{\left(-\frac{8}{3}\right)^8}$

(g) $\left(-\frac{7}{4}\right)^{-3}$

(h) $\dfrac{\left(\frac{1}{4}\right)^6}{\left(\frac{1}{4}\right)^6}$

2.4 ထပ်ဆင့်ထပ်ကိန်း

အောက်ပါဥပမာများကို လေ့လာကြပါစို့။

ဥပမာ $(3^3)^2 = 3^3 \times 3^3$

$= 3^{3+3} = 3^6$

$(3^3)^2 = 3^{3\times 2} = 3^6$

ဤဖော်ပြချက်မှ တွေ့ရှိရသည်မှာ

$(3^3)^2 = 3^{3\times 2} = 3^6$ ဖြစ်သည်။

အထက်ပါနည်းအတိုင်း အခြားဥပမာတစ်ခုကို လေ့လာကြည့်မည်။

ဥပမာ $\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^4\right]^3$ ကို ရှင်းပါ။

$$\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^4\right]^3 = \left(\frac{-2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{-2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{-2}{3}\right)^4$$

ဤအချက်တွင် အခြားကိန်းများ တူညီသောကြောင့် ထပ်ညွှန်းများ ပေါင်းနိုင်သည်။

$$\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^4\right]^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{4+4+4}$$

$$\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^4\right]^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{4\times 3}$$

ဤဖော်ပြချက်မှ တွေ့ရှိရသည်မှာ

$$\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^4\right]^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{4\times 3} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{12}$$ ဖြစ်သည်။

သင်္ကေတဖြင့်ဖော်ပြရလျှင်၊ **b** သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး၊ **m** နှင့် **n** တို့သည် သဘာဝကိန်းများ ဖြစ်ကြလျှင်၊

$(b^m)^n = b^{mn}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(1)** $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 &= \left(\frac{1}{2}\right)^{3\times 2} \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^6 \\ &= \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{64}\end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (2.4)

အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(1) $\left[\left(\frac{4}{5}\right)^3\right]^4$ (2) $\left[\left(\frac{1}{7}\right)^2\right]^3$

(3) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3$ (4) $\left[(-6)^3\right]^2$

(5) $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^3\right]^3$ (6) $\left[\left(\frac{2}{11}\right)^8\right]^2$

(7) $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right]^3$ (8) $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^3\right]^2$

(9) $\left[(9)^3\right]^2$ (10) $\left[\left(-\frac{3}{4}\right)\right]^{11}$

အခန်း (3)
နှစ်ထပ်ကိန်းနှင့် နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများ

3.1 နှစ်ထပ်ကိန်း

ကိန်းပြည့်အားလုံး၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

$0^2, 1^2, 2^2, 3^2, ...$

(သို့မဟုတ်) 0, 1, 2, 9, ...

ထပ်ကိန်းများကို လေ့လာခဲ့ရာတွင်၊ ကိန်းတစ်ခု၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရရှိရန် ပေးထားသော ကိန်းကို ထိုကိန်းဖြင့်ပင် မြှောက်ခြင်းဖြင့် ရှာနိုင်သည်။

ဥပမာ

(1) $15^2 = 15 \times 15 = 225$

(2) $0.2^2 = 0.2 \times 0.2 = 0.04$

(3) $25^2 = 25 \times 25 = 625$

(4) အနားတစ်ထက် 6 m ရှိသော စတုရန်းတစ်ခု၏ ဧရိယာ $= 6^2 m^2 = 36\ m^2$

လေ့ကျင့်ခန်း (3.1)

1. 0 မှ 10 အထိ ကိန်းပြည့်အားလုံး၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို ရေးချပါ။
2. 11 မှ 20 အထိ ကိန်းပြည့်အားလုံး၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို တွက်ပါ။
3. $25^2, 30^2, 50^2$ နှင့် 75^2 တို့ကို တွက်ပါ။
4. 1.5, 4.5, 7.5 နှင့် 9.5 တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို ရှာပါ။
5. 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 နှင့် 0.9 တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို ရှာပါ။
6. 2, 20 နှင့် 200 တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို ရှာပါ။
7. $100^2, 300^2, 400^2$ နှင့် 500^2 တို့၏ တန်ဖိုးများကို ရေးချပါ။
8. အောက်ဖော်ပြပါ အနားများရှိသော စတုရန်းအသီးသီး၏ ဧရိယာတို့ကို ရှာပါ။

(a) 4 စင်တီမီတာ (b) 7 မီတာ (c) 2 ကီလိုမီတာ

(d) 2.1 မီတာ (e) 0.8 ကီလိုမီတာ (f) 4.7 စင်တီမီတာ

3.2 နှစ်ထပ်ကိန်းဇယားကို အသုံးပြုခြင်း

0 နှင့် 10 အထိ ကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းဇယားကို စာမျက်နှာ (၂၅၇) တွင် ဖော်ပြထားသည်။ ယခုအခန်းတွင် ဇယားကိုအသုံးပြု၍ နှစ်ထပ်ကိန်းရှာခြင်းကို လေ့လာကြမည်။

ထိုဇယား၏ တစ်စိတ်တစ်ဒေသကို အသုံးချ၍ 5.57^2 ၏ တန်ဖိုးကို ရှာမည်။

Squares From 1 to 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	30.25	30.36	30.47	30.58	30.69	30.80.	30.91	31.02	31.14	31.25
5.6	31.36	31.47	31.58	31.70	31.81	31.92	31.04	32.15	32.26	32.28
5.7	32.49	32.60	32.72	32.83	32.95	32.06	32.18	33.29	33.41	33.52
5.8	33.64	33.76	33.87	33.99	34.11	34.22	34.34	34.46	34.57	34.69
5.9	34.81	34.93	34.05	34.16	35.28	35.40	35.52	35.64	35.76	35.88

5.57 ကိန်း၏ ပထမဂဏန်းနှစ်လုံးဖြစ်သော 5.5 ကို ဇယား၏ လက်ဝဲဘက်ဆုံးတိုင်တွင် တွေ့ရသည်။ တတိယဂဏန်း 7 ကိုမူ ဇယား၏ အပေါ်ဆုံးအတန်းတွင် တွေ့ရှိနိုင်သည်။

ထို့ကြောင့် ကျွန်ုပ်တို့သည် 5.5 ရှိသော တန်းတစ်လျှောက်ကြည့်ရာ ဇယား၏ အပေါ်ဆုံးတန်းရှိ 7 ဂဏန်း၏တိုင်အောက်ရှိ ကိန်းကို ဖတ်ရမည်။ (ဝိုင်းပြထားသည်)။

ထိုအခါ $5.57^2 = 31.02$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိရသည်။

အလားတူ $5.5^2 = 30.25$ နှင့် $5.59^2 = 31.25$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။ (သတိပြုရန်မှာ ထိုဇယားတွင် ဖော်ပြထားသော နှစ်ထပ်ကိန်းများသည် ဒသမ 2 နေရာအထိ အနီးဆုံးယူထားသည်။)

ထိုနည်းတူ 5.6 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်း (သို့မဟုတ်) $5.6^2 = 31.36$ ဖြစ်သည်။

5.61 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်း (သို့မဟုတ်) $5.61^2 = 31.47$

5.62 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်း (သို့မဟုတ်) $5.62^2 = 31.58$

ထိုနည်းတူစွာပင် $5.63^2 = 31.70$

$5.64^2 = 31.81$

$5.65^2 = 31.92$

$5.66^2 = 32.04$

$5.67^2 = 32.15$

$5.68^2 = 32.26$

$5.69^2 = 32.38$ စသည်တို့ဖြစ်ကြောင်း ဇယားမှ သိရှိရသည်။

ဥပမာ 6.14^2 ၏ တန်ဖိုးကို ရှာလိုလျှင်

6.1 ရှိ အတန်းမှ အပေါ်ဆုံးတန်း၏ 4 ဂဏန်းရှိသော တိုင်ကိုကြည့်ပါက 37.70 ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

$\therefore 6.14^2 = 37.70$ ဖြစ်သည်။

Squares From 1 to 10										
.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	30.25	30.36	30.47	30.58	30.69	30.80.	30.91	31.02	31.14	31.25
5.6	31.36	31.47	31.58	31.70	31.81	31.92	31.04	32.15	32.26	32.28
5.7	32.49	32.60	32.72	32.83	32.95	32.06	32.18	33.29	33.41	33.52
5.8	33.64	33.76	33.87	33.99	34.11	34.22	34.34	34.46	34.57	34.69
5.9	34.81	34.93	34.05	34.16	35.28	35.40	35.52	35.64	35.76	35.88
6.0	36.00	36.12	36.24	36.36	36.48	36.60	36.72	36.84	36.97	36.09
6.1	37.21	37.33	74.45	37.58	37.70	37.82	37.95	38.07	38.19	38.32
6.2	38.44	38.56	38.69	38.81	38.89	39.06	39.19	39.31	39.44	39.56
6.3	39.69	39.82	39.94	40.07	40.20	40.32	40.45	40.58	40.70	40.83
6.4	40.96	41.09	41.22	41.43	41.47	41.60	41.37	41.86	41.99	41.12

လေ့ကျင့်ခန်း (3.2)

စာမျက်နှာ (၂၅၇) တွင် ဖော်ပြထားသော ဇယားကိုအသုံးပြု၍ အောက်ပါကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို ရေးချပါ။

(a) 2.5 (b) 3.5 (c) 4.5
(d) 4.51 (e) 4.52 (f) 4.59
(g) 7.0 (h) 7.01 (i) 7,10
(j) 9.2 (k) 9.29 (l) 6.99
(m) 2.02 (n) 5.47 (o) 8.76

3.1.2 10 ထက်ကြီးသော (သို့မဟုတ်) 1 အောက်ငယ်သောကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို ရှာခြင်း

ဥပမာ **(1)** ဇယားကိုအသုံးပြု၍ 45.6^2 ကို ရှာပါ။

ဇယားတွင် 0 မှ 10 အထိ ကိန်းများ၏နှစ်ထပ်ကိန်းများကိုသာ ဖော်ပြထားသည်။ ကျွန်ုပ်တို့သည် 45.6 ကို 4.56 × 10 ဟူ၍ ရေးနိုင်သည်။

ထို့ကြောင့် $45.6^2 = (4.56 \times 10)^2$

$= 4.56^2 \times 10^2$

$= 20.79 \times 100$ (4.56 သည် 0 နှင့် 10 အကြားရှိ၍ ဇယားတွင် 4.56^2 ကိုရှာနိုင်သည်။)

ဥပမာ **(2)** $139^2 = (1.39 \times 100)^2$

$= 1.39^2 \times 100^2$

$= 1.39 \times 10000$

$= 13900$

MCRS
Reference
Library

ဥပမာ (3) $0.78^2 = \left(\frac{7.8}{10}\right)^2$

$$= \frac{7.8^2}{10^2} = \frac{60.84}{100}$$

$$= 0.6084$$

လေ့ကျင့်ခန်း (3.3)

1. ဇယားကိုအသုံးပြု၍ အထက်ပါနည်းအတိုင်း အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကိုရှာပါ။
   (1) (a) 23.5 (b) 37.1
   (2) (a) 456 (b) 209
   (3) (a) 0.29 (b) 0.87

2. အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။
   (a) 12.9^2 (b) 152^2 (c) 0.78^2 (d) 0.789^2

အထွေထွေလေ့ကျင့်ခန်း (3.4)

1. မည်သည့်နည်းကိုမဆို အသုံးပြု၍အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို ရှာပါ။
   (a) 5 (b) 15 (c) 25 (d) 50
   (e) 500 (f) 8.5 (g) 0.5 (h) 12.5

2. အောက်ဖော်ပြပါ အနားများရှိသော စတုရန်းများ၏ ဧရိယာများကို ရှာပါ။
   (a) 3.5 cm (b) 16 mm
   (c) 1.06 m (d) 37.1 cm

3. အောက်ပါတို့၏တန်ဖိုးကိုရှာပါ။
   (a) $3^2 + 13^2$ (b) $2.3^2 + 1.7^2$ (c) $8.4^2 - 1.6^2$

3.2 နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများ

3.2.1 နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို တွက်ခြင်း

အပေါင်းနှင့် အနုတ်၊ အမြှောက်နှင့်အစားတို့သည် အပြန်အလှန်(ပြောင်းပြန်)တွက်ခြင်းများ ဖြစ်သကဲ့သို့ နှစ်ထပ်ကိန်းနှင့် နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းတို့သည် အပြန်အလှန်တွက်ချက်ခြင်းများဖြစ်သည်။

ကိန်း		နှစ်ထပ်ကိန်း
0	$\longrightarrow$	0
1	$\longrightarrow$	1
2	$\longrightarrow$	4
3	$\longrightarrow$	9
4	$\longrightarrow$	16

ကိန်း		နှစ်ထပ်ကိန်း
0	$\longrightarrow$	0
1	$\longrightarrow$	1
4	$\longrightarrow$	2
9	$\longrightarrow$	3
16	$\longrightarrow$	4

အထက်တွင် 3 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းသည် 9 ဖြစ်၍ 9 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းသည် 3 ပင်ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

ကျွန်ုပ်တို့သည် $3^2 = 9$ ဟူ၍ ရေးသားပြီး $\sqrt{9} = 3$ ဟုရေးသည်။

ထိုနည်းအတူ $\sqrt{4} = 2, \sqrt{1} = 1, \sqrt{0} = 0, \sqrt{625} = 25$ ဖြစ်သည်။

နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို $\sqrt{N}$ ဖြင့် ဖော်ပြသည်။ $\sqrt{N}$ ကို $\sqrt{N}$ ဖြင့်ပင် မြှောက်ခြင်းဖြင့် N ပြန်ရသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (3.5)

1. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာပါ။

   (a) 1 (b) 16 (c) 36
   (d) 64 (e) 100 (f) 400

2. အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။

   (a) $\sqrt{25}$ (b) $\sqrt{49}$ (c) 81
   (d) $\sqrt{144}$ (e) $\sqrt{900}$ (f) $\sqrt{1600}$

3. $289 = 17^2$ ဟု ပေးထားလျှင် $\sqrt{289}$ ကို ရှာပါ။

4. $529 = 23^2$ ဟု ပေးထားလျှင် $\sqrt{529}$ ကို ရှာပါ။

5. $12.25 = 3.5^2$ ဟု ပေးထားလျှင် $\sqrt{12.25}$ ကို ရှာပါ။

6. $1000000 = 1000^2$ ဟုပေးထားလျှင် $\sqrt{1000000}$ ကို ရှာပါ။

7. အောက်ဖော်ပြပါ ဧရိယာများရှိသော စတုရန်းတို့၏ အနားများကို ရှာပါ။

   (a) $9\ cm^2$ (b) $36\ m^2$ (c) $100\ km^2$
   (d) $225\ m^2$ (e) $1.44\ m^2$

3.2.2 သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းခွဲ၍ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းရှာခြင်း

ကိန်းတစ်ခု၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းများခွဲ၍လည်း ရှာနိုင်သည်။

ဥပမာ **(1)** (a) 196 (b) 1296 တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရှာပါ။

$$\begin{aligned}
\text{(a) } 196 &= 2\times 98\\
&= 2\times 2\times 49\\
&= 2\times 2\times 7\times 7\\
&= 2^2\times 7^2\\
&= (2\times 7)^2\\
\sqrt{196} &= 2\times 7\\
\sqrt{196} &= 14
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(b) } 1296 &= 2\times 684\\
&= 2\times 2\times 324\\
&= 2^2\times 2\times 162\\
&= 2^2\times 2\times 2\times 81\\
&= 2^2\times 2^2\times 9\times 9\\
\sqrt{1296} &= \sqrt{(2^2\times 9)^2} = 2^2\times 9\\
\therefore\ \sqrt{1296} &= 36
\end{aligned}$$

ဥပမာ **(2)** (a) $12\frac{1}{4}$ (b) 2.56 တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရှာပါ။

(a) $\sqrt{12\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \sqrt{\frac{7\times 7}{2\times 2}} = \sqrt{\frac{7^2}{2^2}} = 3\frac{1}{2}$

(b) $\sqrt{2.56} = \sqrt{\frac{256}{100}} = \sqrt{\frac{4\times 4\times 4\times 4}{10\times 10}} = \sqrt{\frac{4^2\times 4^2}{10^2}} = \frac{16}{10} = 1.6$

ဥပမာ **(3)** စတုရန်းပုံရှိသော စာရွက်တစ်ရွက်၏ ဧရိယာသည် 225 cm^2 ဖြစ်သော် အနားတစ်ဖက်၏ အလျားကိုရှာပါ။

စတုရန်းပုံစာရွက်၏ဧရိယာ $= 225\ cm^2$

∴ စာရွက်၏အနားတစ်ဖက် $= \sqrt{225cm^2}$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{5\times 45}\\
&= \sqrt{5\times 5\times 9}\\
&= \sqrt{5^2\times 3^2}\\
&= 5\times 3\\
&= 15\ cm
\end{aligned}$$

∴ အနားတစ်ဖက်၏ အလျား $= 15\ cm$

လေ့ကျင့်ခန်း (3.6)

1. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာပါ။

   (a) 784 (b) 1089 (c) 1764

2. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာပါ။

   (a) $3\frac{1}{16}$ (b) $\frac{16}{25}$ (c) $\frac{12}{400}$ (d) $13\frac{4}{9}$

3. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာပါ။

   (a) 1.44 (b) 3.24 (c) .0729 (d) 5929

4. စတုရန်းပုံသဏ္ဍာန်ရှိသော မျက်နှာကျက် ကျောက်ပြားတစ်ချပ်၏ ဧရိယာသည် 196 cm^2 ဖြစ်သော် အနားတစ်ဖက်၏ အလျားကိုရှာပါ။

3.2.3 နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဇယားကို အသုံးပြုခြင်း

0 မှ 10 အထိ ကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဇယားကို စာမျက်နှာ (၂၅၉) တွင် ဖော်ပြထားသည်။ 10 မှ 100 အထိ ကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဇယားကို စာမျက်နှာ (၂၆၁) တွင် ဖော်ပြထားသည်။

နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဇယား၏ တစ်စိတ်တစ်ဒေသကို အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည်။ ထိုနှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဇယားကို အသုံးပြု၍ ကိန်းတစ်လုံး၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို မည်ကဲ့သို့ရှာရသည်ကို လေ့လာမည်။

(နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဇယား)

Squares roots rrom 1 to 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.0	2.00	2.00	2.00	2.01	2.01	2.01	2.01	2.02	2.02	2.02
4.1	2.02	2.03	2.02	2.03	2.03	2.04	2.04	2.04	2.04	2.05
4.2	2.05	2.05	2.05	2.06	2.06	2.06	2.06	2.07	2.07	2.07
4.3	2.07	2.08	2.07	2.08	2.08	2.09	2.09	2.09	2.09	2.10
4.4	2.10	2.10	2.10	2.10	2.11	2.11	2.11	2.11	2.12	2.12
4.5	2.12	2.12	2.13	2.13	2.13	2.13	2.14	2.14	2.14	2.14
4.6	2.14	2.15	2.15	2.15	2.15	2.16	2.16	2.16	2.16	2.17
4.7	2.17	2.17	2.17	2.17	2.18	2.18	2.18	2.18	2.19	2.19
4.8	2.19	2.20	2.20	2.20	2.20	2.20	2.20	2.21	2.21	2.21
4.8	2.21	2.22	2.22	2.22	2.22	2.22	2.23	2.23	2.23	2.23
5.0	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.25	2.25	2.25	2.25	2.26
5.1	2.26	2.26	2.26	2.26	2.27	2.27	2.27	2.27	2.28	2.29
5.2	2.28	2.28	2.28	2.29	2.29	2.29	2.29	2.30	2.30	2.30
5.3	2.29	2.31	2.31	2.31	2.31	2.31	2.32	2.32	2.32	2.32
5.4	2.32	2.33	2.33	2.33	2.33	2.33	2.34	2.34	2.34	2.34

အထက်ပါဇယားကိုကြည့်ခြင်းဖြင့်

4.00 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း (သို့မဟုတ်) $\sqrt{4} = 2.00$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။
(4.00 ရှိအတန်းနှင့်ဇယားရှိ အပေါ်ဆုံးအတန်း 0 (သုည) ဂဏန်းရှိ အတိုင်ဆုံရာ)

4.03 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း (သို့မဟုတ်) $\sqrt{4.03} = 2.01$
(4.0 ရှိအတန်းနှင့် ဇယားရှိ အပေါ်ဆုံးအတန်း 3 ဂဏန်းရှိ အတိုင်ဆုံရာ)

4.09 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း (သို့မဟုတ်) $\sqrt{4.09} = 2.02$
(4.0 ရှိအတန်းနှင့် ဇယားရှိ အပေါ်ဆုံးအတန်း 9 ဂဏန်းရှိ အတိုင်ဆုံရာ)
(ဇယားတွင်ဝိုင်းပြထားသည်)

4.4 နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရှာလိုသောအခါ

$\sqrt{4.4} = 2.10$ ဖြစ်ကြောင်း ဇယားတွင်တွေ့ရသည်။

4.4 ရှိအတန်းနှင့် ဇယားရှိ အပေါ်ဆုံးအတန်း 0 (သုည) ဂဏန်းရှိ အတိုင်ဆုံရာ တန်ဖိုးကို ယူခြင်းဖြစ်သည်။

ထိုနည်းတူ

$\sqrt{4.48} = 2.12$ (4.4 ရှိ အတန်းနှင့် ဇယားရှိအပေါ်ဆုံးအတန်း 8 ဂဏန်းရှိ အတိုင်ဆုံရာ)

ဥပမာ $\sqrt{5.49}$ ၏ တန်ဖိုးကိုရှာလိုလျှင်

5.4 ရှိ အတန်းနှင့်ဇယားရှိ အပေါ်ဆုံးအတန်း 9 ဂဏန်းရှိ အတိုင်တို့၏ ဆုံရာကို ကြည့်ပါက 2.34 ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

$\therefore \sqrt{5.49} = 2.34$ ဖြစ်သည်။

Squares roots from 1 to 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.5	2.12	2.12	2.13	2.13	2.13	2.13	2.14	2.14	2.14	2.14
4.6	2.14	2.15	2.15	2.15	2.15	2.16	2.16	2.16	2.16	2.17
4.7	2.17	2.17	2.17	2.17	2.18	2.18	2.18	2.18	2.19	2.19
4.8	2.19	2.20	2.20	2.20	2.20	2.20	2.20	2.21	2.21	2.21
4.8	2.21	2.22	2.22	2.22	2.22	2.22	2.23	2.23	2.23	2.23
5.0	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.25	2.25	2.25	[illegible]	2.26
5.1	2.26	2.26	2.26	2.26	2.27	2.27	2.27	2.27	2.28	2.29
5.2	2.28	2.28	2.28	2.29	2.29	2.29	2.29	2.30	2.30	2.30
5.3	2.29	2.31	2.31	2.31	2.31	2.31	2.32	2.32	2.32	2.32
5.4	2.32	2.33	2.33	2.33	2.33	2.33	2.34	2.34	2.34	2.34

ထိုနည်းတူ $\sqrt{6} = 2.45$

$\sqrt{60} = 7.75$

$\sqrt{42.3} = 6.50$

$\sqrt{90} = 9.49$

$\sqrt{4.23} = 2.06$

$\sqrt{92.8} = 9.63$.... စသည်တို့ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (3.7)

1. နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဇယားကို အသုံးပြု၍ အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးအထိ ရှာပေးပါ

(a)	5	(b)	5.01	(c)	5.07
(d)	5.10	(e)	5.11	(f)	5.18
(g)	6.8	(h)	7.65	(i)	9.04
(j)	1.01	(k)	3.5	(l)	6.82

2. ဇယားများကိုအသုံးပြု၍ အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာပေးပါ။

(a) 10 (b) 30 (c) 30.6
(d) 36.0 (e) 52.9 (f) 87.6

3. ဇယားများကိုအသုံးပြု၍ အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

(a) $\sqrt{77}$ (b) $\sqrt{22.2}$ (c) $\sqrt{2}$
(d) $\sqrt{3.81}$ (e) $\sqrt{54.9}$ (c) $\sqrt{6.41}$

4. အောက်ပါဧရိယာများရှိသော စတုရန်းများ၏ အနားများကို ရှာပါ။

(a) $50\ cm^2$ (b) $16.3\ mm^2$ (c) $88\ cm^2$
(d) $1.75\ cm^2$ (e) $7.05\ mm^2$

5. အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

(a) $\sqrt{(1^2+2^2+3^2)}$ (b) $\sqrt{(13^2-5^2)}$ (c) $\sqrt{(2.1^2-1.2^2)}$

3.2.4 100 ထက်ကြီးသော ကိန်းများနှင့် 1 အောက်ငယ်သောကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများရှာခြင်း

ဥပမာများ

(1) ဇယားသုံး၍ $\sqrt{123}$ ၏ တန်ဖိုးကို ရှာမည်။
ဇယားတွင် 1 မှ 100 အထိ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကိုသာ ဖော်ပြထားသည်။
ထို့ကြောင့် $\sqrt{123}$ ၏ တန်ဖိုးကို တိုက်ရိုက်ရှာဖွေ၍ မရနိုင်ပေ။
သို့သော် ဇယားတွင်
$\sqrt{1.23} = 1.11$, $\sqrt{12.3} = 3.15$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။
ထို့ကြောင့်

(a) $\sqrt{123} = \sqrt{1.23\times100}$ (သို့မဟုတ်) $\sqrt{123} = \sqrt{12.3\times10}$

$= \sqrt{1.23\times100}$ $= \sqrt{12.3}\times\sqrt{10}$

$= 1.11\times10$ $= 3.51\times3.16$

$= 11.1$ $\approx 11.09 \approx 11.1$

100 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းသည် တိတိကျကျရှာနိုင်သဖြင့် (a) တွင်ဖော်ပြထားသော နည်းသည် လွယ်ကူကြောင်း တွေ့ရသည်။

100 နှင့် 10000 အကြားရှိ ကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာရန် 100 ၏ ဆတိုးကိန်းများအဖြစ် ပထမဦးစွာ ဖော်ပြ၍ရှာမည်။

(2) $\sqrt{6020} = \sqrt{(60.2\times100)} = 7.76\times10 = 77.6$

(3) $\sqrt{193.6} \approx \sqrt{(1.94\times100)} = 1.39\times10 = 13.9$

အလားတူ 1 အောက်ငယ်သော ကိန်းမား၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို အောက်ပါအတိုင်း ရှာနိုင်သည်။

(4) $\sqrt{0.123} = \sqrt{\dfrac{12.3}{100}} = \dfrac{\sqrt{12.3}}{10} = \dfrac{3.51}{10} = 0.351$

(5) $\sqrt{0.0123} = \sqrt{\dfrac{123}{10000}} = \dfrac{\sqrt{123}}{100} = \dfrac{11.1}{100} = 0.0011$

1 နှင့် 0.01 အကြားရှိ ကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကိုရှာရန် $\dfrac{1}{100}$ ၏ ဆတိုးကိန်းများ အဖြစ် ပထမဦးစွာ ဖော်ပြပြီး ရှာနိုင်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (3.8)

1. မေးခွန်း(1) မှ (3) အထိ ကိန်းများကို $a \times 100$ (သို့မဟုတ်) $a \times \dfrac{1}{100}$ ပုံစံဖြင့် ဖော်ပြပါ။

   a သည် 1 မှ 100 အတွင်းရှိ ကိန်းတစ်ခုဖြစ်သည်။

   (1) (a) 234 (b) 638 (c) 3047
   (2) (a) 0.52 (b) 0.5 (c) 0.204
   (3) (a) 0.06 (b) 0.025 (c) 0.7

2. မေးခွန်း(1) မှ (4) အထိ ကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ဇယားသုံး၍ရှာပါ။

   (1) (a) 135 (b) 872
   (2) (a) 1230 (b) 5900
   (3) (a) 0.36 (b) 0.88
   (4) (a) 0.0731 (b) 0.018

3. အောက်ပါတို့၏တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

   (a) $\sqrt{6500}$ (b) $\sqrt{2.34}$ (c) $\sqrt{36.92}$
   (d) $\sqrt{0.753}$ (e) $\sqrt{0.06}$ (f) $\sqrt{0.9753}$

10000 ထက်ကြီးသော ကိန်းများနှင့် 0.01 အောက်ငယ်သော ကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း များရှာရန် အထက်ဖော်ပြပါ နည်းများကို အသုံးပြု၍ ရှာနိုင်သည်။

ဥပမာ

$\sqrt{19360} = \sqrt{(1.94 \times 10000)}$	$\sqrt{0.0039} = \sqrt{\dfrac{39}{10000}}$
$= 1.39 \times 100$	$= \dfrac{6.24}{100}$
$= 139$	$= 0.0624$

4. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းတို့ကို ရှာပါ။

(a) 13500 (b) 123456 (c) 134000 (d) 67543

(e) 0.008 (f) 0.0076 (g) 0.0005 (h) 0.0029

3.2.5 သမားရိုးကျ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း ရှာသောနည်း

ကိန်းတစ်ခု၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို သမားရိုးကျ ရှာသောနည်းမှာအောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည်။

(1) ပေးထားသောကိန်းသည် ကိန်းပြည့်ဖြစ်လျှင် ဂဏန်းများကို ခုဏန်းမှစ၍ ဂဏန်း 2 လုံးတစ်တွဲ ပိုင်းဖြတ်၍ လက်ဝဲဘက်သို့ မှတ်သားသည်။ လက်ဝဲဘက်အစွန်ဆုံး ဂဏန်း 2 လုံးသို့မဟုတ် 1 လုံးဖြစ်နိုင်သည်။ ဒသမကိန်းဖြစ်လျှင် ဒသမမှတ်မှစ၍ ဂဏန်း 2 လုံးစီ လက် ယာဘက်သို့ မှတ်သားသည်။ လက်ယာဘက်ဆုံး တစ်တွဲတွင် ဂဏန်းလုံးမပြည့်လျှင် သုညဖြင့် ဖြည့်သည်။

(2) ပထမစားလဒ်ဂဏန်းကိုရှာသည်။ ယင်းဂဏန်း၏ နှစ်ထပ်ကိန်းသည် လက်ဝဲဘက်ဆုံးအတွဲကို အနီးဆုံးဝင်နိုင်သော ကိန်းဖြစ်ရမည်။ ယင်းနှစ်ထပ်ကိန်းကို ပထမအတွဲမှ နုတ်၍နုတ်လဒ်တွင်နောက်အတွဲတစ်ခုကိုယူချပြီး ဆက်ရေးရသည်။

(3) ပထမစားလဒ်၏ 2 ဆကို ဒုတိယစားကိန်း၏ ပထမဂဏန်းအဖြစ်ယူ၍ ယင်းနှင့်တွဲရန် ဂဏန်းတစ်ခုကို အစမ်းရှာရသည်။ ထိုအစမ်းဂဏန်းသည် စားလဒ်၏ ဒုတိယဂဏန်းလည်းဖြစ်သည်။ ဒုတိယစားကိန်းနှင့် စားလဒ်၏ ဒုတိယဂဏန်းတို့၏ မြှောက်လဒ်သည်လည်း ဒုတိယတည်ကိန်းတွင် အနီးဆုံးဝင်နိုင်ရမည်ဖြစ်သည်။ ယင်းမြှောက်လဒ်ကို ဒုတိယတည်ကိန်းမှ နုတ်၍ နောက်တစ်တွဲကို ယခင်ကကဲ့သို့ ယူချရပြန်သည်။ ဤကဲ့သို့ ဆက်ကာဆက်ကာ ပြုလုပ်သွားခြင်းဖြင့် လိုအပ်သော နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကိုရသည်။

ဥပမာ **(1)** 729 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရှာပါ။

```
       2 7
   2 | 729
     | 4
  47 | 329
     | 329
```

$$\therefore \sqrt{729} = 27$$

ရှင်းလင်းချက်

(1) 729 ကို ခုဂဏန်း 9 မှစ၍ လက်ဝဲဘက်သို့ ဂဏန်း 2 လုံးစီတွဲ၍ မှတ်သားသည်။ (ဤပုံစံတွင် လက်ဝဲဘက်အတွဲ၌ ဂဏန်း 1 လုံးသာရှိသည်။)

(2) လက်ဝဲဘက်ဆုံးဂဏန်း 7 ကို အနီးဆုံးဝင်နိုင်သော နှစ်ထပ်ကိန်းပြည့်သည် 4 ဖြစ်သောကြောင့် ယင်း၏နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း2ကိုစားလဒ်၏ပထမဂဏန်းအဖြစ်ယူသည်။2၏နှစ်ထပ်ကိန်း 4 ကို 7 မှ နုတ်၍ နောက်အတွဲ 29 ကို ဆက်ရေးချသည်။

(3) စားလဒ် 2 ၏ နှစ်ဆ 4 သည် ဒုတိယစားကိန်း၏ ပထမဂဏန်းဖြစ်၏။ ယင်းနှင့်တွဲရန် ဂဏန်းတစ်ခုကိုရှာသော် 7 ရ၏။ ထို့ကြောင့် ဒုတိယစားကိန်းသည် 47 ဖြစ်၍ စားလဒ်၏ ဒုတိယဂဏန်းသည် 7 ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) 133225 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရှာပါ။

$$
\begin{array}{r|l}
 & \ \ 3\ \ 6\ \ 5 \\ \hline
3 & 13,32,25 \\
 & 9 \\ \hline
66 & 432 \\
 & 396 \\ \hline
725 & \ \ 3625 \\
 & \ \ 3625 \\ \hline
\end{array}
$$

$$\therefore \sqrt{133225} = 365$$

ဥပမာ (3) 0.034225 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရှာပါ။

$$
\begin{array}{r|l}
 & 0.\ 1\ \ 8\ \ 5 \\ \hline
1 & 0.03,42,25 \\
 & \ \ \ 1 \\ \hline
28 & \ \ \ 242 \\
 & \ \ \ 224 \\ \hline
365 & \ \ \ \ 1825 \\
 & \ \ \ \ 1825 \\ \hline
\end{array}
$$

$$\therefore \sqrt{0.034225} = 0.185$$

ဥပမာ **(4)** 401.7 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ဒသမ 3 နေရာအထိ အမှန်ရှာပါ။

	2 0. 0 4 2 4
2	4,01.70,00,00,00
	4
4004	17000
	16016
40082	98400
	80164
400844	1823600
	1603376
	220224

$\therefore \sqrt{401.7} = 20.042$

ရှင်းချက်

(1) ပေးထားသောကိန်းကိုအတွဲများတွဲသည်။အတွဲများပြုလုပ်ပိုင်းခြား မှတ်သားသောအခါ ခုကိန်းမှစ၍ ကိန်းပြည့်များကို နှစ်လုံးစီလက်ဝဲဘက်သို့ မှတ်သား၍ ဒသမကိန်းများကို နှစ်လုံးစီလက်ယာဘက်သို့ မှတ်သားသွားသည်။

(2) နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း၏ ကိန်းပြည့်ပိုင်း 20 ကို ရှာပြီးသောအခါ ဒသမအမှတ်ရေးချသည်။ ထို့နောက်တည်ကိန်းတွင် သုညအတွဲများ ဖြည့်တင်း၍ ယခင်အတိုင်းစားလဒ်ကို ဒသမ 4 နေရာအထိရှာသည်။

ဥပမာ **(5)** 65748 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ဒသမတစ်နေရာအထိ အမှန်ရှာပါ။

	2 5 6. 4 1
2	6,57,48,00,00
	4
45	257
	225
506	3248
	3036
5124	21200
	20496
51281	70400
	51281

$\therefore \sqrt{65748} = 256.4$

ဥပမာ (6) $\sqrt{\dfrac{726}{2166}}$ ကို ရှာပါ။

ရှေးဦးစွာ ပေးထားသော အပိုင်းဂဏန်းကို အငယ်ဆုံး ကျဉ်းပိုင်းဖွဲ့သည်။

$$\sqrt{\frac{726}{2166}} = \sqrt{\frac{121}{361}} = \sqrt{\frac{11\times 11}{19\times 19}} = \frac{11}{19}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{726}{2166}} = \frac{11}{19}$$

ဥပမာ (7) $\sqrt{\dfrac{16}{5}}$ ကို ဒသမ 3 နေရာအထိ အမှန်ရှာပါ။

ပိုင်းခြေသည် နှစ်ထပ်ကိန်းပြည့်မဟုတ်သောအခါ ပေးထားသော အပိုင်းကိန်းကို ဒသမကိန်း ဖွဲ့ပြီးမှ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရှာရသည်။

$$\sqrt{\frac{16}{5}} = \sqrt{3.2}$$

```
         1. 7  8  8  8
      1 | 3.20,00,00,00
        | 1
     27 | 2 20
        | 1 89
    348 |   3100
        |   2784
   3568 |    31600
        |    28544
  35768 |     305600
        |     286144
              19456
```

$$\therefore \sqrt{\frac{16}{5}} = 1.789$$

လေ့ကျင့်ခန်း (3.9)

1. အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

(a) $\sqrt{900}$ (b) $\sqrt{6400}$ (c) $\sqrt{360000}$

(d) $\sqrt{2250000}$ (e) $\sqrt{49\times 16}$ (f) $\sqrt{81\times 212}$

(g) $\sqrt{4\times 8\times 8}$ (h) $\sqrt{7\times 9\times 9\times 7}$ (i) $\sqrt{3^4}$

(j) $\sqrt{5^2\times 7^2}$ (k) $\sqrt{3^2\times 2^4\times 11^2}$

(l) $\sqrt{13\times 49\times 13}$ (m) $\sqrt{4\times 17\times 25\times 17}$

(n) $\sqrt{5\times 29\times 4\times 29\times 5}$ (o) $\sqrt{57\times 5\times 19\times 2\times 30}$

2. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာပါ။

(a) 576 (b) 1024 (c) 1296
(d) 4356 (e) 9216 (f) 7396

3. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို အပိုင်းကိန်းများအဖြစ်ပြပါ။

(a) $\frac{1}{10000}$ (b) $\frac{16}{25}$ (c) $\frac{64}{121}$ (d) $\frac{225}{729}$

(e) $\frac{1024}{6561}$ (f) $1\frac{9}{16}$ (g) $2\frac{46}{49}$ (h) $32\frac{1}{9}$

4. အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။

(a) $\sqrt{22\frac{11}{49}}$ (b) $\frac{7}{8}\sqrt{441}$

(c) $\sqrt{\frac{25}{49} \text{ ၏ } \frac{4}{25}}$ (d) $\sqrt{\frac{125}{320}}$

5. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရေးချပါ။

(a) 1.21 (b) .64 (c) .04
(d) .0001 (e) .0036 (f) .0049
(g) .000004 (h) .000025 (i) .000144

6. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ရှာပါ။

(a) 4.41 (b) .0289 (c) .5329
(d) 213.16 (e) 9.7969 (f) .091809
(g) 1274.49 (h) 25.5025 (i) 1.002001

7. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးအထိ ရှာပါ။

(a) 2 (b) 48.4 (c) 0.51
(d) 3.1416 (e) .00056 (f) 66.13531715

8. အောက်ပါတို့ကို ဒသမ 2 နေရာအထိ အမှန်ရှာပါ။

(a) $\sqrt{\frac{7}{9}}$ (b) $\sqrt{4\frac{9}{64}}$ (c) $\sqrt{\frac{5}{22}}$

(d) $\sqrt{\frac{29}{24}}$ (e) $\sqrt{\frac{4}{3}}$ (f) $\sqrt{\frac{23}{32}}$

9. စတုရန်းပုံသဏ္ဍာန်ရှိသော ကြမ်းပြင်တစ်ခု၏ ဧရိယာသည် 53 စတုရန်းကိုက် 7 စတုရန်းပေ ရှိသော် ၎င်း၏အနားတစ်ဖက်ကို ရှာပါ။

10. စတုရန်းပုံ လယ်တစ်ကွက်သည် $2\frac{1}{2}$ ဧကရှိသော် ၎င်း၏ အနားတစ်ဖက်ကို ရှာပါ။

(4840 စတုရန်းကိုက် = 1 ဧက)

အခန်း (4)
အက္ခရာကိန်းတန်းများဆိုင်ရာ လုပ်ထုံးများ

ကျွန်ုပ်တို့သည် 8, y, $5x^2$, -3ab, $\frac{1}{2}x$ ကဲ့သို့သော ကိန်းလုံးတို့ကို မိုနိုမီယယ် (Monomial) ဟုလည်းကောင်း၊ $2x^2 + 3$ ကဲ့သို့ ကိန်းလုံး 2 လုံးပါသော ဖော်ပြချက်ကို ဘိုင်နိုမီယယ် (Binomial) ဟုလည်းကောင်း၊ $x^2 - 2xy + y^2$ ကိုမူ တြိုင်နိုမယ် (Trinomial) ဟုလည်းကောင်း သိခဲ့ကြပြီ။ အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည့် မိုနိုမီယယ်များ ပေါင်းထားသည့် ကိန်းတန်းတစ်ခုကို လေ့လာပါ။

$7x^4+3x^3+(-5x^2)+2x+(-5)$

ထိုကိန်းတစ်ကို အောက်ပါအတိုင်း ရေးလေ့ရှိသည်။

$7x^4+3x^3-5x^2+2x-5$

ထိုကဲ့သို့သော အက္ခရာကိန်းတန်းကို ပိုလီနိုမီယယ် (Polynomial) ဟု ခေါ်ဝေါ်သည်။ ထိုပိုလီနိုမီယယ်ဟု ခေါ်သည့် အက္ခရာကိန်းတန်းများ ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်း၊ မြှောက်ခြင်း၊ စားခြင်းတို့ကို လေ့လာကြမည်။

4.1 အက္ခရာကိန်းတန်းများ ပေါင်းခြင်း

ဥပမာ (1) $6r^2s + 11$ နှင့် $3r^2s - 5r + 3$ တို့ကိုပေါင်းပါ။

$$(6r^2s + 11) + (3r^2s - 5r + 3)$$

$$= (6r^2s + 3r^2s) - 5r + (11 + 3)$$

$$= 9r^2s - 5r + 14$$

အောက်ပါအတိုင်းလည်း ဒေါင်လိုက်ရေး၍ ပေါင်းနိုင်သည်။

$$\begin{array}{rrr} 6r^2s & & +11 \\ 3r^2s & -5r & +3 \\ \hline 9r^2s & -5r & +14 \end{array}$$

အက္ခရာကိန်းတန်းများကို ပေါင်းလျှင် မျိုးတူသော ကိန်းလုံးများကို ပေါင်း၍ ပေါင်းလဒ်ကို ရှာပါ။

အက္ခရာကိန်းတန်းများနှင့် ပတ်သက်၍ တွက်ချက်ရာတွင်၊ ကိန်းလုံးတို့ကို ရေးသားရာ၌ မသိကိန်း၏ ဒီဂရီအဆင့် (ထပ်ညွှန်း)ကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် သော်လည်းကောင်း၊ ငယ်စဉ်ကြီးလိုက် သော်လည်းကောင်း စီစဉ်မှသာလျှင် တွက်ချက်ရာ၌ ပိုမိုအဆင်ပြေသည်။

မသိကိန်း၏ m ဒီဂရီအဆင့်အရ ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် ဖော်ပြလိုလျှင်၊

$m^3 + 6m^2 + 12m + 6$ ဟု ရေးသားနိုင်သည်။

မသိကိန်း y ၏ ဒီဂရီအဆင့်အရ ငယ်စဉ်ကြီးလိုက် ဖော်ပြလိုလျှင်၊

$16 - 8y^2 + y^4$ ဟု ရေးသားနိုင်သည်။

မသိကိန်း r ၏ ဒီဂရီအဆင့်အရ ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် ဖော်ပြလိုလျှင်
$32r^5 + 7r^4s - 2r^2s^3 - 18s^2$ ဟု ရေးသားနိုင်သည်။

ဥပမာ **(2)** $4 + 2x^2 + x^4 + 3x^3$ ကို x ၏ ဒီဂရီအလိုက် ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် ပြန်စီပါ။
$x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 4$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.1)

1. အောက်ပါတို့၏ ပေါင်းလဒ်ကိုရှာပါ။

(1) $\begin{array}{r} 3x + 2 \\ 4x + 6 \\ \hline \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 2y + 5 \\ 3y - 4 \\ \hline \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} a - b^2 \\ a + b^2 \\ \hline \end{array}$

(4) $\begin{array}{r} 3a^2 + 2a - 1 \\ a^2 + a + 1 \\ \hline \end{array}$ (5) $\begin{array}{r} b^3 - b^2 + b \\ b^2 + 3b \\ \hline \end{array}$ (6) $\begin{array}{l} 2z - x + y \\ -3z \quad\quad - y \\ z + x \\ \hline \end{array}$

(7) $(3y + 7) + (-2y + 2)$
(8) $(5t - 6) + (t + 7)$
(9) $(5a - b) + (2b - 4a)$
(10) $(-2c + d) + (c - 3d)$
(11) $(3y^2 + 2y - 5) + (-4y^2 - 3y + 2)$
(12) $(2z - z^2 - 5) + (z^2 - 3z + 1)$
(13) $(3 - 2t + t^2) + (t^2 - t - 3)$
(14) $(r - 2s + 3) + (2r + s) + (s + 4)$

2. အောက်ပါတို့တွင် သက်ဆိုင်ရာမသိကိန်း၏ ဒီဂရီအလိုက် ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် ပြန်၍စီပါ။

(1) $2y^2 + 1 + 3y$ (2) $6 + 2x^2 + 3x$
(3) $3n + n^2 - 2$ (4) $-8u + 2 - u^2 + u^3$
(5) $x^2 + 3y^2 + 2xy$ (6) $7z^2 + 3 + 8z$
(7) $8 + 3t^2 + 11t$ (8) $5p - 2 + 3p^2$
(9) $-5 + 2v^3 - v^2 + 4v$ (10) $m^3 + 2m^2n + 2n^3 + 3mn^2$

ဥပမာ **(3)** အောက်ပါကိန်းတန်းတို့ကို ပေါင်းပါ။

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2 \\ \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}y^2 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{l} \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2 \\ \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}y^2 \\ \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{4}y^2 \\ \hline \end{array}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.2)

1. အောက်ပါကိန်းတို့ကို ပေါင်းပါ။

(1)
$$\begin{array}{r} 4m - 2n \\ 3m + 2n \\ \hline \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r} 2x - 5y \\ -3x - 2y \\ \hline \end{array}$$

(3)
$$\begin{array}{r} 5x^2 - 2x \\ -x^2 + 3x \\ \hline \end{array}$$

(4)
$$\begin{array}{r} 7.2y - 3.1x \\ 0.6y + 8.3x \\ \hline \end{array}$$

(5)
$$\begin{array}{r} \frac{3t}{7} - \frac{4}{13}s \\ \frac{4t}{7} + \frac{7}{13}s \\ \hline \end{array}$$

(6)
$$\begin{array}{r} z^3 - \quad t^2 \\ \frac{1}{2}z^3 + \frac{2}{3}t^3 \\ \hline \end{array}$$

(7)
$$\begin{array}{l} x^2 \quad + 8 \\ 3z \quad + 15 \\ 10y^2 + 18xy \\ \hline \end{array}$$

(8)
$$\begin{array}{r} -3y^4 + 3x^3 - 5x^2 + x + 3 \\ -4x^3 + 2x^2 - x - 3 \\ \hline \end{array}$$

2. ပေါင်းပါ။

(1) $(3.1x^2 + 0.1) + (1.2x^2 - 2.3)$

(2) $(-8.1y^2 - 2.2) + (3.8y^2 - 5.1)$

(3) $(3z^2 - z^2) + (z^3 - 4z)$

(4) $(5n^4 + 3n^2) + (n^3 - 3n^2)$

(5) $(-2z^3 + z^2 + 5z - 2) + (3z^3 - z^2 - 5z + 2)$

(6) $(-z^3 + z^2 + 5z - 2) + (3z^3 - z^2 - 5z + 2)$

(7) $(a^4 - 3a^2 + 2a - 1) + (2a^4 - a^3 + a^2 - 2a - 2)$

4.2 အကွာရာကိန်းများနုတ်ခြင်း

ဥပမာ

$$\begin{aligned} & (17r^2 - 5r + 2) - (9r^2 + r - 5) \\ = \; & (17r^2 - 5r + 2) - (9r^2 + r - 5) \\ = \; & 17r^2 - 5r + 2 - 9r^2 - r + 5 \\ = \; & 8r^2 - 6r + 7 \end{aligned}$$

အောက်ပါအတိုင်းလည်း ဒေါင်လိုက်ရေး၍ နုတ်နိုင်သည်။

$$\begin{array}{r} 17r^2 - 5r + 2 \\ 9r^2 + \quad r - 5 \\ \hline 8r^2 - 6r + 7 \end{array}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.3)

1. နုတ်ပါ။

(1) $\begin{array}{r} 3x + 5y \\ x + 2y \\ \hline \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 4a + 3b \\ 2a + 3b \\ \hline \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 2r - s \\ r + 2s \\ \hline \end{array}$

(4) $\begin{array}{r} -3y + 7z \\ 2y - z \\ \hline \end{array}$ (5) $\begin{array}{r} 2a^2 - 3a + 5 \\ a^2 \quad - 2 \\ \hline \end{array}$ (6) $\begin{array}{r} ax + by + 1 \\ -2ax + by \\ \hline \end{array}$

2. ရှင်းပါ။

(1) $3x - (x - 1)$ (2) $(3y + 2) - 3y$

(3) $(a + b) - (a + b)$ (4) $(r - s) - (r - s)$

(5) $(m - 2n) - (2m - n)$ (6) $(x^2 + 2x - 1) - (x^2 - 2x + 1)$

(7) $(2z^2 + 3z - 4) - (z^2 - 5)$ (8) $(-2x - 5) - (-x + 7)$

(9) $(z^2 - 3z + 2) - (-z^2 - 2z + 2)$ (10) $(t^3 - 2t^2 + 3) - (2t^3 + 3t^2 - 2t)$

(11) $(2x^4 - 3x^2 + 1) - (x^4 - 2x^2 - x + 2)$ (12) $(3y^4 + 2y^3 + 3y) - (2y^4 + 2y^3 - 4y - 2)$

4.3 အက္ခရာကိန်းတန်းများ မြှောက်ခြင်း

4.3.1 ထပ်ကိန်းများ၏ မြှောက်လဒ်

ကျွန်ုပ်တို့သည် ကိန်းပြည့်များနှင့် ပတ်သက်သည့် ထပ်ကိန်းကို လေ့လာခဲ့စဉ်က $3^2 \times 3^4 = 3^6$ ဖြစ်ကြောင်း သိခဲ့ကြပြီ။

ထို့ပြင် $b^4 = b \times b \times b \times b$ ကိုလည်း သိခဲ့ပြီ။

အောက်ပါရှင်းပြချက်ကို ဆက်လက်လေ့လာပါ။

$$b^4 \times b^2 = \overbrace{\underbrace{b \times b \times b \times b}_{\text{ဆခွဲကိန်းလေးခု}} \times \underbrace{b \times b}_{\text{ဆခွဲကိန်းနှစ်ခု}}}^{\text{ဆခွဲကိန်းခြောက်ခု}}$$

$$= b^{4+2}$$

$$= b^6$$

ယေဘုယျအားဖြင့်၊ အပေါင်းကိန်းပြည့်ထပ်ညွှန်း m နှင့် n အတွက် အောက်ပါမြှောက်ခြင်းဆိုင်ရာ ထပ်ညွှန်းဥပဒေကို ရရှိသည်။

$$b^m \times b^n = \overbrace{\underbrace{(b \times b \times \dots\dots\dots \times b)}_{\text{ဆခွဲကိန်း } m \text{ ခု}} \times \underbrace{(b \times b \times \dots\dots\dots \times b)}_{\text{ဆခွဲကိန်း } n \text{ ခု}}}^{\text{ဆခွဲကိန်း } m+n \text{ ခု}}$$

$$\boxed{b^m \times b^n = b^{m+n}}$$

ဤဥပဒေကို ထပ်ကိန်းများအခြေတူမှသာလျှင် အသုံးပြုနိုင်ပြီး၊ အခြေမတူလျှင် အသုံးမပြုနိုင်ပေ။ ဥပမာအားဖြင့် $x^8 \quad y^9$ ကို ရှင်း၍မရတော့ပေ။ အကြောင်းမှာ အခြေမတူခြင်းကြောင့်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(1)** $(6x^2y)(-5x^5y^4)$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} & (6x^2y)(-5x^5y^4) \\ = \; & (6 \times (-5))(x^2 \times x^5)(y \times y^4) \\ = \; & -30\, x^{2+5}\, y^{1+4} \\ = \; & -30\, x^7y^5 \end{aligned}$$

ဥပမာ **(2)** $(3p)(pr)(p^2t) - (2p^2)(p^2rt)$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} = \; & (3p)(pr)(p^2t) - (2p^2)(p^2rt) \\ = \; & 3p^4rt - 2p^4rt \\ = \; & p^4rt \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.4)
(နှုတ်မေးနှုတ်ဖြေ)

ရှင်းပါ။

1. $(x)(x)(x)$
2. $(y)(y)(y)$
3. $(a)(a^2)$
4. $(c^2)(c^2)$
5. $(3x)(4z)$
6. $(2m)(7n)$
7. $(-2z)(z^2)$
8. $z^2(-3z^3)$
9. $(-2ab)(-2a^2)$
10. $(-3p^3)(-pq)$
11. $(-r^2s)(rs^2)$
12. $(-xy)(y)(xy^2)$
13. $z^4(2yz)(3y^2)$
14. $(2x^2y)(3xy)$
15. $7t(-s^2t)(s^2)$
16. $6u(u^2v)(-v^2)$
17. $x \times x^n$
18. $y^n(y^2)$
19. $(z^m)(z^n)$
20. $(t^n)(t^2n)$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.5)

ရှင်းပါ။

1. $(2yz)\ (3y^2)$
2. $(-2m^2n)\ (mn^3)$
3. $(-2x)\ (x^2y\ (y))$
4. $(-2yb)\ (-2y)\ (-2y)$
5. $(-3a^2b)\ (-2ab)\ (5b^4)$
6. $(0.2x)\ (5x^2y)\ (-xyz^3)$
7. $(\frac{1}{3}m^2n)\ (\frac{1}{5}mn^5)$
8. $-\frac{1}{5}u\ (u^5v^5)\ (-5uv^3)$
9. $(-3a^2b^2c)\ (-3a^2b^2c)\ (-3a^2b^2c)$
10. $(x^n)\ (x)$
11. $(2z^{n+1})\ (z)$
12. $(-2r)\ (r^2)\ (-r^3) + (3r^2)\ (r^4)$
13. $(-2x)\ (xy^2)\ (-5x\ z^2) + (-x^2)\ (2xy)\ (2yz^2)$
14. $(5h^2)\ (-3hk^2)\ (k^2) - (3h)\ (2h^2k)\ (k^3)$
15. $(a^3bc)\ (-2b^2c)\ (3c^2) + (-a^2b^2c^2)\ (2a)\ (-3bc^2)$
16. $(5mn^2)\ (-3m^3n)\ (p^2) + (8mp)\ (3np)\ (m^3n^2)$

4.3.2 မြှောက်လဒ်တစ်ခု၏ ထပ်ကိန်း

$3x^3$ နှင့် $(3x)^3$ ကို လေ့လာပါ။

$x = 0$ နှင့် မညီမချင်း ထိုကိန်းတို့သည် မညီကြပေ။

$3x^3 = 3 \times x \times x \times x$

$(3x)^3 = 3x \times 3x \times 3x = 27x^3$

ယေဘုယျအားဖြင့် အပေါင်းကိန်းပြည့် ထပ်ညွှန်းအတွက် အောက်ပါဥပဒေတစ်ခုကိုရရှိသည်။

ဆခွဲကိန်း (ab) ပေါင်း m အကြိမ်ရှိသည်။

$$(ab)^m = (ab) \times (ab) \times \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \times (ab)$$

$$(ab)^m = \underbrace{(a \times a \times \ldots\ldots \times a)}_{\text{ဆခွဲကိန်း } m} \times \underbrace{(b \times b \times \ldots. \times b)}_{\text{ဆခွဲကိန်း } m} = (a)^m\ (b)^m$$

$$\boxed{(ab)^m = a^m b^m}$$

ဥပမာ **(1)** $(-2z)^4$ ကို ရှင်းပါ။

$$(-2z)^4 = (-2^4)\ (z)^4 = (-2)^4 z^4 = 16z^4$$

ဥပမာ **(2)** $(5pq)^2$ ကို ရှင်းပါ။

$$(5pq)^2 = 5^2p^2q^2 = 25\,p^2q^2$$

ဆက်လက်၍ အောက်ပါ ဥပဒေတစ်ခုကို လေ့လာကြမည်။

$$(b^2)^3 = b^2 \times b^2 \times b^2 = b^{2+2+2} = b^6 = b^{2\times3}$$

ယေဘုယျအားဖြင့်

ဆခွဲကိန်း b^m သည် n အကြိမ်ရှိသည်။

$$(b^m)^n = \overbrace{(b^m) \times (b^m) \times (b^m) \times \dots \times (b^m)}$$

n အကြိမ်

$$\therefore\ (b^m)^n = b^{\overbrace{m+m+\dots\dots+m}} = b^{mn}$$

အထက်တွင် ရှင်းပြခဲ့သည့် ဥပဒေနှစ်ခုကို အောက်ပါဥပမာတွင် အသုံးပြုထားကြောင်း တွေ့ရမည်။

ဥပမာ **(3)** $(-6s^6t^4)^3$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned}(-6s^6t^4)^3 &= (-6)^3\ (s^6)^3\ (t^4)^3 \\ &= -216\,s^{18}\,t^{12}\end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.6)
(နှုတ်မေး၊ နှုတ်ဖြေ)

1. ရှင်းပါ။

(1) $(3a)^2$ (2) $(4b)^2$ (3) $(-3c)^3$

(4) $(-4d)^2$ (5) $(x^2)^2$ (6) $(y^2)^3$

(7) $(\frac{1}{2}yz)^2$ (8) $(-\frac{1}{3}ab)^2$ (9) $(-c^2d^3)^3$

(10) $(ab^2c)^4$ (11) $(-2ab^2)^3$ (12) $(-4t^2x)^1$

(13) $-(x^2)^2$ (14) $-(-xy^2)^3$ (15) $x\ (ny)^2$

(16) $-5^2\,(a^2t)^2$ (17) $(n^n)^2$ (18) $(y^2)m$

(19) $(y^m)^n$ (20) $(x^my^n)^3$

2. အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းကို ရှာပါ။

(1) $-0.2x^2$ (2) $0.3y^2z$ (3) $8u^2v^2$ (4) $-10a^3b^2$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.7)

ရှင်းပါ။

1. $(2a)^4$
2. $(3z)^3$
3. $(-4t^2)^2$
4. $(-2n^3)^n$
5. $3z(2z)^2$
6. $4b(3b)^3$
7. $-2s(st)^2$
8. $-3p\,(p^2q)^3$
9. $(x^2y^2)\,(xy^2)^3$
10. $(cd^2)^3$
11. $(-\frac{1}{2}a^2b)^2\,(4ab^3)^2$
12. $(-\frac{1}{3}mn)^3\ (9mn^2)^2$
13. $(-rs)^2\ (2r^2s)^3\,(0.5s)$
14. $(yz^2)^2\,(-4y^2)^3\ (0.25z^2)$
15. $(c^4k)^2\ (-3k)^3\ (\frac{1}{3}c^2)^2$
16. $(-2x^2y)^3\ (\frac{1}{4}xy)^2\ (-2y^2)^2$
17. $(xz)^n\ (x^2z)$
18. $(a^nb^m)\ (a^2b)$

ဥပမာ (1) $(3x^2y)^2 + (3x^2y^2)\ (2x)^2$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned}
& (3x^2y)^2 + (3x^2y^2)\ (2x)^2\\
&= 9x^4y^2 + (3x^2y^2)\ (4x^2)\\
&= 9x^4y^2 + 12\,x^4y^2\\
&= 21\,x^4y^2
\end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.8)

ရှင်းပါ။

1. $(2ab^2)^3 + (2ab^2)^2\ (6ab^2)$
2. $(3u)\ (u^2v)^3 + (2u)^2\ (-u^5v^3)$
3. $(-2r^3)^2\ (rs^2t) - (-r^2)^2\ (rst)\ (-r^2s)$
4. $(-6y^2z^3)^2\ (2yz) - (3yz^2)^3\ (-12y^2z)$
5. $(\frac{1}{3}m^2n)^4\ (-9mn^2) - (3mn)^2\ (\frac{1}{9}m^2n^2)\ (m^3n^2)^2$
6. $(\frac{1}{3}pq^2)^3\ (9p^2q)^2 - (-pq^2)^2\ (2pq)^3\ (5)$
7. $-3x^2y\ (y-2) + 2x^2y\ (x-3)$
8. $5ab^2\ (ab - b^2) - 2a^2\ (b^3 + b)$
9. $x^n\ (x^2 - 2x) + x^2\ (x^n + x^{n-1})$
10. $z^m\ (2z + 3) - z\,(z^m + 2z^{m-1})$

4.3.3 ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို မိုနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့် မြှောက်ခြင်း

ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို မိုနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့် မြှောက်ရာတွင် မြှောက်ခြင်းအတွက် ထပ်ညွှန်း ဥပမာများနှင့် ဖြန့်ဝေရ ဂုဏ်သတ္တိတို့ကို အသုံးပြုရသည်။ ဥပမာအားဖြင့် $3a\,(4a^2 + 2)$ ကိုအောက်ပါအတိုင်း ရှင်းနိုင်သည်။

$$\begin{aligned}
3a\,(4a^2 + 2) &= 3a\,(4a^2) + 3a\,(2)\\
&= 12a^3 + 6a
\end{aligned}$$

ဥပမာ **(1)** $-6x^3\ (4x^2 - 2x + 1)$ ကို ရှင်းပါ။

(အလျားလိုက် မြှောက်ခြင်း)

$-6x^3\ (4x^2 - 2x + 1) = -24x^5 + 12x^4 - 6x^3$

(ဒေါင်လိုက်မြှောက်ခြင်း)

$$\begin{array}{r} 4x^2 - 2x + 1 \\ -6x^3 \\ \hline -24x^5 + 12x^4 - 6x^3 \end{array}$$

ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို မိုနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့် မြှောက်လိုလျှင် ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြု၍ ပိုလီနိုမီယယ်ရှိ ကိန်းလုံးတစ်ခုစီကို မိုနိုမီယယ်ဖြင့် မြှောက်ပြီး၊ မြှောက်လဒ်တို့ကို ပေါင်းပါ။

လေ့ကျင့်ခန်း (4.9)

ရှင်းပါ။

1. $2(x-3)$
2. $-z(2-z)$
3. $4(a-b)$
4. $x^2(x-2)$
5. $-3z^2(2z^2-5z)$
6. $-1(3x^2-x^3)$
7. $-1(7n^2+3)$
8. $-2ab(-a^2-b^2)$
9. $y^n(y-2)$

အောက်ပါတို့ကို ဒေါင်လိုက်မြှောက်ပါ။

1. $$\begin{array}{r} 3p - 4t \\ -p \\ \hline \end{array}$$

2. $$\begin{array}{r} 2z^2 - 4z + 2 \\ 4z \\ \hline \end{array}$$

3. $$\begin{array}{r} 2u - 6 \\ \frac{1}{2}u \\ \hline \end{array}$$

4. $$\begin{array}{r} 5x^2 - 2x + 1 \\ -3x \\ \hline \end{array}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.10)

ရှင်းပါ။

1. $5(2z^2-2z+6)$
2. $-2(y^2-4y$
3. $-4t^3(3r+2rt-4t^2)$
4. $6n^2t(4nt-3nt^2+4t^3)$
5. $(4k^2+3kn+2n^2)(-5k)$
6. $5r^2s(3-2r+7s+5rs^2)$
7. $-8c^3d^2(c^2+d^2-4c-5d)$

4.3.4 ပုစ္ဆာများကို ပိုလီနိုမီယယ်အသွင် ရေးသားဖော်ပြခြင်း

ပုစ္ဆာများရှိ ပေးထားချက်တို့ကို အခြေပြု၍ ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခု ရေးသားရန် လိုအပ်နိုင်ပေသည်။

ဥပမာ (1) အလျားသည် အနံထက် 20 ပေ ပို၍ရှည်သော ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာကို ဖော်ပြသော ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို ရေးသားပြပါ။

အနံ၏ အရှည်ပေ $= w$ ဖြစ်ပါစေ၊

အလျား၏ အရှည်ပေ $= w + 20$

ဧရိယာ စတုရန်းပေ $= w(w + 20) = w^2 + 20w$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.11)

1. အနံသည် အလျားအောက် 8 ပေတိုသော ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာကို ဖော်ပြသော ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို ရေးပြပါ။
2. အနံသည် အလျားအောက် 7 cm တိုသော ထောင့်မှန်စတုဂံပုံတစ်ခု၏ ဧရိယာကို ဖော်ပြသော ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို ရေးပြပါ။
3. အခြေ၏အလျားသည် အမြင့်၏ အလျားထက် 5 cm ပို၍ရှည်သော တြိဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာကို ဖော်ပြသော ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို ရေးပြပါ။
4. ကားတစ်စင်းသည် တစ်နာရီလျှင် 5 မိုင် ပျမ်းမျှအမြန်နှုန်းဖြင့် 2 နာရီကြာသွားပြီးနောက် ကျန်ခရီးကိုတစ်နာရီလျှင်10မိုင် ပို၍မြန်အောင်မိုင်နှုန်းမြှင့်ပြီး 1 နာရီကြာသွား၏။စုစုပေါင်း သွားခဲ့သော ခရီးအကွာအဝေးကို ဖော်ပြသည့် ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခု ရေးပြပါ။
5. လေယာဉ်တစ်စင်းသည် တစ်နာရီလျှင် $(300 + x)$ မိုင်နှုန်းဖြင့် 2 နာရီကြာ ပျံသန်းပြီးနောက် ကျန်ခရီးကို ပထမနှုန်းထက် $1\frac{1}{2}$ ဆ ပို၍များသော မိုင်နှုန်းဖြင့် 4 နာရီကြာ ပျံခဲ့၏။ စုစုပေါင်း ပျံခဲ့သည့် ခရီးအကွာအဝေးကို ဖော်ပြသည့် ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို ရေးပြပါ။

4.3.5 ပိုလီနိုမီယယ်နှစ်ခု မြှောက်ခြင်း

ဥပမာ (1) $(3y + 2)\ (6y + 1)$ ကို ရှင်းပြပါ။

ဦးစွာ $(6y + 1)$ ကို ကိန်းတစ်ခုအဖြစ်ယူဆ၍၊ $(3y + 2)$ ကို မြှောက်ပါ။ ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိကိုအသုံးပြုပါ။ ရရှိလာသည့် ပိုလီနိုမီယယ်ကို အရှင်းဆုံးပုံစံဖြင့် ပြပါ။

$$
\begin{aligned}
&(3y + 2)(6y + 1) \\
&= (3y)(6y + 1) + 2(6y + 1) \\
&= \overbrace{(3y)(6y) + (3y)(1)} + \overbrace{2(6y) + 2(1)} \\
&= 18y^2 \underbrace{+ 3y + 12y} + 2 \\
&= 18y^2 + 15y + 2
\end{aligned}
$$

အထက်တွင် ရှင်းပြသကဲ့သို့ အလျားလိုက် မြှောက်ခြင်းအပြင် ဒေါင်လိုက်လည်း အောက်ပါအတိုင်း မြှောက်နိုင်သည်။

$$
\begin{array}{rr}
 & 6y + 1 \\
 & 3y + 2 \\
\hline
3y\,(6y+1) \longrightarrow & 18y^2 + 3y \\
2\,(6y+1) \longrightarrow & 12y + 2 \\
\hline
 & 18y^2 + 15y + 2
\end{array}
$$

ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို အခြားပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့် မြှောက်လိုလျှင်၊ ဖြန့်ဝေရ ဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြုပြီး ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုတွင် ပါရှိသည့် ကိန်းလုံးတစ်ခုစီကို ကျန်ပိုလီနိုမီယယ်ရှိ ကိန်းလုံးတစ်ခုစီဖြင့် မြှောက်ပါ။ မြှောက်လဒ်တို့ကို ပေါင်းပါ။

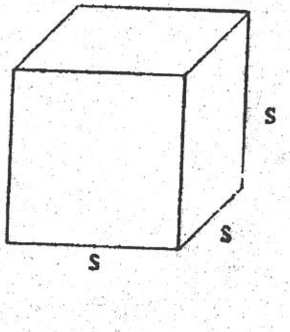
လေ့ကျင့်ခန်း (4.12)

မြှောက်ပါ။ ရရှိသည့် ပိုလီနိုမီယယ်ကို အရှင်းဆုံး ပုံစံဖြင့်ပြပါ။

1. $(x-2)(x+2)$
2. $(2a+1)(a+2)$
3. $(3x-3)(x-5)$
4. $(6d+5)(3d-2)$
5. $(2x+7z)(2x-7z)$
6. $(0.2z+1)(1.4z-2)$
7. $(a^2-b^2)(a^2-b^2)$
8. $(z+2)(z^2-3z+5)$
9. $(a-2)(3a^2+5a-1)$
10. $(x-y)(x^2+xy+y)$
11. $(r+s)(r^2+2rs+s^2)$
12. $(x+1)(2x-3)+(x+1)(3x-1)$
13. $(y+2)(y-2)+(2y+1)(2y+1)$
14. $(2a+b)(3a-b)-(a-b)(2a-3b)$
15. $(3c-d)(2c+3d)-(4c+d)(2c-d)$

4.3.6 ပိုလီနိုမီယယ်များ၏ ထပ်ကိန်းများ

စတုရန်းတစ်ခု၏ ဧရိယာကို ပုံသေနည်း $A = s^2$ ဖြင့်သော်လည်းကောင်း၊ အံစာတုံးတစ်ခု၏ ထုထည်ကို $v = s^3$ ပုံသေနည်းဖြင့် လည်းကောင်း ရှာနိုင်ကြောင်း သိခဲ့ကြပြီ။



ပုံတွင် အနားစောင်းတစ်ဖက် (s) သည် $(3y-2)$ ရှိသော အံစာတုံးတစ်ခုကို ပြထားသည်။
ထိုအံစာတုံး၏ အခြေဧရိယာ $= (3y-2)^2$
ထိုအံစာတုံး၏ ထုထည် $= (3y-2)^3$

အထက်ပါဖော်ပြချက်တွင် ပိုလီနိုမီယယ်သည် ဆခွဲကိန်းတစ်ခုအဖြစ်ဖြင့် အကြိမ်မည်မျှပါရှိကြောင်း၊ ထပ်ညွှန်းများက ဖော်ပြနေပေသည်။ အဆိုပါ ဆခွဲကိန်းတို့၏ မြှောက်လဒ်ကို ရှာပြီး မိုနိုမီယယ်များ၏ ပေါင်းလဒ်အဖြစ် ဖော်ပြခဲ့လျှင်၊ ပေးထားသော ဖော်ပြချက်ကို အကျယ်ဖွင့်ဆိုသည် ဟု ဆိုလိုသည်။

ဆိုလိုသည်မှာ $(3y-2)^2$ ဟူသော ဖော်ပြချက်ကို အကျယ်ဖွင့်လိုလျှင်

$(3y-2)(3y-2)$ ကို ရှင်းပြီး၊ ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုအဖြစ် အရှင်းဆုံးပုံစံဖြင့် ဖော်ပြရသည်။

တစ်ဖန် $(3y-2)^3$ ကို အကျယ်ဖွင့်လိုလျှင်

$(3y-2)(3y-2)(3y-2)$ ကို ရှင်းပြီး၊ ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုအဖြစ် အရှင်းဆုံးပုံစံဖြင့် ဖော်ပြရသည်။

$(3y-2)^2$ ကို အကျယ်ဖွင့်ခြင်း

$$\begin{array}{r}3y-2\\ 3y-2\\ \hline 9y^2-6y\qquad\\ -6y+4\\ \hline 9y^2-12y+4\end{array}$$

$(3y-2)^3$ ကို အကျယ်ဖွင့်ခြင်း

$$\begin{array}{r}9y^2-12y+4\qquad\\ 3y-2\qquad\qquad\\ \hline 27y^3-36y^2+12y\qquad\\ -18y^2+24y-8\\ \hline 27y^3-54y^2+36y-8\end{array}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.13)

အောက်ပါထပ်ကိန်းတို့ကို အကျယ်ဖွင့်ပါ။

1. $(x+1)^2$
2. $(a-3)^2$
3. $(a+b)^2$
4. $(2x-z)^2$
5. $(a+b)^3$
6. $(a-b)^3$
7. $(2x+z)^2$
8. $(x-y)(x-y)^2$
9. $2x(x+5)^2$
10. $-3y(y-2)^2$
11. $(x-y)(x+y)^2$
12. $(a+2b)(a-3b)^2$
13. $4x^2+(x+2)^2$
14. $3z^2-(z-2)^2$
15. $(x+\frac{1}{2})^2$
16. $(y-\frac{1}{3})^2$
17. $(a-0.3)^2$
18. $(b-1.2)^2$
19. $(x-y)^2(x+y)^2$

4.4 အက္ခရာကိန်းတန်းများစားခြင်း

ကျွန်ုပ်တို့သည် ကိန်းများကို လေ့လာစဉ်က၊ အောက်ပါအတိုင်း ရှင်းလင်းတွက်ချက်ထားသည်ကို သတိပြုမိကြမည်။

$$\frac{36\times35}{6\times7}=\frac{36}{6}\times\frac{35}{7}=6\times5=30$$

$$\frac{11\times21}{7}=11\times\frac{21}{7}=11\times3=33$$

$$\frac{27}{2\times9}=\frac{1}{2}\times\frac{27}{9}=\frac{1}{2}\times3=\frac{3}{2}$$

အဆိုပါရှင်းလင်းတွက်ချက်ပုံတို့ကို ယေဘုယျအနေဖြင့် ဖော်ပြရလျှင်၊

$$\frac{xy}{cd}=\frac{x}{c}\times\frac{y}{d}$$

$c = 1$ ဖြစ်လျှင်

$$\frac{xy}{d}=x\times\frac{y}{d}$$

$x = 1$ ဖြစ်လျှင်

$\frac{y}{cd}=\frac{1}{c}\times\frac{y}{d}$ ဟု ဖော်ပြရပေမည်။

ဤဂုဏ်သတ္တိတို့သည် ထပ်ကိန်းများ၏ စားလဒ်ကိုရှာရာ၌ များစွာအသုံးဝင်သည်။

ဥပမာအားဖြင့် $\frac{a^7}{a^3}$ ကို ရှင်းကြည့်ကြမည်။

$$\frac{a^7}{a^3}=\frac{a^4\times a^3}{a^3}=a^4\times\frac{a^3}{a^3}=a^4\times1=a^4$$ ($\frac{a^3}{a^3}=1$ ဖြစ်သည်ကိုသတိပြုပါ။)

$$\frac{a^7}{a^3}=a^4=a^{7-3}$$

(တစ်နည်း) $$\frac{a^7}{a^3}=\frac{a\times a\times a\times a\times a\times a\times a}{a\times a\times a}=a^4=a^{7-3}$$

အထက်ပါပုစ္ဆာတွင် စားလဒ်ကိုကြည့်လျှင်၊ အခြေသည် ပြောင်းလဲမှုမရှိဘဲ ထပ်ညွှန်းကိုမူ ပိုင်းဝေရှိထပ်ညွှန်းမှ ပိုင်းခြေရှိထပ်ညွှန်းကို နုတ်ခြင်းဖြင့် ရရှိကြောင်း တွေ့ရပေမည်။ (ပိုင်းဝေရှိ ထပ်ညွှန်းသည် ပိုင်းခြေရှိထပ်ညွှန်းထက် ကြီးကြောင်းကို သတိပြုပါ။)

ယေဘုယျအားဖြင့်

$$\boxed{\frac{b^m}{b^n}=b^{m-n},\quad m>n}$$

တစ်ဖန် $\frac{a^5}{a^9}$ ကို ရှင်းကြမည်။

$$\frac{a^5}{a^9}=\frac{a^5}{a^4\times a^5}=\frac{1}{a^4}\times\frac{a^5}{a^5}=\frac{1}{a^4}\times1=\frac{1}{a^4}$$ ...($\frac{a^5}{a^5}=1$ ဖြစ်သည်ကို သတိပြုပါ။)

$$\frac{a^5}{a^9}=\frac{1}{a^4}=\frac{1}{a^{9-5}}$$

(တစ်နည်း)

$$\frac{a^5}{a^9}=\frac{a\times a\times a\times a\times a}{a\times a\times a\times a\times a\times a\times a\times a\times a}=\frac{1}{a^4}=\frac{1}{a^{9-5}}$$

ယေဘုယျပြုလျှင်

$$\boxed{\frac{b^m}{b^n}=\frac{1}{b^{n-m}}\ ,\ m<n}$$

ည်

အထက်ပါ ဥပဒေနှစ်ရပ်တွင် m နှင့် n တို့သည် အပေါင်းကိန်းပြည့်များဖြစ်ပြီး b သည် (အနုတ်မဟုတ်သည့်) အပေါင်းကိန်းတစ်လုံးဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(1)** $\dfrac{x^8}{x^6}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{x^8}{x^6} = x^{8-6} = x^2$$

ဥပမာ **(2)** $\dfrac{3a}{a}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{3a}{a} = \frac{3\times a}{a} = 3$$

ဥပမာ **(3)** $\dfrac{12u^5v^3}{-2uv^2}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{12u^5v^3}{-2uv^2} = \frac{12}{-2}\times\frac{u^5}{u}\times\frac{v^3}{v^2}$$
$$= -6 \times u^{5-1} \times v^{3-2}$$
$$= -6u^4v$$

ဥပမာ **(4)** $\dfrac{-5x^7y^5}{-30x^2y^8} = \dfrac{-5}{-30}\times\dfrac{x^7}{x^2}\times\dfrac{y^3}{y^8}$ ကို ရှင်းပါ။

$$= \frac{1}{6} \times x^{7-2} \times \frac{1}{y^{8-5}}$$
$$= \frac{x^5}{6y^3}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.14)

ရှင်းပါ။ (အောက်ပါပုစ္ဆာတို့တွင် စားကိန်းသည် 0 နှင့် မညီဟု ယူဆပါ။)

(1) $\dfrac{3y}{y}$ (2) $\dfrac{6z}{z}$ (3) $\dfrac{y^5}{y^2}$

(4) $\dfrac{x^6}{x^3}$ (5) $\dfrac{c^7}{-c^3}$ (6) $\dfrac{-d^8}{d^6}$

(7) $\dfrac{22b^5}{-11b}$ (8) $\dfrac{-20a^2}{-5a}$ (9) $\dfrac{4x^2y}{2xy}$

(10) $\dfrac{-18r^2s^2}{-9r^2s}$ (11) $\dfrac{3a}{6a^2}$ (12) $\dfrac{5t}{35t^3}$

(13) $\frac{-4x^2y}{-4x^2y^2}$ (14) $\frac{32a^2b^2}{16a^3b^3}$ (15) $\frac{(3rs)^2}{9r^3}$

(16) $\frac{(2cd)^3}{-4cd^2}$ (17) $\frac{-(4xy)^2}{(-2xy)^3}$ (18) $\frac{-27p^6q^3}{(3p^2q)^3}$

(19) $\frac{x^m}{x^2}$ (20) $\frac{x^3}{x^n}$ (21) $\frac{y^m}{y^n}$

(22) $\frac{z^{2m}}{z^m}$ (23) $\frac{58r^{12}s^{10}}{16r^{24}s^{10}}$ (24) $\frac{14t^{11}s^5}{-42t^{12}s^4}$

(25) $\frac{(3xy)^5}{6xy^3}$ (26) $\frac{16a^5b^2}{(2ab)^3}$ (27) $\frac{(4m^5n^2)^2}{-(2m^2n^2)^3}$

(28) $\frac{-(3cd)}{6(cd)}$ (29) $\frac{(-3)^3}{(-9)^2}$ $\frac{(x^3)^3}{(x^2)^3}$ $\frac{(y^2)^3}{(y^2)^3}$

(30) $\frac{(-4)^2}{(-2)^2}$ $\frac{(a^3)^2}{(a^3)^3}$ $\frac{(b^4)^2}{(b^2)^4}$

ဥပမာ **(1)** $\frac{x^2y^3}{x^2y}+\frac{6xy^5}{-3xy^3}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{x^2y^3}{x^2y}+\frac{6xy^5}{-3xy^3} = \frac{x^2}{x^2}\times\frac{y^3}{y}+\frac{6}{-3}\times\frac{x}{x}\times\frac{y^5}{y^3}$$
$$= 1\times y^{3-1}+(-2)\times 1\times y^{5-3}$$
$$= y^2 - 2y^2 = -y^2$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.15)

ရှင်းပါ။

(1) $\frac{3t^5}{t}+\frac{8t^4}{2t^3}$ (2) $\frac{70k^5}{10k^2}-\frac{36k^4}{6k}$

(3) $\frac{21c^2d}{3d}-\frac{18c^3d^2}{6cd^2}$ (4) $\frac{45a^3b^2}{9ab}-\frac{52a^2b^5}{4b^4}$

(5) $\frac{24x^5y^3}{-3xy}+\frac{8x^4y^6}{2y^4}$ (6) $\frac{38p^3q^5}{19pq^2}+\frac{15p^4q^4}{-3p^2q}$

(7) $\frac{3c^2d}{4c}+\frac{9c^2d}{3c}-2cd$ (8) $8x^2y+\frac{8x^4y^2}{x^2y}-\frac{12x^4y^3}{2x^2y^2}$

(9) $\frac{3a^2b}{2ab^2}+\frac{15a^4b^3}{3a^2b^2}-\frac{8a^6b^4}{2a^4b^2}$ (10) $\frac{-11c^5d^4}{2c^2d^2}+\frac{5c^7d^6}{2c^4d^4}+\frac{3c^4d^3}{cd}$

4.4.1 ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို မိုနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့် စားခြင်း

အောက်၌ ကိန်းတန်း $(84 + 28) \div 7$ ကို ရှင်းရာတွင် ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြုထားကြောင်း တွေ့ရမည်။

$$\frac{84+28}{7} = \frac{1}{7}(84+28) = \frac{1}{7}(84) + \frac{1}{7}(28) = 12 + 4 = 16$$

အလားတူပင် အက္ခရာကိန်းတန်း $\frac{ax+ay}{a}$ ကို ရှင်းရာတွင်လည်း ဖြန့်ဝေရ ဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြုနိုင်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

$$\begin{aligned}\frac{ax+ay}{a} &= \frac{1}{a}(ax+ay)\\ &= \frac{1}{a}(ax) + \frac{1}{a}(ay)\\ &= (\frac{1}{a}\times a)\,x + (\frac{1}{a}\times a)\,y\\ &= 1x + 1y = x + y\end{aligned}$$

ဖော်ပြပါ ပုစ္ဆာဖြေရှင်းရာတွင် ပိုလီနိုမီယယ်ရှိ ကိန်းလုံးတစ်ခုစီကို မိုနိုမီယယ်ဖြင့် စားထားကြောင်း တွေ့ရသည်။

ဥပမာ **(1)** $\frac{16x^4+12x^3-8x^2}{4x^2}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned}\frac{16x^4+12x^3-8x^2}{4x^2} &= \frac{16x^4}{4x^2}+\frac{12x^3}{4x^2}-\frac{8x^2}{4x^2}\\ &= 4x^2 + 3x - 2\end{aligned}$$

ဥပမာ **(2)** $\frac{bt^2+t-b}{bt}$ ကိုရှင်းပါ။

$$\begin{aligned}\frac{bt^2+t-b}{bt} &= \frac{bt^2}{bt}+\frac{t}{bt}-\frac{b}{bt}\\ &= t + \frac{1}{b} - \frac{1}{t}\end{aligned}$$

အထက်ပါဥပမာများတွင် $16x^4 + 12x^3 - 8x^2$ ကို $4x^2$ ဖြင့် အပြတ်စားနိုင်ကြောင်း တွေ့ရသည်။ သို့သော် $bt^2 + t - b$ ကိုမူ bt ဖြင့် အပြတ်မစားနိုင်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို မိုနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့်စားလိုလျှင်၊ ပိုလီနိုမီယယ်ရှိ ကိန်းလုံးတစ်ခုစီကို မိုနိုမီယယ်ဖြင့်စားပြီး၊ စားလဒ်တို့ကို ပေါင်းပါ။

ရှင်းပါ။

(1) $\dfrac{4b^2+6}{2b}$ (2) $\dfrac{2z^2+4z+6}{2}$

(3) $\dfrac{3m^2+6m+9}{3}$ (4) $\dfrac{6a+12}{3}$

(5) $\dfrac{8t+16}{4}$ (6) $\dfrac{18-9z}{9}$

(7) $\dfrac{3m-n}{2n}$ (8) $\dfrac{21r^2+6r}{3r}$

(9) $\dfrac{8x+4y}{2xy}$ (10) $\dfrac{3a-6b}{3ab}$

(11) $\dfrac{16x-12x+8}{-4}$ (12) $\dfrac{27z+18z-36}{-9}$

(13) $\dfrac{3x^2y+6xy^2-9x^2y^2}{3xy}$ (14) $\dfrac{40pq^2+30p^2q-20p^2q^2}{10pq}$

(15) $\dfrac{8z^5-32z^4-16z^3}{-8z^4}$ (16) $\dfrac{28u^7-16u^5+20u^3}{4u^5}$

(17) $\dfrac{14x^2-18x^2}{2x}+\dfrac{15x-25x}{5x}$

(18) $\dfrac{35k^2t-28kt+7kt^2}{7kt}-\dfrac{15k^2t^2-12k^2t}{3k^2t}$

(19) $\dfrac{x+y}{y}=2.6$ ဖြစ်လျှင် $\dfrac{x}{y}$ ကို ရှာပါ။

(20) $\dfrac{2a+4b}{2b}=3.9$ ဖြစ်လျှင် $\dfrac{a}{b}$ ကို ရှာပါ။

4.4.2 ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့် စားခြင်း

ကိန်းများစားခြင်းကို ကျွန်ုပ်တို့လေ့လာခဲ့ကြပြီ။

ဥပမာ 334 ကို 15 ဖြင့်စားလျှင် စားလဒ် 22 အကြွင်း 4 ရသည်။

ညီမျှခြင်းဖြင့် ဖော်ပြရလျှင်

334 = (22) (15) + 4 ဖြစ်သည်။

ယေဘုယျအားဖြင့်

တည်ကိန်း = (စားလဒ်) (စားကိန်း) + အကြွင်း

(တစ်နည်း)

$$\frac{\text{တည်ကိန်း}}{\text{စားကိန်း}} = \text{စားလဒ်} + \frac{\text{အကြွင်း}}{\text{စားကိန်း}}$$

အထက်ပါပုစ္ဆာတွင် $\frac{334}{15} = 22 + \frac{4}{15} = 22\frac{4}{15}$

22 ကို စားလဒ်တစ်စိတ်တစ်ပိုင်း (Partial Quotient) ဟုခေါ်ပြီး၊ $22\frac{4}{15}$ ကို စားလဒ်အပြည့်အစုံ (Complete Quotient) ဟု ခေါ်လေ့ရှိသည်။

ပိုလီနိုမီယယ်တို့ကိုစားရာတွင်မူ စားကိန်းနှင့်တည်ကိန်းတို့ရှိ မသိကိန်းတို့တွင် ပါရှိသော ဒီဂရီကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် စီပြီးမှ စားရသည်။

ဥပမာ (1) $2y^2 + 10y + 12$ ကို $y + 3$ ဖြင့် စားပါ။

$$\begin{array}{r|l} & 2y + 4 \\ \cline{2-2} y+3 & 2y^2 + 10y + 12 \\ & 2y^2 + 6y \\ \cline{2-2} & \quad 4y + 12 \\ & \quad 4y + 12 \\ \cline{2-2} & \qquad\quad 0 \end{array}$$

$\therefore$ စားလဒ် = $2y + 4$

အကြွင်း = 0

[ချိန်ကိုက်နည်း။ ။ $(2y + 4)(y + 3) + 0 = 2y^2 + 10y + 12$]

အောက်ပါဥပမာရှိ တည်ကိန်း၌ လွတ်နေသော ကိန်းလုံးတို့တွင် 0 ကို မည်သို့ မြှောက်ဖော်ကိန်းအဖြစ်ထားပြီး၊ ထည့်သွင်းထားသည်ကို လေ့လာရန် ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) $x^3 - 3$ ကို $x^2 + x - 3$ ဖြင့်စားပါ။

$x^3 - 3 = x^3 + 0x^2 + 0x - 3$

$$\begin{array}{r|l} & x - 1 \\ \cline{2-2} x^2 + x - 3 & x^3 + 0x^2 + 0x - 3 \\ & x^3 + x^2 - 3x \\ \cline{2-2} & \quad -x^2 + 3x - 3 \\ & \quad -x^2 - x + 3 \\ \cline{2-2} & \qquad\quad 4x - 6 \end{array}$$

$\therefore$ စားလဒ် = $x - 1$

အကြွင်း = $4x - 6$

[ချိန်ကိုက်နည်း။ ။ $(x-1)(x^2 + x - 3) + (4x - 6) = x^3 - 3$]

စားခြင်းကို မည်သည့်အခါတွင် ရပ်ရမည်နည်းဆိုသော် ပိုလီနိုမီယယ်များစားရာတွင် အကြွင်းရှိ မသိကိန်းဒီဂရီ (ထပ်ညွှန်း)သည် စားကိန်းရှိ အဆိုပါ မသိကိန်း၏ ဒီဂရီအောက်ငယ်ရမည်။ သို့မဟုတ် အကြွင်းသည် 0 ဖြစ်လျှင်သော်လည်းကောင်း၊ ရပ်ရမည်။ အထက်ပါ ဥပမာတွင် အကြွင်းရှိ မသိကိန်း x ၏ ဒီဂရီသည် 1 ဖြစ်ပြီး၊ စားကိန်း $x^2 + x - 3$ ရှိ အဆိုပါ မသိကိန်း x ၏ ဒီဂရီသည် 2 ဖြစ်ကြောင်း သတိပြုပါ။

လေ့ကျင့်ခန်း (4.17)

တွက်ပါ။

1. $(5a^2 - 7ab - 6b^2) \div (a - 2b)$
2. $(5a^3 + 8a^2 - 23a - 6) \div (5a^2 - 7a - 2)$
3. $(15c^3 - 30c - 8 - 19c^2) \div (3c^2 - 5c - 4)$
4. $(4a^5 - a^3 + 4a) \div (2a^3 + 2a - 3a^2)$
5. $(1 - 2a^3 + a^6) \div (1 - 2a + a^2)$
6. $(15a^4 + 32a^3 + 15 + 50a^2 - 32a) \div (3 - 4a + 5a^2)$
7. $(16a^4 + 36a^2 + 81) \div (4a^2 + 6a + 9)$
8. $15x^4 + 16a^3 + 8x - 17$ ကို $3x^2 + x + 1$ ဖြင့် စားပါ။ စားလဒ်နှင့် အကြွင်းကိုဖော်ပြပါ။
9. $5a^5 - 4a^4 + 3a^3 - 2a^2 + 32a - 24$ ကို $a^2 - 2a + 3$ ဖြင့် စားပါ။ စားလဒ်နှင့်အကြွင်းကို ဖော်ပြပါ။
10. $a^4 + 2a^3 - 15a^2 - 15a + 25$ ကို $a^2 + 3a - 5$ ဖြင့် စားလျှင် အကြွင်းမရှိစေရန် တည်ကိန်းမှ မည်မျှနုတ်ရမည်နည်း။
11. ကိန်းတန်းနှစ်ခု၏ မြှောက်လဒ်သည် $a^4 + 4b^4$ ဖြစ်၍၊ ကိန်းတန်းတစ်ခုသည် $a^2 + 2ab + 2b^2$ ဖြစ်လျှင် ကျန်ကိန်းတန်းကိုရှာပါ။
12. $\ell + 2m + 3n$ ကို မည်သည့်ကိန်းတန်းဖြင့် မြှောက်လျှင် မြှောက်လဒ်သည် $3\ell^2 + 8\ell m + 4m^2 + 10\ell n + 8mn + 3n^2$ ဖြစ်မည်နည်း။

ဥပမာ (1) $\dfrac{16a^2 + 46ab + 10b^2}{2a + 5b}$ ကို ရှင်းပါ။

$\dfrac{\text{တည်ကိန်း}}{\text{စားကိန်း}} = \text{စားလဒ်} + \dfrac{\text{အကြွင်း}}{\text{စားကိန်း}}$ ပုံစံဖြင့် ပြပါ။

$$
\begin{array}{r|l}
 & \quad 8a \;+\; 3b \\ \hline
2a+5b & 16a^2 + 46ab + 10b^2 \\
 & 16a^2 + 40ab \\ \hline
 & \qquad\quad 6ab + 10b^2 \\
 & \qquad\quad 6ab + 15b^2 \\ \hline
 & \qquad\qquad\quad -\ 5b^2
\end{array}
$$

$$\frac{16a^2 + 46ab + 10b^2}{2a + 5b} = (8a + 3b) - \frac{5b^2}{2a + 5b}$$

လေကျင့်ခန်း **(4.18)**

အောက်ပါတို့ကို ရှင်း၍ $\dfrac{\text{တည်ကိန်း}}{\text{စားကိန်း}} = \text{စားလဒ်} + \dfrac{\text{အကြွင်း}}{\text{စားကိန်း}}$ ပုံစံဖြင့် ပြပါ။

(1) $\dfrac{y^2+3y+2}{y+1}$ (2) $\dfrac{x^2-5x+5}{x-2}$

(3) $\dfrac{a^2-9a+20}{a-4}$ (4) $\dfrac{x^2+2x+3}{x+1}$

(5) $\dfrac{-28-3x-x^2}{x-7}$ (6) $\dfrac{x^2-4}{x+2}$

(7) $\dfrac{2x^2+3x-2}{2x-1}$ (8) $\dfrac{6p^2-3p+2}{2p-3}$

(9) $\dfrac{x^2-8y}{x-2y}$ (10) $\dfrac{8t^2+2ts-15s^2}{4t-5s}$

အခန်း (5)
အမြှောက်ပုံသေနည်းများနှင့် ဆခွဲကိန်းခွဲနည်းများ

အက္ခရာကိန်းများကို လေ့လာခဲ့ရာတွင်၊ အက္ခရာကိန်းတန်းအချင်းချင်း မြှောက်နည်းကို လေ့လာသိရှိခဲ့ကြသည်။ ဂဏန်းသင်္ချာတွင် $2 \times 9 = 18$ ဟုသိရန် လိုအပ်သကဲ့သို့ $18 = 2 \times 9$ ဖြစ်သည်ကိုလည်း သိရှိရန်လိုအပ်သည်။ ထို့အတူ အက္ခရာသင်္ချာတွင်လည်း အက္ခရာကိန်းတန်း အချင်းချင်း မြှောက်နည်းကို သိရှိရန် လိုအပ်သကဲ့သို့ အက္ခရာကိန်းတန်းများကို ဆခွဲကိန်းများဖြင့် ဖော်ပြခြင်း (သို့မဟုတ်) ဆခွဲကိန်းခွဲခြင်းများ သိရန်လိုအပ်ပေသည်။

အက္ခရာကိန်းတန်းအချင်းချင်း မြှောက်ရာတွင် အောက်ပါမြှောက်လဒ်များကို လေ့လာခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။

$5(a + b) = 5a + 5b$

$a(b + c) = ab + ac$

တစ်နည်းအားဖြင့် ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိဟု သိရှိခဲ့ကြ၏။ အထက်ပါမြှောက်လဒ်များကို အပြန် အလှန်အားဖြင့် အောက်ပါကဲ့သို့လည်း ရေးသားနိုင်၏။

$5a + 5b = 5(a + b)$

$ab + ac = a(b + c)$

ဂဏန်းသင်္ချာတွင် $15 = 3 \times 5$ မှ 3 နှင့် 5 တို့ကို 15 ၏ ဆခွဲကိန်းများဟု သတ်မှတ်သကဲ့သို့ $5(a + b)$ တွင်လည်း 5 နှင့် $(a + b)$ တို့သည် အက္ခရာကိန်းတန်း $5a + 5b$ ၏ ဆခွဲကိန်းများဟု ခေါ်၏။ ထို့အတူ a နှင့် $(a + b)$ တို့သည် $ab + ac$ ၏ ဆခွဲကိန်းများ ဖြစ်ကြ၏။

အထက်တွင် 5 သည် $5a$ နှင့် $5b$ တို့၏ ဘုံဆခွဲကိန်းဖြစ်သဖြင့် ၎င်းတို့၏ပေါင်းလဒ်ဖြစ် သော $5a + 5b$ အတွက် ဆခွဲကိန်းဖြစ်နေကြောင်း သတိပြုသင့်သည်။

ဂဏန်းသင်္ချာတွင် 15 ကို ၎င်း၏ဆခွဲကိန်းတစ်ခုဖြစ်သော 3 နှင့် စားခြင်းဖြင့် ကျန်ဆခွဲကိန်း 5 ကို ရရှိနိုင်သည်။ ထိုနည်းတူ $5a + 5b$ ကိန်းတန်းကို ၎င်း၏ဆခွဲကိန်းတစ်ခုဖြစ်သော 5 နှင့် စားခြင်းဖြင့် အခြားဆခွဲကိန်း $a + b$ ကို ရနိုင်သည်။

ထို့အတူ $ab + ac$ ကို ဆခွဲကိန်းတစ်ခုဖြစ်သော a ဖြင့်စားလျှင် ကျန်ဆခွဲကိန်းကို $b + c$ ရနိုင် ၏။ ယေဘုယျအားဖြင့်ဆိုသော် အက္ခရာကိန်းတစ်ခု၏ဆခွဲကိန်းတစ်ခုကို သိရှိထားလျှင် ထိုဆခွဲကိန်း ဖြင့် အက္ခရာကိန်းတန်းကို စားခြင်းဖြင့် အခြားဆခွဲကိန်းတစ်ခုကို ရှာနိုင်သည်။

ဥပမာ (1) $pq + p$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

p သည် pq နှင့် p တို့၏ ဘုံဆခွဲကိန်းဖြစ်သဖြင့် ၎င်းတို့၏ ပေါင်းလဒ် $pq + p$ အတွက် p သည် ဆခွဲကိန်းဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် ပေးထားသော ကိန်းတန်းကို p ဖြင့်စားလျှင် အခြားဆခွဲကိန်း သည် $q + 1$ ကို ရမည်။

ထို့ကြောင့်

$pq + p = p(q + 1)$

ဥပမာ (2) $4x^2 - 6x^5$ ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} & 4x^2 - 6x^5 \\ = \; & 2x^2 \times 2 - 2x^2 \times 3x^3 \\ = \; & 2x^2 (2 - 3x^3) \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.1)

1. အောက်ပါကွက်လပ်တို့တွင် လိုသောဆခွဲကိန်းများကို ရှာပါ။

(a) $6a^2b = 6a(\quad\quad)$
(b) $24r^2s = (12rs)(\quad\quad)$
(c) $42u^3v^2w = (-6u^2vw)(\quad\quad)$
(d) $51x^4y^2z^3 = (-17x^3y^2z^2)(\quad\quad)$
(e) $72r^2s^5t^2 = (18r^2s^4t^2)(\quad\quad)$
(f) $102a^3b^2c = (-17a^3b)(\quad\quad)$
(g) $-15x^3y^2 = (-5x^2y^2)(\quad\quad)$
(h) $-32p^3q^4 = (16p^3q^2)(\quad\quad)$

2. အောက်ပါတို့ကိုကူး၍ ကွက်လပ်ဖြည့်ပါ။

(a) $2a + 2b = 2(\quad\quad)$
(b) $6p + 4q = 2(\quad\quad)$
(c) $ab + a = a(\quad\quad)$
(d) $ac^2 + a = a(\quad\quad)$
(e) $3c - 3d = 3(\quad\quad)$
(f) $4pq - 8p = 4p(\quad\quad)$

3. အောက်ပါကိန်းတန်းများကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

(a) $3a + 3b$	(b) $4x - 4y$
(c) $2b + 4c$	(d) $ax + ay$
(e) $ax + a$	(f) $a^2 + ab$
(g) $x^2 + x$	(h) $t^3 + t^2$
(i) $pq + qr$	(j) $8x + 12y$
(k) $2a^2 + 6ab$	(l) $abc + abd$

5.1 အုပ်စုဖွဲ့၍ ဆခွဲကိန်းရှာခြင်း

ဖလှယ်ရဂုဏ်သတ္တိ၊ ဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိနှင့် ဖြန့်ဝေရ ဂုဏ်သတ္တိတို့ဖြင့် ကိန်းတန်းတစ်ခုကို ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်ရန် ကိန်းလုံးတို့ကို သင့်လျော်သော အုပ်စုဖွဲ့ရမည်။

ဥပမာ (1) $ax + bx + ay + by$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} ax + bx + ay + by &= (ax + bx) + (ay + by) \\ &= (a + b)x + (a + b)y \\ &= (a + b)(x + y) \end{aligned}$$

နောက်ဆုံးအဆင့်တွင် ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြုရာ၌ $(a + b)$ ကို ကိန်းတစ်လုံးအဖြစ် သတ်မှတ်သည်။

အောက်ပါကိန်းတန်းတွင် ကိန်းလုံးတို့ကို သင့်လျော်သလို အုပ်စုခွဲ၍ ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်သည်။

ဥပမာ **(2)** $2ax - 3by - 6ay + bx$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} 2ax - 3by - 6ay + bx &= (2ax - 6ay) + (bx - 3by) \\ &= 2a(x - 3y) + b(x - 3y) \\ &= (x - 3y)(2a + b) \end{aligned}$$

အထက်ပါကိန်းတန်းတွင် ပါဝင်သော ကိန်းလုံးတို့ကို အောက်ပါအတိုင်း အုပ်စုဖွဲ့၍လည်း ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်သည်။

$$\begin{aligned} 2ax - 3by - 6ay + bx &= (2ax + bx) + (-6ay - 3by) \\ &= x(2a + b) + (-3y)(2a + b) \\ &= [x + (-3y)](2a + b) \\ &= (x - 3y)(2a + b) \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.2)

1. အောက်ပါတို့ကို ကူး၍ကွက်လပ်ဖြည့်ပါ။

(a) $(a + b)x + (a + b)y = (a + b)(\quad)$

(b) $a(a + x) + b(a + x) = (a + x)(\quad)$

(c) $a(a + b) - c(a + b) = (a + b)(\quad)$

(d) $(c - a)x - (c - a)y = (c - a)(\quad)$

2. အောက်ပါတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

(a) $2n(n^2 + 1) + 3(n^2 + 1)$

(b) $t^2(y + 5) - 5(y + 5)$

(c) $5c(a^3 + b) - (a^3 + b)$

(d) $k^2(t+1) + 2k(t + 1)$

(e) $m(m + 2n) - n(m + 2n)$

3. အောက်ပါတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

(a) $n^2 + 2n + np + 2p$ (b) $2x^2 - 4x + xz - 2z$

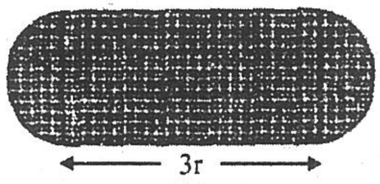
(c) $a^2 - 3a + ay - 3y$ (d) $6y^2 - 3y + 2py - p$

(e) $k^2 + 3k + 2k + 6$ (f) $n^3 - n^2 - pn + p$

(g) $3ab - b^2 + 3a^2 - ab$ (h) $n^2m + 2nm + 2n + n^2$

(i) $2x^2 + 3x + 6 + 4x$ (j) $4x + 8x^3 + 1 + 2x^2$

ဥပမာ **(3)** ပေးထားသော ပုံမှခဲခြယ်မှုန်းထားသော အပိုင်း၏ဧရိယာ H အတွက် အက္ခရာကိန်းတန်းကို ဆခွဲကိန်းပုံစံဖြင့် ပြပါ။



A = စက်ဝိုင်းခြမ်းဧရိယာ + ထောင့်မှန်စတုဂံဧရိယာ + စက်ဝိုင်ခြမ်းဧရိယာ

A = ထောင့်မှန်စတုဂံဧရိယာ + စက်ဝိုင်းဧရိယာ

$= (3r)\ (2r) + \pi r^2$

$= 6r^2 + \pi r^2$

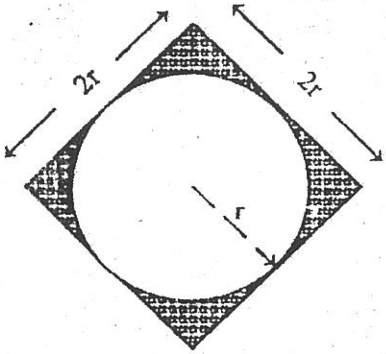
$= (6 + \pi)\ r^2$

$\therefore$ ဧရိယာ $= (6 + \pi)r^2$

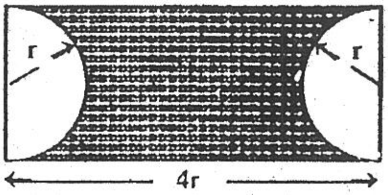
လေ့ကျင့်ခန်း (5.3)

အောက်ပါပုံများတွင် မှုန်းခြယ်ထားသော ဧရိယာများကို ဆခွဲကိန်းပုံစံဖြင့် ပြပါ။

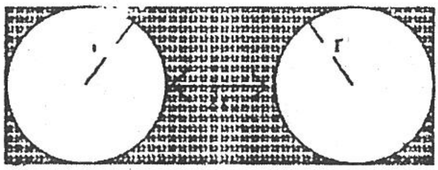
1



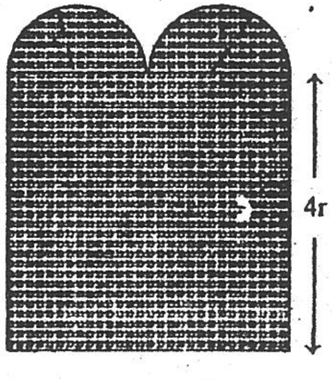
2.



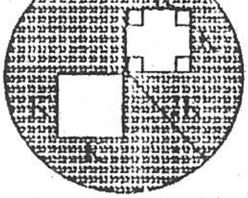
3



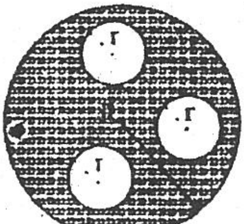
4



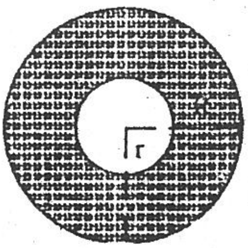
5



6.



7



5.2 ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်းနှင့် ထိုကိန်းနှစ်ခု ခြားနားခြင်းတို့၏ မြှောက်လဒ်ကို ရှာခြင်း

ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်းနှင့် ထိုကိန်းနှစ်ခုခြားနားခြင်းတို့၏ မြှောက်လဒ်ကို မကြာခဏတွေ့ရမည်ဖြစ်သဖြင့် အထူးပြုလေ့လာထားရမည်။ အောက်တွင် ဖော်ပြထားသော ဥပမာ သုံးခုကို သေချာစွာ လေ့လာပါ။

$$\begin{array}{rr}
 & y + 2 \\
 & y - 2 \\ \hline
 & y^2 + 2y \\
 & -2y - 4 \\ \hline
 & y^2 \qquad - 4
\end{array}$$

$$\therefore (y + 2)\ (y - 2) = y^2 - 4$$
$$= y^2 - 2^2$$

$$\begin{array}{r}
3a - 2b \\
3a + 2b \\ \hline
9a^2 - 6ab \qquad \\
+ 6ab - 4b^2 \\ \hline
9a^2 \qquad - 4b^2
\end{array}$$

$$\therefore (3a - 2b)\ (3a + 2b) = 9a^2 - 4b^2$$
$$= (3a)^2 - (2b)^2$$

$$\begin{array}{r}
a + b \\
a - b \\ \hline
a^2 - ab \qquad \\
- ab - b^2 \\ \hline
a^2 \qquad - b^2
\end{array}$$

$$\therefore (a + b)\ (a - b) = a^2 - b^2$$

အထက်ပါဥပမာသုံးခုမှ အောက်ပါအမြှောက်ပုံသေနည်းကို သတိပြုမိနိုင်သည်။
ကိန်းနှစ်ခု၏ပေါင်းခြင်းနှင့် ထိုကိန်းနှစ်ခု ခြားနားခြင်းတို့၏ မြှောက်လဒ်သည် ပထမကိန်းနှစ်ထပ်မှ ဒုတိယကိန်းနှစ်ထပ်ကို နုတ်ခြင်းနှင့်ညီသည်။

$$\boxed{(a + b)\ (a - b) = a^2 - b^2}$$

ဥပမာ **(1)** $(x - 1)\ (x + 1)$ ၏ မြှောက်လဒ်ကို ကိန်းတန်းအဖြစ် ပြောင်းပါ။

$$(x - 1)\ (x + 1) = x^2 - 1$$

ဥပမာ **(2)** $(3x - 5)\ (3x + 5)$ ၏ မြှောက်လဒ်ကို ကိန်းတန်းအဖြစ် ပြောင်းပါ။

$$(3x - 5)\ (3x + 5) = (3x)^2 - (5)^2$$
$$= 9x^2 - 25$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.4)

အောက်ပါမြှောက်လဒ်တို့ကို ကိန်းတန်းအဖြစ်ပြောင်းပါ။

1. $(y + 2)\ (y - 2)$
2. $(z + 3)\ (z - 3)$
3. $(x - y)\ (x + y)$
4. $(p - q)\ (p + q)$
5. $(t + 6)\ (t - 6)$
6. $(n - 8)\ n + 8)$
7. $(2a - 1)\ (2a + 1)$
8. $(3b - 1)\ (3b + 1)$
9. $(y^2 - 5)\ (y^2 + 5)$
10. $(z^3 + 9)\ (z^3 - 9)$
11. $(3r + \frac{1}{2})\ (3r - \frac{1}{2})$
12. $(5k + \frac{2}{3})\ (5k - \frac{2}{3})$

5.3 နှစ်ထပ်ကိန်းနှစ်ခုတို့၏ ခြားနားခြင်းကို ဆခွဲကိန်း ခွဲခြင်း

အမြှောက်ပုံသေနည်းတွင် $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ဖြစ်ကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။ အထက်ပါညီမျှခြင်းကို အပြန်အလှန်အားဖြင့် အောက်ပါအတိုင်း ရရှိမည်။

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

ကိန်းနှစ်လုံး၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများခြားနားခြင်းသည်တိုကိန်းနှစ်ခုတို့၏ပေါင်းခြင်းနှင့်ခြားနားခြင်း တို့၏ မြှောက်လဒ်နှင့်ညီသည်။

ဥပမာ **(1)** $x^2 - 9$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2$$
$$= (x + 3)(x - 3)$$

ဥပမာ **(2)** $2x^2 - 18y^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} 2x^2 - 18y^2 &= 2(x^2 - 9y^2) \\ &= 2[x^2 - (3y)^2] \\ &= 2(x + 3y)(x - 3y) \end{aligned}$$

ဥပမာ **(3)** $25a^2 - 49b^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} 25a^2 - 49b^2 &= (5a)^2 - (7b)^2 \\ &= (5a - 7b)(5a + 7b) \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.5)

အောက်ပါတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

1.	$r^2 - s^2$	2.	$m^2 - n^2$
3.	$b^2 - 4^2$	4.	$a^2 - 1$
5.	$c^2 - 36$	6.	$1 - k^2$
7.	$16 - n^2$	8.	$a^2 - 4b^2$
9.	$c^2 - 49f^2$	10.	$16x^2 - y^2$
11.	$4c^2 - 25r^2$	12.	$2a^2 - 8b^2$
13.	$2a^2 - 50b^2$	14.	$45p^2 - 5q^2$
15.	$3b^2 - 27$	16.	$4c^2 - 100$
17.	$8x^2 - 32y^2$	18.	$8x^2 - 50y^2$
19.	$p^2 - 49r^2$	20.	$a^2b^2 - 4c^2$

ဥပမာ **(4)** $k^4 - 1$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} k^4 - 1 &= (k^2)^2 - 1 \\ &= (k^2 - 1)(k^2 + 1) \\ &= (k - 1)(k + 1)(k^2 + 1) \end{aligned}$$

ဥပမာ **(5)** $a^2 - (b - c)^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$
\begin{aligned}
a^2 - (b - c)^2 &= [a - (b - c)]\,[a + (b - c)] \\
&= (a - b + c)(a + b - c)
\end{aligned}
$$

ဥပမာ **(6)** $(a + b)^2 - (x - y)^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$
\begin{aligned}
(a + b)^2 - (x - y)^2 &= [(a + b) + (x - y)]\quad [(a + b) - (x - y)] \\
&= [a + b + x - y]\ [a + b - x + y] \\
&= (a + b + x - y)\ \ (a + b - x + y)
\end{aligned}
$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.6)

ဆခွဲကိန်းများခွဲပါ။

1. $a^4 - 1$
2. $u^4 - 81$
3. $a^4 - b^4$
4. $p^4 - q^4$
5. $3x^4 - 48$
6. $2z^4 - 162$
7. $(x + y)^2 - z^2$
8. $(m - n)^2 - p^2$
9. $(m - n)^2 - 1$
10. $d^2 - (e - q)^2$
11. $1 - (x - y)^2$
12. $9 - (a + b)^2$
13. $25a^2 - 4\,(a + b)^2$
14. $(p - q)^2 - (p + q)^2$
15. $9(x+y)^2 - 4\,(x-y)^2$

5.4 နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းများ

ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းဖြစ်သော a + b ကို နှစ်ထပ်ပြုသော် ၎င်း၏မြှောက်လဒ် မည်သို့ ရရှိသည်ကို အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည်။ မြှောက်ရာတွင် ကိန်းတစ်လုံးစီ မည်ကဲ့သို့ရရှိသည်ကို သတိပြုလေ့လာပါ။

$$
\begin{array}{r}
a + b \\
a + b \\
\hline
a^2 + ab \\
+ ab + b^2 \\
\hline
a^2 + 2ab + b^2
\end{array}
$$

(1) ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတွင် ပါဝင်သော ပထမ ကိန်းကို နှစ်ထပ်ပြုပါ။

(2) ကိန်းနှစ်လုံးတို့၏ မြှောက်လဒ်ကို နှစ်ဆပြုပါ။

(3) ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတွင် ပါဝင်သော ဒုတိယ ကိန်းကို နှစ်ထပ်ပြုပါ။

ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းဖြစ်သော a - b ကို နှစ်ထပ်ပြုသော် ၎င်း၏မြှောက်လဒ် မည်သို့ရရှိသည်ကို အောက်ဘက်တွင် ဖော်ပြထားသည်။ မြှောက်ရာတွင် ကိန်းတစ်လုံးစီကို မည်ကဲ့သို့ရရှိကြောင်း သတိပြုလေ့လာပါ။

$$\begin{array}{l} a - b \\ a - b \\ \hline a^2 - ab \\ \quad - ab + b^2 \\ \hline a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

(1) ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတွင် ပါဝင်သော ပထမ ကိန်းကို နှစ်ထပ်ပြုပါ။

(2) ကိန်းနှစ်လုံးတို့၏ မြှောက်လဒ်ကို နှစ်ဆပြုပါ။

(3) ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတွင် ပါဝင်သော ဒုတိယ ကိန်းကို နှစ်ထပ်ပြုပါ။

ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းကို နှစ်ထပ်ပြုသောအခါတွင် နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ထြိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း တစ်ခုကို ရရှိကြောင်း တွေ့ရမည်။

$$\boxed{\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}}$$

အထက်တွင်ဖော်ပြထားသော ဆက်သွယ်ချက်ကို သိရှိခြင်းအားဖြင့် ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို အရှည်မြှောက်နည်းဖြင့် မမြှောက်ဘဲ တွက်ချက်နိုင်ပေသည်။

ဥပမာ **(1)**

(a) $(c+1)^2 = c^2 + 2c \times 1 + 1^2$
$\qquad = c^2 + 2c + 1$

(b) $(2x+5)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(5) + (5)^2$
$\qquad = 4x^2 + 20x + 25$

(c) $(6z^2 - w^3)^2 = (6z^2)^2 - 2(6z^2)(w^3) + (w^3)^2$
$\qquad = 36z^4 - 12z^2w^3 + w^6$

(d) $(-r^2s + t^3)^2 = (t^3 - r^2s)^2$
$\qquad = (t^3)^2 - 2(t^3)(r^2s) + (r^2s)^2$
$\qquad = t^6 - 2t^3r^2s + r^4s^2$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.7)

အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

1. $(p-7)^2$
2. $(3s-2)^2$
3. $(6r+5)^2$
4. $(2x-3y)^2$
5. $(5z+2u)^2$
6. $(xy-1)^2$
7. $(2+rs)^2$
8. $(x^2+2)^2$
9. $(2p^2-5q)^2$
10. $(u^2v^2+7)^2$

5.5 နှစ်ထပ်တိ တြိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းကို ဆခွဲကိန်းခွဲခြင်း

အမြှောက်ပုံသေနည်းတို့တွင်

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ တို့ကို သိရှိခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။

အထက်ပါ ညီမျှခြင်းများကို အပြန်အလှန် ပြုခြင်းအားဖြင့် နှစ်ထပ်တိတြိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတို့၏ ဆခွဲကိန်းများကို ရရှိပေသည်။

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

အထက်မှ ညီမျှခြင်းတစ်ခုခုကို ဆခွဲကိန်းခွဲရန်အတွက် အသုံးမပြုမီ ဆခွဲကိန်းခွဲရန်ရှိသော ကိန်းတန်းသည် နှစ်ထပ်တိ တြိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းဟုတ် မဟုတ် အောက်ပါအတိုင်း စစ်ဆေးနိုင်သည်။

(1) ပထမကိန်းနှင့် တတိယကိန်းတို့သည် နှစ်ထပ်ကိန်းများဖြစ်ရမည်။ ထို့နောက် ၎င်းတို့သည် အပေါင်းကိန်းများသာလျှင် ဖြစ်ရမည်။

(2) အလယ်ကိန်းသည် နှစ်ထပ်ကိန်းနှစ်ခုတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများ မြှောက်လဒ်နှစ်ဆဖြစ်ရမည်

ထို့နောက် နှစ်ထပ်တိတြိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းကို ဆခွဲကိန်းခွဲရာတွင် အလယ်ကိန်းသည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်လျှင် ကိန်းတန်းသည် ကိန်းနှစ်လုံးပေါင်းခြင်း၏ နှစ်ထပ်ကိန်းဖြစ်၍ အလယ်ကိန်းသည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်လျှင် ကိန်းတန်းသည် ကိန်းနှစ်လုံး ခြားနားခြင်း၏ နှစ်ထပ်ကိန်းဖြစ်မည်။

ဥပမာ **(1)** $y^2 + 10y + 25$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$y^2 + 10y + 25$ တွင် ပထမကိန်း y^2 သည် y ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းဖြစ်၍ တတိယကိန်း 25 သည် 5^2 ဖြစ်သည်။ အလယ်ကိန်း 10y သည် y^2 နှင့် 5^2 တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများဖြစ်သော y နှင့် 5 တို့၏ မြှောက်လဒ်နှစ်ဆ $2 \times y \times 5$ ဖြစ်သည်။ အလယ်ကိန်းသည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သဖြင့် ၎င်း၏ဆခွဲကိန်းသည် ကိန်းနှစ်လုံးပေါင်းခြင်း၏ နှစ်ထပ်ကိန်းဖြစ်သည်။

$\therefore\ y^2 + 10y + 25 = (y+5)^2$

ဥပမာ **(2)** $81r^2 - 198rs + 121s^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$81r^2 - 198rs + 121s^2$

$= (9r)^2 - 2(9r)(11s) + (11s)^2$

$= (9r - 11s)^2$

ချိန်ကိုက်ပုံ $(9r - 11s)^2$

$= (9r)^2 - 2(9r)(11s) + (11s)^2$

$= 81r^2 - 198rs + 121s^2$

ဥပမာ **(3)** $1 + 16a^2 + 8a$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$1 + 16a^2 + 8a$ ကိန်းတန်းသည် အစီအစဉ်တကျ စီစဉ်ထားခြင်းမရှိသဖြင့် ဦးစွာပထမ ကိန်းတန်းတွင်ပါဝင်သောထပ်ညွှန်းတို့ကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် (သို့မဟုတ်) ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စီစဉ်ရမည်။

အထက်ပါကိန်းတန်းမှ ထပ်ညွှန်းတို့ကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် စီစဉ်သော်

$$\begin{aligned} 1 + 16a^2 + 8a &= 16a^2 + 8a + 1 \\ &= (4a)^2 + 2\,(4a)\,(1) + 1 \\ &= (4a + 1)^2 \end{aligned}$$

ဥပမာ **(4)** $18y^2 - 12y + 2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} 18y^2 - 12y + 2 &= 2\,(9y^2 - 6y + 1) \\ &= 2\,(3y - 1)^2 \end{aligned}$$

ဥပမာ **(5)** $x^2 + 6x + 9 - y^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} & x^2 + 6x + 9 - y^2 \\ =\ & (x^2 + 6x + 9) - y^2 \\ =\ & (x + 3)^2 - y^2 \\ =\ & (x + 3 + y)\ (x + 3 - y) \\ =\ & (x + 3 + y)\ (x - y + 3) \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.8)

1. အောက်ပါတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲ၍ အဖြေမှန် မမှန် ချိန်ကိုက်ပါ။

(1) $t^2 - 8t + 16$ (2) $s^2 + 12s + 36$

(3) $25d^2 - 10d + 1$ (4) $9u^2 + 6uv + v^2$

(5) $81k^2 + 18kt + t^2$ (6) $36 - 60q + 25q^2$

(7) $16t^2 + 24tuv + 9u^2v^2$ (8) $y^4 + 10y^2 + 25$

(9) $z^2 + 18zab + 81a^2b^2$ (10) $20ay^2 - 60ay + 45a$

(11) $4p^2q + pq^2 + 4p^3$ (12) $24x + 24x^2 + 6x^3$

(13) $6a^4 - 12a^2b^2 + 6b^4$ (14) $t^2 - 4t + 4 - s^2$

(15) $a^2 - b^2 + 2b - 1$

2. ပေးထားသော ဘိုင်နိုမီယယ် ကိန်းတန်းတစ်ခုကို နှစ်ထပ်ကိန်းတိ ဖြစ်စေရန် k တန်ဖိုးသည် မည်မျှဖြစ်ရမည်နည်း။

(1) $y^2 - 6y + k$ (2) $b^2 + kb + 25$

(3) $kx^2 - 12x + 9$ (4) $y^2 - 2ky + 81$

5.6 ဘိုင်နိုမီယယ် ကိန်းတစ်စုံကို ဖြန့်ဝေရ ဂုဏ်သတ္တိသုံး၍ မြှောက်ခြင်း

ဘိုင်နိုမီယယ် ကိန်းတန်းတစ်စုံဖြစ်သော $(ax + b)$ နှင့် $(cx + d)$ တို့၏ မြှောက်လဒ်ကို ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိ အသုံးပြု၍ အောက်ပါအတိုင်း ရှာနိုင်သည်။

ဥပမာ **(1)** $(2y + 3)(7y - 5)$ ကို ရှင်းပါ။

$$
\begin{aligned}
& (2y + 3)(7y - 5) \\
= \; & 2y(7y - 5) + 3(7y - 5) \\
= \; & 14y^2 - 10y + 21y - 15 \\
= \; & 14y^2 + 11y - 15
\end{aligned}
$$

ဒေါင်လိုက် မြှောက်ခြင်းဖြင့်လည်း အထက်ပါ အဖြေကို ရရှိနိုင်သည်။

$$
\begin{array}{r}
7y - 5 \\
2y + 3 \\
\hline
14y^2 - 10y \qquad \\
+ 21y - 15 \\
\hline
14y^2 + 11y - 15
\end{array}
$$

ဥပမာ **(2)** $(ax + b)(cx + d)$ ကို ရှင်းပါ။

$$
\begin{aligned}
& (ax + b)(cx + d) \\
= \; & ax(cx + d) + b(cx + d) \\
= \; & acx^2 + adx + bcx + \mathbf{bd} \\
= \; & acx^2 + (ad + bc)x + bd
\end{aligned}
$$

ဒေါင်လိုက်မြှောက်ခြင်းဖြင့်လည်း အထက်ပါ အဖြေကို ရရှိနိုင်သည်။

$$
\begin{array}{r}
cx + d \\
ax + b \\
\hline
acx^2 + adx \qquad \\
+ \mathbf{bcx} + \mathbf{bd} \\
\hline
acx^2 + (ad + bc)x + bd
\end{array}
$$

ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတစ်စုံဖြစ်သော $(ax + b)(cx + d)$ ကို မြှောက်ရာတွင် ရရှိမည့် ထြိုင်နိုမီယယ် ကိန်းတန်းမှ ကိန်းလုံးကို့ကို ရှာရန်မှာ

(1) ဘိုင်နိုမီယယ် ကိန်းတန်း တစ်စုံမှ ပထမကိန်းအချင်းချင်း မြှောက်ပါ။

(2) ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတစ်ခုစီမှ ပထမကိန်းကို ကျန်ကိန်းတန်းမှ နောက်ဆုံးကိန်းဖြင့် မြှောက်ပါ။ ထို့နောက် ထိုမြှောက်လဒ်များကို ပေါင်းပါ။

(3) ဘိုင်နိုမီယယ် ကိန်းဘန်းတို့၏ နောက်ဆုံးကိန်းအချင်းချင်း မြှောက်ပါ။

ထြိုင်နိုမီယယ် ကိန်းတန်းဖြစ်သော $14y^2 + 11y - 15$ တွင် ပါရှိသည့် ကိန်းတစ်ခုစီတွင် အထူးအမည်များ ရှိကြသည်။ $14y^2$ တွင် မသိကိန်း y ၏ ထပ်ညွှန်းသည် နှစ်ထပ်ပါရှိသဖြင့် ၎င်းကို နှစ်ထပ်ကိန်းဟုလည်းကောင်း၊ $11y$ တွင် မသိကိန်း y ၏ ထပ်ညွှန်းသည် တစ်ထပ်သာလျှင် ပါသဖြင့် တစ်ထပ်ကိန်းဟုလည်းကောင်း၊ -15 ကို ကိန်းသေဟုလည်းကောင်း၊ အသီးသီးခေါ်သည်။ ထိုတြိုင် နိုမီယယ်ကိန်းတန်းကို နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ကိန်းတန်းဟုခေါ်သည်။ အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် ထိုကိန်းတန်း တွင်ပါဝင်သော မသိကိန်း y ၏ အမြင့်ဆုံးထပ်ညွှန်းအဆင့်သည် 2 ဖြစ်သောကြောင့် ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (5.9)

အောက်ပါမြှောက်လဒ်တို့ကို ကိန်းတန်းအဖြစ် ပြောင်းပါ။

1. $(x-2)(-x+3)$
2. $(-y+5)(y-3)$
3. $(-z-1)(-2z-3)$
4. $(-r-2)(-2r-5)$
5. $x(x+2)(x-1)$
6. $z(3z+2)(z-1)$
7. $2y(3y-1)(y+5)$
8. $5k^2(k+2)(2k-1)$
9. $(x+\frac{2}{3})(x-\frac{1}{3})$
10. $(z-\frac{2}{7})(z-\frac{3}{7})$
11. $(y+\frac{4}{5})(y-\frac{2}{5})$
12. $(\frac{3}{7}x+1)(\frac{2}{7}x-1)$

5.7 နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ကိန်းတန်းတစ်ခုကို ဘိုင်နိုမီယယ်နှစ်ခု၏မြှောက်လဒ်အဖြစ် ဆခွဲကိန်းခွဲခြင်း

ကိန်းပြည့်တစ်ခုကို ကိန်းပြည့်နှစ်ခု မြှောက်လဒ်အဖြစ် မည်ကဲ့သို့ ဖော်ပြနိုင်သည်ကို ဦးစွာ လေ့လာမည်။

ဥပမာအားဖြင့် 30 ကို

$30 = 1 \times 30 = 2 \times 15 = 3 \times 10 = 5 \times 6$ ဟူ၍ အပေါင်းကိန်းပြည့်နှစ်ခု မြှောက်လဒ်အဖြစ် လည်းကောင်း

$30 = (-1) \times (-30) = (-2) \times (-15) = (-3) \times (-10) = (-5) \times (-6)$ ဟူ၍ အနုတ်ကိန်းပြည့်နှစ်ခု မြှောက်လဒ်အဖြစ်လည်းကောင်း အမျိုးမျိုးဖော်ပြနိုင်သည်။

-30 ကို ကိန်းပြည့်နှစ်ခု မြှောက်လဒ်အဖြစ် ဖော်ပြရာတွင်မူ ကိန်းပြည့်တစ်ခုသည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်၍ အခြားတစ်ခုသည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်ရမည်မှာ ထင်ရှားသည်။

ဖော်ပြနည်း အမျိုးမျိုးမှာ

$-30 = 1 \times (-30) = (-1) \times 30 = 2 \times (-15) = (-2) \times 15$

$= (-3) \times 10 = 3 \times (-10) = 5 \times (-6) = (-5) \times 6$

နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ကိန်းတန်းများအနက် အချို့ကို ဘိုင်နိုမီယယ်နှစ်ခု၏ မြှောက်လဒ်အဖြစ် ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်သည်။

ဥပမာ **(1)** $x^2 + 6x + 8$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

ကိန်းသေ 8 ကို ကိန်းပြည့်နှစ်ခု၏ မြှောက်လဒ်အဖြစ် ဆခွဲကိန်းခွဲသော်

$8 = 1 \times 8 = 2 \times 4 = (-1) \times (-8) = (-2) \times (-4)$ ဟု အမျိုးမျိုးဖော်ပြနိုင်သည်။ ၎င်းတို့အနက် 2×4 တွင်ပါဝင်သော ကိန်းပြည့်နှစ်ခု၏ ပေါင်းလဒ်သည်

$2 + 4 = 6 =$ တစ်ထပ်ကိန်း၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းဖြစ်၏။ ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် 6x ကို $2x + 4x$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 8 &= \underbrace{x^2 + 2x} + \underbrace{4x + 8} \\ &= x(x+2) + 4(x+2) \\ &= (x+2)(x+4) \end{aligned}$$

ဥပမာ **(2)** $y^2 - 9y + 18$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

ကိန်းသေ 18 ကို ကိန်းပြည့်နှစ်ခု၏ မြှောက်လဒ်အဖြစ် ဆခွဲကိန်းခွဲသော်

$18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6 = (-1) \times (-18) = (-2) \times (-9) = (-3) \times (-6)$ ဟုအမျိုးမျိုး ဖော်ပြနိုင်သည်။

၎င်းတို့အနက် $(-3) \times (-6)$ တွင် ပါဝင်သော ကိန်းပြည့်နှစ်ခု၏ ပေါင်းလဒ်သည် $(-3) + (-6) = -9 =$ တစ်ထပ်ကိန်း၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းဖြစ်၏။ ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် $-9y$ ကို $-3y - 6y$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} y^2 - 9y + 18 &= \underbrace{y^2 - 3y} - \underbrace{6y + 18} \\ &= y(y-3) - 6(y-3) \\ &= (y-3)(y-6) \end{aligned}$$

ယေဘုယျအားဖြင့် နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ကိန်းတန်း $x^2 + bx + c$ ကို စဉ်းစားပါ။ ဤကိန်းတန်းတွင် ကိန်းသေသည် c, တစ်ထပ်ကိန်း၏မြှောက်ဖော်ကိန်းသည် b, နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းသည် 1 အသီးသီးဖြစ်သည်။

$r \times s = c$ မြှောက်လဒ်ရှိသော ကိန်းပြည့်နှစ်ခု r နှင့် s တို့ကို $r + s = b$ ဖြစ်အောင် ရွေးနိုင်လျှင် ကိန်းတန်းကို အောက်ပါအတိုင်း ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်သည်။

$$\begin{aligned} x^2 + bx + c &= x^2 + (r+s)x + rs \\ &= x^2 + rx + sx + rs \\ &= x(x+r) + s(x+r) \\ &= (x+r)(x+s) \end{aligned}$$

ဥပမာ **(3)** $z^2 + 3z - 10$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်သည်။

မြှောက်လဒ် 10 ဖြစ်သည့် ကိန်းပြည့်စုံတွဲများမှာ (1 နှင့် -10) (-1 နှင့် 10), (2 နှင့် -5), (-2 နှင့် 5) တို့ ဖြစ်သည်။

၎င်းတို့အနက် ပေါင်းလဒ် 3 ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်စုံတွဲမှာ -2 နှင့် 5 ဖြစ်သည်။

$3 = -2 + 5$ ဖြစ်သဖြင့် $3z = -2z + 5z$

ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် $3z$ ကို $-2z + 5z$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} z^2 + 3z - 10 &= z^2 - 2z + 5z - 10 \\ &= z(z-2) + 5(z-2) \\ &= (z-2)(z+5) \end{aligned}$$

ဥပမာ **(4)** $a^2 - 3a - 18$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

မြှောက်လဒ် -18 ဖြစ်သည့် ကိန်းပြည့်စုံတွဲများမှာ (1 နှင့် -18), (-1 နှင့် 18), (2 နှင့် -9), (-2 နှင့် 9), (3 နှင့် -6), (-3 နှင့် 6) တို့ဖြစ်သည်။

၎င်းတို့အနက် ပေါင်းလဒ် -3 ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်စုံတွဲမှာ 3 နှင့် -6 ဖြစ်သည်။

$-3 = 3 + (-6) = 3 - 6$ ဖြစ်သဖြင့် $-3a = 3a - 6a$

ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် $-3a$ ကို $3a - 6a$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$a^2 - 3a - 18 = \underbrace{a^2 + 3a} - \underbrace{6a - 18}$$
$$= a(a + 3) - 6(a + 3)$$
$$= (a + 3)(a - 6)$$

ဤပုစ္ဆာမျိုးကို ကျောင်းသားကိုယ်တိုင် အထက်ဥပမာ (3) နှင့် (4) အတိုင်း အတော်များများ တွက်ပြီးသည့်နောက်ပိုင်းတွင် လိုအပ်သော ကိန်းပြည့်နှစ်ခုကို စိတ်တွက်ဖြင့်ရှာပြီး တွက်နည်းကို အောက်ပါအတိုင်းရေးနိုင်သည်။

ဥပမာ **(5)** $a^2 - 3a - 10$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

[စိတ်တွက်]

[မြှောက်လဒ်သည် - 10 ဖြစ်သည့်အပြင် ပေါင်းလဒ်သည် -3 ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်နှစ်ခု မှာ -5 နှင့် 2 ဖြစသည်။]

$$a^2 - 3a - 10 = a^2 - 5a + 2a - 10$$
$$= a(a - 5) + 2(a - 5)$$
$$= (a - 5)(a + 2)$$

ဥပမာ **(6)** $x^2 + kx + 15$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်ရန်အတွက် ကိန်းပြည့်တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။

15 ကို ကိန်းပြည့်နှစ်ခု မြှောက်လဒ်အဖြစ် အောက်ပါအတိုင်း ရှာနိုင်သည်။

$1 \times 15,\ 3 \times 5,\ (-1) \times (-15),\ (-3) \times (-5)$

ထို့ကြောင့် k အတွက် ကိန်းပြည့်တန်ဖိုးများမှာ 16, 8, -16, -8

ဥပမာ **(7)** $(x - y)^2 - 3(x - y) + 2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$(x - y)^2 - 3(x - y) + 2$ မှ $x - y = p$ ဟု ထားပါက $p^2 - 3p + 2$ ရမည်။

$$p^2 - 3p + 2 = p^2 - 2p - p + 2$$
$$= p(p - 2) - (p - 2)$$
$$= (p - 2)(p - 1)$$

ထို့နောက် $p = x - y$ ကို အစားသွင်းသော်

$$(x - y)^2 - 3(x - y) + 2 = (x - y - 2)(x - y - 1)$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.10)

1. အောက်ပါတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။ ထို့နောက် ဆခွဲကိန်းများကို မြှောက်ခြင်းဖြင့် အဖြေမှန် မမှန် ပြန်လည်ချိန်ကိုက်ပါ။

(1) $t^2 + 7t + 6$
(2) $b^2 - 7b + 12$
(3) $b^2 + 5b - 6$
(4) $y^2 - 4y - 5$
(5) $k^2 + k - 12$
(6) $v^2 - 3v - 18$
(7) $t^2 + 5t - 24$
(8) $y^2 - 2y - 63$
(9) $c^2 - c - 42$
(10) $z^2 + 5z - 50$
(11) $21 + 10d + d^2$
(12) $48 - 14y + y^2$
(13) $r^2 + 8rs + 15s^2$
(14) $x^2 - 21xy + 20y^2$
(15) $p^2 - 5pq - 24q^2$
(16) $r^2 - 10rs - 24s^2$
(17) $x^2 - 9xy - 36y^2$

2. ပေးထားသောနှစ်ထပ်ကိန်းပါကိန်းတန်းကို ဘိုင်နိုမီယယ်နှစ်ခု၏ မြှောက်လဒ်အဖြစ် ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်ရန် k အတွက် ကိန်းပြည့်တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။
(k တန်ဖိုးကို အပေါင်းတန်ဖိုးများဖြင့်သာ ဖော်ပြပါ)

(1) $y^2 + ky + 10$ (2) $x^2 + kx + 20$

(3) $x^2 + kx - 10$ (4) $r^2 + kr - 24$

(5) $t^2 + kt - 15$ (6) $z^2 + 3z - k$

(7) $y^2 + 6y + k$

3. အောက်ပါကိန်းတန်းတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

(1) $(x - 3)^2 + 6(x - 3) + 8$

(2) $(5 - y)^2 - 3(5 - y) - 2$

(3) $(s + t)^2 - 5(s + t) - 66$

(4) $(y - 2)^2 + 4(y - 2) - 45$

(5) $(3 - z)^2 - 2(3 - z) - 35$

5.8 နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ကိန်းတန်းများကို ဆခွဲကိန်းခွဲရန်အတွက် ယေဘုယျနည်း

ပြီးခဲ့သောအခန်းတွင် စဉ်းစားခဲ့သည့် နှစ်ထပ်ကိန်းပါကိန်းတန်းများ အားလုံးတွင်နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းသည် 1 ဖြစ်ကြောင်းသတိမူခဲ့ပေလိမ့်မည်။နှစ်ထပ်ကိန်း၏မြှောက်ဖော်ကိန်းသည် 1 မဟုတ်သော နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ကိန်းတန်းအချို့ကိုလည်း အထက်ပါနည်းသဘောမျိုးဖြင့်ပင် ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်သည်။ ယခင်နည်းနှင့် ကွာခြားသည်မှာ မြှောက်လဒ် $r \times s$ သည် ကိန်းသေ c နှင့် တူညီသော ကိန်းပြည့်စုံတွဲများကို r, s စဉ်းစားသည့်အစား၊ မြှောက်လဒ် $r \times s$ သည် ကိန်းသေ $c \times$ နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းနှင့် တူညီသော ကိန်းပြည့်စုံတွဲ r, s များကို စဉ်းစားရသည်။

ဥပမာ **(1)** $2x^2 - 7x + 6$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

ကိန်းသေ $= 6$

နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြှောက်ဖော်ကိန်း $= 2$

ကိန်းသေ $\times$ နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြှောက်ဖော်ကိန်း $= 6 \times 2$

$= 12$

မြှောက်လဒ် 12 ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်စုံတွဲများမှာ

1 နှင့် 12, 2 နှင့် 6, 3 နှင့် 4, (-1) နှင့်(-12), (-2) နှင့် (-6), (-3) နှင့် (-4) တို့ဖြစ်သည်။ ၎င်းတို့အနက် ပေါင်းလဒ် -7 ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်စုံတွဲမှာ -3 နှင့် -4 ဖြစ်သည်။

$-7 = -3 - 4$ ဖြစ်သဖြင့် $-7x = -3x - 4x$

ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် $-7x$ ကို $-3x - 4x$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} 2x^2 - 7x + 6 &= 2x^2 - 3x - 4x - 6 \\ &= x(2x - 3) - 2(2x - 3) \\ &= (2x - 3)(x - 2) \end{aligned}$$

ဥပမာ **(2)** $6y^2 + 5y - 6$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

ကိန်းသေ $= -6$

နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြှောက်ဖော်ကိန်း $= 6$

ကိန်းသေ × နှစ်ထပ်ကိန်း၏မြှောက်ဖော်ကိန်း $= -6 \times 6$

$= -36$

မြှောက်လဒ် - 36 ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်စုံတွဲများမှာ

1 နှင့် (-36), 2 နှင့် (-18), 3 နှင့် (-12), 4 နှင့် (-9), 6 နှင့် (-6), (-1) နှင့် 36, (-2) နှင့် 18, (-3) နှင့် 12, (-4) နှင့် 9 တို့ဖြစ်သည်။ ၎င်းတို့အနက် ပေါင်းလဒ် 5 ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်စုံတွဲမှာ -4 နှင့် 9 ဖြစ်သည်။

$5 = -4 + 9$ ဖြစ်သဖြင့် $5y = -4y + 9y$

ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် $5y$ ကို $-4y + 9y$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} 6y^2 + 5y - 6 &= 6y^2 - 4y + 9y - 6 \\ &= 2y(3y - 2) + 3(3y - 2) \\ &= (3y - 2)(2y + 3) \end{aligned}$$

ဥပမာ **(3)** $4x^2 - 11x + 6$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

ကိန်းသေ × နှစ်ထပ်ကိန်း၏မြှောက်ဖော်ကိန်း $= 6 \times 4$

$= 24$

မြှောက်လဒ်သည် 24 ဖြစ်သည့်အပြင်ပေါင်းလဒ်သည် -11ဖြစ်သောကိန်းပြည့်နှစ်ခုမှာ -8 နှင့် -3 ဖြစ်သည်။

$$\begin{aligned} 4x^2 - 11x + 6 &= 4x^2 - 8x - 3x + 6 \\ &= 4x(x - 2) - 3(x - 2) \\ &= (x - 2)(4x - 3) \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.11)

အောက်ပါကိန်းတန်းတစ်ခုစီကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။ ထို့နောက် အဖြေ မှန် မမှန် ချိန်ကိုက်ပါ။

1. $2z^2 + 5z + 3$
2. $3k^2 + 8k + 5$
3. $6s^2 - 11s - 2$
4. $6x^2 - 13x - 5$
5. $4k^2 + 4k - 15$
6. $7x^2 + 9x + 2$
7. $2y^2 - 9y - 5$
8. $8r^2 + 2r - 3$
9. $3b^2 - 17ab - 6a^2$
10. $8y^2 - 27y - 20$
11. $18z^2 - 19z - 12$
12. $23v^2 - 13v - 36$
13. $6a^2 - 47ab - 63b^3$

5.9 ကိန်းနှစ်လုံးပေါင်းခြင်းပါသော ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း၏ သုံးထပ်ကိန်း

ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း $x + y$ ၏ သုံးထပ်ကို အောက်ပါအတိုင်း ရှာဖွေနိုင်သည်။

$$\begin{aligned} (x + y)^3 &= (x + y)(x + y)(x + y) \\ &= (x + y)(x + y)^2 \\ &= (x + y)(x^2 + 2xy + y^2) \end{aligned}$$

$$= x^3 + 2x^2y + xy^2 + x^2y + 2xy^2 + y^3$$
$$= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$\boxed{\therefore \quad (x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3}$$

အထက်ပါပုံသေနည်းကို အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

$$\boxed{\therefore (x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)}$$

ဥပမာ **(1)** $(x + 1)^3$ ကိုရှင်းပါ။

$$(x + 1)^3 = x^3 + 3x^2 \times 1 + 3x \times 1^2 + 1^3$$
$$= x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

ဥပမာ **(2)** $(2x + 3y)^3$ ကို ရှင်းပါ။

$$(2x + 3y)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 + (3y)^3$$
$$= 8x^3 + 3 \times 4x^2 \times 3y + 3 \times 2x \times 9y^2 + 27y^3$$
$$= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.12)

ပေးထားသော ကိန်းတန်းတို့၏ သုံးထပ်ကိန်းတို့ကိုရှာပါ။

1. $a + b$	2. $a + 2b$	3. $x + 2y$
4. $3x + 5y$	5. $3x + 2$	6. $3x^2 + 4y^2$
7. $x + \frac{1}{x}$	8. $3a + \frac{1}{3a}$	9. $\frac{x}{2} + 1$

5.10 ကိန်းနှစ်လုံးခြားနားခြင်းပါသော ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း၏ သုံးထပ်ကိန်း

$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ ဖြစ်ကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် $x - y$ ၏သုံးထပ်ကိန်းကို အောက်ပါအတိုင်း လွယ်ကူစွာ ရှာဖွေနိုင်သည်။

$$(x - y)^3 = (x - y)(x - y)^2$$
$$= (x - y)(x^2 - 2xy + y^2)$$
$$= x^3 - 2x^2y + xy^2 - yx^2 + 2xy^2 - y^3$$
$$= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$\boxed{\therefore \quad (x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3}$$

အထက်ပါပုံသေနည်းကို အောက်ပါအတိုင်းလည်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$
$$= x^3 - y^3 + 3xy(x - y)$$

$$\boxed{(x - y)^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x - y)}$$

ဥပမာ **(1)** $(2a-3b)$ ၏ သုံးထပ်ကိန်းကိုရှာပါ။

$$\begin{aligned}(2a-3b)^3 &= (2a)^3 - 3\times(2a)^2\times(3b) + 3\,(2a)\times(3b)^2 - (3b)^3\\ &= 8a^3 - 3\times 4a^2\times 3b + 3\times 2a\times 9b^2 - 27b^3\\ &= 8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3\end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.13)

အောက်ပါကိန်းတန်းတို့၏ သုံးထပ်ကိန်းတို့ကို ရှာပါ။

1.	$a-b$	2.	$8x-1$	3.	$2x-3z$
4.	x^2-3	5.	$2y-\dfrac{1}{2y}$	6.	x^2-6y^2
7.	$\dfrac{x}{3}-1$	8.	$xy-z$	9.	$y-\dfrac{3}{y}$

5.11 သုံးထပ်ကိန်းနှစ်ခု၏ ပေါင်းခြင်းနှင့်ခြားနားခြင်းကိုဖြစ်စေသည့်ကိန်းတန်းတို့၏ မြှောက်လဒ်များ

$(x+y)(x-y) = x^2-y^2$ ကို သိရှိခဲ့ရပြီးဖြစ်သည်။၎င်းကိန်းနှစ်လုံးပေါင်းခြင်းနှင့်ခြားနားခြင်း မြှောက်လဒ်ကို အက္ခရာကိန်းတန်းများတွင် မကြာခဏတွေ့ရှိ၍ အသုံးပြုခဲ့ကြောင်း သိရှိခဲ့ရသည်။

ထိုနည်းတူပင် အောက်ပါမြှောက်လဒ်ကိုလည်း သတိပြုကြည့်ရှုပါ။

$$\begin{aligned}(x+y)\times(x^2-xy+y^2) &= x^3 - x^2y + xy^2 + yx^2 - xy^2 + y^3\\ &= x^3+y^3\end{aligned}$$

$\therefore\ (x+y)\ (x^2-xy+y^2) = x^3+y^3$

သတိပြုမှတ်သားရန်မှာမြှောက်လဒ်သည် သုံးထပ်ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းထားခြင်းဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

ဆက်လက်၍ $(x-y)$ နှင့် (x^2+xy+y^2) ၏ မြှောက်လဒ်ကို ရှာမည်။

$$\begin{aligned}(x-y)\times(x^2+xy+y^2) &= x^3 + x^2y + xy^2 - yx^2 - xy^2 + y^3\\ &= x^3-y^3\end{aligned}$$

$\therefore\ (x-y)\,(x^2+xy+y^2) = x^3-y^3$

မှတ်သားရန်မှာ မြှောက်လဒ်သည် သုံးထပ်ကိန်းနှစ်ခု ခြားနားခြင်းဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

ဥပမာ **(1)** $(x+1)(x^2-x+1)$ ၏ မြှောက်လဒ်ကိုရှာပါ။

$(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1^3 = x^3+1$

ဥပမာ **(2)** $(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$ ၏ မြှောက်လဒ်ကို ရှာပါ။

ဒုတိယဆခွဲကိန်း

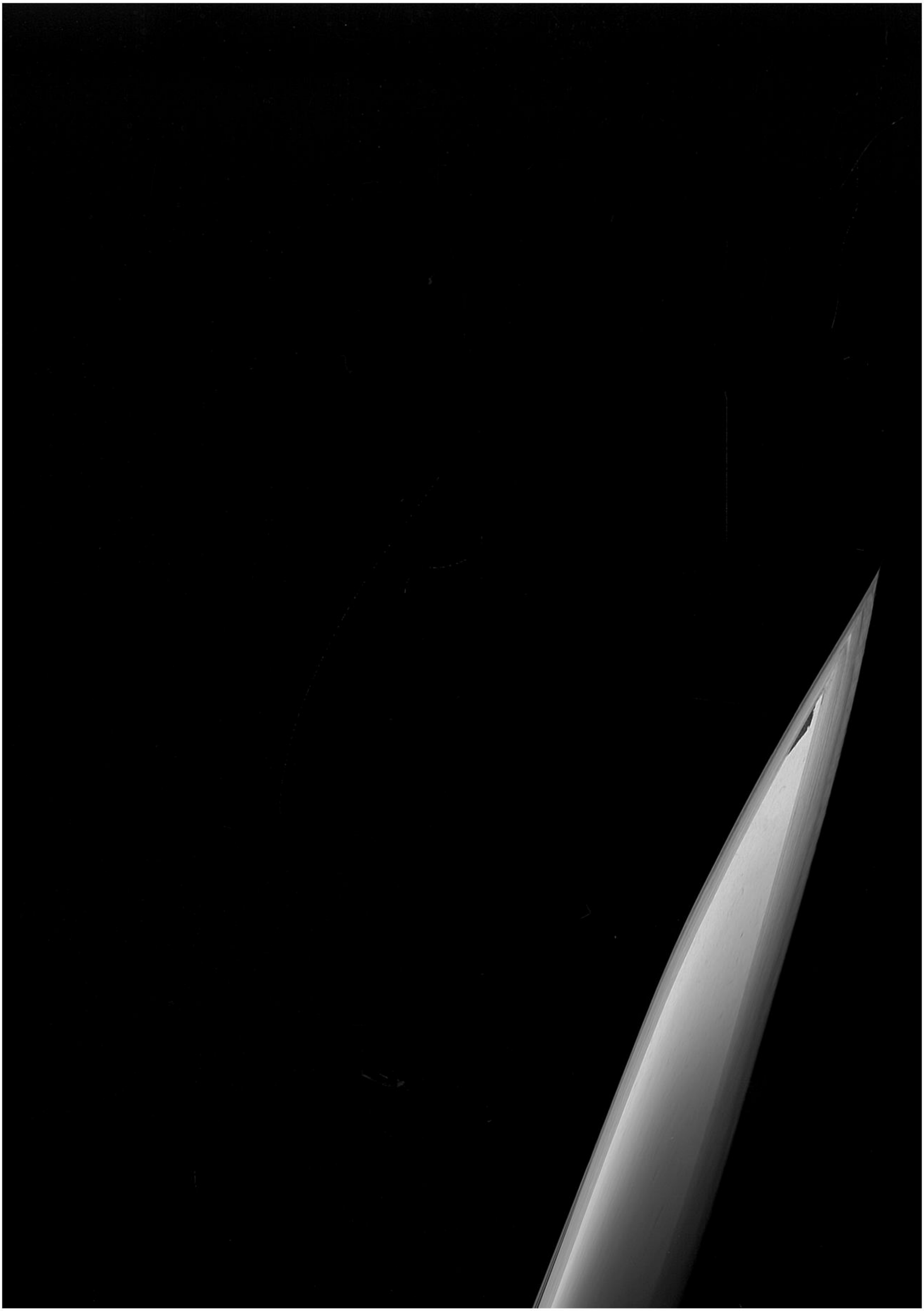
$4a^2-6ab+9b^2 = (2a)^2-(2a)(3b)+(3b)^2$

$\therefore\ (2a+3b)\,[\,(2a)^2-(2a)(3b)+(3b)^2\,]$ ကို

$(x+y)(x^2-xy+y^2)$ နှင့် နှိုင်းယှဉ်သော်

$x=2a,\ y=3b$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိရမည်။

$$\begin{aligned}\therefore\ (2a+3b)\ (4a^2-6ab+9b^2) &= (2a)^3+(3b)^3\\ &= 8a^3+27b^3\end{aligned}$$



ဥပမာ (3) $a^2 + ab$ နှင့် $ab + b^2$ တို့၏ အကြီးဆုံး ဘုံဆခွဲကိန်းကို ရှာပါ။

$a^2 + ab = a(a + b)$

$ab + b^2 = b(a + b)$

အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် $(a + b)$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (4) $a^2 + a - 6,\ a^2 + 2a - 8,\ 2a^2 - 5a + 2$ တို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကို ရှာပါ။

$a^2 + a - 6 = (a + 3)(a - 2)$

$a^2 + 2a - 8 = (a + 4)(a - 2)$

$2a^2 - 5a + 2 = (2a + 1)(a - 2)$

အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် $(a - 2)$ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (5.15)

အောက်ပါတို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကို ရှာပါ။

1. a^2, a^3, a^4
2. $m^2n^3,\ m^3n^2,\ m^4n^4$
3. $6a^2b,\ 9ac^2b^4$
4. $4a^2b,\ 20b^2d,\ 28abd$
5. $7a - 14,\ 4a - 8$
6. $a^2 + 3ab,\ ab + 3a^2$
7. $a^3 - ab^2,\ ab^2 + b^3$
8. $ab^2(a + b),\ a^2b(a + b)^2$
9. $a^2 - 1,\ (a - 1)^2$
10. $a^3 - ab^2,\ a^2 - 2ab + b^2$
11. $a^2 + 3a - 4,\ a^2 - a - 20$
12. $m^2 + 3m + 2,\ m^2 + 7m + 6$
13. $5a + 10,\ a^2 - 2a - 8$
14. $m^2 - 11m + 30,\ m^2 - 2m - 15$
15. $d^2 - 16,\ d^2 - 8d + 16$

5.13 အငယ်ဆုံးဘုံ ဆတိုးကိန်း

15, 25, 20 တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာရာ၌ ထိုကိန်းတို့ဖြင့်စားလျှင်၊ ပြတ်သော အငယ်ဆုံးကိန်းကို ရှာခြင်းဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ရှာနိုင်ကြောင်း သိခဲ့ကြပြီ။

$15 = 3 \times 5$

$25 = 5^2$

$20 = 4 \times 5$

15, 25, 20 တို့ဖြင့်စားလျှင် ပြတ်သောကိန်းများအနက် အငယ်ဆုံးကိန်းသည် $5^2 \times 3 \times 4$ ဖြစ်သည်။

$\therefore$ အငယ်ဆုံး ဘုံဆတိုးကိန်း $= 5^2 \times 3 \times 4 = 300$

အက္ခရာကိန်းများ၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းသည် ကိန်းများ၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း ရှာနည်းအတိုင်းပင် ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(1)** a^2b^2 နှင့် a^2b တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာပါ။

$$a^2b^2 = a^2 \times b^2$$
$$a^2b = a^2 \times b$$

$\therefore$ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း $= a^2 \times b^2 = a^2b^2$

ဥပမာ **(2)** $2a^2b, 3b^2c, 6ac^2$ တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာပါ။

$$2a^2b = 2 \times a^2 \times b$$
$$3b^2c = 3 \times b^2 \times c$$
$$6ac^2 = 2 \times 3 \times a \times c^2$$

$\therefore$ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း $= 2 \times 3 \times a^2 \times b^2 \times c^2 = 6a^2b^2c^2$

ဥပမာ **(3)** a^3, a^2, a တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာပါ။

ထိုကိန်းသုံးခုစလုံးဖြင့် စား၍ပြတ်သော ကိန်းအငယ်ဆုံးသည် a^3 ဖြစ်၏။

$\therefore$ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း $= a^3$

ဥပမာ **(4)** $(a+3), (a+1), (a+2)$ တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာပါ။

$$(a+3) = 1 \times (a+3)$$
$$(a+1) = 1 \times (a+1)$$
$$(a+2) = 1 \times (a+2)$$

$\therefore$ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း $= (a+3)(a+1)(a+2)$

(ကွင်းများရှင်းရန်မလို။)

ဥပမာ **(5)** $ab^2 - 2abc + ac^2, mb^2 - mc^2$ တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာပါ။

$$\begin{aligned} ab^2 - 2abc + ac^2 &= a(b^2 - 2bc + c^2) \\ &= a(b-c)(b-c) \\ mb^2 - mc^2 &= m(b^2 - c^2) \\ &= m(b-c)(b+c) \end{aligned}$$

$\therefore$ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း $= am(b-c)(b-c)(b+c)$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.16)

အောက်ပါတို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာပါ။

1. a, bc, ac
2. $2a, 3a^2, 4a^3$
3. a, b, c
4. ab, cd, mn
5. $2a^2b, 3ab^2$
6. $2a^2bc, 3ab^2c, 4abc^2$
7. $3a^2b^3c^4, 9a^3b^2c^3$
8. $a+b, a^2-b^2, a^2+2ab+b^2$
9. $a^2-b^2, a-b$
10. $a^2-b^2, (a-b)^2, (a+b)^2$
11. a^2b-ab^2, a^3b-ab^3
12. a^2+3a, a^2+4a+3
13. $m+1, m-1$
14. m^2-25, m^2-5m, m^2+5m
15. $a^2-2ab+b^2, a^2-b^2$
16. $a^2-7ab+12b^2, a^2-ab-12b^2$

အခန်း (6)
အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ

6.1 အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ၏ အဓိပ္ပာယ်

ရာရှင်နယ်ကိန်းများနှင့် အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများကို အပေါင်း၊ အနုတ်၊ မြှောက်၊ အစားစသော အခြေခံလုပ်ထုံးများသုံး၍ ဆက်စပ်တည်ဆောက်ထားသော အောက်ပါအက္ခရာကိန်းတန်းအချို့ကို လေ့လာကြည့်ပါစို့။

ဥပမာ (a) $\dfrac{4x}{7}$

(b) $\dfrac{3x^2}{16}$

(c) $\dfrac{x+1}{2x-3}$

(d) $\dfrac{\frac{3}{5}x^2+xy-4}{x^3+y}$

ဤကဲ့သို့သော အက္ခရာကိန်းဖော်ပြချက်များကို အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများဟု ခေါ်သည်။

အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ တွက်ချက်ရာတွင် ဂဏန်းသင်္ချာကိန်းများ အသုံးပြုသော နည်းဥပဒေများကိုပင် အသုံးပြုသည်။

အက္ခရာအပိုင်းတစ်ခု၏ ပိုင်းဝေနှင့်ပိုင်းခြေတို့ကို သုညမဟုတ်သည့် တန်ဖိုးတူကိန်းနှင့် မြှောက်သည်ဖြစ်စေ၊ စားသည်ဖြစ်စေ မူလအပိုင်းကိန်းတန်ဖိုးမှာ မပြောင်းလဲချေ။

ဥပမာ (1) $\dfrac{4}{5} = \dfrac{4\times 2}{5\times 2} = \dfrac{8}{10}$

(2) $\dfrac{6}{21} = \dfrac{6\div 3}{21\div 3} = \dfrac{2}{7}$

ထိုနည်းတူစွာပင် အက္ခရာသင်္ချာ၌

(3) $\dfrac{x}{y} = \dfrac{x\times a}{y\times a} = \dfrac{ax}{ay}$

(4) $\dfrac{2x}{2x+4} = \dfrac{2x\div 2}{[2(x+2)]\div 2} = \dfrac{x}{x+2}$

(5) $\dfrac{p+q}{3} = \dfrac{(p+q)\times 3}{3\times 3} = \dfrac{3(p+q)}{9}$

လေ့ကျင့်ခန်း (6.1)

အောက်ပါအပိုင်းကိန်းတို့တွင် လိုအပ်သောနေရာများ၌ ဖြည့်စွက်၍ရေးပါ။

(1) $\dfrac{a}{4} = \dfrac{(\ )}{8}$ (2) $\dfrac{an}{ax} = \dfrac{n}{(\ )}$

(3) $\dfrac{3a}{5b} = \dfrac{(\ )}{20ab}$ (4) $\dfrac{2xy}{14x^2} = \dfrac{y}{(\ )}$

(5) $\dfrac{a^2bc}{2ab^2c} = \dfrac{(\ )}{2b}$ (6) $\dfrac{n+2}{7} = \dfrac{(\ )}{21}$

(7) $\dfrac{a-1}{5} = \dfrac{(\ )}{15}$ (8) $\dfrac{2x+6}{14} = \dfrac{(\ )}{28}$

(9) $\dfrac{x+5}{8} = \dfrac{(\ )}{24}$ (10) $\dfrac{15}{3x-12} = \dfrac{45}{(\ )}$

(11) $\dfrac{x+2}{5} = \dfrac{3x+6}{(\ )}$ (12) $\dfrac{3}{a-7} = \dfrac{(\ )}{4a-28}$

(13) $\dfrac{n+2}{5x} = \dfrac{6n+12}{(\ )}$ (14) $\dfrac{5x+20}{15n} = \dfrac{(\ )}{3n}$

(15) $\dfrac{4n}{2an-10n} = \dfrac{(\ )}{a-5}$

6.2 အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများကို အငယ်ဆုံးအပိုင်းကိန်းများဖြစ်အောင် ဖွဲ့ခြင်း

ဂဏန်းသင်္ချာ၌ $\dfrac{14}{20}$ ကို အငယ်ဆုံးအပိုင်းကိန်းဖွဲ့သော် အောက်ပါအတိုင်းရ၏။

$$\frac{14}{20} = \frac{7\times 2}{10\times 2} = \frac{7}{10}\times\frac{2}{2} = \frac{7}{10}\times 1 = \frac{7}{10}$$

ထိုနည်းတူစွာအက္ခရာအပိုင်းကိန်းတစ်ခုကိုအငယ်ဆုံးအပိုင်းကိန်းဖြစ်အောင်ဖွဲ့လိုသော်ပိုင်းဝေနှင့်ပိုင်းခြေ နှစ်ခုစလုံးကို ကိန်းတူဖြင့်စားရသည်။

ဥပမာ **(1)** $\dfrac{6b}{9a}$ ကို အငယ်ဆုံး အပိုင်းကိန်းဖွဲ့ပါ။

$$\frac{6b}{9a} = \frac{3\times 2\times b}{3\times 3\times a} = \frac{2b}{3a},\ a \neq 0$$

ဥပမာ **(2)** $\dfrac{2a^2b}{4a}$ ကို အငယ်ဆုံး အပိုင်းကိန်းဖွဲ့ပါ။

$$\frac{2a^2b}{4a} = \frac{2a\times a\times b}{2a\times 2} = \frac{ab}{2}$$

ဥပမာ **(3)** $\dfrac{-2x-12}{4}$ ကို အငယ်ဆုံး အပိုင်းကိန်းဖွဲ့ပါ။

$$\begin{aligned}\frac{-2x-12}{4} &= \frac{-2(x+6)}{2\times 2}\\ &= \frac{2(-1)(x+6)}{2\times 2}\\ &= \frac{(-1)(x+6)}{2}\\ &= \frac{-x-6}{2}\end{aligned}$$

မှတ်ချက်။ $\dfrac{(-1)(x+6)}{2}$ ကို $\dfrac{-x-6}{2}$ ဟူ၍လည်းကောင်း

$-\dfrac{x+6}{2}$ ဟူ၍လည်းကောင်း ရေးနိုင်သည်။

အပိုင်းကိန်းတစ်ခုရှိ ပိုင်းဝေ (သို့မဟုတ်) ပိုင်းခြေတစ်ခုခုသည် အနုတ်လက္ခဏာဖြစ်လျှင် အပိုင်းကိန်းတစ်ခုလုံးသည် အနုတ်လက္ခဏာဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(4)** $\dfrac{14k^2+7k}{14k}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned}\frac{14k^2+7k}{14k} &= \frac{7k(2k+1)}{14k}\\ &= \frac{2k+1}{2}\end{aligned}$$

ဥပမာ **(5)** $\dfrac{2x-6}{x^2+x-12}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned}\frac{2x-6}{x^2+x-12} &= \frac{2(x-3)}{(x+4)(x-3)}\\ &= \frac{2}{x+4}\end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (6.2)

1. အောက်ပါတို့ကို အငယ်ဆုံးအပိုင်းကိန်းဖြစ်အောင် ဖွဲ့ပါ။

(1) $\dfrac{7x}{14}$ (2) $\dfrac{-12t}{6t}$ (3) $\dfrac{18st}{-27t}$

(4) $\dfrac{-2(r+s)}{4}$ (5) $\dfrac{-2(r+s)}{-4}$ (6) $\dfrac{-7bc+14c}{21c}$

(7) $\dfrac{a^2-3ab}{a}$ (8) $\dfrac{18a^2-12a^3}{6a}$ (9) $\dfrac{2pq}{6pr+2pq}$

(10) $\dfrac{x+y}{7x+7y}$　　(11) $\dfrac{x+2}{x^2+3x+2}$　　(12) $\dfrac{x^2-5xy+6y^2}{x^2-4y^2}$

2. အောက်ပါဖော်ပြချက်များသည် မှန်သည်(သို့မဟုတ်)မှားသည်ကို ဖော်ပြပါ။

(1) $\dfrac{px}{qx}=\dfrac{p}{q}$　　(2) $\dfrac{x+2}{2+x}=1$　　(3) $\dfrac{x+2}{2x+4}=\dfrac{1}{2}$

(4) $\dfrac{x-2}{2-x}=1$　　(5) $\dfrac{2p+4q+6r}{3p+6q+9r}=\dfrac{2}{3}$

6.3 .. အက္ခရာအပိုင်းကိန်းအချင်းချင်း အပေါင်းနှင့်အနုတ်

$\dfrac{2}{5}+\dfrac{1}{4}$ ကို ရှင်းရာ၌ အပိုင်းကိန်းအသီးသီးရှိ ပိုင်းခြေများမတူကြသဖြင့် ပိုင်းခြေ 5 နှင့် 4 တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း 20 ကို ပထမဦးစွာရှာရသည်။ ထို့နောက် အပိုင်းကိန်းများ၏ ပိုင်းဝေအသီးသီးကို လိုအပ်သလိုပြုပြင်ပြီးမှ ပေါင်းနိုင်၊ နုတ်နိုင်သည်။

$$\begin{aligned}\therefore \frac{2}{5}+\frac{1}{4} &= \frac{(2\times4)+(1\times5)}{20}\\ &= \frac{8+5}{20}\\ &= \frac{13}{20}\end{aligned}$$

ထိုနည်းတူစွာ အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ ပေါင်းနုတ်ရာတွင် ဤနည်းအတိုင်းပြုလုပ်ရသည်။

ဥပမာ **(1)** $\dfrac{x}{7}-\dfrac{2y}{7}$ ကို ရှင်းပါ။

အပိုင်းကိန်းများရှိ ပိုင်းခြေများတူညီနေကြသဖြင့် တိုက်ရိုက်နုတ်နိုင်သည်။

$$\frac{x}{7}-\frac{2y}{7}=\frac{x-2y}{7}$$

ဥပမာ **(2)** $\dfrac{a+2b}{5}-\dfrac{2a+b}{10}$ ကို ရှင်းပါ။

ပိုင်းခြေ 5 နှင့် 10 တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းမှာ 10 ဖြစ်၏

$$\begin{aligned}\frac{a+2b}{5}-\frac{2a+b}{10} &= \frac{2(a+2b)-(2a+b)}{10}\\ &= \frac{2a+4b-2a-b}{10}\\ &= \frac{3b}{10}\end{aligned}$$

ဥပမာ (3) $a^2 + ab$ နှင့် $ab + b^2$ တို့၏ အကြီးဆုံး ဘုံဆခွဲကိန်းကို ရှာပါ။

$a^2 + ab = a(a + b)$

$ab + b^2 = b(a + b)$

အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် $(a + b)$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (4) $a^2 + a - 6,\ a^2 + 2a - 8,\ 2a^2 - 5a + 2$ တို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကို ရှာပါ။

$a^2 + a - 6 = (a + 3)(a - 2)$

$a^2 + 2a - 8 = (a + 4)(a - 2)$

$2a^2 - 5a + 2 = (2a + 1)(a - 2)$

အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် $(a - 2)$ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (5.15)

အောက်ပါတို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကို ရှာပါ။

1. a^2, a^3, a^4
2. m^2n^3, m^3n^2, m^4n^4
3. $6a^2b, 9ac^2b^4$
4. $4a^2b, 20b^2d, 28abd$
5. $7a - 14, 4a - 8$
6. $a^2 + 3ab, ab + 3a^2$
7. $a^3 - ab^2, ab^2 + b^3$
8. $ab^3(a + b), a^2b(a + b)^2$
9. $a^2 - 1, (a - 1)^2$
10. $a^3 - ab^2, a^2 - 2ab + b^2$
11. $a^2 + 3a - 4, a^2 - a - 20$
12. $m^2 + 3m + 2, m^2 + 7m + 6$
13. $5a + 10, a^2 - 2a - 8$
14. $m^2 - 11m + 30, m^2 - 2m - 15$
15. $d^2 - 16, d^2 - 8d + 16$

5.13 အငယ်ဆုံးဘုံ ဆတိုးကိန်း

15, 25, 20 တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာရာ၌ ထိုကိန်းတို့ဖြင့်စားလျှင်၊ ပြတ်သော အငယ်ဆုံးကိန်းကို ရှာခြင်းဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ရှာနိုင်ကြောင်း သိခဲ့ကြပြီ။

$15 = 3 \times 5$

$25 = 5^2$

$20 = 4 \times 5$

15, 25, 20 တို့ဖြင့်စားလျှင် ပြတ်သောကိန်းများအနက် အငယ်ဆုံးကိန်းသည် $5^2 \times 3 \times 4$ ဖြစ်သည်။

$\therefore$ အငယ်ဆုံး ဘုံဆတိုးကိန်း $= 5^2 \times 3 \times 4 = 300$

အက္ခရာကိန်းများ၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းသည် ကိန်းများ၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း ရှာနည်းအတိုင်းပင် ဖြစ်သည်။

(11) $\dfrac{3m-7}{4} + \dfrac{4(2-m)}{3} + \dfrac{2m-3}{6}$

(12) $\dfrac{3k+5}{2} - \dfrac{5k+3}{2} + \dfrac{9k+7}{6}$

(13) $\dfrac{2}{x+2} - \dfrac{5}{x^2-4}$

(14) $\dfrac{t}{t^2-4} + \dfrac{3}{2-t} - \dfrac{5}{t+2}$

(15) $\dfrac{3}{x^2+x-2} + \dfrac{2}{x^2+3x+2}$

6.4 အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများအမြှောက်

ဂဏန်းသင်္ချာ၌အပိုင်းကိန်းများမြှောက်ရာတွင်ပိုင်းဝေအချင်းချင်းမြှောက်၍ပိုင်းခြေအချင်းချင်း မြှောက်ပြီးလျှင် ရရှိလာသော အပိုင်းကိန်းကို အငယ်ဆုံးဖြစ်အောင်ဖွဲ့ရသည်။

ထိုနည်းတူစွာ အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ မြှောက်ရာ၌ ဤနည်းအတိုင်း ပြုလုပ်ရ၏။

ဥပမာ (1) $\dfrac{3t}{2} \times \dfrac{t}{5s}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{3t}{2} \times \frac{t}{5s} = \frac{3t \times t}{2 \times 5s}$$
$$= \frac{3t^2}{10s}$$

ဥပမာ (2) $\dfrac{6x-3y}{9} \times \dfrac{3}{4}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{6x-3y}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{3(2x-y)}{9} \times \frac{3}{4}$$
$$= \frac{2x-y}{4}$$

ဥပမာ (3) $\dfrac{3x^2}{2a} \times \dfrac{6ay}{xy^2}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{3x^2}{2a} \times \frac{6ay}{xy^2} = \frac{3x^2 \times 6ay}{2a \times xy^2}$$
$$= \frac{9x}{y}$$

ဥပမာ **(4)** $12\left[\frac{2a+3}{4} - \frac{a-1}{3}\right]$ ကို ရှင်းပါ။

$$12\left[\frac{2a+3}{4} - \frac{a-1}{3}\right] = 12\left[\frac{(2a+3)}{4} - \frac{(a-1)}{3}\right]$$
$$= \frac{12(2a+3)}{4} - \frac{12(a-1)}{3}$$
$$= 3(2a+3) - 4(a-1)$$
$$= 6a+9-4a+4$$
$$= 2a+13$$

ဥပမာ **(5)** $20\left[\frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{4}(2x-3) + \frac{1}{5}(3x+2)\right]$ ကို ရှင်းပါ။

ပေးထားသောကိန်းတန်း $= 20 \times \frac{1}{2}(x-1) - 20 \times \frac{1}{4}(2x-3) + 20 \times \frac{1}{5}(3x+2)$

$$= 10(x-1) - 5(2x-3) + 4(3x+2)$$
$$= 10x-10-10x+15+12x+8$$
$$= 12x+13$$

မှတ်ချက်။ ဤဥပမာ (4) နှင့် (5) ၌၊ မြှောက်ရန်ကိန်းနှင့် ကွင်းအတွင်းရှိ အပိုင်းကိန်းများကိုဦးစွာ မြှောက်ခြင်းဖြင့် အပိုင်းကိန်းများ ပျောက်သွားမည်။ ထို့ကြောင့်တွက်ချက်ရာတွင် ပိုမိုလွယ်ကူမည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (6.4)

အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(1) $\frac{x}{4} \times \frac{x}{6}$

(2) $\left(-\frac{3}{a}\right)\left(-\frac{5}{a}\right)$

(3) $\frac{x^2}{2z} \times \frac{x}{2z}$

(4) $\frac{-16xy^2}{8x} \times \frac{14x^2y}{14y}$

(5) $\frac{1}{x-1} \times \frac{2}{x-1}$

(6) $\frac{2}{x^2-2} \times \frac{1}{x^2+2}$

(7) $\frac{7+35t}{15} \times \frac{3}{7}$

(8) $18\left[\frac{2t+3}{2} - \frac{2t+4}{9}\right]$

(9) $12\left[\frac{x-1}{3} + \frac{2x-3}{4}\right]$

(10) $24\left[\frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{3} + \frac{x}{6}\right]$

(11) $\frac{x-4}{7} - \frac{x-3}{3} + 1$ ကို 21 ဖြင့် မြှောက်ပါ။

(12) $\frac{7-x}{6} - \frac{2x+5}{9} + \frac{11}{18}$ ကို 36 ဖြင့် မြှောက်ပါ။

6.5 အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများအစား

ဂဏန်းသင်္ချာ၌ အပိုင်းကိန်းများ အချင်းချင်းစားရာတွင် တည်ကိန်းကိုစားကိန်းဖြစ်သော အပိုင်းကိန်း၏ လှန်ကိန်းဖြင့် မြှောက်ရသည်။

ထိုနည်းတူစွာ၊ အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ စားရာ၌လည်း ဤနည်းကဲ့သို့ ပြုလုပ်ရ၏။

ဥပမာ **(1)** $\dfrac{a^2}{ab} \div \dfrac{c}{d}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{a^2}{ab} \div \frac{c}{d} = \frac{a^2}{ab} \times \frac{d}{c}$$
$$= \frac{ad}{bc}$$

ဥပမာ **(2)** $\dfrac{2(x+y)}{3} \div \dfrac{4}{9}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{2(x+y)}{3} \div \frac{4}{9} = \frac{2(x+y)}{3} \times \frac{9}{4}$$
$$= \frac{3(x+y)}{2}$$

ဥပမာ **(3)** $\dfrac{x^2-1}{6x^2y} \div \dfrac{x+1}{4y^2}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{x^2-1}{6x^2y} \div \frac{x+1}{4y^2} = \frac{x^2-1}{6x^2y} \times \frac{4y^2}{x+1}$$
$$= \frac{(x-1)(x+1)}{6x^2y} \times \frac{4y^2}{x+1}$$
$$= \frac{2y(x-1)}{3x^2}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (6.5)

အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(1) $\dfrac{2t}{5} \div \dfrac{7}{10}$

(2) $\dfrac{r^2}{s^2} \div \dfrac{r}{s^3}$

(3) $\dfrac{81k^2}{28k} \div \dfrac{9k}{7k^3}$

(4) $\dfrac{2x^2}{7y^2} \div \dfrac{4xy}{21}$

(5) $\dfrac{3a+6b}{4} \div \dfrac{1}{2}$

(6) $\dfrac{a+b}{a-b} \div \dfrac{a}{b}$

(7) $\dfrac{y^2-4}{2y} \div (y+2)$

(8) $\dfrac{x^2-a^2}{x^2-b^2} \div \dfrac{x-a}{x-b}$

(9) $\dfrac{t^2-2t+1}{t^2} \div (t-1)$

(10) $\dfrac{rs^2}{t} \times \dfrac{st^2}{r} \div rst$

(11) $\dfrac{y^2-4}{y^2} \times \dfrac{y}{y+2} \div \dfrac{y-2}{y}$

(12) $\dfrac{4x}{4x-3} \times \dfrac{8x-6}{6x^2} \div \dfrac{x+1}{3}$

အခန်း (7)
အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသော ရိုးရိုးညီမျှခြင်းများ

7.1 အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသော ရိုးရိုးညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းခြင်း

ဤအခန်းတွင်အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသောညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းနည်းများနှင့်ထိုညီမျှခြင်းများအသုံးပြု၍ ဖြေရှင်းရသည့် ပြဿနာအချို့ကို လေ့လာသွားပါမည်။

ဥပမာ **(1)** $\frac{x}{3}-\frac{3}{2}=\frac{x}{5}+\frac{1}{2}$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

အထက်ပါညီမျှခြင်းတွင်ပါရှိသော ပိုင်းခြေများ၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းသည်30**ဖြစ်၏။** ထို့ကြောင့် ညီမျှခြင်း၏ နှစ်ဘက်စလုံးကို 30 ဖြင့်မြှောက်လျှင် အပိုင်းကိန်းများ ရှင်းသွားသည်ကို တွေ့ရမည်။

$$\frac{x}{3}-\frac{3}{2}=\frac{x}{5}+\frac{1}{2}$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 30 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$30[\frac{x}{3}-\frac{3}{2}]=30[\frac{x}{5}+\frac{1}{2}]$$

$$\frac{30\times x}{3}-\frac{30\times 3}{2}=\frac{30\times x}{5}+\frac{30\times 1}{2}$$

$$\begin{aligned}
10x-45 &= 6x+15\\
10x-6x &= 45+15\\
4x &= 60\\
\therefore\quad x &= 15
\end{aligned}$$

အဖြေမှန် မမှန်ကို အောက်ပါအတိုင်း ချိန်ကိုက်ကြည့်နိုင်သည်။

[ချိန်ကိုက်ပုံ]

$$\begin{aligned}
\text{လက်ဝဲဘက်} &= \frac{15}{3}-\frac{3}{2}=5-\frac{3}{2}\\
&= 3\frac{1}{2}\\
\text{လက်ယာဘက်} &= \frac{15}{5}+\frac{1}{2}=3+\frac{1}{2}\\
&= 3\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$\therefore$ လက်ဝဲဘက် = လက်ယာဘက်

ဥပမာ **(2)** $\frac{2x}{3}-\frac{x}{6}=x-\frac{1}{2}$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{2x}{3}-\frac{x}{6}=x-\frac{1}{2}$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 6 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$6(\frac{2x}{3}-\frac{x}{6})=6(x-\frac{1}{2})$$

$$\frac{6\times 2x}{3}-\frac{6x}{6}=6x-\frac{6}{2}$$

$$\begin{aligned} 4x-x &= 6x-3 \\ 3x-6x &= -3 \\ -3x &= -3 \\ \therefore\ x &= 1 \end{aligned}$$

ဥပမာ **(3)** $\frac{1}{3}(a-2)-\frac{1}{15}(6+a)=0$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{1}{3}(a-2)-\frac{1}{15}(6+a)=0$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 15 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$\frac{15}{3}(a-2)-\frac{15}{15}(6+a) = 0$$

$$\begin{aligned} 5(a-2)-(6+a) &= 0 \\ 5a-10-6-a &= 0 \\ 4a-16 &= 0 \\ 4a &= 16 \\ \therefore\ a &= 4 \end{aligned}$$

ဥပမာ **(4)** $\frac{y-3}{3}=\frac{2y-9}{5}$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{y-3}{3}=\frac{2y-9}{5}$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 15 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$\frac{15(y-3)}{3}=\frac{15(2y-9)}{5}$$

$$\begin{aligned} 5(y-3) &= 3(2y-9) \\ 5y-15 &= 6y-27 \\ 5y-6y &= 15-27 \\ -y &= -12 \\ \therefore\ y &= 12 \end{aligned}$$

အထက်ပါဥပမာကို လေ့လာသောအခါ သက်ဆိုင်ရာပိုင်းခြေများ၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းနှင့် ညီမျှခြင်း၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင်ရှိသော အပိုင်းကိန်းများကို မြှောက်ရာတွင် လက်ဝဲဘက်ရှိ ပိုင်းဝေကို လက်ယာဘက်ရှိ ပိုင်းဝေနှင့်လည်းကောင်း၊ လက်ယာဘက်ပိုင်းဝေကို လက်ဝဲဘက်ရှိ ပိုင်းခြေဖြင့်လည်းကောင်း မြှောက်သကဲ့သို့ဖြစ်သည်ကို တွေ့ရသည်။

ဥပမာ $\frac{y-3}{3}=\frac{2y-9}{5}$ ကို အောက်ပါအတိုင်း ရေးနိုင်၏။

$5(y-3)=3(2y-9)$

ယေဘုယျအားဖြင့် အောက်ပါအတိုင်း မှတ်သားနိုင်၏။

$\frac{x}{a}=\frac{y}{b}$ ဖြစ်လျှင် $bx = ay$ ဖြစ်သည်။

ဤကဲ့သို့ပြုလုပ်ခြင်းကို ကြက်ခြေခတ်ဖြတ်မြှောက်ခြင်း (Cross multiplication) ဟုခေါ်၏။

ဥပမာ **(5)** $\frac{5a-9}{6}=\frac{3a-7}{5}$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\begin{aligned}
\frac{5a-9}{6}&=\frac{3a-7}{5}\\
\therefore 5(5a-9)&=6(3a-7)\\
\therefore 25a-45&=18a-42\\
25a-18a&=45-42\\
7a&=3\\
a&=\frac{3}{7}
\end{aligned}$$

ဥပမာ **(6)** $\frac{7+x}{6}+\frac{2x-3}{3}=\frac{x+13}{2}-4$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{7+x}{6}+\frac{2x-3}{3}=\frac{x+13}{2}-4$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 6 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$\begin{aligned}
\frac{6(7+x)}{6}+\frac{6(2x-3)}{3}&=\frac{6(x+13)}{2}-4\times 6\\
7+x+2(2x-3)&=3(x+13)-24\\
7+x+4x-6&=3x+39-24\\
5x+1&=3x+15\\
5x-3x&=15-1\\
2x&=14\\
\therefore x&=7
\end{aligned}$$

မှတ်ချက်။ အထက်ပါညီမျှခြင်းတွင် ညီမျှခြင်းလက္ခဏာ၏ တစ်ဖက်စီ၌ အပိုင်းကိန်းတစ်ခုထက်ပို၍ ပါရှိခြင်းကြောင့် ကြက်ခြေခတ်ဖြတ်မြှောက်ခြင်းနည်းကို တိုက်ရိုက်မသုံးနိုင်ပါ။ ညီမျှခြင်း

၏ တစ်ဖက်စီတွင်ရှိသော အပိုင်းကိန်းများကို တစ်ခုတည်းသော အပိုင်းကိန်းအဖြစ်သို့ ရောက်အောင် ရှင်းလင်းပြီးမှသာ ကြက်ခြေခတ် ဖြတ်မြှောက်နိုင်သည်။

ဥပမာ **(7)** အောက်ပါညီမျှခြင်းတွင် $a = 5$ ဖြစ်သော် b ကိုရှာပါ။

$$\frac{4a-5}{5} = \frac{2a+b}{3} - 1$$

$a = 5$ ဖြစ်သောကြောင့် ပေးထားသော ညီမျှခြင်းတွင် a ၏ တန်ဖိုးကို အစားသွင်းသော်

$$\frac{4\times5-5}{5} = \frac{2\times5+b}{3} - 1$$

$$\frac{20-5}{5} = \frac{10+b}{3} - 1$$

$$3 = \frac{10+b}{3} - 1$$

$$3 + 1 = \frac{10+b}{3}$$

$$4 = \frac{10+b}{3}$$

$$12 = 10 + b$$

$$10 + b = 12$$

$$b = 12 - 10$$

$$\therefore b = 2$$

လေ့ကျင့်ခန်း (7.1)

အောက်ပါညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

(1) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 5$

(2) $\frac{x}{5} - \frac{x}{2} = 3$

(3) $\frac{1}{3}(x + 1) - 1 = 0$

(4) $\frac{2x-1}{2} = 1$

(5) $\frac{4-x}{3} = \frac{3}{2}$

(6) $\frac{2x-3}{4} = -\frac{1}{5}$

(7) $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{5} = 5 - \frac{2x}{5}$

(8) $\frac{5x}{6} + 3\frac{1}{2} = -\frac{4x}{5} + 4$

(9) $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 23$

(10) $\frac{x}{2} + 5 = \frac{x}{3} + 7$

(11) $\frac{x}{x-2} = 3$

(12) $\frac{1}{2}(x + 5) - \frac{1}{4}(x - 1) = 3$

(13) $\frac{x-4}{4} = \frac{x-2}{5}$

(14) $\frac{x+1}{5} - 1 = \frac{x+2}{3} - \frac{x-3}{3}$

(15) $\frac{9x-7}{6}+\frac{3x+5}{9}-\frac{5x+3}{2}=0$

(16) အောက်ပါညီမျှခြင်းတွင် $x = 4$ ဖြစ်လျှင် y ကိုရှာပါ။

$\frac{2x-7}{4}+\frac{3}{4}=\frac{x-y}{3}$

(17) အောက်ပါ**ညီမျှ**ခြင်းတွင် $a = 3$ ဖြစ်လျှင် b ကို ရှာပါ။

$4-\frac{a-2}{3}=2+\frac{5a+b}{6}$

(18) အောက်ပါညီမျှခြင်း**တွင်** $s = 2$ ဖြစ်လျှင် t ကို ရှာပါ။

$\frac{1}{3}(4s-7)-\frac{1}{9}(s+t)=\frac{1}{5}(s-7)$

(19) $\frac{2p-3q}{5}=7$ ညီမျှခြင်းမှ $p = 4$ ဖြစ်လျှင် q ကို ရှာပါ။

(20) $a = 115, b = 116, c = 135$ ဖြစ်လျှင်

$a=\frac{b}{d}(b-c)$ ပုံသေနည်းမှ d ကို ရှာပါ။

7.2 အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသော ရိုးရိုးညီမျှခြင်းများ အသုံးပြု၍ ဖြေရှင်းရသော ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ

ရှေ့ပိုင်းတွင် အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသော ရိုးရိုးညီမျှခြင်းများကိုသာလေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ထိုညီမျှခြင်းများကိုအသုံးပြု၍ ဖြေရှင်းရသော ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများကို လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ **(1)** ကိန်းတစ်ခု၏ 3 ပုံ 1 ပုံသည် ယင်း၏ 8 ပုံ 1 ပုံထက် 5 ပိုသော် ထိုကိန်းကို ရှာပါ။

ထိုကိန်း $= x$ ဖြစ်ပါစေ။

ပုစ္ဆာအရ

$\frac{x}{3}-\frac{x}{8}=5$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 24 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$\frac{24x}{3}-\frac{24x}{8}=24\times 5$$

$$8x-3x=24\times 5$$

$$5x=24\times 5$$

$$\therefore\ x=24$$

$\therefore$ ထိုကိန်း $= 24$

ဥပမာ **(2)** ပစ္စည်းတစ်ခု၏ တန်ဖိုးသည် 15% တိုးလာသောအခါ တိုးပြီးတန်ဖိုးသည် 460 ကျပ်ဖြစ်၏။ မူလတန်ဖိုးကို ရှာပါ။

မူလတန်ဖိုးငွေ $=$ x ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

$\therefore$ တိုးငွေ $= x \times \dfrac{15}{100}$

$= \dfrac{15x}{100}$

$\therefore$ တိုးပြီးတန်ဖိုးငွေ $= x + \dfrac{15x}{100}$

ပုစ္ဆာအရ

$$x + \frac{15x}{100} = 460$$

$$\frac{100x + 15x}{100} = 460$$

$$\frac{115x}{100} = 460$$

$$x = \frac{\cancel{460}^{20} \times \cancel{100}^{20}}{\cancel{115}_{23}}$$

$$\therefore x = 400$$

$\therefore$ မူလတန်ဖိုး $= 400$ ကျပ်

ဉပမာ **(3)** မွေးမြူရေးခြံအတွင်းရှိ ကြက်ကောင်ရေပေါင်း၏ 4 ပုံ 3 ပုံကို ရောင်းချပြီး၊ နောက်ထပ် ကြက်ကောင်ရေ 250 မွေးမြူသော် မူလရှိ ကြက်ကောင်ရေထက် အကောင် 20 သာ လျော့သည်ကို တွေ့ရ၏။ မူလက ထိုမွေးမြူရေးခြံတွင် ကြက်ကောင်ရေပေါင်း မည်မျှ ရှိသနည်း။

မူလရှိ ကြက်ကောင်ရေပေါင်း $= x$ ဖြစ်ပါစေ။

ရောင်းချသော ကြက်ကောင်ရေ $= \dfrac{3x}{4}$

ရောင်းချပြီးနောက် ကျန်သောကြက်ကောင်ရေ $= x - \dfrac{3x}{4} = \dfrac{x}{4}$

နောက်ထပ်ကြက်ကောင်ရေ 250 မွေးမြူပြီးနောက်

ရှိသော ကြက်ကောင်ရေ $= \dfrac{x}{4} + 250$

ပုစ္ဆာအရ

$$\frac{x}{4} + 250 = x - 20$$

$$250 + 20 = x - \frac{x}{4}$$

$$270 = \frac{3x}{4}$$

$$\frac{3x}{4} = 270$$

$$\therefore \quad x = \frac{\cancel{270}^{90} \times 4}{\cancel{3}_1}$$

$$= 360$$

$\therefore$ မူလရှိကြက်ကောင်ရေပေါင်း = 360 ကောင်

ဥပမာ **(4)** ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ အလျားနှင့်အနံပေါင်းလဒ်မှာ 96 လက်မဖြစ်၏။အလျား၏ 5ပုံ 1 ပုံသည် အနံ၏ 3 ပုံ 1 ပုံနှင့်ညီ၏။ ထိုထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အလျားနှင့်အနံကို ရှာပါ။

ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အလျား = x လက်မဖြစ်ပါစေ

$\therefore$ ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အနံ = 96 - x

ပုစ္ဆာအရ

$$\frac{x}{5} = \frac{96-x}{3}$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 15 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$3x = 480 - 5x$$

$$8x = 480$$

$\therefore x = 60$ (အလျား)

$\therefore$ အနံ $= 96 - 60$

$= 36$

ထောင့်မှန်စတုဂံ၏အလျား = 60 လက်မ

$\therefore$ ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အနံ = 36 လက်မ

လေ့ကျင့်ခန်း (7.2)

1. ကိန်းတစ်ခုတွင် ၎င်းကိန်း၏ 3 ပုံ 1 ပုံ ထည့်ပေါင်းလျှင် 32 ရ၏။ မူလကိန်းကို ရှာပါ။
2. ကိန်းတစ်ခု၏ 5 ပုံ 1 ပုံသည် ၎င်း၏ 6 ပုံ 1 ပုံထက် 10 ပိုသော် ထိုကိန်းကို ရှာပါ။
3. ပစ္စည်းတစ်ခု၏ တန်ဖိုးကို 6% တိုးလိုက်သောအခါ ထိုပစ္စည်း၏တန်ဖိုးသည် 80 ကျပ်ဖြစ်လာ၏။ မူလတန်ဖိုးကို ရှာပါ။
4. အစဉ်လိုက်ဖြစ်သော ကိန်းနှစ်ခုရှိရာ ကိန်းကြီး၏ 3 ပုံ 1 ပုံသည် ကိန်းငယ်၏ 2 ပုံ 1 ပုံထက် $4\frac{1}{3}$ နည်း၏။ ထိုကိန်းနှစ်ခုကို ရှာပါ။
5. ခြံတစ်ခုအတွင်းရှိ သစ်ပင်များအနက် 18% သည် သရက်ပင်များဖြစ်၍ ကျန်အပင်များသည် အုန်းပင်များဖြစ်၏။ သရက်ပင်အားလုံးပေါင်း 36 ပင်ရှိသော် ထိုခြံအတွင်းရှိ သစ်ပင်ပေါင်းကို ရှာပါ။
6. ဝါးလုံးတစ်ချောင်းကို စိုက်ထူထားရာ ရွှံ့ထဲ၌ 3 ပုံ 1 ပုံ၊ ရေထဲ၌ 4 ပုံ 1 ပုံ၊ ရေပေါ်၌ 8 ပေသာ ပေါ်နေသော် ဝါး၏အလျား မည်မျှဖြစ်သနည်း။

7. လိမ္မော်သီး 63 လုံးကိုတောင်းနှစ်လုံးတွင်ထည့်ရာ ပထမတောင်းထဲရှိ လိမ္မော်သီး၏ 3 ပုံ 1 ပုံသည် ဒုတိယတောင်းထဲရှိ လိမ္မော်သီး၏ 6 ပုံ 1 ပုံထက် 6 လုံးပို၏။ တောင်းတစ်လုံးစီတွင် ထည့်ရမည့် လိမ္မော်သီးအရေအတွက်ကို ရှာပါ။

8. အစဉ်အလိုက်ဖြစ်သော ကိန်းနှစ်လုံးရှိရာ ကိန်းငယ်၏ 3 ပုံ 1 ပုံသည် ကိန်းကြီး၏ 4 ပုံ 1 ပုံထက် 3 ပိုသော် ထိုကိန်းနှစ်လုံးကို ရှာပါ။

9. သင်္ချာပုစ္ဆာတစ်ပုဒ်တွင် ကိန်းတစ်ခုကို 2 ဖြင့်မြှောက်၍ 15 ပေါင်းရမည့်အစား ကျောင်းသားတစ်ယောက်သည် 2 ဖြင့်စား၍ 15 နုတ်လိုက်သဖြင့် သူ၏အဖြေသည် အဖြေမှန်၏ 4 ဆ ဖြစ်နေသော် ထိုကိန်းကို ရှာပါ။

10. ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းလဒ်သည် 80 ဖြစ်၏။ ကိန်းကြီးသည် ကိန်းငယ်၏ 3 ပုံ 1 ပုံထက် 32 ပိုလျှင် ထိုကိန်းနှစ်ခုကို ရှာပါ။

11. ထောင့်မှန်စတုဂံအခန်းတစ်ခု၏ အနံသည် အလျား၏ 5 ပုံ 3 ပုံဖြစ်၏။ အကယ်၍ အနံတွင် 3 ပေတိုးပြီး အလျားတွင် 3 ပေလျော့သော် ထိုအခန်းသည် စတုရန်းပုံဖြစ်သွားမည်။ အခန်း၏ မူလအလျားနှင့် အနံကို ရှာပါ။

12. ကျွန်ုပ်၏အသက်သည် ယခု 13 နှစ်ဖြစ်ပြီး ကျွန်ုပ်ညီ၏အသက်မှာ 5 နှစ်ဖြစ်၏။ နှစ်ပေါင်းမည်မျှကြာလျှင် ကျွန်ုပ်ညီ၏ အသက်သည် ကျွန်ုပ်အသက်၏ တစ်ဝက်ဖြစ်မည်နည်း။

13. ဇော်ဇော်ရှိငွေသည် ကျော်ကျော်ရှိငွေ၏ 4 ပုံ 3 ပုံဖြစ်၏။ ဇော်ဇော်က ကျော်ကျော်အား ငွေ 15 ကျပ်ပေးလိုက်လျှင် ကျော်ကျော်ရှိငွေသည် ဇော်ဇော်ရှိငွေ၏ 3 ဆ ဖြစ်သွား၏။ မူလက တစ်ယောက်လျှင် ငွေမည်မျှစီရှိကြသနည်း။

14. လူတစ်ယောက်သည် ခရီးတစ်ခုကိုသွားရာ ခရီး၏ 3 ပုံ 1 ပုံကို တစ်နာရီလျှင် 15 မိုင်နှုန်းကျသွား၍ ကျန် 2 ပုံကို တစ်နာရီလျှင် 20 မိုင်နှုန်းကျသွားသဖြင့် စုစုပေါင်း 1 နာရီ 20 မိနစ်ကြာ၏။ ခရီးအကွာအဝေးကို ရှာပါ။

15. ရေကန်တစ်ကန်၌ ရေ 4 ပုံ 3 ပုံသာရှိရာ ၎င်းမှ ရေ 25 ဂါလန်ထုတ်ယူသောအခါ ကန်ရေဘစ်ဝက်သာရှိ၏။ ရေကန်သည် ရေဂါလန်မည်မျှ ဆံ့သနည်း။

16. သတ္တမတန်းစာမေးပွဲတွင် ဖြေဆိုသူ၏ 7 ပုံ 1 ပုံသည် ကျရှုံး၏။ အဋ္ဌမတန်းစာမေးပွဲတွင် ဖြေဆိုသူပေါင်းသည် သတ္တမတန်းထက်50ပို၏။ကျရှုံးသူများသည် ဖြေဆိုသူပေါင်း၏ 6 ပုံ 1ပုံဖြစ်သဖြင့် သတ္တမတန်းစာမေးပွဲတွင် ကျရှုံးသူပေါင်းထက် 18 ယောက် ပိုသော် အတန်းတစ်တန်းစီတွင် ဖြေဆိုသူပေါင်း မည်မျှစီရှိသနည်း။

17. တြိဂံတစ်ခု၏ ပတ်လည်အနားပေါင်း အရှည်မှာ 5 ပေ 2 လက်မဖြစ်၏။ ပထမအနားသည် ဒုတိယအနား၏ 4 ပုံ 3 ပုံ၊ တတိယအနားသည် ဒုတိယအနား၏ 6 ပုံ 5 ပုံဖြစ်သော် တြိဂံ၏ အနားအသီးသီးအရှည်ကို ရှာပါ။

အခန်း (8)
မညီမျှချက်

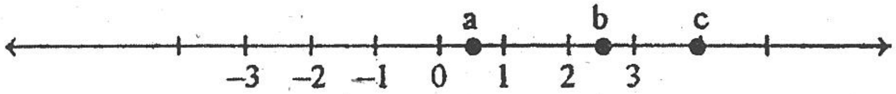
အရေအတွက်တစ်ခုသည်အခြားအရေအတွက်တစ်ခုထက် နည်းခြင်း၊ များခြင်း၊ ဖော်ပြခြင်းကို မညီမျှချက်ဟုခေါ်သည်။ ကိန်းနှစ်ခုကို နှိုင်းယှဉ်ရာတွင်မူ ငယ်ခြင်း၊ ကြီးခြင်း၊ ဖော်ပြချက်ကိုမညီမျှချက် ဟုခေါ်သည်။ < နှင့် > တို့သည် ငယ်ခြင်းနှင့် ကြီးခြင်းကို ဖော်ပြသော သင်္ကေတများဖြစ်သည်။

$-5 < 2$, $-5 = 2$, $2 < -5$ ဖော်ပြချက်သုံးခုအနက် မှန်သောဖော်ပြချက်ကို ရွေးမည်ဆိုလျှင် ပထမဆုံးဖော်ပြချက်ဖြစ်သော $-5<2$ (-5 သည် 2 အောက်ငယ်သည်) ဆိုသော ဖော်ပြချက်သည်သာ မှန်ကန်သည်ကို တွေ့ရသည်။ ကျန်နှစ်ခုသည် မမှန်ပါ။

ကိန်းများနှင့်ပတ်သက်၍ မည်သည့်ကိန်းနှစ်ခုကိုမဆို နှိုင်းယှဉ်လျှင် အောက်ပါအဆိုမှန်ကန် ကြောင်း လက်ခံသုံးစွဲမည်။

မှန်ကန်ချက်

a နှင့် b သည် ကိန်းနှစ်ခုဖြစ်ပါစေ။ ထိုအခါ $a<b$, $a=b$, $b<a$ ဖော်ပြချက်သုံးခုအနက် တစ်ခု (တစ်ခုတည်းသာ)မှန်သည်။ ထိုမှန်ကန်ချက်အရ အကယ်၍ $a \neq b$ (a သည် b နှင့်မညီလျှင်) ဖြစ်လျှင် $a<b$ နှင့် $b<a$ နှစ်ခုအနက် တစ်ခု(တစ်ခုတည်းသာ)မှန်မည်။



ပုံ (8.1)

ကိန်းမျဉ်းတစ်ခုပေါ်ရှိ မတူညီသော အမှတ်နှစ်ခု a နှင့် b ကို မှတ်သားပါ။ ထိုအခါ လက်ဝဲ ဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်ကို ကိုယ်စားပြုသောကိန်းသည် လက်ယာဘက်ရှိ အမှတ်ကို ကိုယ်စားပြု သောကိန်းထက် ငယ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။ ပုံတွင် $a < b$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။တစ်နည်းအားဖြင့် $b >$ (b သည် a ထက်ကြီးသည်။)

ထိုနည်းတူ b နှင့် c ကို နှိုင်းယှဉ်လျှင် $b < c$ ဖြစ်၏။ တစ်ဖန် a နှင့် c ကို နှိုင်းယှဉ်လျှင် $a < c$ ဖြစ်၏။ ထို့ကြောင့် ပုံတွင်ပါသော a, b, c သုံးခုတွင် $a<b$, $b<c$ နှင့် $a<c$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရ၏။

လေ့ကျင့်ခန်း (၈.1)

1. သင်္ကေတ > (သို့မဟုတ်) < ကို အသုံးပြုခြင်းဖြင့် အောက်ပါတို့ကို ပြန်ရေးပေးပါ။
   (a) 7 သည် 4 ထက်ကြီးသည်။ (ဥပမာ $7 > 4$)
   (b) 2 သည် 3 အောက်ငယ်သည်။
   (c) 5 သည် 1 ထက်ကြီးသည်။
   (d) 10 သည် 100 အောက် ငယ်သည်။

2. အောက်ပါတို့၏ အဓိပ္ပာယ်ကို စာဖြင့်ပြန်ရေးပေးပါ။

(a) $2 < 5$ (ဥပမာ 2 သည် 5 အောက်ငယ်သည်)

(b) $10 > 6$

(c) $0 < 4$

(d) $8 \neq 3$

3. အောက်ပါတို့ကို မှန်သည် (သို့မဟုတ်) မှားသည် ဖော်ပြပေးပါ။

(a) $5 > 1$ (မှန်သည်)

(b) $4 < 4$

(c) $2 < 4$

(d) $15 \neq 5$

4. အောက်ပါကိန်းနှစ်ခုစီ၏ အကြားတွင် သင်္ကေတများ $>$, $=$, $<$ တို့မှ တစ်ခုခုထည့်ပေးခြင်းဖြင့် အမှန်ဖော်ပြချက်ဖြစ်စေရန် ပြုလုပ်ပေးပါ။

(a) 3 ....4 (ဥပမာ $3 < 4$) (b) 10..........10

(c) 8..........7 (d) 1.........0

(e) 0........10 (f) 199............200

(g) 0..........1 (h) 91..............19

5. အောက်ပါကိန်းနှစ်ခုစီ၏ အကြားတွင် သင်္ကေတများ $>$, $=$, $<$ တို့မှ တစ်ခုခုထည့်ပေးခြင်းဖြင့် အမှန်ဖော်ပြချက်ဖြစ်စေရန် ပြုလုပ်ပေးပါ။

(a) $4 + 1$ ....$5 - 3$ (b) 2×7 ....$13 + 1$

(c) 2^3 ....3^2 (d) 0.1 .... $(0.1)^2$

(e) $\frac{3}{4}$ .... $\frac{7}{8}$ (f) $3 + 0$ .... 3×0

6. အောက်ပါတို့ကို မှန်သည် (သို့မဟုတ်) မှားသည်ကို ဖော်ပြပေးပါ။

(a) $9 + 7 > 8 + 8$ (b) $5 \times 1 > 5 \times 0$

(c) $6 \times 5 \times 4 = 4 \times 5 \times 6$ (d) $\frac{2}{3} \neq \frac{3}{2}$

7. ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ကိန်း 2 နှင့် 5 ကို ကိုယ်စားပြုသော အမှတ်နှစ်ခုကို ဖော်ပြပေးပါ။ ထို့နောက် 2 ထက်ကြီးပြီး 5 အောက်ငယ်သော ကိန်းပြည့်များကို ရှာပေးပါ။

8. ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ကိန်း 0 နှင့် 8 ကို ကိုယ်စားပြုသော အမှတ်နှစ်ခုကို ဖော်ပြပေးပါ။ ထို့နောက် 0 ထက်ကြီးပြီး 8 အောက်ငယ်သော ကိန်းပြည့်များကို ဖော်ပြပါ။

9. ကိန်းမျဉ်းကို အသုံးပြုခြင်းဖြင့် အောက်ပါဝါကျတို့၏ ကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပေးပါ။

(a) $a > 4$ ဖြစ်လျှင် a သည် 4 ၏ (   )ဘက်တွင် ရှိ၏။

(အဖြေ။ $a > 4$ ဖြစ်လျှင် a သည် 4 ၏ (ယာ) ဘက်တွင်ရှိ၏။)

(b) $b < 7$ ဖြစ်လျှင် b သည် 7 ၏ (   ) ဘက်တွင်ရှိ၏။

(c) $5 > p$ ဖြစ်လျှင် p သည် 5 ၏ (   )ဘက်တွင်ရှိ၏။

(d) $c = 5$ ဖြစ်လျှင် c သည် 4 နှင့် 6 တို့၏ (   )တွင်ရှိ၏

8.1 မညီမျှချက်ဂုဏ်သတ္တိများ

အောက်ပါမညီမျှချက်ဆိုင်ရာ ပုစ္ဆာများကို လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ (1) 4, 5 နှင့် 6 တို့ကို နှိုင်းယှဉ်၍ 4 နှင့် 6 ဆက်သွယ်ချက်ကို ရှာပါ။

$4 < 5$ နှင့် $5 < 6$ ဖြစ်သည်။

$4 < 5$ နှင့် $5 < 6$ ဖြစ်၍ $4 < 6$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) 5, 4 နှင့် 3 တို့ကို နှိုင်းယှဉ်၍ 5 နှင့် 3 ဆက်သွယ်ချက်ကို ရှာပါ။

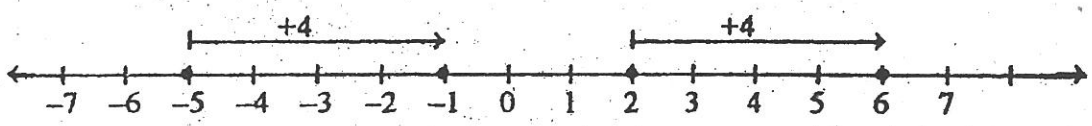
$5 > 4$ နှင့် $4 > 3$ ဖြစ်သည်။

$5 > 4$ နှင့် $4 > 3$ ဖြစ်၍ $5 > 3$ ဖြစ်သည်။

အထက်ပါ ဥပမာများမှ အောက်ပါယေဘုယျ ဂုဏ်သတ္တိကို ဖော်ထုတ်နိုင်သည်။

ဂုဏ်သတ္တိ (1) a, b နှင့် c တို့သည် ကိန်းသုံးလုံးဖြစ်ကြသည်။
(i) $a < b$ နှင့် $b < c$ ဖြစ်လျှင် $a < c$ ဖြစ်သည်။
(ii) $a > b$ နှင့် $b > c$ ဖြစ်လျှင် $a > c$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (3) -5 နှင့် 2 ကို နှိုင်းယှဉ်ပါ။



ပုံ (8.2)

ပုံ (8.2) တွင် ဆွဲထားသော ကိန်းမျဉ်း၌ -5 ကို ကိုယ်စားပြုသော အမှတ်သည် 2 ကို ကိုယ်စားပြုသော အမှတ်၏ ဝဲဘက်တွင်ရှိ၏။ $-5 < 2$ ဖြစ်သည်။ ကိန်းမျဉ်းတစ်လျှောက် -5 အမှတ်မှ + 4 ယူနစ်ရွှေ့သော ဦးလှည့်ဘက်အတိုင်း 2 အမှတ်မှလည်း + 4 ယူနစ် ရွှေ့ပါ။ ရရှိလာသော အမှတ်နှစ်ခုကို နှိုင်းယှဉ်လျှင် မူလ -5 နှင့် 2 တို့အတိုင်း မညီမျှချက်အနေအထားသည် ပြောင်းလဲခြင်းမရှိကြောင်း တွေ့ရသည်။ ပုံ (8.2) တွင် ယာဘက်သို့ 4 ယူနစ်ရွှေ့ပြထားသည်။

$\therefore$ $-5 < 2$ ဖြစ်သည်။

တစ်ဖန် $-5 - 4 = -1$ နှင့် $2 + 4 = 6$ ဖြစ်သည်။

ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် -1 သည် 6 ၏ ဝဲဘက်တွင်ရှိ၍ $-1 < 6$ ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် $-5 + 4 < 2 + 4$ ဖြစ်သည်။

တစ်ဖန် $-5 < 2$ ဖြစ်၍

$2 > -5$ ဖြစ်သည်။

ဝဲယာဘက်တွင် 4 ကို ပေါင်းထည့်လျှင်

$2 + 4 = 6,\ -5 + 4 = -1$

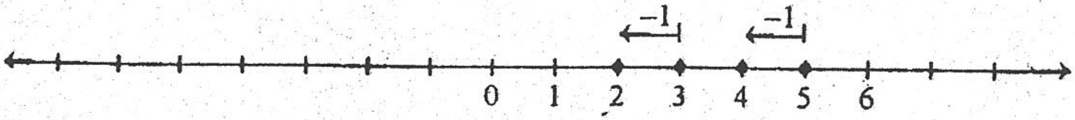
$6 > -1$ ဖြစ်၍

$2 + 4 > -5 + 4$ ဖြစ်သည်။

အထက်ပါဥပမာများမှ အောက်ပါယေဘုယျဂုဏ်သတ္တိကို ဖော်ထုတ်နိုင်သည်။

> ဂုဏ်သတ္တိ (2) a, b နှင့် c တို့သည် ကိန်းသုံးလုံးဖြစ်ကြသည်။
> (i) $a < b$ ဖြစ်လျှင် $a + c < b + c$ ဖြစ်သည်။
> (ii) $a > b$ ဖြစ်လျှင် $a + c > b + c$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(4)** 5 နှင့် 3 ကို နှိုင်းယှဉ်ပါ။



ပုံ (**8.3**)

$3 < 5$

နှစ်ဖက်စလုံးမှ 1 ကို နုတ်သော်

$3 - 1 = 2,\ 5 - 1 = 4$

$2 < 4$ ဖြစ်၍ $3 - 1 < 5 - 1$ ဖြစ်သည်။

ဂုဏ်သတ္တိ (2) ကို တစ်နည်းအားဖြင့် ဖော်ပြလျှင် မညီမျှချက်တစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် မည်သည့်ကိန်းကိုမဆို ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်း ပြုလုပ်လျှင် မညီမျှချက်လက္ခဏာသည် ပြောင်းလဲခြင်းမရှိကြောင်း တွေ့ရသည်။

ဥပမာ **(5)** မညီမျှချက် $-3 < 1$ ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို အပေါင်းကိန်းတစ်ခုဖြစ်သော $\frac{1}{5}$ ဖြင့် မြှောက်ပါ။

ထိုအခါ ဝဲဘက် $= -3\left(\frac{1}{5}\right) = -\frac{3}{5}$

ယာဘက် $= 1\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{5}$

$-\frac{3}{5} < \frac{1}{5}$ ဖြစ်၍ $-3\left(\frac{1}{5}\right) < 1\left(\frac{1}{5}\right)$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(6)** မညီမျှချက် $2 > -5$ ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို အပေါင်းကိန်းတစ်ခုဖြစ်သော $\frac{1}{3}$ ဖြင့် မြှောက်ပါ။

ထိုအခါ ဝဲဘက် $= 2(\frac{1}{3}) = \frac{2}{3}$

ယာဘက် $= -5(\frac{1}{3}) = -\frac{5}{3}$

$\frac{2}{3} > -\frac{5}{3}$ ဖြစ်၍ $2(\frac{1}{3}) > -5(\frac{1}{3})$ ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့်အပေါင်းကိန်းတစ်ခုဖြင့်မညီမျှချက်တစ်ခုကို မြှောက်လျှင် ထိုမညီမျှချက် လက္ခဏာသည် မပြောင်းလဲကြောင်း တွေ့ရသည်။

အထက်ပါဥပမာများမှ တစ်ဖက်ပါ ယေဘုယျဂုဏ်သတ္တိကို ဖော်ထုတ်နိုင်သည်။

> ဂုဏ်သတ္တိ **(3)** a, b နှင့် c တို့သည် ကိန်းသုံးလုံးဖြစ်ကြသည်။
> (i) $a < b$ နှင့် $c > 0$ ဖြစ်လျှင် $ac < bc$ ဖြစ်သည်။
> (ii) $a > b$ နှင့် $c > 0$ ဖြစ်လျှင် $ac > bc$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(7)** မညီမျှချက် $-4 < 5$ ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 7 ဖြင့် စားပါ။

ဝဲဘက် $= \frac{-4}{7}$

ယာဘက် $= \frac{5}{7}$

$\frac{-4}{7} < \frac{5}{7}$ ဖြစ်၍ $-4(\frac{1}{7}) < 5(\frac{1}{7})$ ဖြစ်သည်။

ဂုဏ်သတ္တိ (3) ကို တစ်နည်းအားဖြင့် မညီမျှချက် တစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် အပေါင်းကိန်း တစ်ခုဖြင့်မြှောက်ခြင်း (သို့မဟုတ်) စားခြင်းပြုလုပ်လျှင် မညီမျှချက် လက္ခဏာသည် ပြောင်းလဲခြင်း မရှိချေ။

ဥပမာ **(8)** မညီမျှချက် $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$ ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို အနုတ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်သော -2 ဖြင့်မြှောက်ပါ။

ဝဲဘက် $= \frac{1}{4}(-2) = -\frac{1}{2}$

ယာဘက် $= \frac{1}{2}(-2) = -1$

$-\frac{1}{2} > -1$ ဖြစ်၍ $\frac{1}{4}(-2) > \frac{1}{2}(-2)$ ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် အနုတ်ကိန်းတစ်ခုဖြင့် မညီမျှချက် တစ်ခုကို မြှောက်လျှင် မညီမျှချက် သင်္ကေတပြောင်းလဲကြောင်း တွေ့ရသည်။

ဥပမာ **(9)** မညီမျှချက် $6 > 5$ ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို အနုတ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်သော -3 ဖြင့် မြှောက်ပါ။

ဝဲဘက် $= 6(-3) = -18$

ယာဘက် $= 5(-3) = -15$

$\therefore -18 < -15$ ဖြစ်၍ $6(-3) < 5(-3)$ ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် အနုတ်ကိန်းတစ်ခုဖြင့် မညီမျှချက်တစ်ခုကို မြှောက်လျှင် မညီမျှချက်သင်္ကေတသည် ပြောင်းလဲကြောင်း တွေ့ရသည်။

အထက်ပါဥပမာများမှ အောက်ပါယေဘုယျ ဂုဏ်သတ္တိကို ပြုနိုင်သည်။

ဂုဏ်သတ္တိ (4) a, b နှင့် c တို့သည် ကိန်းသုံးလုံးဖြစ်ကြသည်။
(i) $a < b$ နှင့် $c < 0$ ဖြစ်လျှင် $ac > bc$ ဖြစ်သည်။
(ii) $a > b$ နှင့် $c < 0$ ဖြစ်လျှင် $ac < bc$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(10)** $3 < 5$ ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို အနုတ်ကိန်းတစ်ခု (-2) ဖြင့်စားပါ။

ဝဲဘက် $= 3\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}$

ယာဘက် $= 5\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{2}$

$\therefore -\frac{3}{2} > -\frac{5}{2}$ ဖြစ်၍ $3\left(-\frac{1}{2}\right) > 5\left(-\frac{1}{2}\right)$ ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် ဂုဏ်သတ္တိ (4) ကို တစ်နည်းအားဖြင့် မညီမျှချက် တစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် အနုတ်ကိန်းတစ်ခုဖြင့် မြှောက်ခြင်း (သို့မဟုတ်) စားခြင်းပြုလုပ်လျှင် မညီမျှချက် လက္ခဏာသည် ပြောင်းလဲကြောင်း တွေ့ရသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (8.2)

1. အောက်ပါဖော်ပြချက်များသည် မှန်သည် (သို့မဟုတ်) မှားသည်ကို တွက်မကြည့်ဘဲ အဖြေရေးပါ။ သင်ပေးသောအဖြေအတွက် အကြောင်းပြချက်လည်း ဖော်ပြပါ။

(a) $\frac{7}{3} < \frac{13}{14}$ ဖြစ်သဖြင့် $\frac{7}{3} + \frac{125}{128} < \frac{13}{4} - \frac{125}{128}$ ဖြစ်၏။

အဖြေ။ မှန်၏။

အကြောင်းပြချက်။ $\frac{7}{3} < \frac{13}{4}$

နှစ်ဖက်စလုံးတွင် တူညီသော $\frac{125}{128}$ ပေါင်းလျှင် မညီမျှချက်သည် မပြောင်းလဲပါ။

$\therefore$ ဖော်ပြချက်မှန်၏။

(b) $\frac{16}{5} < \frac{94}{21}$ ဖြစ်သဖြင့် $\frac{16}{5} - \frac{54}{5} > \frac{94}{21} - \frac{54}{5}$ ဖြစ်၏။

(c) $29.382 > 29.381$ ဖြစ်သဖြင့်

$29.382 + \frac{21}{40} < 29.381 + \frac{21}{40}$ ဖြစ်၏။

(d) $-3 < \frac{11}{2}$ ဖြစ်သဖြင့် $-3 - \frac{26}{7} < \frac{11}{2} - \frac{26}{2}$ ဖြစ်၏။

2. အောက်ပါတို့သည် မှန်သည် (သို့မဟုတ်) မှားသည်ကို ဖြေပါ။

(a) $12 < 18$

(b) $12 \times 3 > 18 \times 3$

(c) $12 \times \frac{1}{6} > 18 \times \frac{1}{6}$

(d) $12 \times 0 < 18 \times 0$

(e) $12 \times (-1) < 18 (-1)$

(f) $12 \times (-1) > 18 \times (-1)$

(g) $12 \times (-\frac{1}{3}) < 18 \times (-\frac{1}{3})$

(h) $12 \times (-\frac{1}{3}) > 18 \times (-\frac{1}{3})$

3. အောက်ဖော်ပြချက်များသည် မှန်သည်(သို့မဟုတ်)မှားသည်ကို တွက်မကြည့်ဘဲ အဖြေပေးပါ။ သင်ပေးသောအဖြေအတွက် အကြောင်းပြချက်ကိုလည်း ဖော်ပြပေးပါ။

(a) $\frac{13}{7} < \frac{9}{4}$ ဖြစ်သဖြင့် $\frac{13}{7} (\frac{251}{694}) < \frac{9}{4} (\frac{251}{694})$ ဖြစ်၏။

အဖြေ။ ။မှန်၏

အကြောင်းပြချက်။ ။ $\frac{13}{7} < \frac{9}{4}$ နှစ်ဖက်စလုံးကို တူညီသော အပေါင်းကိန်း $\frac{251}{694}$ ဖြင့် မြှောက်လျှင် မညီမျှချက်သည် မပြောင်းလဲပါ။

$\therefore$ ဖော်ပြချက်မှန်၏။

(b) $\frac{9}{5} > -\frac{7}{6}$ ဖြစ်သောကြောင့် $\frac{9}{5} (\frac{43}{13}) < -\frac{7}{6} (\frac{43}{13})$ ဖြစ်၏။

(c) $83.05 < 83.5$ ဖြစ်သောကြောင့်

$(83.05) \div (\frac{19}{6}) > (83.5) \div (\frac{19}{6})$ ဖြစ်၏။

(d) $-\frac{5}{16} > -\frac{4}{5}$ ဖြစ်သောကြောင့် $\frac{5}{16} < \frac{4}{5}$ ဖြစ်၏။

8.2 မညီမျှခြင်း (Inequation)

မစုသည် စာမေးပွဲတွင် သင်္ချာဘာသာကို ဖြေဆိုရသည်။

မေးခွန်းအားလုံးအမှန် ဖြေနိုင်လျှင် အမှတ် 100 ရမည်ဖြစ်၏။ အဖြေများကို စစ်ဆေးပြီးနောက် ဖြေဆိုသူအားလုံးတွင် တစ်ဦးမျှ အမှတ် 100 မရကြောင်း သိရသည်။

ထိုအခါ မစုရရန်ဖြစ်နိုင်သော အမှတ်ကို စဉ်းစားမည်ဆိုပါစို့။ မစုရရန်ဖြစ်နိုင်သော အမှတ်ကို မသိကိန်း x ဟုထားလျှင် x ၏ တန်ဖိုးသည် 100 အောက်ငယ်သော ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ကြောင်း လွယ်ကူစွာ တွေ့နိုင်၏။ ၎င်းကို သင်္ချာသင်္ကေတဖြင့် ပြသော် အောက်ပါအတိုင်း ပြနိုင်၏။

$$x < 100$$

x သည် 100 အောက်ငယ်သည်ဟုဆို၏။

အကယ်၍ ဖြေဆိုသူကျောင်းသူကျောင်းသားအချို့သည် အမှတ် 100 ရသည်ဆိုပါစို့။ ထိုအခါ မစုသည်လည်း အမှတ် 100 ရသော ကျောင်းသူတစ်ယောက် ဖြစ်နိုင်ပေသည်။ ထို့ကြောင့် x သည် 100 နှင့် ညီနိုင်ပေမည်။ သင်္ချာသင်္ကေတဖြင့် ရေးသော်

$x \leq 100$ ဟု ရ၏။

x သည် 100 အောက်ငယ်သည် (သို့မဟုတ်) ညီသည်ဟု အဓိပ္ပာယ်ရသည်။

အခြားဥပမာတစ်ခုကို ဖော်ပြမည်။ မောင်ဇော်သည် ကျောင်းတွင်း အပြေးပြိုင်ပွဲတွင် ဝင်ရောက်ယှဉ်ပြိုင်ခွင့်ရ၏။ ပြိုင်ပွဲဝင်ခွင့်ရရန်မှာ ယှဉ်ပြိုင်သူ၏ အရပ်အမြင့်သည် 4.5 ပေ **အနည်းဆုံး** ရှိရမည်ဖြစ်သည်။ မောင်ဇော်၏ အရပ်အမြင့်ကို မသိကိန်း y ဟုထားလျှင် မောင်ဇော်သည် ယှဉ်ပြိုင်ခွင့်ရသူဖြစ်သောကြောင့်

$y \geq 4.5$

y သည် 4.5 ထက်ကြီးသည် (သို့မဟုတ်) ညီသည်ဟု ပြောနိုင်ပေသည်။

$x < 100$, $x \leq 100$, $y \geq 4.5$ တို့သည် မညီမျှခြင်းများ၏ ပုံစံအချို့ဖြစ်ကြသည်။ x (သို့မဟုတ်) y ကို မညီမျှခြင်း၏ ကိန်းရှင်များဟု ခေါ်သည်။ အက္ခရာသင်္ချာ ညီမျှခြင်းများတွင် ကိန်းရှင်များကို x (သို့မဟုတ်) y (သို့မဟုတ်) z (သို့မဟုတ်) u အစရှိသည်တို့ဖြင့် သတ်မှတ်နိုင်သကဲ့သို့ မညီမျှခြင်းများတွင်လည်း သတ်မှတ်ပါမည်။

အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက် **(1)** ။ ။ ကိန်းရှင်တစ်ခု (သို့မဟုတ်) တစ်ခုထက်ပို၍ ပါဝင်သော မညီမျှချက်တစ်ခုကို မညီမျှခြင်း ဟု ခေါ်သည်။

ယခုအခြေအနေတွင် ကိန်းရှင်တစ်ခုပါဝင်သော မညီမျှခြင်းတို့ကို စဉ်းစားမည်။

ဥပမာအားဖြင့် ဖော်ပြရသော်

$2x + 1 < 4$

$3 - y > 2 + y$

$5z + 7 \geq 3.5$

တို့သည် ကိန်းရှင်တစ်ခုပါဝင်သော မညီမျှခြင်းတို့ဖြစ်သည်။ မညီမျှခြင်းတစ်ခုတွင် ညီမျှခြင်းတစ်ခုကဲ့သို့ ဝဲဘက်နှင့် ယာဘက်ဟု နှစ်ဖက်ရှိသည်။

အခိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက် (2) ။ ။ မညီမျှခြင်းတစ်ခု၏ ကိန်းရှင် (မသိကိန်း) နေရာတွင် ကိန်းတစ်ခုကို အစားသွင်းခြင်းဖြင့် မညီမျှခြင်းသည် ပြောင်းလဲခြင်း မရှိဘဲ၊ မှန်ကန်နေလျှင် ထိုကိန်းသည် ပေးရင်းမညီမျှခြင်းကို ပြေလည်သည်ဟုဆို၏။ထိုကိန်းကိုပေးရင်းမညီမျှခြင်း၏ အဖြေတစ်ခုဟု သတ်မှတ်သည်။

ဥပမာ။ ။မညီမျှခြင်း $2x + 1 < 4$ ကို လေ့လာမည်။ မညီမျှခြင်းတွင် $x = 0$ ကို အစားသွင်းလျှင် မှန်နေကြောင်း တွေ့ရသည်။

$x = 0$ ဖြစ်သောအခါ

ဝဲဘက် $= 2(0) + 1 = 1 < 4 =$ ယာဘက်

$\therefore$ ဝဲဘက် $<$ ယာဘက်

$\therefore x = 0$ သည် မညီမျှခြင်း $2x + 1 < 4$ ၏ အဖြေတစ်ခုဖြစ်သည်။

တစ်ဖန် $x = 1$ ကို အစားသွင်းကြည့်လျှင်လည်း မညီမျှခြင်းကို ပြေလည်နေကြောင်း **တွေ့ပြန်သည်။**

$\therefore x = 1$ သည်လည်း မညီမျှခြင်း $2x + 1 < 4$ ၏ အဖြေတစ်ခုဖြစ်နေကြောင်း **တွေ့ရ**ပြန်သည်။

ထိုနည်းတူ $x = \frac{1}{4}$, $x = -\frac{1}{2}$, $x = -1$, $x = \frac{-5}{4}$, $x = 0$ အစရှိသည်တို့သည်လည်း **အဖြေများဖြစ်ကြ**ကြောင်း တွေ့ရ၏။

မသိကိန်းတစ်လုံးပါ တစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းများတွင် အဖြေတစ်ခုတည်းသာရှိကြောင်း **တွေ့ရှိ**ခဲ့ရသော်လည်း ယခုမသိကိန်းတစ်လုံးပါ တစ်ထပ်ကိန်းမညီမျှခြင်းများတွင်မူ အဖြေတစ်ခုထက်ပို၍ ရှိနေကြောင်း အထက်ပါဥပမာအရ တွေ့ရှိရပေသည်။

တစ်ဖန် ဆက်လက်၍ စဉ်းစားဦးအံ့။

$x = 2$ ဖြစ်သောအခါ

ဝဲဘက် $= 2(2) + 1 = 5$,

ယာဘက် $= 4$

$\therefore$ ဝဲဘက် $>$ ယာဘက်

ဝဲဘက်သည် ယာဘက်ထက်ကြီးလာကြောင်း တွေ့ရသည်။

x $= 2$ အစားသွင်းခြင်းဖြင့် မညီမျှခြင်း $2x + 1 < 4$ မှ $<$ သည် ပြောင်းပြန် $>$ ဖြစ်သွားသည်။ ထို့ကြောင့် $x = 2$ သည် ပေးရင်းမညီမျှခြင်းကို မပြေလည်ချေ။

$x = \frac{3}{2}$ ဖြစ်သောအခါ

ဝဲဘက် $= 2(\frac{3}{2}) + 1 = 4 =$ ယာဘက်

$\therefore$ ဝဲဘက် $=$ ယာဘက်

$x = \frac{3}{2}$ သည် မညီမျှခြင်း $2x + 1 < 4$ ကို မပြေလည်ပါ။ $x = \frac{3}{2}$ သည်မညီမျှခြင်း၏ အဖြေ တစ်ခု **မဟုတ်ပါ**။

အထက်ပါနည်းများအတိုင်း မညီမျှခြင်းတွင် ကိန်းများကို အစားသွင်းပြီး အဖြေဟုတ်မဟုတ် စစ်ဆေးခြင်းသည် အချိန်ဖြုန်းရာရောက်ပြီး အဖြေအားလုံး ရရှိရန်အတွက်မူ ကောင်းမွန်သော အဖြေရှာနည်းမဟုတ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။ အဖြေအားလုံးကို လွယ်လွယ်ကူကူနှင့် လျင်လျင်မြန်မြန်ရရှိရန် မညီမျှချက်၏ ဂုဏ်သတ္တိများကို အသုံးပြု ဖြေရှင်းသွားပါမည်။

8.3 မညီမျှခြင်းတစ်ခုကို ဖြေရှင်းခြင်း

အောက်ပါမညီမျှချက်၏ ဂုဏ်သတ္တိများကို မညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းရာတွင် အသုံးပြုပါမည်။

(1) မညီမျှခြင်းတစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် မည်သည့်ကိန်းကိုမဆို ပေါင်းခြင်း (သို့မဟုတ်) နုတ်ခြင်းပြုလုပ်လျှင် မညီမျှခြင်းလက္ခဏာသည် ပြောင်းလဲခြင်းမရှိပါ။

(2) မညီမျှခြင်းတစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် အပေါင်းကိန်း တစ်ခုဖြင့် မြှောက်ခြင်း (သို့မဟုတ်) စားခြင်းပြုလုပ်လျှင် မညီမျှခြင်းလက္ခဏာသည် ပြောင်းလဲခြင်းမရှိပါ။

(3) မညီမျှခြင်းတစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် အနုတ်ကိန်းတစ်ခုဖြင့် မြှောက်ခြင်း(သို့မဟုတ်) စားခြင်းပြုလုပ်လျှင် မညီမျှခြင်း လက္ခဏာသည် ပြောင်းလဲသွားသည်။

ဥပမာ **(1)** $2x + 1 < 4$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$2x + 1 < 4$

နှစ်ဖက်စလုံးမှ 1 ကို နုတ်မည်။

$2x + 1 - 1 < 4 - 1$

$2x < 3$

တစ်ဖန် နှစ်ဖက်စလုံးကို $\frac{1}{2}$ ဖြင့် မြှောက်မည်။

$2x \times \frac{1}{2} < 3 \times \frac{1}{2}$

$x < \frac{3}{2}$

ထို့ကြောင့် $\frac{3}{2}$ အောက်ငယ်သော မည်သည့် x တန်ဖိုးမဆိုအဖြေတစ်ခုဖြစ်သည်။ $\frac{3}{2}$ အောက်ငယ်သောကိန်း မြောက်မြားစွာ ရှိသောကြောင့် ထိုကိန်းအားလုံးသည်အဖြေများဖြစ်ကြသည်။

သတိပြုရန်။ $\frac{3}{2}$ နှင့် $\frac{3}{2}$ ထက်ကြီးသော ကိန်းအားလုံးသည် အဖြေမဟုတ်ပေ။ ထို့ကြောင့် $\frac{1}{2}$ သည် အဖြေတစ်ခုဖြစ်ပြီး 5 သည် အဖြေမဟုတ်ကြောင်းကို တွက်ကြည့်ရန် မလိုဘဲ ပြောနိုင်မည်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) $2.5a + 7.5 \geq 3.5$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$2.5a + 7.5 \geq 3.5$

နှစ်ဖက်စလုံးမှ 7.5 ကို နုတ်သော်

$2.5a + 7.5 - 7.5 \geq 3.5 - 7.5$

$2.5a \geq -4$

တစ်ဖန် နှစ်ဖက်စလုံးကို 2.5 ဖြင့် စားသော်

$a \geq -\dfrac{4}{2.5}$

$a \geq -1.6$

ထို့ကြောင့် -1.6 နှင့် -1.6 ထက်ကြီးသော ကိန်းအားလုံးသည်အဖြေများဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရ၏။

သတိပြုရန်။ အထက်ပါညီမျှခြင်းတွင် -3, -2, -1, 0 တို့ကို အဖြေဟုတ်၊ မဟုတ်ဆက်လက်စဉ်းစားလျှင် -3 နှင့် -2 တို့သည် -1.6 အောက်ငယ်သောကြောင့် အဖြေများမဟုတ်ကြပါ။ -1 နှင့် 0 တို့သည် -1.6 ထက်ကြီးသောကြောင့် အဖြေများ ဖြစ်ကြသည်။

ဥပမာ (3) $3x \geq 2x - 4$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$3x \geq 2x - 4$

နှစ်ဖက်စလုံးမှ 2x ကို နုတ်သော်

$3x - 2x \geq -4$

$x \geq -4$

$\therefore$ -4 နှင့် -4 ထက်ကြီးသော ကိန်းအားလုံးသည် အဖြေများဖြစ်သည်။

သတိပြုရန်။ [အထက်ပါဥပမာတွင်မညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်စလုံး၌ကိန်းရှင် x ပါဝင်နေ၏။ ညီမျှခြင်းပုစ္ဆာများတွင် ကိန်းရှင် x ကို ညီမျှခြင်း၏ တစ်ဖက်တည်းသို့ ရွှေ့တွက်သကဲ့သို့ မညီမျှခြင်းပုံစံတွင်လည်း သင့်တော်မည့် တစ်ဖက်တည်းသို့ ကိန်းရှင်ကို ရွှေ့ပြောင်းပြီး တွက်ခြင်းဖြစ်သည်။ ကျန်တစ်ဖက်တွင် ကိန်းသေများသာ ရှိစေရမည်။]

ဥပမာ (4) $\frac{1}{2}x + 4 \leq \frac{3}{4}x - 3$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$\dfrac{1}{2}x + 4 \leq \dfrac{3}{4}x - 3$

နှစ်ဖက်စလုံးမှ $\frac{3}{4}x$ ကို နုတ်သော်

$\dfrac{1}{2}x + 4 - \dfrac{3}{4}x \leq -3$

$4 - \dfrac{1}{4}x \leq -3$

တစ်ဖန် နှစ်ဖက်စလုံးမှ (-4) ကို နုတ်သော်

$-\frac{1}{4}x \leq -3-4$

$-\frac{1}{4}x \leq -7$

နှစ်ဖက်စလုံးကို (-4) ဖြင့် မြှောက်သော်

$x \geq 28$

$\therefore$ 28 နှင့် 28 ထက်ကြီးသော ကိန်းအားလုံးသည် အဖြေများဖြစ်သည်။

သတိပြုရန်။ အထက်ပါပုံစံတွင် $-\frac{1}{4}x \leq -7$ ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 4 ဖြင့် မြှောက်လျှင် $-x \leq -28$ ရမည်။ အဖြေသည် ကိန်းရှင် x ၏ တန်ဖိုးများကိုသာ ရှာရမည်ဖြစ်သောကြောင့် -x မှ x ဖြစ်စေရန် တွက်ရဦးမည်ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် $-x \leq -28$ ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို (-1) ဖြင့် ထပ်၍ မြှောက်လျှင် $x \geq 28$ သာ ရမည်ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် အထက်ပါတွက်နည်းတွင် (-4) နှင့် တိုက်ရိုက်မြှောက်ခြင်းဖြင့် အဖြေသို့ တိုက်ရိုက်ရောက်သည်ကို တွေ့ရသည်။

အထူးသတိပြုရမည့်အချက်တစ်ခုမှာအနုတ်ကိန်းနှင့်နှစ်ဖက်စလုံးကိုမြှောက်ခြင်းဖြင့်မညီမျှခြင်း၏ လက္ခဏာပြောင်းပေးရခြင်း ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (5) $2y+\frac{1}{2} > 5y+\frac{1}{2}(y-4)$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$2y+\frac{1}{2} > 5y+\frac{1}{2}(y-4)$

$2y+\frac{1}{2} > 5y+\frac{1}{2}y-2$

$2y+\frac{1}{2} > \frac{11}{2}y-2$

နှစ်ဖက်စလုံးမှ $\frac{11}{2}y$ ကို နုတ်သော်

$2y+\frac{1}{2}-\frac{11}{2}y > -2$

$\frac{1}{2}-\frac{7}{2}y > -2$

တစ်ဖန် နှစ်ဖက်စလုံးမှ $\frac{1}{2}$ ကို နုတ်သော်

$-\frac{7}{2}y > -2-\frac{1}{2}$

$-\frac{7}{2}y > -\frac{5}{2}$

နှစ်ဖက်စလုံးကို $-\frac{2}{7}$ ဖြင့် မြှောက်သော်

$y < \frac{5}{7}$

$\therefore$ $\frac{5}{7}$ အောက်ငယ်သော ကိန်းအားလုံးသည် အဖြေများဖြစ်ကြသည်။

ဥပမာ **(6)** $2(4-3x) < 4(x-5)$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$2(4-3x) < 4(x-5)$

$8-6x < 4x-20$

နှစ်ဖက်စလုံးမှ 4x ကို နုတ်သော်

$8-6x-4x < -20$

$8-10x < -20$

တစ်ဖန် နှစ်ဖက်စလုံးမှ 8 ကို နုတ်သော်

$-10x < -20-8$

$-10x < -28$

ထို့နောက် နှစ်ဖက်စလုံးကို -10 ဖြင့် စားသော်

$x > \frac{28}{10}$

$x > \frac{14}{5}$

$\therefore$ $\frac{14}{5}$ ထက်ကြီးသော ကိန်းအားလုံးသည် အဖြေများဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(7)** $\frac{4y+1}{3} + \frac{2(y+1)}{3} - y > 6$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$\frac{4y+1}{3} + \frac{2(y+1)}{3} - y > 6$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 3 ဖြင့် မြှောက်သော်

$4y+1+2(y+1)-3y > 18$

$4y+1+2y+2-3y > 18$

$3y+3 > 18$

တစ်ဖန် နှစ်ဖက်စလုံးမှ 3 ကို နုတ်သော်

$3y > 15$

ထို့နောက် နှစ်ဖက်စလုံးကို $\frac{1}{3}$ ဖြင့် မြှောက်သော်

$y > 5$

$\therefore$ 5 ထက်ကြီးသော ကိန်းအားလုံးသည် အဖြေများ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(8)** ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာသည် 24 စတုရန်းပေရှိ၏။ အလျားသည် p ပေ၊ အနံသည် q ပေရှိလျှင် အောက်ပါဇယားမှ ကျန်ကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပေးပါ။

p	6	8	12	24
q	4			

ဇယားကိုအသုံးပြုခြင်းဖြင့် အောက်ပါကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပေးပါ။

(a) $p + q \geq$ ....

(b) $p + q \leq$ ....

ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ဧရိယာ = အလျား × အနံ

= pq

= 24 စတုရန်းပေ

p	6	8	12	24
q	4	3	2	1

ဇယားမှ $p + q = 6 + 4 = 10$

(သို့မဟုတ်) $= 8 + 3 = 11$

(သို့မဟုတ်) $= 12 + 2 = 14$

(သို့မဟုတ်) $= 24 + 1 = 25$

(i) $p + q \geq 10$

(ii) $p + q \leq 25$

လေ့ကျင့်ခန်း (8.3)

1. (a) $\frac{5}{3}$ သည် မညီမျှခြင်း $\frac{3}{4}x - \frac{4}{3} \geq 0$ ၏ အဖြေတစ်ခု ဟုတ်ပါသလား။

   (b) $\frac{6}{7}$ သည် မညီမျှခြင်း $\frac{77}{9}(x - 2) \leq \frac{2}{3}$ ၏ အဖြေတစ်ခု ဟုတ်ပါသလား။

2. အောက်ပါဖော်ပြချက်များသည် မှန်သည် (သို့မဟုတ်) မှားသည်ကို ဖြေပါ။

   (a) $\frac{10}{3}$ သည် မညီမျှခြင်း $2x + 3 \leq 10$ ၏ အဖြေတစ်ခုဖြစ်၏။

   (b) 3 သည် မညီမျှခြင်း $9x + 3 \geq 27$ ၏ အဖြေတစ်ခုဖြစ်၏။

   (c) $\frac{25}{4}$ သည် မညီမျှခြင်း $20 < 4x - 7$ ၏ အဖြေတစ်ခုဖြစ်၏။

3. အောက်ပါ မညီမျှခြင်းတို့ကို ဖြေရှင်းပါ။

(a) $x + 1 < 5$ (b) $x + 4 < 6$

(c) $x + 5 < 10$ (d) $4 + x \geqq 8$

(e) $x + 5 > 5$ (f) $x - 1 > 7$

(g) $x - 3 < 6$ (h) $x - 1 \leq 2$

(i) $3 < x - 4$

4. အောက်ပါ မညီမျှခြင်တို့ကို ဖြေရှင်းပါ။

(a) $2x > 8$ (b) $2x < 10$

(c) $3x < 10$ (d) $4x > 19$

(e) $5x < 1$ (f) $7x \leq 20$

5. (a) မညီမျှခြင်း $x < -3$ ကို ပြေလည်သော အဖြေနှစ်ခုကို ရေးပြပါ။

(b) သင်ရေးပေးသော အထက်ပါအဖြေနှစ်ခုသည် အောက်ပါမညီမျှခြင်းများ၏ အဖြေများ ဖြစ်၊ မဖြစ် စစ်ဆေးပြပါ။

(i) $2x < -6$

(ii) $-x < 3$

(iii) $-x > 3$

6. (a) မညီမျှခြင်း $-x > -10$ ၏ အဖြေနှစ်ခုကို ရေးပြပါ။

(b) သင်ရေးပေးသော အထက်ပါအဖြေနှစ်ခုသည် အောက်ပါမညီမျှခြင်းများ၏ အဖြေများ ဖြစ်၊ မဖြစ်ကို စစ်ဆေးပြပါ။

(i) $-2x > -20$

(ii) $x > 10$

(iii) $x < 10$

7. $\frac{7}{3}y - 1 < 17 - \frac{2}{3}y$ ကို ပြေလည်သော အပေါင်းကိန်းပြည့် အဖြေနှစ်ခုကို ရှာပေးပါ။

8. အောက်ပါမညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

(a) $7x - 14 \leq 0$ (b) $2y + 7 > 15$

(c) $2 - 3y \leq 2y + 12$ (d) $3x + \frac{1}{2} \geq \frac{x}{4} + 5$

(e) $y + 6 < 4 - 3y$ (f) $2x - 3 \leq 5x + 7$

(g) $4.5z - \frac{1}{2} > 3.5z + \frac{1}{2}$ (h) $\frac{5}{2} - \frac{4}{3}x \leq \frac{7}{2} - \frac{10}{3}x$

9. မညီမျှခြင်း $z = 5.1$ သည် မညီမျှခြင်း $-2.5z + 6.8 \leq -18.7 - 3z$ ၏ အဖြေတစ်ခုဖြစ်၊ မဖြစ် စစ်ဆေးပေးပါ။

10. အောက်ပါမညီမျှခြင်းများ၏ အဖြေများကို ရှာပေးပါ။

(a) $2m + 1 < -1 + m$ (b) $5 - 2y < 4$

(c) $x - 2 \geq 6 + 3x$ (d) $2y + 3 < 27 - 4y$

(e) $5z - 4 > 7z + 9$ (f) $15 - 7x \geq 3x + 5$

(g) $3(2x - 1) > 2(2x + 3)$ (h) $3(x + 1) < x + 5$

11. အောက်ပါမညီမျှခြင်းများ၏ အဖြေများကို ရှာပေးပါ။

(a) $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} < \frac{1}{2}x$ (b) $\frac{y}{4} - \frac{y}{5} > 1$

(c) $\frac{s}{3} + 2 > \frac{s}{2}$ (d) $\frac{1}{3}(2x - 3) \leq 5$

(e) $\frac{2}{3}(y + 1) > \frac{3}{4}$

12. အောက်ပါတို့ကို ဖြေရှင်းပေးပါ။

(a) $\frac{1}{2}(x + 5) - \frac{1}{4}(x + 1) > 3$ (b) $\frac{n-3}{4} + \frac{n-2}{3} < 5$

(c) $\frac{t-2}{4} - \frac{t-4}{6} \geq \frac{2}{5}$ (d) $\frac{y+4}{4} - \frac{3y-9}{7} < \frac{1}{2}$

13. အောက်ပါမညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပေးပါ။

(a) $\frac{2y-3}{3} - \frac{y-3}{2} > \frac{6}{5}$ (b) $\frac{1}{2}(x + 5) > 3 + \frac{1}{4}(x + 1)$

(c) $\frac{y-2}{4} - \frac{y-4}{6} \geq \frac{2}{3}$ (d) $\frac{x+4}{4} - \frac{2x-9}{7} < \frac{-1}{2}$

14. p နှင့် q တို့သည် ကိန်းများဖြစ်ကြသည်။
အောက်ပါကွက်လပ်များတွင် >, =, < တို့မှ ဆီလျော်သော သင်္ကေတတစ်ခုကို ဖြည့်ပေးပါ။

(a) $p = q + 5$ $\therefore p > q$

(b) $p - q = 0$ $\therefore p \ldots\ldots\ldots q$

(c) $p + 1 = q$ $\therefore p \ldots\ldots\ldots q$

(d) $p + q = q$ $\therefore p \ldots\ldots\ldots q$

(e) $p = 11, q = 15$ $\therefore p \ldots\ldots\ldots q$

(f) $q = p + 3$ $\therefore p \ldots\ldots\ldots q$

15. a နှင့် b တို့သည် ကိန်းများဖြစ်ကြသည်။
အောက်ပါကွက်လပ်များတွင် >, =, < တို့မှ ဆီလျော်သော သင်္ကေတတစ်ခုကို ဖြည့်ပေးပါ။

(a) $2a < 2b$ $\therefore$ a.........b
(b) $a - 1 > b$ $\therefore$ a.........b
(c) $a + 1 < b$ $\therefore$ a.........b
(d) $a - b = 7$ $\therefore$ a.........b
(e) $a + 5 = b + 5$ $\therefore$ a.........b
(f) $a + 7 = b + 10$ $\therefore$ a.........b

16. ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ အခန်းတစ်ခန်း၏ ဧရိယာသည် 36 စတုရန်းပေရှိ၏။ အလျားသည် x ပေ၊ အနံသည် y ပေရှိလျှင် အောက်ပါဇယားမှ ကျန်ကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပေးပါ။

x	6	9	12	18
y				

ဇယားကိုအသုံးပြုခြင်းဖြင့် အောက်ပါကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပေးပါ။

(a) $x - y \geq$
(b) $x + y \leq$
(c) အခန်း၏ ပတ်လည်အနား $\geq$

17. ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ နီးစပ်သော အနားနှစ်ဖက်တို့သည် a နှင့် b အသီးသီး ဖြစ်ကြ၏။ ပတ်လည်အနားသည် 16 ပေ ရှိ၏။
အောက်ပါကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပေးပါ။

(a) $2a + 2b =$ .... (b) $a + b =$ .... (c) $a <$ ....
(d)

a	1	2	3	4	5	6	7
b							

(e) $ab \geq$ .... (f) $ab \leq$ ....

အခန်း (9)
မသိကိန်းနှစ်လုံးပါသော ညီမျှခြင်းများ

မသိကိန်းတစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းများနှင့် ယင်းတို့ကို ဖြေရှင်းပုံများကို လေ့လာခဲ့ကြပြီး ဖြစ်သည်။ ယခုအခန်းတွင် မသိကိန်းနှစ်လုံးပါဝင်သော ညီမျှခြင်းများကို လေ့လာကြရမည်။

ဥပမာ (1) မောင်ဘသည် မောင်လှထက် အသက် 4 နှစ်ကြီး၏။
မောင်ဘ၏ အသက်ကိုရှာရန် ညီမျှခြင်းရေးပါ။

ပုစ္ဆာအရ

မောင်ဘ၏ အသက် = မောင်လှ၏ အသက် + 4

မသိကိန်းတစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းသည့်အတိုင်း

မောင်ဘ၏ အသက် = x နှစ်ဟု သတ်မှတ်လျှင်

= မောင်လှ အသက် + 4 ဟူသော ညီမျှခြင်းကို ရမည်။

အကယ်၍ မောင်လှ၏ အသက် = 5 နှစ် ဖြစ်ပါက

$x = 5 + 4$ = 9 ဖြစ်မည်။

တစ်ဖန် မောင်လှ၏ အသက် = 7 နှစ် ဖြစ်ပါက

$x = 7 + 4$ = 11 ဖြစ်မည်။

ဤနည်းအတိုင်း ဆက်လက်၍ တွက်ချက်လျှင် အောက်ပါဇယားအတိုင်း ရရှိမည် ဖြစ်မည်။

မောင်လှအသက်	မောင်ဘအသက်
5	9
7	11
10	14
12	16
14	18
20	24

ဤတွင် မောင်လှအသက် တစ်ခုစီအတွက် မောင်ဘအသက် တစ်ခုစီရရှိသဖြင့် အဖြေအမျိုးမျိုး ရရှိနိုင်ကြောင်း သတိပြုရမည်။

ထို့ကြောင့် x မသိကိန်း၏ တိကျသောအဖြေတစ်ခု ရရှိနိုင်ရန်အတွက် မောင်လှ၏ အသက်ကို တိတိကျကျသိရှိရန် လိုအပ်ကြောင်း မြင်နိုင်သည်။

အကယ်၍ မောင်လှ၏ အသက်ကိုပါ မသိကိန်းတစ်ခု y ဖြင့် ဖော်ပြခဲ့လျှင်

$x = y + 4$ ဟူသော ညီမျှခြင်းကို ရမည်။

ဤတွင် y နေရာ၌ မောင်လှ၏ အသက် 10, 11, 12, ... စသည်ဖြင့် တန်ဖိုးအစားသွင်းလျှင် သက်ဆိုင်ရာ x တန်ဖိုးများ ရရှိမည်ဖြစ်သည်။

သို့ဖြစ်၍ $x = y + 4$ မှာ ရှာလိုသော ညီမျှခြင်းတစ်ခုဖြစ်ကြောင်း သိနိုင်သည်။

ဤညီမျှခြင်းတွင် x နှင့် y ဟူ၍ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါဝင်နေသောကြောင့် ဤညီမျှခြင်းကို မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းဟု ခေါ်သည်။

ဤညီမျှခြင်းမှ x ကို ရှာလိုသော် y ကို သိရန် လိုအပ်၏။ ထိုနည်းတူ x ကို သိလျှင်လည်း y ကို တွက်ယူနိုင်သည်။ ဤတွင် y တန်ဖိုးတစ်ခုအတွက် x တန်ဖိုးတစ်ခုသာရှိကြောင်း မှတ်သားရမည်။ ထို့အတူ x တန်ဖိုးတစ်ခုစီအတွက် သက်ဆိုင်သော y တန်ဖိုးတစ်ခုသာ ရှိသည်။

ဥပမာ **(2)** အောက်ပါတို့မှ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းများ ရေးပါ။

(a) a သည် b ထက် 4 ပိုသည်။

$a = b + 4$

(သို့မဟုတ်) $a - b = 4$

(b) y သည် x အောက် 6 ငယ်၏။

$y = x - 6$

(သို့မဟုတ်) $x - y = 6$

(c) r သည် s ၏ 2 ဆ ဖြစ်၏။

$r = 2s$

(d) r သည် a ၏ 6 ဆထက် 1 ပို၍ကြီးသည်။

$r = 6a + 1$

လေ့ကျင့်ခန်း (9.1)

1. အောက်ပါတို့မှ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းများ ရေးပါ။

(a) a သည် b ၏ 7 ဆ ဖြစ်သည်။

(b) b သည် a ၏ 2 ဆ ဖြစ်သည်။

(c) a သည် d ထက် 20 ပို၏။

(d) b သည် c အောက် 10 နည်း၏။

(e) a သည် b ထက် 45 ပို၏။

(f) b သည် a ၏ $\frac{1}{3}$ ဖြစ်၏။

(g) p သည် q ၏ 3 ဆထက် 4 ပို၏။

(h) p သည် q ၏ 2 ဆပြည့်ရန် 4 လို၏။

(i) n သည် s ၏ $\frac{3}{4}$ ထက် 6 ပို၏။

2. အောက်ပါတို့မှ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းများကို ရေးပါ။

(a) a ၏ 3 ဆသည် b ၏ 2 ဆနှင့်ညီမျှ၏။

(b) p ၏ 2 ဆသည် q ၏ $\frac{1}{3}$ ထက် 5 ပို၏။

(c) p ၏ $\frac{1}{4}$ သည် q ၏ 3 ဆအောက် လျော့နည်း၏။

(d) a ၏ 6 ဆသည် b ၏ 7 ဆထက် 4 ပို၏။

3. **အောက်ပါတို့မှ မသိကိန်း x နှင့် y တို့ကို သုံး၍ ညီမျှခြင်းများရေးပါ။**

(a) **သတ္တမတန်းရှိ ယောကျာ်းလေးဦးရေမှာ မိန်းကလေးဦးရေ၏ 2 ဆ ဖြစ်သည်။**

(b) မောင်ဘသည် မောင်ဖြူထက် 5 နှစ်ငယ်သည်။

(c) စာမေးပွဲတစ်ခုတွင် မောင်ဖြူသည် မောင်မဲထက် အမှတ် 20 ပို၍ရသည်။

(d) မပုနှင့် မနုနှစ်ယောက်ပေါင်းတွင် ငွေ 24 ကျပ်ရှိသည်။

(e) အဖ၏အသက်သည် သား၏အသက်ထက် 25 နှစ်ကြီး၏။

(f) မောင်တင်၏ အသက်သည် မောင်ခင်၏အသက်ထက် 5 နှစ်ကြီး၏။

(g) အဖ၏အသက်သည် သားအသက်၏ 3 ဆ ဖြစ်သည်။

(h) ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ မြေတစ်ကွက်၏ အလျားသည် အနံထက် ပေ 20 ပို၍ ရှည်သည်။

(i) တြိဂံတစ်ခု၏ အရှည်ဆုံးအနားသည် အတိုဆုံးအနားထက် 2 လက်မပို၍ ရှည်သည်။

(j) အလုပ်သမားတစ်ယောက် အလုပ်လုပ်သောအချိန်သည် နားသောအချိန်၏ 5 ဆ ဖြစ်သည်။

(k) လူကြီးတစ်ယောက်နှင့် ကလေးတစ်ယောက် ရေခပ်ကြရာ ကလေးခပ်နိုင်အားသည် လူကြီး၏ ခပ်နိုင်အား၏ $\frac{1}{3}$ ဖြစ်၏။

(l) အလုပ်စခန်းတစ်ခုတွင် ယောကျာ်းတစ်ယောက်လုပ်အား၏ 2 ဆသည် မိန်မတစ်ယောက်လုပ်အား၏ 3 ဆနှင့်ညီမျှသည်။

(m) စာမေးပွဲတစ်ခုတွင် မောင်လှသည် မောင်မြ၏ အမှတ်ပေါင်း၏ 2 ဆ နှင့်ညီမျှရန် 6 မှတ်သာလိုကြောင်း သိရသည်။

(n) ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ အခန်းတစ်ခု၏ အလျားသည် အနံ၏ 2 ဆထက် 2ပေပို၍ရှည်၏။

(o) စာသင်ခန်းတစ်ခုတွင် ကျောင်းသားဦးရေမှာ ကျောင်းသူဦးရေ၏ 2 ဆပြည့်ရန် 7 ယောက်လို၏။

(p) ကြိုးတစ်ချောင်းကို နှစ်ပိုင်းပိုင်းရာ ရှည်သောအပိုင်းသည် တိုသောအပိုင်း၏ 4 ဆထက် 2 ပေ ပိုရှည်၏။

(q) မောင်ဖြူ၏ အသက်၏ 3 ဆသည် မောင်လှ၏ အသက် 2 ဆထက် 3 နှစ်ပို၍ ကြီးသည်။

(r) မောင်ဘတွင် ရှိသောငွေကို ရေတွက်ကြည့်ရာ ထိုငွေ၏ 2 ဆသည် မောင်လှတွင် ရှိသော ငွေ 3 ဆနှင့်ညီရန် 5 ကျပ် လိုကြောင်း တွေ့ရ၏။

9.1 မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများ

ဥပမာ (1) မလှ၏အသက်သည် မမြ၏အသက်၏ 2 ဆထက် 1 ငယ်သည်။ ၎င်းတို့၏ အသက်များပေါင်းလဒ်သည် 8 နှစ်ဖြစ်သော် ၎င်းတို့၏ အသက်အသီးသီးကို ရှာပါ။

ပုစ္ဆာအရ

မလှအသက် = (မမြအသက် × 2) - 1

မလှအသက် + မမြအသက် = 8

မလှအသက် = p နှစ်

မမြအသက် = q နှစ်ဟု သတ်မှတ်သော်

$\therefore$ p = 2q - 1 ....(1)

$\therefore$ p + q = 8 ....(2) ဟူသော ညီမျှခြင်းနှစ်ခုကို ရမည်။

ညီမျှခြင်း (1) အရ q ၏ တန်ဖိုးကို အစားထိုးကြည့်ပါက အောက်တွင်ဖော်ပြသော ဇယား အတိုင်းရမည်ဖြစ်သည်။

q	p
1	1
2	3
3	5
4	7
5	9

ဤတွင် q တန်ဖိုးတစ်ခုစီအတွက် p တန်ဖိုးတစ်ခုစီ ရရှိကြောင်းတွေ့ရမည်။ ထို့ကြောင့် မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်း (1) အတွက် အဖြေများစွာ ရရှိနိုင်ကြောင်း မှတ်သားရမည်။

သို့သော် ညီမျှခြင်း (2) အရ

p + q = 8 ဟု ထပ်မံဖော်ပြထားသဖြင့် အထက်ပါဇယားတွင် ပါရှိသော အဖြေများမှာ

q = 3 နှင့် p = 5 ဖြစ်မှသာလျှင် ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) နှစ်ခုစလုံးကို ပြေလည်နိုင်မည်ဖြစ် သဖြင့် အဖြေမှန်မှာ p = 5 နှင့် q = 3 ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

ဤတွင် p = 2q -1 ဟူသော မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းမှ မသိကိန်း p နှင့် q တို့၏ တိကျ သောအဖြေကို ရရှိနိုင်ရန်အတွက် p + q = 8 ဟူ၍ ယင်း မသိကိန်းနှစ်လုံးပါဝင်သော ညီမျှခြင်းတစ်ခု ထပ်မံ၍ ဖော်ပြရကြောင်းကို သတိပြုရမည်။

ထို့ကြောင့် p နှင့် q တို့၏ တန်ဖိုးကို တိတိကျကျ အဖြေထုတ်နိုင်ရန်အတွက်

p = 2q - 1 .... (1)

p + q = 8 ....(2)

ဟူသော ညီမျှခြင်းနှစ်ခု လိုအပ်သည်။

ယင်းညီမျှခြင်းနှစ်ခုကို မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများဟု ခေါ်သည်။

မှတ်ရန်

(1) ညီမျှခြင်းတစ်ခုတွင် မသိကိန်းနှစ်လုံးပါဝင်လျှင်၊ ထိုညီမျှခြင်းတစ်ခုတည်းဖြင့် မသိကိန်းများ ၏ တန်ဖိုးများကို တိကျစွာ မရှာနိုင်။

(2) ညီမျှခြင်းတွင် ပါဝင်နေသော မသိကိန်းများ ဆက်သွယ်ပုံကို ပြသော ညီမျှခြင်းနှစ်ခု ရှိမှသာ လျှင် မသိကိန်းများ၏ တန်ဖိုးကို တိကျစွာ ရှာနိုင်သည်။

9.2 မဒိုကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းခြင်း

9.2.1 ကိန်းအစားသွင်းတွက်နည်း

အထက်တွင်ဖော်ပြထားသောပုစ္ဆာမျိုးများဖြေရှင်းရာတွင် ဖော်ပြခဲ့သည့်အတိုင်းပထမညီမျှခြင်းကို ပြေလည်စေသော အဖြေများကို ရေးချ၍ ဒုတိယညီမျှခြင်းကို ပြေလည်စေသော အဖြေကို ရွေးချယ်သောနည်းဖြင့် မပြုလုပ်ဘဲအောက်တွင် ဖော်ပြထားသောနည်းနှင့် တွက်ယူနိုင်သည်။

ပုစ္ဆာအရ

$p = 2q - 1$ .... (1)

$p + q = 8$ ....(2)

ညီမျှခြင်း (1) မှ p ၏ တန်ဖိုးကို ညီမျှခြင်း (2) တွင် အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} 2q - 1 + q &= 8 \\ 3q - 1 &= 8 \\ 3q &= 9 \\ \therefore \quad q &= 3 \end{aligned}$$

q ၏ တန်ဖိုး 3 ကို ညီမျှချင်း (1) တွင် အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} p &= 2q - 1 \\ &= 2 \times 3 - 1 \\ &= 6 - 1 \\ \therefore \quad p &= 5 \end{aligned}$$

∴ မလှ၏ အသက် = 5 နှစ်

မမြ၏ အသက် = 3 နှစ်

ချိန်ကိုက်ပုံ

မလှ၏ အသက် = မမြ၏ အသက် × 2 − 1

= 3 × 2 - 1

= 6 - 1

= 5

မလှ၏ အသက် + မမြ၏ အသက် = 5 + 3 = 8

ဤကဲ့သို့ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းနှစ်ခုအနက် တစ်ခုမှ မသိကိန်းတစ်လုံး၏တန်ဖိုးကို အခြားမသိကိန်းတစ်လုံးပါသော ကိန်းတန်းတစ်ခုဖြင့်ဖော်ပြ၍ကျန်ညီမျှခြင်းတွင် ယင်းတန်ဖိုးကို အစားသွင်း၍ ဖြေရှင်းသောနည်းကို ကိန်းအစားသွင်းတွက်နည်း ဟုခေါ်သည်။

ဥပမာ **(1)** $7x + 2y = 18$

$3x + y = 8$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

ပထမအဆင့် ညီမျှခြင်းများကိုရေး၍ (1) နှင့် (2) ဟူ၍ အမှတ်စဉ်တပ်ပါ။

$7x + 2y = 18$ .... (1)

$3x + y = 8$..............(2)

ဒုတိယအဆင့် ညီမျှခြင်းတစ်ခုကို ရွေးချယ်၍ မသိကိန်းတစ်လုံးကို ကျန်မသိကိန်းတစ်လုံး ပါသော ကိန်းတန်းဖြင့် ဖော်ပြပါ။

$3x + y = 8$ ....(2)

$y = 8 - 3x$ **(y ၏တန်ဖိုးကို x ပါသော ကိန်းတန်းဖြင့် ဖော်ပြခြင်း)**

တတိယအဆင့် ယင်းကဲ့သို့ ပြုလုပ်၍ ရရှိသော မသိကိန်းတန်ဖိုးကို အခြားညီမျှခြင်းတွင် အစားသွင်းပါက မသိကိန်းတစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းကို ရမည်။

ညီမျှခြင်း (1) တွင် y ၏ တန်ဖိုး $(8 - 3x)$ ကို အစားသွင်းသော်

$7x + 2y = 18$ .... (1)

$7x + 2 \times (8 - 3x) = 18$

$7x + 16 - 6x = 18$

$7x - 6x = 18 - 16$

$\therefore x = 2$

စတုတ္ထအဆင့် ရရှိသော မသိကိန်း၏ တန်ဖိုးကို ညီမျှခြင်းနှစ်ခုအနက် တစ်ခုတွင် **အစား**သွင်း၍ ကျန်မသိကိန်း၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

ညီမျှခြင်း (2) တွင် x ၏ တန်ဖိုး 2 ကို အစားသွင်းသော်

$3 \times 2 + y = 8$

$6 + y = 8$

$y = 8 - 6$

$\therefore y = 2$

(သို့မဟုတ်)

ညီမျှခြင်း (1) တွင် x ၏ တန်ဖိုးကို 2 ကို အစားသွင်းသော်

$7 \times 2 + 2y = 18$

$2y = 18 - 14$

$2y = 4$

$\therefore y = 2$

$\therefore x = 2$

$\therefore y = 2$

ချိန်ကိုက်ပုံ

$7x + 2y = 7 \times 2 + 2 \times 2$

$= 14 + 4$

$= 18$

လက်ဝဲဘက် = လက်ယာဘက်

(သို့မဟုတ်)

$3x + y = 3 \times 2 + 2$

$= 6 + 2$

$= 8$

$\therefore$ လက်ဝဲဘက် = လက်ယာဘက်

မှတ်ရန်။ ။ကိန်းအစားထိုးသွင်း၍ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းခြင်း။

ပထမအဆင့် ညီမျှခြင်းများကို ရေးချပြီး (1) နှင့် (2) ဟူ၍ အမှတ်စဉ်တပ်ပါ။

ဒုတိယအဆင့် ညီမျှခြင်းတစ်ခုကိုရွေးချယ်၍ မသိကိန်းတစ်လုံး၏ တန်ဖိုးကိုကျန်မသိကိန်း ပါသော ကိန်းတန်းဖြင့် ဖော်ပြပါ။

တတိယအဆင့် ဒုတိယအဆင့်မှ ရရှိသော မသိကိန်း၏ တန်ဖိုးကို ကျန်သောညီမျှခြင်းတွင် အစားသွင်း၍ မသိကိန်းတစ်လုံး၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

စတုတ္ထအဆင့် ယင်းမသိကိန်း၏ တန်ဖိုးကို မူလညီမျှခြင်းနှစ်ခုအနက် တစ်ခုတွင် အစား သွင်းပြီးနောက် ကျန်မသိကိန်း၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

လက်တွေ့တွက်ချက်ရာတွင်မူ အဆင့်နံပါတ်များ အသုံးမပြုဘဲ တစ်ဆင့်ပြီးတစ်ဆင့် အောက် ပါအတိုင်း ပေါင်း၍တွက်နိုင်သည်။

ဥပမာ **(2)** $\frac{a}{2} + 6b = 7$

$3a - 4b = 2$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$\frac{a}{2} + 6b = 7$ ....(1)

$3a - 4b = 2$ ....(2)

ညီမျှခြင်း (1) အရ

$\frac{a}{2} + 6b = 7$

$\frac{a}{2} = 7 - 6b$

$a = 2(7 - 6b)$

$\therefore\ a = 14 - 12b$

ညီမျှခြင်း (2) အရ

$3a - 4b = 2$ .... (2)

a ၏ တန်ဖိုး $(14 - 12b)$ အစားသွင်းသော်

$3(14 - 12b) - 4b = 2$

$42 - 36b - 4b = 2$

$-40b = 2 - 42$

$-40b = -40$

$\therefore\ b = 1$

တစ်ဖန် b ၏ တန်ဖိုး 1 ကို ညီမျှခြင်း (1) တွင် အစားသွင်းသော်

$\frac{a}{2} + 6b = 7$ .... (1)

$\frac{a}{2} + 6 \times 1 = 7$

$\frac{a}{2} = 7 - 6$

$$\frac{a}{2} = 1$$

$\therefore \quad a = 2$

$\therefore a = 2$

$\therefore b = 1$

လေ့ကျင့်ခန်း (9.2)

1. အောက်ပါညီမျှခြင်းများမှ x ၏ တန်ဖိုးကို y ပါသော ကိန်းတန်းဖြင့် ဖော်ပြပါ။

(1) $x - 2y = 4$ (2) $x + 5y = 2$

(3) $2x - 3y = 2$ (4) $2x + 3y = 8$

(5) $5x + y = 3$ (6) $x + y = 5$

(7) $2y - x = 11$ (8) $3x - 3y = 11$

(9) $2x + 5y = 6$ (10) $2x + 5y = 9$

2. အောက်ပါတစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများကို ကိန်းအစားသွင်းနည်းဖြင့် ဖြေရှင်းပါ။

(1) $y = x + 1$, $2x + 3y = 13$ (2) $4x + y = 5$, $3x - 2y = 1$

(3) $3x - 5y = 6$, $x + y = 10$ (4) $5x - y = -5$, $2y - x = 28$

(5) $4y - 3x = 9$, $x + 7 = 2y$ (6) $12x + 4y = 3$, $2x + 6y = 5$

9.2.2 ကိန်းချေနည်း

ကိန်းအစားသွင်းနည်းဖြင့် တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းကိုဖြေရှင်းရာတွင်တစ်ခါတစ်ရံ အပိုင်းကိန်းများပါဝင်၍ ရှုပ်လျှားသည်ကို တွေ့ရသည်။ ထိုသို့သော ပုစ္ဆာများတွက်ရာတွင် အောက်တွင် ဖော်ပြထားသော ကိန်းချေနည်းကို အသုံးပြုနိုင်သည်။

ဥပမာ (1) $6x + y = 19$

$4x + y = 15$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$6x + y = 19$ ....(1)

$4x + y = 15$ ....(2)

ညီမျှခြင်း (1) တွင် y ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းမှာ 1 ဖြစ်ပြီး၊ ညီမျှခြင်း (2) တွင် ပါဝင်သော y ၏မြှောက်ဖော်ကိန်းမှာလည်း 1 ပင်ဖြစ်သဖြင့် ညီမျှခြင်း (1)မှ(2) ကို နုတ်လိုက်ပါက y ကိန်းကျေသွားမည်ဖြစ်သည်။

$$\begin{array}{rl} 6x + y &= 19 \\ 4x + y &= 15 \\ - \quad - & \quad - \\ \hline \end{array}$$

နုတ်သော် $2x = 4$

$x = 2$

ညီမျှခြင်း (2) တွင် x တန်ဖိုး 2 ကို အစားသွင်းသော်

$$
\begin{aligned}
4x + y &= 15 \text{ .... } (2)\\
2 + y &= 15\\
8 + y &= 15\\
y &= 15 - 8\\
\therefore \quad y &= 7
\end{aligned}
$$

$$
\therefore x = 2, \quad y = 7
$$

ဥပမာ (2) $3a - b = 11$

$5a + b = 29$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$3a - b = 11$ .... (1)

$5a + b = 29$ .... (2)

ညီမျှခြင်း (1) တွင် -b ပါဝင်၍ ညီမျှခြင်း (2) တွင် +b ပါဝင်ကြောင်း သတိပြုပါ။ ထို့ဖြင့် ယင်းညီမျှခြင်းနှစ်ခုကို ပေါင်းလိုက်ပါက ကိန်း b ကျေသွားကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

$$
\begin{aligned}
3a - b &= 11 \text{ .... } (1)\\
5a + b &= 29 \text{ .... } (2)\\
\hline
\text{ပေါင်းသော်} \quad 8a &= 40\\
\therefore \quad a &= 5
\end{aligned}
$$

ညီမျှခြင်း (2) တွင် a တန်ဖိုး 5 ကို အစားသွင်းသော်

$$
\begin{aligned}
5a + b &= 29 \text{ .... } (2)\\
5 \times 5 + b &= 29\\
25 + b &= 29\\
b &= 29 - 25\\
\therefore \quad b &= 4
\end{aligned}
$$

$$
\therefore a = 5, \quad b = 4
$$

ဤသို့ တစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းဖြေရှင်းရန် ညီမျှခြင်းနှစ်ခုလုံးမှ မသိကိန်း တစ်လုံးလုံးကို ချေရသဖြင့် ၎င်းနည်းကို ကိန်းချေနည်း ဟု ခေါ်သည်။

(အထက်ပါ ဥပမာ (1) ကို ကိန်းအစားသွင်းနည်းဖြင့် တွက်ကြည့်ပါ။)

လေ့ကျင့်ခန်း (9.3)

အောက်ပါတို့ကို ကိန်းချေနည်းဖြင့် ဖြေရှင်းပါ။

(1) $x + y = 13$, $x - y = 7$

(2) $2a + b = 11$, $a + b = 9$

(3) $2p - q = 5$, $p + q = 4$

(4) $x + 3y = 13$, $x - 2y = 3$

(5) $a - 5b = 1$, $a + 3b = 9$

(6) $2x - y = 6$, $3x + y = 14$

(7) $a + 4b = 2$
$a - 9b = 6$

(8) $p - 5q = 24$
$p - 3q = 12$

(9) $3x + y = 32$
$20x - y = 1$

(10) $x - 7y = 37$
$x + 9y = 41$

ဥပမာ **(3)** $4(a + b) = 4$

$5(a - b) = 15$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$4(a + b) = 4$ .... (1)

$5(a - b) = 15$ .... (2)

ညီမျှခြင်း(1) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 4 ဖြင့် စားသော်

$$\frac{4(a+b)}{4} = \frac{4}{4}$$

$a + b = 1$ .... (3)

ညီမျှခြင်း (2) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 5 ဖြင့်စားသော်

$$\frac{5(a-b)}{5} = \frac{15}{5}$$

$a - b = 3$ .... (4)

အသစ်ရရှိသော ညီမျှခြင်း (3) နှင့် (4) ကို ပေါင်းလျှင်

$a + b = 1$ .... (3)

$a - b = 3$ ....(4)

ပေါင်းသော် $2a = 4$

$\therefore a = 2$

a တန်ဖိုး 2 ကို ညီမျှခြင်း (3) တွင် အစားသွင်းသော်

$a + b = 1$

$2 + b = 1$

$b = 1 - 2$

$b = -1$

$\therefore a = 2$

$b = -1$

ဥပမာ **(4)** $2a + 5b = 9$

$3a + 2b = 8$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$2a + 5b = 9$ .... (1)

$3a + 2b = 8$ ....(2)

ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) တို့တွင် a ကို ချေလိုသည်ဆိုပါစို့။ ညီမျှခြင်းနှစ်ခုလုံးတွင် a ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းများ တူအောင်ပြုလုပ်ရမည်။

ထို့ကြောင့် ညီမျှခြင်း (1) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 3 ဖြင့်မြှောက်ပြီး၊ ညီမျှခြင်း (2) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 2 ဖြင့် မြှောက်ရမည်ဖြစ်သည်။

ညီမျှခြင်း(1) × 3 ⇒ 3 (2a + 5b) = 9 × 3

6a + 15 b = 27 ....(3)

ညီမျှခြင်း(2) × 2 ⇒ 2 (3a + 2b) = 8 × 2

6a + 4b = 16 ....(4)

ညီမျှခြင်း(3) - (-4) 6a + 15b = 27 ....(3)

6a + 4b = 16 ....(4)

\- - -

နုတ်သော် 11b = 11

∴ b = 1

ညီမျှခြင်း(2) တွင် b တန်ဖိုး 1 ကို အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} 3a + 2b &= 8 \\ 3a + 2 \times 1 &= 8 \\ 3a &= 8-2 \\ 3a &= 6 \\ \therefore\ a &= 2 \end{aligned}$$

$$\therefore\ a = 2$$
$$b = 1$$

မှတ်ရန်။ ။ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများကို ကိန်းချေနည်းဖြင့် ဖြေရှင်းရာတွင် အောက်ပါအဆင့်များအတိုင်း သတိပြု၍ ရှင်းသင့်သည်။

ပထမအဆင့် ညီမျှခြင်းများ ရေးချပြီး အမှတ်စဉ်တပ်ပါ။

ဒုတိယအဆင့် ချေလိုသောကိန်းကို ရွေးချယ်၍၊ ယင်းကိန်းနှင့်သက်ဆိုင်သော မြှောက်ဖော်ကိန်းများကို ညီမျှခြင်းနှစ်ခုလုံးတွင် တူအောင်ပြုလုပ်ပါ။

တတိယအဆင့် မြှောက်ဖော်ကိန်းများတူအောင် ပြုလုပ်၍ ရရှိလာသော ညီမျှခြင်း(များ)ကို အမှတ်စဉ်တပ်ပါ။

စတုတ္ထအဆင့် ထိုညီမျှခြင်း အသစ်နှစ်ခုမှ ချေလိုသော ကိန်းနှင့်သက်ဆိုင်သော မြှောက်ဖော်ကိန်း၏ လက္ခဏာများပေါ်တွင်မူတည်၍၊ ၎င်းညီမျှခြင်းနှစ်ခုကို ပေါင်းခြင်း သို့မဟုတ် နုတ်ခြင်းပြုလုပ်ပါ။ (မြှောက်ဖော်ကိန်းများ လက္ခဏာတူလျှင်နုတ်ပါ၊ မြှောက်ဖော်ကိန်းများ လက္ခဏာမတူလျှင် ပေါင်းပါ။) မသိကိန်းတစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းတစ်ခုကို ရမည်။

ပဉ္စမအဆင့် ရရှိလာသော မသိကိန်းတစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းမှ ထိုမသိကိန်းတန်ဖိုးကို ရှာပါ။

ဆဋ္ဌမအဆင့် ရရှိသော မသိကိန်း၏ တန်ဖိုးကို ကြိုက်ရာညီမျှခြင်းတစ်ခုခုတွင် အစားသွင်း၍ ကျန်မသိကိန်းတစ်ခု၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

ဥပမာ **(5)** $5x - 2y = 19$

$3x + y = 7$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$5x - 2y = 19$ .... (1)

$3x + y = 7$...................(2)

မသိကိန်း y ကို ချေလိုသည်ဆိုပါစို့။

ညီမျှခြင်း(1) မှ y ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်း = -2

ညီမျှခြင်း(2) မှ y ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်း = 1

ညီမျှခြင်း(2) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 2 ဖြင့်မြှောက်လျှင် ညီမျှခြင်းနှစ်ခုတွင် ချေလိုသော မသိကိန်း y ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းများ၏ ပကတိတန်ဖိုးများ တူညီကြမည်ကို သတိပြုပါ။

ညီမျှခြင်း(2) $\times 2 \Rightarrow 2 \times (3x + y) = 2 \times 7$

$6x + 2y = 14$ ....(3)

ညီမျှခြင်း(1) နှင့် (3) တွင် y ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းများမှာ -2 နှင့် +2 ဖြစ်ကြရာ **လက္ခဏာ** များ မတူညီကြသဖြင့် ပေါင်းရမည်။

$\therefore \quad 5x - 2y = 19$ .... (1)

$6x + 2y = 14$ ....(3)

ပေါင်းသော် $11x = 33$

$\therefore \quad x = 3$

ညီမျှခြင်း(2) တွင် x တန်ဖိုး 3 ကို အစားသွင်းသော်

$3x + y = 7$ ....(2)

$3 \times 3 + y = 7$

$y = 7 - 9$

$\therefore \quad y = -2$

$\therefore \quad x = 3$

$y = -2$

လေ့ကျင့်ခန်း (9.4)

အောက်ပါညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

(1) $a + b = 8$
$a - b = 1$

(2) $4x - y = 7$
$2x + y = 5$

(3) $4a - 3b = 10$
$2a + 3b = 14$

(4) $2m - n = 7$
$4m - n = 15$

(5) $2x - 7y = -22$
$2x - 5y = -14$

(6) $3x + 2y = 12$
$5x - 8y = -14$

(7) $7y + 3x = 8$
$4x + 3y = 2$ ဖြစ်လျှင် $2y + 3x$ မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

(8) $4x + 3y = 10$
$9y - 8x = 10$ ဖြစ်လျှင်
(a) $y - x$ မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။
(b) $4y + 2x = 10$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းရာတွင် (1) ကိန်းအစားသွင်းနည်း၊ (2) ကိန်းချေနည်းဟု နှစ်မျိုးရှိသည်ကို လေ့လာခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။ မည်ကဲ့သို့သော ပုစ္ဆာမျိုးတွင် မည်သည့်နည်းကို အသုံးပြုသင့်ကြောင်းကို ဆက်လက်၍ လေ့လာကြရမည်။

ဥပမာ **(1)** $b = 3a$

$2a + b = 5$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

ဤတစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းမျိုး ရှင်းရာတွင် ကိန်းအစားသွင်း တွက်နည်းဖြင့် ဖြေရှင်းလျှင်ပိုမို လွယ်ကူသည်ကို တွေ့နိုင်သည်။ ပထမညီမျှခြင်းမှ b တန်ဖိုးကို ဒုတိယညီမျှခြင်းတွင် အစားသွင်းလျှင် မသိကိန်းတစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းကို ရရှိကြောင်း သတိပြုပါ။

$b = 3a$ .... (1)

$2a + b = 5$ ....(2)

ညီမျှခြင်း(2) တွင် b တန်ဖိုး 3a ကို အစားသွင်းသော်

$2a + b = 5$ .... (2)

$2a + 3a = 5$

$5a = 5$

$a = 1$

a တန်ဖိုး 1 ကို ညီမျှခြင်း(1) တွင် အစားသွင်းသော်

$b = 3a$ .... (1)

$= 3 \times 1$

$\therefore\ b = 3$

$\therefore\ a = 1$

$b = 3$

(1) ချိန်ကိုက်ပါ။

(2) ကိန်းချေနည်းကိုသုံး၍ ဖြေရှင်းကြည့်ပါ။

ဥပမာ **(2)** $5x + 12y = 31$

$7x + 8y = 50$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

ဤညီမျှခြင်းမျိုးတွင် ကိန်းအစားသွင်းနည်းကို အသုံးပြုပါက၊အပိုင်းကိန်းများပါလာမည်ဖြစ်ပြီး ဖြေရှင်းရာတွင် ရှုပ်ထွေးနိုင်သောကြောင့် ကိန်းချေနည်းကို အသုံးပြုပါက ပို၍သင့်လျော်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

$5x + 12y = 31$ ....(1)

$7x + 8y = 50$..............(2)

y ကိုချေရန်အတွက် ညီမျှခြင်း(1) တွင် 2 ဖြင့်မြှောက်သော်

$2 \times (5x + 12y) = 31 \times 2$

$10x + 24y = 62$ .... (3)

ညီမျှခြင်း (2) ကို 3 ဖြင့်မြှောက်သော်

$3 \times (7x + 8y) = 50 \times 3$

$21x + 24y = 150$ .... (4)

ညီမျှခြင်း (3) မှ (4) ကို နုတ်သော်

y ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းများ လက္ခဏာတူကြသဖြင့် နုတ်ရမည်။

$$\begin{array}{rcl} 10x + 24y &=& 62 \ldots\ldots\ldots\ldots (3) \\ 21x + 24y &=& 150 \ldots\ldots\ldots\ldots (4) \\ - \quad - && - \\ \hline -11x &=& -88 \\ \therefore \quad x &=& 8 \end{array}$$

ညီမျှခြင်း (1) တွင် x တန်ဖိုး 8 ကို အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} 5x + 12y &= 31 \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ 5 \times 8 + 12y &= 31 \\ 12y &= 31 - 40 \\ 12y &= -9 \\ \therefore \quad y &= -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\therefore \ x = 8$$

$$y = -\frac{3}{4}$$

(1) ချိန်ကိုက်ပါ။

(2) ကိန်းအစားသွင်းနည်းဖြင့် တွက်ပါ။

ဥပမာ **(3)** $3x + 8y = 60$

$8x + 3y = 50$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

ဤညီမျှခြင်းတွင် x နှင့် y တို့၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းများသည် ပထမနှင့် ဒုတိယညီမျှခြင်းများတွင် အပြန်အလှန်ဖြစ်နေကြောင်း သတိပြုပါ။

$$\begin{aligned} 3x + 8y &= 60 \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ 8x + 3y &= 50 \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \end{aligned}$$

ညီမျှခြင်း (1) + (2)

$$\begin{aligned} 11x + 11y &= 110 \\ x + y &= 10 \ldots\ldots\ldots\ldots (3) \end{aligned}$$

(နှစ်ဖက်စလုံးကို 11 ဖြင့်စားသည်။)

ညီမျှခြင်း(1) – (2)

$$\begin{aligned} -5x + 5y &= 10 \\ y - x &= 2 \ldots\ldots\ldots\ldots (4) \end{aligned}$$

(နှစ်ဖက်စလုံးကို 5 ဖြင့် စားသည်။)

ညီမျှခြင်း (3) နှင့် (4) ကိုရှင်းလျှင် မူလညီမျှခြင်းများကို ရှင်းသည်ထက် လွယ်ကူကြောင်းတွေ့နိုင်သည်။

$$\begin{array}{rrcl} & x + y &=& 10 \ldots\ldots\ldots\ldots (3) \\ & -x + y &=& 2 \ldots\ldots\ldots\ldots (4) \\ \hline \text{ပေါင်းသော်} & 2y &=& 12 \\ \therefore & y &=& 6 \end{array}$$

ညီမျှခြင်း (3) တွင် y တန်ဖိုးကို အစားသွင်းသော်

$$x + y = 10 \quad \text{..........(3)}$$
$$x + 6 = 10$$
$$x = 10 - 6$$
$$x = 4$$
$$\therefore x = 4$$
$$y = 5$$

(အဖြေကို ချိန်ကိုက်ကြည့်ပါ။)

ဥပမာ (4) $6a - b = 5$

$$\frac{a}{2} + \frac{4b}{7} = 5$$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

ဤကဲ့သို့ အပိုင်းကိန်းများပါသော ပုစ္ဆာများတွင် အပိုင်းကိန်းများကို ဦးစွာရှင်း၍ တွက်လျှင် ပို၍လွယ်ကူကြောင်း တွေ့ရမည်။

$$6a - b = 5 \quad \text{............(1)}$$
$$\frac{a}{2} + \frac{4b}{7} = 5 \quad \text{............(2)}$$

ညီမျှခြင်း (2) မှ အပိုင်းကိန်းများရှင်းသော်

$$\frac{a}{2} + \frac{4b}{7} = 5 \quad \text{............(2)}$$
$$\therefore \frac{7a + 8b}{14} = 5$$

$7a + 8b = 14 \times 5$ (နှစ်ဖက်စလုံးကို 14 ဖြင့် မြှောက်သည်။)

$$7a + 8b = 70 \quad \text{..............(3)}$$

ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (3) မှ b ကို ချေရန် ညီမျှခြင်း(1) ကို 8 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$8 \times (6a - b) = 5 \times 8$$
$$48a - 8b = 40 \quad \text{..............(4)}$$

ညီမျှခြင်း (3) နှင့် (4) တွင် b နှင့်သက်ဆိုင်သော မြှောက်ဖော်ကိန်းများမှာ + 8 နှင့် -8 ဖြစ်၍ ညီမျှခြင်း (3) နှင့် (4) ကိုပေါင်းသော် b ကျေသွားမည်ကို သတိပြုပါ။

$$\begin{array}{rl} 7a + 8b = 70 & \text{..............(3)} \\ 48a - 8b = 40 & \text{..............(4)} \\ \hline 55a \quad = 110 & \end{array}$$
$$\therefore a = 2$$

ညီမျှခြင်း (1) တွင် $a = 2$ ၏ တန်ဖိုးကို အစားသွင်းသော်

$$6a - b = 5 \quad \text{............(1)}$$
$$6 \times 2 - b = 5$$
$$12 - b = 5$$
$$-b = 5 - 12$$
$$-b = -7$$
$$\therefore b = 7 \qquad \therefore a = 2$$
$$b = 7$$

ဥပမာ **(5)** $6a + 0.2b = 0.7$

$3.9a - 0.02b = 0.02$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$6a + 0.2b = 0.7$ ....(1)

$3.9a - 0.02b = 0.02$ ....(2)

b ကိုချေရန် ညီမျှခြင်း(2) ကို 10 ဖြင့်မြှောက်သော်

$10 \times (3.9a - 0.02b) = 0.02 \times 10$

$39a - 0.2b = 0.2$ ....(3)

ညီမျှခြင်း(1) နှင့် (3) ကို ရှင်းသော်

$$\begin{array}{rl} 6a + 0.2b &= 0.7 \\ 39a - 0.2b &= 0.2 \\ \hline 45a &= 0.9 \end{array}$$

ပေါင်းသော်

$$a = \frac{0.9}{45}$$

$$\therefore \quad a = 0.02$$

ညီမျှခြင်း(1) တွင် a တန်ဖိုး 0.02 ကို အစားသွင်းသော်

$6a + 0.2b = 0.7$ ....(1)

$0.12 - .2b = 0.7$

$.2b = 0.7 - 0.12$

$.2b = .58$

$b = 2.9$

$\therefore \quad a = 0.02$

$b = 2.9$

ဥပမာ **(6)** $3(3x - y) = 5(x - 3y)$

$2(x - 3y) = 3(2x + y) + 6$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$3(3x - y) = 5(x - 3y)$..................(1)

$2(x - 3y) = 3(2x + y) + 6$..........(2)

ဤကဲ့သို့ညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းရာတွင် ကွင်းများကို ဦးစွာရှင်း၍ တွက်လျှင် ပိုမိုလွယ်ကူကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။

ညီမျှခြင်း (1) မှ ကွင်းများရှင်းသော်

$3(3x - y) = 5(x - 3y)$ .... (1)

$9x - 3y = 5x - 15y$

$9x - 5x = -15y + 3y$

$4x = -12y$

$x = -3y$ ....(3)

ညီမျှခြင်း (2) တွင် x တန်ဖိုး -3y ကို အစားသွင်းသော်

$2(x - 3y) = 3(2x + y) + 6$ ....(2)

$2(-3y - 3y) = 3(2 \times (-3y) + y) + 6$

$2(-6y) = 3(-6y + y) + 6$

$-12y = 3(-5y) + 6$

$$\begin{aligned}
-12y &= -15y + 6 \\
-12y + 15y &= +6 \\
3y &= 6 \\
\therefore \quad y &= 2
\end{aligned}$$

ညီမျှခြင်း (3) တွင် y ၏ တန်ဖိုး 2 ကို အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned}
x &= -3y \quad \text{..............(3)} \\
&= -3 \times (2) \\
\therefore x &= -6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore x &= -6 \\
y &= 2
\end{aligned}$$

မှတ်ရန်။ ။တစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းများရှင်းရာတွင်

(1) ညီမျှခြင်းတစ်ခုသည် မသိကိန်းတစ်ခု၏ တန်ဖိုးကို ကျန်မသိကိန်းဖြင့် ဖော်ပြလျှင်သော်လည်းကောင်း၊ ယင်းညီမျှခြင်းမှ မသိကိန်းတစ်ခု၏တန်ဖိုးကို ကျန်မသိကိန်းတစ်ခုပါသော ကိန်းတန်းဖြင့် အလွယ်တကူဖော်ပြနိုင်လျှင်သော်လည်းကောင်း၊ ကိန်းအစားသွင်းနည်းကို သုံးရန်သင့်လျော်သည်ဟု မှတ်ရမည်။

(2) ညီမျှခြင်းနှစ်ခုလုံးတွင် မြှောက်ဖော်ကိန်းများကြီးပါက ကိန်းချေနည်းကိုသုံးလျှင် ပို၍လွယ်ကူကြောင်း သိနိုင်သည်။

(3) မသိကိန်းများ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းများသည် အပိုင်းကိန်းများဖြစ်ပါက ကိန်းပြည့်များဖြစ်အောင် ပြောင်း၍တွက်လျှင် ပိုမိုလွယ်ကူကြောင်းတွေ့ရမည်။

(4) ညီမျှခြင်းတွင် ကွင်းများပါနေပါက ကွင်းများကို ဦးစွာရှင်း၍ ဖြစ်ပေါ်လာသော ညီမျှခြင်းများကို ရှင်းပါက ပိုမိုလွယ်ကူကြောင်းတွေ့ရမည်။

(5) ညီမျှခြင်းနှစ်ခုပေါင်းလျှင်သော်လည်းကောင်း၊ နုတ်လျှင်သော်လည်းကောင်း ရရှိသောရလဒ်သည် ညီမျှခြင်းတစ်ခုဖြစ်သည်။

(6) ညီမျှခြင်း၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို ကိန်းတစ်ခုဖြင့်မြှောက်၍သော်လည်းကောင်း၊ စား၍သော်လည်းကောင်း၊ ရရှိသော ရလဒ်များသည် တူညီကြသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (9.5)

အောက်ပါညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

(1) $3a - 4b = 18$
$3a + 2b = 0$

(2) $6x - 5y = 21$
$5x + 4y = 17\frac{1}{2}$

(3) $7x + 3y = 26$
$2x + 5y = 24$

(4) $3a - b = 1$
$5a + 2b = 20$

(5) $2x - 5y = 4$
$2y - 5x = 11$

(6) $7x + 8y = 22$
$8x + 7y = 8$

(7) $7x - 2y = 10$
$2x + 3y = 10$

(8) $x + \frac{1}{2} = 5y$
$2x - 6y = 3$

(9) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 9$
$x - \frac{2}{3}y = 2$

(10) $0.6x + 2y = 1\frac{1}{2}$
$x + 0.3y = 2\frac{1}{2}$

(11) $\frac{a}{5} + 2b = 9$
$\frac{a}{2} - \frac{b}{6} = 7$

(12) $\frac{1}{2}p + \frac{2}{5}q = 4$
$3p = 4q$

(13) $\frac{2x}{3} + \frac{3y}{4} = 10$
$\frac{x}{10} + 2.4 = \frac{3}{8}y$

(14) $\frac{2x}{3} - \frac{2y}{6} = 1$
$\frac{5x}{3} + \frac{5y}{6} = 6$

9.3 မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများနှင့် သက်ဆိုင်သော ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ

ဥပမာ **(1)** လုပ်အားပေးစခန်းတစ်ခု၌ ကျောင်းသားပေါင်း 500 ရှိရာ ယောက်ျားလေးဦးရေသည် မိန်းကလေးဦးရေထက် 80 ပို၏။ ယောက်ျားလေးနှင့် မိန်းကလေးဦးရေ မည်မျှစီ ရှိသနည်း။

ပုစ္ဆာအရ

ယောက်ျားလေးဦးရေ + မိန်းကလေးဦးရေ = 500 ယောက်
ယောက်ျားလေးဦးရေ = မိန်းကလေးဦးရေ + 80
ယောက်ျားလေးဦးရေ = b ယောက်
မိန်းကလေးဦးရေ = g ယောက် ဖြစ်ပါစေ။

$\therefore$ $b + g = 500$ .... (1)
$b = g + 80$ ....(2)

9.3.1 အစားသွင်းတွက်နည်း

ညီမျှခြင်း (2) မှာ g ပါသော ကိန်းတန်းဖြင့် ဖော်ပြထားသော b တန်ဖိုးဖြစ်ကြောင်း သတိပြုပါ။

ညီမျှခြင်း (1) တွင် b တန်ဖိုး $(g + 80)$ ကို အစားသွင်းသော်

$$b + g = 500 \text{.............(1)}$$
$$(g + 80) + g = 500$$
$$2g + 80 = 500$$
$$2g = 500 - 80$$

$$2g = 420$$
$$\therefore g = 210$$

ညီမျှခြင်း(2) တွင် g တန်ဖိုး 210 ကို အစားသွင်းသော်

$$b = g + 80 \quad ....(2)$$
$$= 210 + 80$$
$$\therefore b = 290$$

∴ ယောကျ်ားလေး 290 ယောက်

မိန်းကလေး 210 ယောက်

(ရရှိသောအဖြေ မှန်၊ မမှန် ချိန်ကိုက်ကြည့်ပါ။)

9.3.2 ကိန်းချေနည်း

ညီမျှခြင်း (2) အရ

$$b = g + 80 \quad ....(2)$$
$$\therefore b - g = 80 \quad ....(3)$$

g ကို ချေရန် ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (3) ကိုပေါင်းသော်

$$b + g = 500 \quad ....(1)$$
$$\therefore b - g = 80 \quad ....(3)$$

ပေါင်းသော်

$$2b = 580$$
$$b = 290$$

ယင်း b ၏ တန်ဖိုး 290 ကို ညီမျှခြင်း (1) တွင် အစားသွင်းသော်

$$b + g = 500 \quad ....(1)$$
$$290 + g = 500$$
$$g = 500 - 290$$
$$\therefore g = 210$$

∴ ယောကျ်ားလေး 290 ယောက်

မိန်းကလေး 210 ယောက်

(ရရှိသော အဖြေ မှန်၊ မမှန် ချိန်ကိုက်ကြည့်ပါ။)

ဥပမာ **(2)** ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းလဒ်၏ 3 ဆသည် 105 ဖြစ်၏။ယင်းကိန်းနှစ်ခုတို့၏ ခြားနားခြင်း၏ 2 ဆ သည် 10 ဖြစ်လျှင် ယင်းကိန်းတို့ကို ရှာပါ။

ပုစ္ဆာအရ

(ပထမကိန်း + ဒုတိယကိန်း) × 3 = 105

(ပထမကိန်း - ဒုတိယကိန်း) × 2 = 10

ပထမကိန်း = f

ဒုတိယကိန်း = s ဖြစ်ပါစေ။

$$\therefore 3(f + s) = 105 \quad ....(1)$$
$$2(f - s) = 10 \quad ....(2)$$

ညီမျှခြင်း(1) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 3 ဖြင့်စားသော်

$$\frac{3(f+s)}{3} = \frac{105}{3}$$

$\therefore\ f+s = 35$ ....(3)

ညီမျှခြင်း (2) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 2 ဖြင့်စားသော်

$$\frac{2(f-s)}{2} = \frac{10}{2}$$

$\therefore\ f-s = 5$ ....(4)

s ကိုချေရန် ညီမျှခြင်း (3) နှင့် (4) ပေါင်းသော်

$$\begin{array}{ll} f+s & = 35 \text{ ....(3)} \\ \underline{f-s} & \underline{= 5 \text{ ....(4)}} \\ 2f & = 40 \\ \therefore\ f & = 20 \end{array}$$

ညီမျှခြင်း (3) တွင် f တန်ဖိုး 20 ကို အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} f+s &= 35 \text{ ....(3)} \\ 20+s &= 35 \\ s &= 35-20 \\ s &= 15 \end{aligned}$$

$\therefore$ ပထမကိန်း = 20

ဒုတိယကိန်း = 15

(ရရှိသော အဖြေမှန်၊ မမှန် ချိန်ကိုက်ကြည့်ပါ။)

ဥပမာ (3) မဖြူသည် သင်္ချာ အိမ်စာတွက်ရာတွင် အင်္ဂလိပ်စာ အိမ်စာကျက်သည်ထက် မိနစ် 40 ပို၍ ကျက်သည်။ သူသည် အိမ်စာနှစ်မျိုးလုံးကို 1 နာရီ 50 မိနစ်နှင့် အပြီးပြုလုပ်သော် တစ်မျိုးစီအတွက် အချိန်မည်မျှစီ ကြာသနည်း။

သင်္ချာတွက်ချိန်	-	အင်္ဂလိပ်စာကျက်ချိန်	=	40 မိနစ်
သင်္ချာတွက်ချိန်	+	အင်္ဂလိပ်စာကျက်ချိန်	=	1 နာရီ 50 မိနစ်
			=	110 မိနစ်

သင်္ချာတွက်ချိန် = a မိနစ်

အင်္ဂလိပ်စာကျက်ချိန် = b မိနစ်ဖြစ်ပါစေ။

$$\begin{aligned} \therefore\quad a-b &= 40 \text{ ....(1)} \\ a+b &= 110 \text{ ....(2)} \end{aligned}$$

b ကိုချေရန် ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) တို့ကို ပေါင်းသော်

$$\begin{array}{ll} a-b & = 40 \text{ ....(1)} \\ \underline{a+b} & \underline{= 110 \text{ ....(2)}} \\ 2a & = 150 \\ a & = 75 \end{array}$$

ညီမျှခြင်း (2) တွင် a တန်ဖိုး 75 မိနစ်ကို အစားသွင်းသော်

$$a + b = 110 \text{ ....(2)}$$
$$75 + b = 110$$
$$b = 110 - 75$$
$$\therefore \quad b = 35$$

∴ သင်္ချာတွက်ချိန် = 75 မိနစ်

= 1 နာရီ 15 မိနစ်

အင်္ဂလိပ်စာကျက်ချိန်= 35 မိနစ်

(ရရှိသော အဖြေ မှန်၊ မမှန် ချိန်ကိုက်ပါ။)

ဥပမာ **(4)** ကိန်းတစ်ခုတွင် ပါဝင်သော ဂဏန်းနှစ်လုံးပေါင်းလဒ်သည် 11 ဖြစ်သည်။ ယင်းကိန်းတွင် ပါသော ဆယ်ဂဏန်းနှင့် ခုဂဏန်းကို နေရာပြောင်းရေးပါက ဖြစ်လာသည့် ကိန်းသစ်၏ တန်ဖိုးမှာ မူလတန်ဖိုးအောက် 9 လျော့သွားမည်ဖြစ်သည်။

မူလကိန်းကို ရှာပါ။

မှတ်ရန်။ ကိန်းတစ်ခု၏ တန်ဖိုး = ဆယ်ဂဏန်း × 10 + ခုဂဏန်း

ပုစ္ဆာအရ

ဆယ်ဂဏန်း + ခုဂဏန်း = 11

မူလကိန်းတန်ဖိုး - 9 = ကိန်းသစ်တန်ဖိုး

(ဆယ်ဂဏန်း × 10 + ခုဂဏန်း) - 9 = (ခုဂဏန်း × 10 + ဆယ်ဂဏန်း)

(ကိန်းသစ်တွင် ဆယ်ဂဏန်းနှင့် ခုဂဏန်း နေရာပြောင်းပုံကို သတိပြုပါ။)

ဆယ်ဂဏန်း = t

ခုဂဏန်း = d ဖြစ်ပါစေ။

$$t + d = 11 \text{ ....(1)}$$
$$(t \times 10 + d) - 9 = (d \times 10 + t) \text{...............(2)}$$

ညီမျှခြင်း (2) အရ

$$(t \times 10 + d) - 9 = (d \times 10 + t)$$
$$10t + d - 9 = 10d + t$$
$$10t + d - 10d - t = 9$$
$$9t - 9d = 9$$
$$t - d = 1 \text{ ....(3)}$$

ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (3) ကို ရှင်းသော်

$$t + d = 11 \text{ ....(1)}$$
$$t - d = 1 \text{...........(3)}$$

ပေါင်းသော်

$$2t = 12$$
$$\therefore \quad t = 6$$

ညီမျှခြင်း(1) အရ

$$t + d = 11 \text{ ....(1)}$$
$$6 + d = 11$$
$$d = 11\text{-}6$$
$$d = 5$$

ဆယ်ဂဏန်း $= 6$

ခုဂဏန်း $= 5$

မူလကိန်း $= (6 \times 10) + 5 = 65$

$\therefore$ မူလကိန်း $= 65$

ဥပမာ (5) လွန်ခဲ့သော 5 နှစ်က မောင်လှသည် မမြအသက်၏ $\frac{2}{3}$ ဖြစ်၏။ နောင် 10 နှစ်ကြာသော အခါ သူသည် မမြအသက်၏ $\frac{5}{6}$ ဖြစ်မည်။ မောင်လှနှင့် မမြတို့၏ ယခုအသက် အသီးသီးကို ရှာပါ။

မောင်လှ၏ ယခုအသက် = h နှစ်နှင့်

မမြ၏ ယခုအသက် = m နှစ်ဖြစ်ပါစေ။

အချိန်	မောင်လှအသက်	မမြအသက်
လွန်ခဲ့သော 5 နှစ်	$h - 5$	$m - 5$
ယခု	h	m
နောင် 10 နှစ်	$h + 10$	$m + 10$

ပုစ္ဆာအရ

$$(h-5) = \frac{2}{3}(m-5) \text{ ....(1)}$$

$$(h+10) = \frac{5}{6}(m+10) \text{ ....(2)}$$

ညီမျှခြင်း (1) အရ

$$(h-5) = \frac{2}{3}(m-5) \text{ ....(1)}$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 3 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$3 \times (h-5) = 3 \times \frac{2}{3}(m-5)$$

$$3h - 15 = 2m - 10$$

$$3h - 2m = -10 + 15$$

$$3h - 2m = 5$$

ညီမျှခြင်း (2) အရ

$$h + 10 = \frac{5}{6}(m+10)$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 6 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$6(h+10) = 6 \times \frac{5}{6}(m+10)$$

$$6h + 60 = 5m + 50$$

$6h - 5m = 50 - 60$

$6h - 5m = -10$ ....(4)

ညီမျှခြင်း (3) နှင့် (4) အရ

$3h - 2m = 5$ ....(3)

$6h - 5m = -10$ .... (4)

h ကို ချေရန် ညီမျှခြင်း (3) ကို 2 ဖြင့် မြှောက်သော်

$2 \times (3h - 2m) = 5 \times 2$

$\therefore 6h - 4m = 10$ ....(5)

ညီမျှခြင်း (4) နှင့် (5) အရ

$$\begin{array}{rcl} 6h - 5m & = & -10 \quad \text{..............(4)} \\ 6h - 4m & = & 10 \quad \text{..............(5)} \\ - \quad + & & - \\ \hline -m & = & -20 \end{array}$$

နုတ်သော်

$\therefore m = 20$

ညီမျှခြင်း (1) တွင် m တန်ဖိုးအစားသွင်းသော်

$$h - 5 = \frac{2}{3}(m - 5)$$

$$h - 5 = \frac{2}{3}(20 - 5)$$

$$h - 5 = 10$$

$$h = 10 + 5$$

$$h = 15$$

∴ မောင်လှအသက် 15 နှစ်

မမြအသက် 20 နှစ်

လေ့ကျင့်ခန်း (9.6)

(1). ကိန်း 2 ခု ပေါင်းလဒ်သည် 44 ဖြစ်၍၊ ယင်းတို့၏ ခြားနားခြင်းသည် 12 ဖြစ်၏။ ထိုကိန်းများကိုရှာပါ။

(2) ကိန်း 2 ခု ပေါင်းလဒ်၏ 2 ဆသည် 50 ဖြစ်၍၊ ယင်းတို့၏ ခြားနားခြင်း၏ 5 ဆသည် 15 ဖြစ်လျှင်၊ ထိုကိန်းများကို ရှာပါ။

(3) ကိန်း 2 ခုရှိရာ ပထမကိန်း၏ 2 ဆနှင့် ဒုတိယကိန်း၏ 3 ဆတို့ပေါင်းလဒ်သည် 22 ဖြစ်၍ ပထမကိန်း၏ 3 ဆနှင့် ဒုတိယကိန်း 4 ဆ ပေါင်းလျှင် 30 ရ၏။ မူလကိန်းနှစ်ခုကိုရှာပါ။

(4) ကိန်း 2 ခုရှိရာ ပထမကိန်းတွင် 12 ပေါင်းလျှင် ဒုတိယကိန်း၏ 4 ဆရ၏။ ဒုတိယကိန်းတွင် 11 ပေါင်းလျှင် ပထမကိန်း၏ 2 ဆရ၏။ ထိုကိန်း 2 ခုကို ရှာပါ။

(5) ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ အလျားသည် အနံထက် 10 လက်မပို၏။ အနား 4 ဖက်ပေါင်းလဒ်သည် 100 လက်မဖြစ်သော် အလျားနှင့်အနံကို ရှာပါ။

(6) ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ အလျားသည် အနံ၏ 3 ဆဖြစ်၍ အနား 4 ဖက်ပေါင်းသည် 64cm ဖြစ်လျှင် အလျားနှင့်အနံကို ရှာပါ။

(7) ထောင့်တစ်ခုသည် ယင်း၏**ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်**ဘက်ထောင့်၏ 11 **ဆ** ဖြစ်လျှင် ယင်းထောင့်ကို ရှာပါ။ (ထောင့်တစ်ခု + **ထောင့်ဖြောင့်**ဖြည့်ဘက်ထောင့် = 180˚)

(8) ထောင့်တစ်ခုသည် ယင်း၏ထောင့်မှန်ဖြည့်ဘက်ထောင့်ထက် 18˚ ပို၏။ ယင်းထောင့်ကို ရှာပါ။ (ထောင့်တစ်ခု + ထောင့်မှန်ဖြည့်ဘက်ထောင့် = 90˚)

(9) ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ အလျားသည် အနံထက် 9 စင်တီမီတာပို၏။ ပတ်လည်အနားမှာ 46 စင်တီမီတာဖြစ်လျှင်၊ ယင်းထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အလျားနှင့်အနံကို ရှာပါ။

(10) ငွေအချို့ကို မောင်လှနှင့်မောင်မြတို့အား ဝေပေးရာ မောင်လှရသောငွေသည် မောင်မြရသော ငွေ၏ 2 ဆ ဖြစ်၏။ အကယ်၍ မောင်မြသည် 20 ကျပ်တိုး၍ရပြီး မောင်လှသည် 20 ကျပ် လျော့ခဲ့ပါမူ၊ သူတို့နှစ်ဦးရသော ငွေများ တူညီမည်ဖြစ်သည်။ မူလက တစ်ယောက်မည်မျှစီ ရကြသနည်း။

(11) မောင်လှသည် **ခရီးတစ်ခုကိုသွားရာ** 4 နာရီစက်ဘီးစီး၍ 3 နာရီလမ်းလျှောက်သဖြင့် 49 မိုင် ရောက်၏။အကယ်၍ **သူသည်** 4 နာရီလမ်းလျှောက်၍ 3 နာရီသာ စက်ဘီးစီးခဲ့ပါလျှင် 42 မိုင် သာရောက်မည်ဖြစ်သည်။ သူ၏ တစ်နာရီစက်ဘီးစီးနှုန်းနှင့် လမ်းလျှောက်နှုန်းတို့ကိုရှာပါ။

(12) ပထမအစမ်းစာမေးပွဲတွင် မောင်ဘနှင့်မောင်လှနှစ်ယောက်ပေါင်းအမှတ် 475 မှတ်ရရှိသည်။ ၎င်းတို့နှစ်ယောက် ရသောအမှတ်များ၏ ခြားနားခြင်းမှာ 100 ဖြစ်သော် မောင်ဘနှင့် မောင်လှတို့ ရရှိသော အမှတ် အသီးသီးကို ရှာပါ။

(13) မူလတန်းကျောင်းတစ်ကျောင်း၌ ကျောင်းသား 400 အောက်ရှိရာ ယောကျ်ားလေးဦးရေမှာ မိန်းကလေးဦးရေထက် 80 အောက်ပိုသော် ယောကျ်ားလေးဦးရေနှင့် မိန်းကလေးဦးရေ အသီးသီး မည်မျှစီရှိသနည်း။

(14) လူတစ်ယောက်၏အသက်သည် သူ့သားအသက်၏ 6 ဆ ကြီး၏။ နောင် 5 နှစ်ကြာသော အခါ သူသည် သူ၏သားထက် 3 ဆသာ ကြီးမည်ဖြစ်၏။ ၎င်း၏ သားအသက်ကိုရှာပါ။

(15) မွေးမြူရေးခြံတစ်ခြံ၌ ဆိတ်များနှင့် ကြက်များမွေးထား၏။ ဆိတ်နှင့်ကြက်အားလုံး၏ ခေါင်းများရေတွက်ရာ 255 ခေါင်းရှိပြီး၊ ခြေထောက်များကို ရေတွက်ရာ 548 ချောင်းရှိကြောင်း တွေ့ရလျှင် ဆိတ်နှင့်ကြက်အရေအတွက် မည်မျှစီ ရှိသနည်း။

အခန်း (10)

အက္ခရာမြှောက်ဖော်ကိန်းပါ ညီမျှခြင်းများ

ရိုးရိုးညီမျှခြင်းများနှင့် ၎င်းတို့အား ဖြေရှင်းပုံများကို လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခုသင်ခန်းစာတွင် အက္ခရာကိန်းများပါသော ညီမျှခြင်းများကို လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ $4x + 5 = 9$ ဟူသော ညီမျှခြင်းတွင် ပါဝင်သော ဂဏန်းများအစား a, b နှင့် c ဟူသော အက္ခရာကိန်းများ အစားသွင်းလျှင်

$ax + b = c$ ဟူသော ညီမျှခြင်းကို ရရှိမည်ဖြစ်သည်။

ဤကဲ့သို့ ဂဏန်းများအစား အက္ခရာကိန်းများ ထည့်သွင်းဖော်ပြထားသော ညီမျှခြင်းများကို **အက္ခရာမြှောက်ဖော်ကိန်းပါ ညီမျှခြင်းများ**ဟု ခေါ်သည်။

၎င်းညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းရာတွင် မသိကိန်း၏ တန်ဖိုးကို ညီမျှခြင်းတွင် ပါဝင်သော အက္ခရာကိန်းများဖြင့် ဖော်ပြနိုင်၏။

ဥပမာ **(1)** $3x + 4a = 5a$ ညီမျှခြင်းမှ **x** ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$3x + 4a = 5a$$
$$3x = 5a - 4a$$
$$\therefore \quad x = \frac{a}{3}$$

ဥပမာ **(2)** $ax + bx = abc$ ညီမျှခြင်းမှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$ax = bx = abc$$
$$x(a + b) = abc$$
$$\therefore \quad x = \frac{abc}{a+b}$$

ဥပမာ **(3)** $bx - a = c$ ညီမျှခြင်းမှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$bx - a = c$$
$$bx = c + a$$
$$\therefore \quad x = \frac{c+a}{b}$$

ဥပမာ **(4)** $ax - 2b^2 = -b(b + x)$ ညီမျှခြင်းမှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$ax - 2b^2 = -b(b + x)$$
$$ax = -b^2 - bx + 2b^2$$
$$ax + bx = b^2$$
$$x(a + b) = b^2$$
$$\therefore x = \frac{b^2}{a+b}$$

ဥပမာ (5) $\dfrac{x}{a} + \dfrac{x}{b} = 1$ မှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = 1$$
$$\frac{bx + ax}{ab} = 1$$
$$bx + ax = ab$$
$$x(a+b) = ab$$
$$\therefore\ x = \frac{ab}{a+b}$$

ဥပမာ (6) $\dfrac{4}{x} = \dfrac{5}{a}$ မှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$\frac{4}{x} = \frac{5}{a}$$
$$4a = 5x$$
$$x = \frac{4a}{5}$$
$$\therefore\ x = \frac{4}{5}a$$

ဥပမာ (7) $\dfrac{a}{x} - b = c$ ညီမျှခြင်းမှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$\frac{a}{x} - b = c$$
$$\frac{a - bx}{x} = c$$
$$a - bx = cx$$
$$a = cx + bx$$
$$a = x(c+b)$$
$$\therefore\ x = \frac{a}{b+c}$$

ဥပမာ (8) $\dfrac{a}{x} = \dfrac{d}{c} - \dfrac{b}{f}$ မှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$\frac{a}{x} = \frac{df - cb}{cf}$$
$$acf = x(df - cb)$$
$$\therefore\ x = \frac{acf}{df - cb}$$

ဥပမာ **(9)** $a = \dfrac{fe}{d(g+x)}$ မှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$a = \frac{fe}{d(g+x)}$$

$$ad\,(g+x) = fe$$

$$g + x = \frac{fe}{ad}$$

$$x = \frac{fe}{ad} - g = \frac{fe - adg}{ad}$$

ဥပမာ **(10)** $\dfrac{x-b}{x-a} = \dfrac{x-d}{x-c}$ မှ x ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$$\frac{x-b}{x-a} = \frac{x-d}{x-c}$$

$$(x-b)\,(x-c) = (x-d)\,(x-a)$$

$$x^2 - xb - xc + bc = x^2 - xd - xa + ad$$

$$x^2 - xb - xc - x^2 + xd + xa = ad - bc$$

$$x\,(d + a - b - c) = ad - bc$$

$$\therefore x = \frac{ad - bc}{(a - b - c + d)}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (10.1)

အောက်ပါတို့မှ x တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

1. $6 = 4x$
2. $\dfrac{x}{c} = f$
3. $\dfrac{x}{b} = \dfrac{1}{a}$
4. $dx + c = 0$
5. $fx - g = b$
6. $\dfrac{x}{cd} = a + b$
7. $\dfrac{gx - f}{a} = b$
8. $\dfrac{ax + b}{g} = f$
9. $\dfrac{ax}{b} + g = f$
10. $2a\,(x + b) = c$
11. $\dfrac{a(x+f)}{f} = g + h$
12. $g\,(fx + \dfrac{b}{2}) = h$
13. $gx + h = hx - g$
14. $2gx + h = 2h - gx$
15. $7x + 10f = 5x + 12f$
16. $3ax + 4b^2 = 2bx + 6ab$
17. $3\,(x - 2c) = 8x - 21c$
18. $a\,(x - d) = g\,(x - g)$
19. $\dfrac{x}{c} - \dfrac{x}{d} = \dfrac{1}{c} - \dfrac{1}{d}$
20. $\dfrac{c}{x} = \dfrac{d}{a} + \dfrac{b}{f}$

21. $\frac{1}{c} = \frac{1}{d} - \frac{1}{x}$

22. $\frac{x-c}{x+c} = \frac{c}{d}$

23. $\frac{x}{x-a} = \frac{b}{a}$

24. $\frac{b}{x} = \frac{c}{x-b+c}$

25. $\frac{x+g}{g-f} = \frac{x-f}{g+f}$

10.1 ပုစ္ဆာဖြေရှင်းခြင်း

ဥပမာ **(1)** အခန်းတစ်ခု၏ အလျားသည် အနံ၏ 3 ဆ ဖြစ်၏။ ပတ်လည်အနားသည် p ပေ ဖြစ်လျှင် အလျားနှင့် အနံကို ရှာပါ။

အနံ $= b$ ပေ ဖြစ်ပါစေ။

အလျား $= 3b$ ပေ ဖြစ်၏။

$\therefore$ ပတ်လည်အနား = (အလျား + အနံ)

$= 2\,(3b + b)$

$= 2\,(4b)$

$= 8b$

ပုစ္ဆာအရ

ပတ်လည်အနား$=$ p ပေ

$\therefore p = 8b$

$\therefore b = \frac{p}{8}$

$\therefore$ အလျား $= 3 \times$ အနံ

$= 3 \times \frac{p}{8}$

$= \frac{3}{8}p$

$\therefore$ အလျား $= \frac{3}{8}p$ ပေ

အနံ $= \frac{p}{8}$ ပေ

ဥပမာ **(2)** ငွေပေါင်း a ကျပ်ကို မောင်ဘနှင့် မောင်ခတို့အား ဝေပေးရာ မောင်ခရသော ငွေသည် မောင်ဘရသောငွေ၏ အဆပေါင်း b ဖြစ်သော် တစ်ဦးလျှင် မည်မျှစီရသနည်း။

မောင်ဘရသောငွေ $= x$ ကျပ်ဖြစ်ပါစေ။

မောင်ခရသောငွေ $= bx$ ကျပ်ဖြစ်၏။

နှစ်ဦးပေါင်းရငွေ $= bx + x$

$= x(b + 1)$ ဖြစ်၏။

ပုစ္ဆာအရ

$$\text{နှစ်ဦးပေါင်းရငွေ} = a \text{ ကျပ်}$$

$$\therefore a = x(b+1)$$

$$\therefore x = \frac{a}{b+1}$$

$$\therefore \quad \text{မောင်ဘရသောငွေ} = \frac{a}{b+1} \text{ ကျပ်}$$

$$\therefore \quad \text{မောင်ခရသောငွေ} = b \times \text{မောင်ဘရသောငွေ}$$

$$= \frac{ba}{b+1} \text{ ကျပ်}$$

$$\therefore \quad \text{မောင်ဘရသောငွေ} = \frac{a}{b+1} \text{ ကျပ်}$$

$$\text{မောင်ခရသောငွေ} = \frac{ba}{b+1} \text{ ကျပ်}$$

ဥပမာ **(3)** မုန့်ဆိုင်တစ်ဆိုင်သည် တစ်နေ့တွင် ကိတ်မုန့်အလုံးပေါင်း n ကို ရောင်းရရာ k ကျပ်ရ၏။ အချို့ကိတ်မုန့်သည် တစ်လုံးလျှင် a ကျပ်တန်၍၊ တစ်ချို့မှာ b ကျပ်တန်၏။ n ကျပ်တန် ကိတ်မုန့်မည်မျှ ရောင်းရသနည်း။

a ကျပ်တန် ကိတ်မုန့်ပေါင်း $= m$ ဖြစ်ပါစေ။

b ကျပ်တန် ကိတ်မုန့်ပေါင်း $= (n-m)$ ဖြစ်၏။

a ကျပ်တန် ကိတ်မုန့် m အတွက်ရငွေ $= ma$ ကျပ်

b ကျပ်တန်ကိတ်မုန့် $(n-m)$ အတွက်ရငွေ $= (n-m)\,b$ ကျပ်

$$\therefore \text{စုစုပေါင်းရငွေ} = k \text{ ကျပ်}$$

$$= (n-m)\,b + ma$$

$$\therefore \quad k = (n-m)b + ma$$

$$= nb - mb + ma$$

$$= nb - m\,(b-a)$$

$$\therefore \quad m(b-a) = nb - k$$

$$m = \frac{nb-k}{b-a}$$

$$\therefore \text{ a ကျပ်တန်ကိတ်မုန့်ပေါင်း} = \frac{nb-k}{b-a}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (10.2)

1. အိမ်ထောင်စုတစ်ခုတွင် သားအဖနှစ်ယောက် အလုပ်လုပ်ကြရာ အဖ၏ ဝင်ငွေသည် သား၏ ဝင်ငွေ၏ အဆပေါင်း a ဖြစ်၍၊ နှစ်ဦးပေါင်းဝင်ငွေသည် k ကျပ်ဖြစ်၏။ သူတို့၏ ဝင်ငွေအသီးသီးကိုရှာပါ။

2. ထောင့်မှန်စတုဂံပုံရှိ အခန်းတစ်ခု၏ အလျားသည် အနံထက် b ပေပို၏။ ပတ်လည်အနားမှာ p ပေဖြစ်လျှင် အလျားနှင့်အနံကို ရှာပါ။

3. လူတစ်ယောက်သည် သူ၏သားထက် n နှစ်ပို၍ကြီးသည်။ လွန်ခဲ့သော m နှစ်ကအဖ ၏ အသက်သည် သားအသက်၏ p ဆ ဖြစ်လျှင် သူတို့၏ ယခုအသက်အသီးသီးကို ရှာပါ။

4. လူတစ်ယောက်သည် ခရီးတစ်ခုကို တစ်နာရီ a မိုင်နှုန်းဖြင့်သွား၍ အပြန်တွင် b မိုင်နှုန်းဖြင့် ပြန်လာသည်။ အချိန်စုစုပေါင်း $\frac{1}{2}$ နာရီကြာလျှင် ခရီးအကွာအဝေးကို ရှာပါ။

5. ကိန်းတစ်ခုကို a% တိုးသောအခါ b နှင့် ညီမျှ၏။ မူလကိန်းကိုရှာပါ။

6. ကိန်းတစ်ခုကို a% လျှော့လိုက်သောအခါ b နှင့် ညီမျှ၏။ မူလကိန်းကိုရှာပါ။

7. မော်တော်တစ်စင်းသည် ခရီးတစ်ခုကိုသွားရာ ရေဆန်ဖြစ်၍ တစ်နာရီလျှင် d မိုင်နှုန်းသာ သွားနိုင်၏။ အပြန်ရေစုန်ခရီးတွင်မူ တစ်နာရီ f မိုင်နှုန်း သွားနိုင်သဖြင့် အသွားအပြန် အချိန် နှစ်ရပ်ပေါင်း h နာရီဖြစ်သော် ခရီးမိုင်ပေါင်းကို ရှာပါ။

8. ဇာခြင်ထောင်တစ်လုံးချုပ်ရန်အတွက် ဒေါ်လှသည် ဇာ 18 ကိုက်နှင့် ပိတ် 10 ကိုက်ဝယ်ရာ စုစုပေါင်း k ကျပ်ပေးရ၏။ ဇာတစ်ကိုက်ဖိုးသည် ပိတ်တစ်ကိုက်တန်ဖိုးထက် a ကျပ်ပိုလျှင် ပိတ်တစ်ကိုက်နှင့် ဇာတစ်ကိုက်တို့၏ တန်ဖိုးအသီးသီးကို ရှာပါ။

9. ကျွန်ုပ်သည် ကျောင်းသို့ တစ်နာရီလျှင် a မိုင်နှုန်းဖြင့် စက်ဘီးစီးသွားလျှင် တစ်နာရီ b မိုင်နှုန်းဖြင့် လမ်းလျှောက်သည်ထက် အချိန် h မိနစ်စော၍ ရောက်နိုင်၏။ ကျောင်းနှင့်အိမ် မည်မျှဝေးသနည်း။

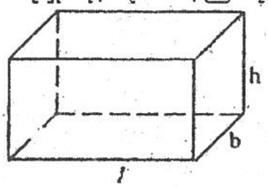
အခန်း (11)

ပုံသေနည်းများကို တည်ခြင်း၊ အသုံးပြုခြင်းနှင့် ပဓာနကိန်းပြောင်းလဲခြင်း

11.1 ပုံသေနည်းတည်ခြင်းနှင့် အသုံးပြုခြင်း

ပုံသေနည်းများ ရေးသားခြင်းနှင့် ၎င်းတို့ကို အသုံးပြု၍ လိုအပ်သော အကြောင်းအချက်များကို ရှာဖွေတွက်ချက်ခြင်းသည် အက္ခရာသင်္ချာဘာသာတွင်မက အခြားသော သိပ္ပံပညာရပ်များ၌လည်း အရေးကြီးသော အခန်းကဏ္ဍမှ ပါဝင်ပေသည်။ ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ ဖြေရှင်းရာ၌ သက်ဆိုင်ရာ ပုံသေနည်းများကို တည်ဆောက်အသုံးပြုခြင်းဖြင့် ပုစ္ဆာပါမေးထားချက်များကို ရှာဖွေနိုင်သည်။

ဥပမာ (1) အလျား ℓ m၊အနံ b m နှင့်အမြင့် h m ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံတုံးတစ်တုံး၏ ထုထည် v ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းကို ရေးပါ။



ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး၏အလျား = ℓ

ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး၏ အနံ = b

ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး၏ အမြင့် = h

ထို့ကြောင့် ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး၏ ထုထည် v ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းမှာ အောက်ပါအတိုင်း ဖြစ်သည်။

ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး၏ ထုထည် = အလျား × အနံ × အမြင့်

$\therefore v = \ell bh$

(a) အထက်ပါပုံသေနည်းဖြင့် ℓ, b, h တို့၏ တန်ဖိုးကိုသိလျှင် v ကို ရှာနိုင်သည်။

ဥပမာ။ $\ell = 4m$, $b = 3m$ နှင့် $h = 5m$ ဖြစ်လျှင် v ကို အောက်ပါအတိုင်း ရှာနိုင်သည်။

$$v = \ell bh$$
$$v = 4 \times 3 \times 5$$
$$\therefore v = 60m^3$$

(b) ဤပုံသေနည်းဖြင့် ℓ, b, v တို့၏ တန်ဖိုးကိုသိလျှင် h ကို ရှာနိုင်သည်။

ဥပမာ။ $\ell = 4m$, $b = 3m$ နှင့် $v = 60m^3$ ဖြစ်လျှင် h ကို အောက်ပါအတိုင်း ရှာနိုင်သည်။

$$v = \ell bh$$
$$60 = 4 \times 3 \times h$$
$$h = \frac{60}{4 \times 3}$$
$$\therefore h = 5m$$

(c) ပုံသေနည်း $v = \ell bh$ မှ h တန်ဖိုးကို ရှာရာ၌ ရှေးဦးစွာ h ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းကို ထုတ်ယူပြောင်းလဲပြီးမှ သက်ဆိုင်ရာ တန်ဖိုးများ အစားသွင်း၍ ရှာက ပိုမိုလွယ်ကူသည်။

h ကို ရှာရန် ပုံသေနည်း ထုတ်ယူခြင်း

$$v = \ell bh$$

$$\therefore h = \frac{v}{\ell b}$$

ထို့နောက် v, ℓ, b တို့၏ တန်ဖိုးများ အစားသွင်း၍ h တန်ဖိုးကို ဆက်လက်ရှာဖွေနိုင်သည်။

$$h = \frac{v}{\ell b}$$

$$= \frac{60}{4 \times 3}$$

$$\therefore h = 5m$$

ထိုနည်းတူစွာ ℓ နှင့် b တို့၏ တန်ဖိုးများကို ရှာရာတွင် လိုအပ်သော ပုံသေနည်းကို ပထမဦးစွာ ထုတ်နုတ်ယူပြီးမှ အခြားကိန်းများ တန်ဖိုးကို အစားသွင်း၍ ရှာရသည်။

ℓ ကိုရှာရန် ပုံသေနည်း ထုတ်ယူခြင်း

$$v = \ell bh$$

$$\therefore \ell = \frac{v}{bh}$$

အကယ်၍ b = 3, h = 5 နှင့် v = 60 ဖြစ်လျှင်

$$\ell = \frac{60}{3 \times 5}$$

$$\therefore \ell = 4$$

b ကိုရှာရန် ပုံသေနည်း ထုတ်ယူခြင်း

$$v = \ell bh$$

$$\therefore b = \frac{v}{\ell h}$$

အကယ်၍ ℓ = 4, h = 5 နှင့် v = 60 ဖြစ်လျှင်

$$b = \frac{60}{4 \times 5}$$

$$\therefore b = 3$$

လေ့ကျင့်ခန်း (11.1)

1. လက်ဖက်ခြောက် p ပေါင်၏တန်ဖိုးမှာ k ကျပ်ဖြစ်လျှင် လက်ဖက်ခြောက် q ပေါင်၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

2. တစ်နာရီလျှင် y မိုင်နှုန်းဖြင့် မောင်းသွားသော မော်တော်ကားတစ်စီး၏ t နာရီအကြာတွင် ရောက်ရှိမည့် ခရီးအကွာအဝေး d ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

3. သင်္ချာ အစားပုစ္ဆာတစ်ပုဒ်တွင် စားကိန်း = d၊ စားလဒ် = Q နှင့် အကြွင်း = R ဖြစ်သော်၊ တည်ကိန်း = D ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းကို ရေးပါ။

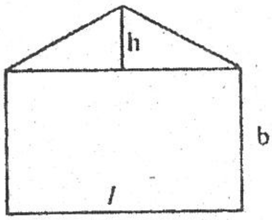
4. မီးရထားတစ်စီးသည် t နာရီအတွင်း s မိုင် ခရီးရောက်အောင် ခုတ်မောင်းနိုင်သော် တစ်နာရီ ပျမ်းမျှခုတ်မောင်းနှုန်း r ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းကို ရေးပါ။ ထိုပုံသေနည်းမှ s နှင့် t ကို ရှာရန် ပုံသေနည်း ပြောင်းပြပါ။

5. သေတ္တာတစ်လုံး၏ အလျားသည် 2a၊ အနံသည် a နှင့် အမြင့်သည် b ဖြစ်၏။ ထိုသေတ္တာ၏ ထုထည် V နှင့် မျက်နှာပြင် စုစုပေါင်းဧရိယာ A ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းကို ရေးပါ။

6. လိမ္မော်သီး d ဒါဇင်ကို ငွေ k ကျပ်နှင့်ဝယ်ပြီး ခရီးစရိတ် s ကျပ်ကုန်၏။ လိမ္မော်သီး တစ်လုံး၏ ကျသင့်ငွေ v ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းကို ရေးပါ။

7. လယ်ထွန်စက်တစ်ခုသည် 2 နာရီတွင် လယ်မြေ m ဧကကို ထွန်နိုင်၏။ အခြားလယ်ထွန်စက်တစ်ခုသည် 3 နာရီတွင် လယ်မြေ n ဧကကို ထွန်နိုင်၏။ ထိုလယ်ထွန်စက် နှစ်ခုပေါင်း၏ တစ်နာရီ ပျမ်းမျှလယ်ထွန်အား p ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

8.



ဖော်ပြပါပုံမှ

(a) ဧရိယာ A ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

(b) $\ell = 8, b = 6, h = 3$ ဖြစ်လျှင် A မည်မျှနည်း။

(c) ထိုပုံသေနည်းမှ ℓ ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။

9. အနားအရေအတွက် n ရှိသော ဗဟုဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့် ပေါင်းလဒ် R သည် $(2n - 4)$ ထောင့်မှန်နှင့် ညီမျှ၏။

(a) n ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။

(b) $R = 10$ ဖြစ်လျှင် n မည်မျှနည်း။

(c) $n = 20$ ဖြစ်လျှင် R မည်မျှနည်း။

10. အချင်းဝက် r၊ အမြင့် h ရှိသော ဆလင်ဒါတစ်ခု၏ ထုထည် v မှာ $\pi r^2 h$ နှင့် ညီမျှ၏။

(a) ထိုပုံသေနည်းမှ h ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။

(b) ထိုပုံသေနည်းမှ r ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။

$v = 33, h = 14, \pi = \frac{22}{7}$ ဖြစ်လျှင် r ကို ရှာပါ။

11.

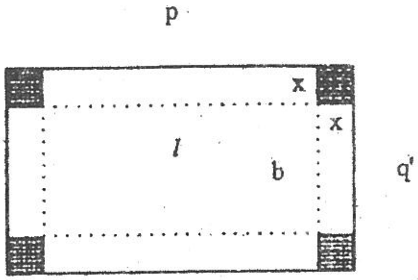
ပထမကိန်း	ဒုတိယကိန်း	တတိယကိန်း	စတုတ္ထကိန်း	ပဥ္စမကိန်း
2	4	6	8	10

အထက်ပါဇယားသည် ကိန်းစဉ်တန်းတစ်ခုမှ အစဉ်အလိုက် ကိန်းငါးလုံးကို ဖော်ပြထားသည်။

ထိုကိန်းစဉ်တန်းမှ ပေါင်းလဒ် s ၏ ပုံသေနည်းမှာ $s = \frac{n}{2}(a + \ell)$ ဖြစ်၍ n = ကိန်းလုံးအရေအတွက်၊ a = ပထမကိန်း၊ ℓ = နောက်ဆုံးကိန်းဖြစ်သည်။

(a) $\ell = 10, a = 2, n = 5$ ဖြစ်လျှင် s မည်မျှနည်း။

(b) ထိုပုံသေနည်းမှ ℓ ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းရေးပါ။
$n = 20, a = 8$ နှင့် $s = 260$ ဖြစ်သော် ℓ မည်မျှနည်း

12. 

ပုံတွင် ပြထားသည့်အတိုင်း အလျား = p'၊ အနံ =q' ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ သံဖြူပြားတစ်ချပ်၏ ထောင့်စွန်းများတွင် အနားတစ်ဖက်လျှင် x" ရှိသော စတုရန်းကွက်ငယ်ကလေးများ ဖြတ်ထုတ်ပြီး အဖုံးမပါသော သေတ္တာတစ်လုံးပြုလုပ်သော် ထိုသေတ္တာ၏

(a) အလျား = ℓ ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

(b) အနံ = b ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

(c) သေတ္တာ၏ထုထည် = v ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

11.2 ပဓာနကိန်း ပြောင်းလဲခြင်း

$c = 2\pi r$ ဟူသော စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ အဝန်းကိုရှာသော ပုံသေနည်းတွင် c သည် စက်ဝိုင်း၏ အဝန်းနှင့် r သည် စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်ဖြစ်သည်။ စက်ဝိုင်း၏ အဝန်းကိုသိလိုပါက အချင်းဝက် r ကိုသိမှသာ ရှာဖွေနိုင်သည်။ ထို့ကြောင့် စက်ဝိုင်း၏ အဝန်း c နှင့် အချင်းဝက် r တို့သည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု ဆက်သွယ်လျက်ရှိ၏။ အချင်းဝက် r ကို ရှာလိုပါက အထက်ပါ ပုံသေနည်းကို ပြုပြင်ခြင်းအားဖြင့် ရှာဖွေနိုင်သည်။

$$c = 2\pi r \quad ....(1)$$

$$2\pi r = c$$

$\therefore \quad r = \frac{c}{2\pi}$ ဟူသော အချင်းဝက် r ကို ရှာနိုင်သည့် ပုံသေနည်း အသစ်ကို ရရှိသည်။

ဤတွင် မူလပုံသေနည်း (1) သည် c ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းဖြစ်သဖြင့် c ကို ထိုပုံသေနည်း၏ ပဓာနကိန်းဟု ခေါ်သည်။ ထိုပုံသေနည်း (1) ကို ပြုပြင်ခြင်းဖြင့် $r = \frac{c}{2\pi}$ ဖြစ်လာသောအခါ r သည် ပဓာနကိန်းဖြစ်လာသည်။ ဤကဲ့သို့ မူလပုံသေနည်းအား လိုအပ်သလို ပြုပြင်ပြောင်းလဲခြင်းကို ပဓာနကိန်းပြောင်းလဲခြင်းဟု ခေါ်သည်။ ပဓာနကိန်း ပြောင်းလဲခြင်းအားဖြင့် မိမိရှာဖွေလိုသော အကြောင်းအရာကို တိုက်ရိုက်ရှာဖွေနိုင်သည်။

ဥပမာ **(1)** $A = \frac{1}{2}(a + b)h$ ပုံသေနည်းကို h ပဓာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။ ထိုမှတစ်ဆင့် $A = 64, a = 7, b = 9$ ဖြစ်လျှင် h ကို ရှာပါ။

$$A = \frac{1}{2}(a+b)h$$

$$2A = (a+b)h$$

$$\therefore h = \frac{2A}{a+b}$$

$A = 64, a = 7, b = 9$ ဖြစ်သောအခါ h ကို ရှာရန် အထက်ပါပုံသေနည်းတွင် သက်ဆိုင်ရာ တန်ဖိုးများကို ထည့်သွင်းရပါမည်။

$$h = \frac{2A}{a+b}$$

$$h = \frac{2\times 64}{7+9} = \frac{\cancel{2}^{1}\times \cancel{64}^{8}}{\cancel{16}_{\cancel{8}_{1}}}$$

$$\therefore h = 8$$

ဥပမာ **(2)** $A = \pi r^2$ ပုံသေနည်းကို r ပဓာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။ ထိုမှတစ်ဆင့် $A = 154$ ဖြစ်လျှင် r ကို ရှာပါ။

$$A = \pi r^2$$

$$\pi r^2 = A$$

$$r^2 = \frac{A}{\pi}$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

$A = 154$ ဖြစ်လျှင် $r = \sqrt{\frac{154}{\frac{22}{7}}}$

$$= \sqrt{{}^{7}\cancel{154}\times\frac{7}{\cancel{22}}} = \sqrt{49}$$

$$\therefore r = 7$$

ဥပမာ **(3)** $a^2 = b^2 + c^2$ ပုံသေနည်းကို c ပဓာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။ ထိုမှတစ်ဆင့် $a = 10, b = 8$ ဖြစ်လျှင် c ကို ရှာပါ။

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$\therefore c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$a = 10, b = 8$ ဖြစ်လျှင်

$$c = \sqrt{100-64}$$
$$c = \sqrt{36}$$
$$\therefore \ c = 6$$

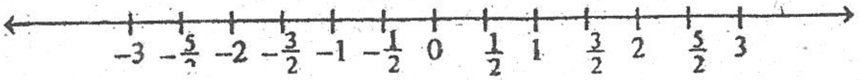
လေ့ကျင့်ခန်း (11.2)

1. $V = \dfrac{1}{3}Ah$ ပုံသေနည်းမှ A ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
2. $a^2 = b^2 + c^2$ ပုံသေနည်းမှ b ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
3. $V \quad \dfrac{4}{3}\pi r^3$ ပုံသေနည်းမှ r ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
4. $s = u + ft$ ပုံသေနည်းကို f ပဓာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
   $s = 80$, $u = 14$ နှင့် $t = 16$ ဖြစ်လျှင် f ကို ရှာပါ။
5. $\ell = a + (n-1)d$ ပုံသေနည်းမှ d ပဓာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
   $\ell = 200$, $a = 50$ နှင့် $n = 26$ ဖြစ်လျှင် d ကို ရှာပါ။
6. $A = h(R^2 - r^2)$ ပုံသေနည်းကို h ပဓာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
   $A = 288$, $R = 13$ နှင့် $r = 5$ ဖြစ်လျှင် h ကို ရှာပါ။
7. $\dfrac{t}{100} = \dfrac{w-v}{u-v}$ ပုံသေနည်းကို t ပဓာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
   $w = 5$, $v = 4$ နှင့် $u = 10$ ဖြစ်လျှင် t ကို ရှာပါ။
8. $\dfrac{a^2 - b^2}{c^2 - b^2} = \dfrac{p}{q}$ ပုံသေနည်းကို q ပဓာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ပြောင်းပါ။
   $a = 2$, $b = 3$, $c = 4$, $p = 5$ ဖြစ်လျှင် q ကို ရှာပါ။
9. $\dfrac{1}{u} + \dfrac{1}{v} = \dfrac{1}{f}$ ပုံသေနည်းကို v ပဓာနကိန်းရှိသော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
   $u = 4.2$ နှင့် $f = 3.5$ ဖြစ်လျှင် v ကို ရှာပါ။

အခန်း (12)
ထောင့်မှန်ကိုသြဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင် အမှတ်များ နေရာချထားခြင်း

ကိန်းများကို မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်တွင် အမှတ်များဖြင့် ကိုယ်စားပြုဖော်ပြခြင်းသည် များစွာ အသုံးဝင်သည်။

အဆိုပါကိန်းများကို အောက်ပါပုံ(12.1) အတိုင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။



ပုံ (12.1)

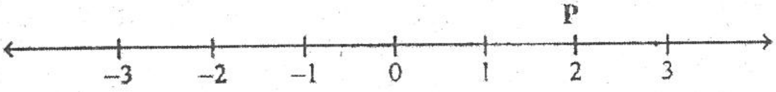
ကိန်းမျဉ်း၏ အစွန်းနှစ်ဖက်တွင် တွေ့ရသော မြားဦးတို့၏ အဓိပ္ပာယ်မှာ လိုအပ်သောကိန်းများကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် သက်ဆိုင်ရာမြားဦးဘက်သို့ ကန့်သတ်မဲ့ ဆက်၍ဆွဲခြင်းဖြင့် စဉ်းစားနိုင်သည်ဟု ဆိုလိုပါသည်။ ယခင်သိခဲ့ပြီးသည့်အတိုင်း ကိန်းမျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ဆွဲရာတွင် သင့်တော်သည့်နေရာ၌ မူလမှတ် (သုညမှတ်)ကို စတင်ယူပြီး တူညီသောအကွာအဝေးဖြင့် အခြားအမှတ်များကို ဆက်လက်ယူသွားရမည်ဖြစ်သည်။ မူလမှတ်၏ ယာဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်များသည် အပေါင်းကိန်းများကို ကိုယ်စားပြုပြီး ဝဲဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်များသည် အနုတ်ကိန်းများကို ကိုယ်စားပြုမည်ဖြစ်သည်။

ကိန်းမျဉ်းမှ အောက်ပါအရေးကြီးသော မှန်ကန်ချက်ကို ရသည်။

p သည် ကိန်းမျဉ်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ p ကို ကိုယ်စားပြုသော ကိန်းသည်

(i) ကိန်းမျဉ်းပေါ်၌ p ၏ ဝဲဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်များကို ကိုယ်စားပြုသော ကိန်းများထက်ကြီး၏။

(ii) ကိန်းမျဉ်းပေါ်၌ p ၏ ယာဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်များကို ကိုယ်စားပြုသော ကိန်းများထက် ငယ်၏။



ပုံ (12.2)

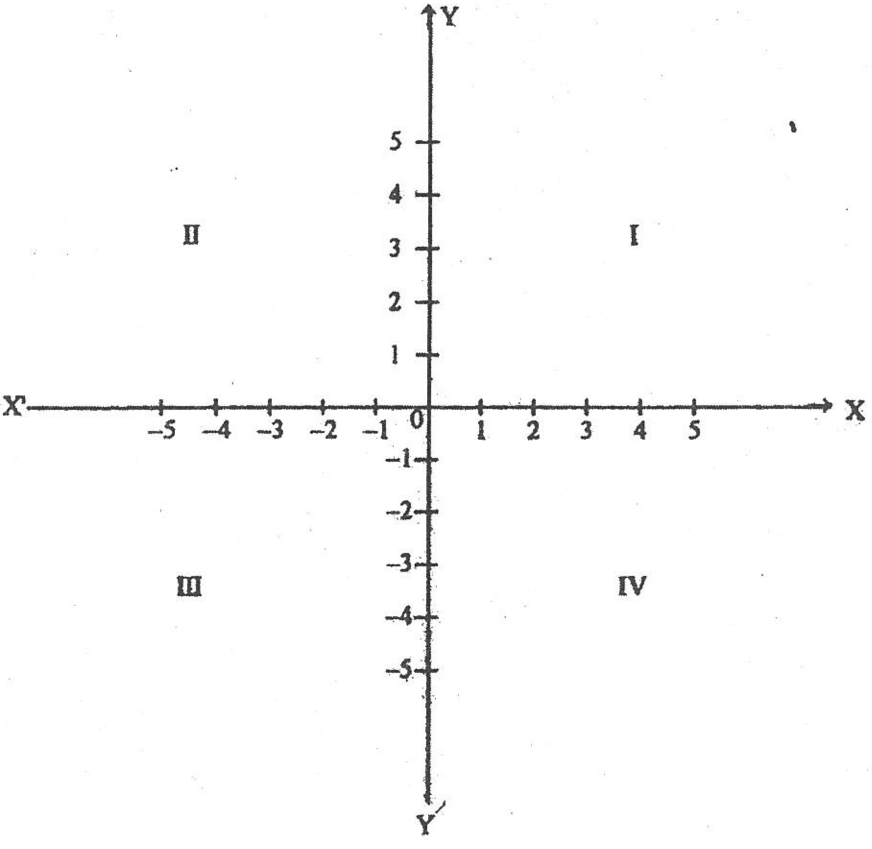
p သည် 2 ကို ကိုယ်စားပြုသောအမှတ်ဖြစ်ပါစေ။ p ၏ ဝဲဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်အချို့သည် -3, -2, -1, 0, 1 တို့ကို ကိုယ်စားပြုထား၏။ 2 သည် ထိုကိန်းအားလုံးထက်ကြီး၏။ p ၏ ယာဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်တစ်ခုသည် 3 ကို ကိုယ်စားပြုထား၏။

2 သည် 3 အောက်ငယ်၏။

12.1 ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီ

(Rectangular co-ordinates)

တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျလျက် အမှတ် O တွင်ဖြတ်သောကိန်းမျဉ်းနှစ်ကြောင်း X' 0X နှင့် Y' OY တို့ကို ပြင်ညီအဖြစ် သတ်မှတ်ထားသော စာရွက်ပေါ်တွင် ဆွဲမည်။ ပုံ (12.3)တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ဖြစ်သည်။ ကိန်းမျဉ်း X' OX ကို**x** ဝင်ရိုး၊ ကိန်းမျဉ်း Y'OY ကို**y** ဝင်ရိုးဟုခေါ်မည်။ ဝင်ရိုးနှစ်ကြောင်း၏ ဖြတ်မှတ် O ကို မူလမှတ်ဟု ခေါ်မည်။ လွယ်ကူစွာမှတ်သားနိုင်ရန် X'OX ကို ရေညီအလိုက် Y'OY ကို မတ်ရပ်အလိုက် ဦးလှည့်ဘက်များထား၍ ဆွဲမည်။ ဝင်ရိုးနှစ်ခုသည် တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျနေသောကြောင့် ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်စနစ်ဝင်ရိုးများဟု ခေါ်သည်။ အတိုအားဖြင့် ကိုဩဒိနိတ်ဝင်ရိုးများဟု ခေါ်၏။ ပြင်ညီကို ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီဟုခေါ်မည်။



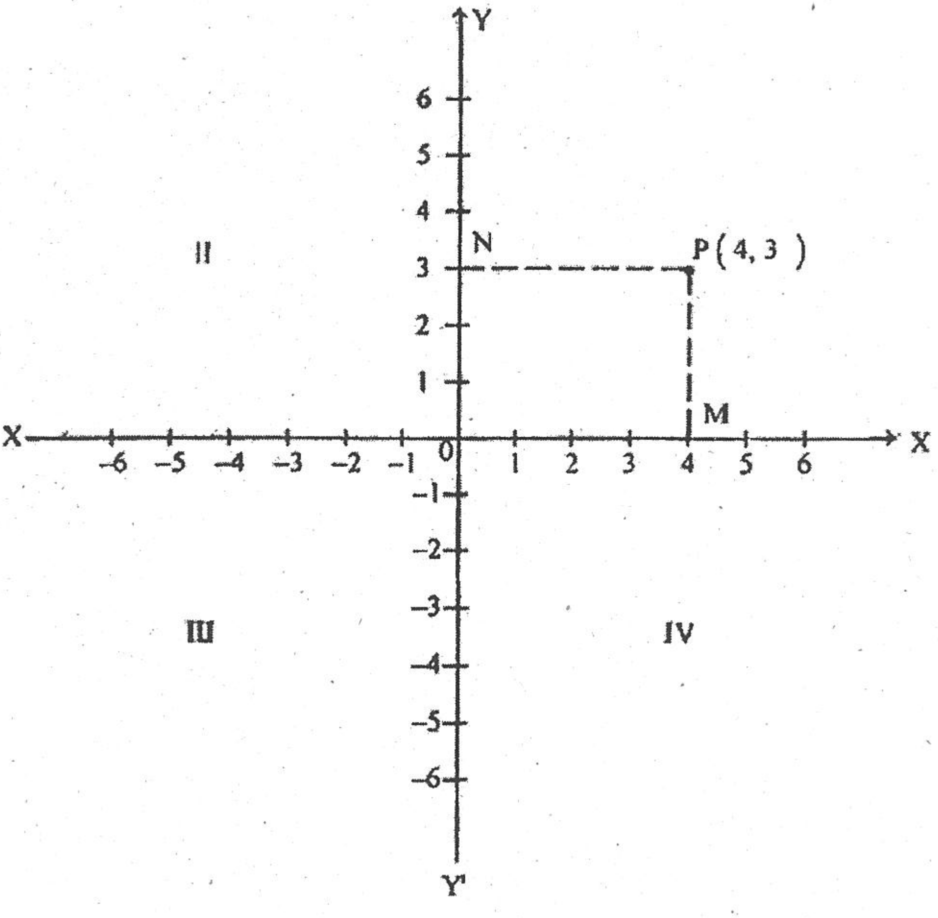
ပုံ (12.3)

x ဝင်ရိုးပေါ်တွင် မူလမှတ် O ၏ ယာဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်များသည် အပေါင်းကိန်းများကို ကိုယ်စားပြု၏။ ဝဲဘက်တွင်ရှိသောအမှတ်များသည် အနုတ်ကိန်းများကို ကိုယ်စားပြု၏။ y ဝင်ရိုးပေါ်တွင်၊ မူလမှတ် O ၏ အပေါ်ဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်များသည် အပေါင်းကိန်းများကို ကိုယ်စားပြု၏။ အောက်ဘက်တွင်ရှိသော အမှတ်များသည် အနုတ်ကိန်းများကို ကိုယ်စားပြု၏။

ဝင်ရိုးနှစ်ကြောင်းသည် ပြင်ညီကို လေးပိုင်းပိုင်းထားကြောင်း တွေ့ရ၏။ တစ်ပိုင်းစီကို လေးပိုင်းစိတ်ဟုခေါ်သည်။ ပုံ (12.3) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း I ဖြင့် ပြထားသော အပိုင်းသည် ပထမလေးပိုင်းစိတ်၊ II ဖြင့်ပြထားသောအပိုင်းသည် ဒုတိယလေးပိုင်းစိတ်၊ III ဖြင့်ပြထားသော အပိုင်းသည် တတိယလေးပိုင်းစိတ်၊ IV ဖြင့် ပြထားသောအပိုင်းသည် စတုတ္ထလေးပိုင်းစိတ်ဟု ခေါ်မည်။

12.2 အမှတ်တစ်ခု၏ တည်နေရာ ကိုသြဒိနိတ်ကို ဖော်ပြခြင်း

ဝင်ရိုးများ X'OX နှင့် Y'OY တို့ကို ညွှန်ပြပြီး အမှတ်တစ်ခု၏ တည်နေရာကို ပြင်ညီပေါ် တွင် ဖော်ပြမည်။



ပုံ (12.4)

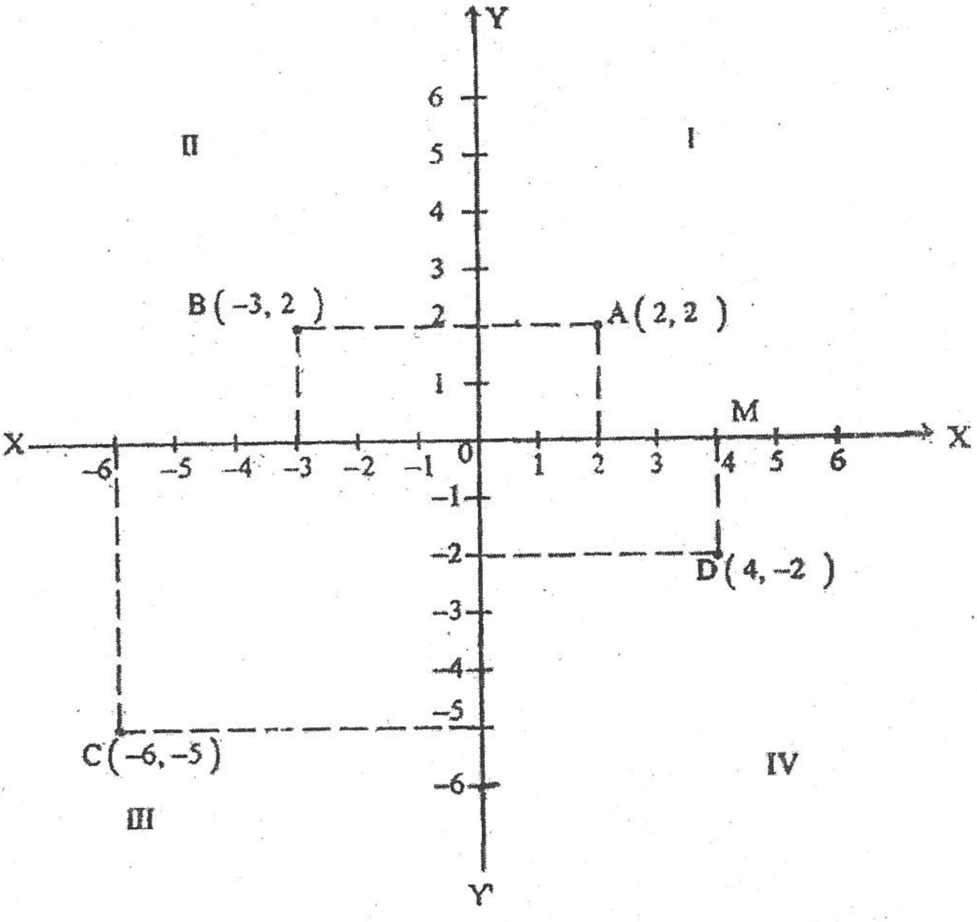
ပုံ (12.4) ကို ကြည့်ပါ။ P သည် ကိုသြဒိနိတ်ပြင်ညီ၏ ပထမလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင် ရှိသော အမှတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ P မှ x ဝင်ရိုးပေါ်သို့ မျဉ်းမတ် PM, y ဝင်ရိုးပေါ်သို့ မျဉ်းမတ် PN ကို ဆွဲသည်။ M သည် x ဝင်ရိုးပေါ်တွင် ကိန်း 4 ကို ကိုယ်စားပြု၏။ N သည် y ဝင်ရိုးပေါ်တွင် ကိန်း 3

ကို ကိုယ်စားပြု၏။ ထို့ကြောင့် O ကို အစမှတ်ပြု၍ x ဝင်ရိုးတစ်လျှောက် ယာဘက်သို့ 4 ယူနစ်ရွှေ့ပြီး အပေါ်ဘက်သို့ y ဝင်ရိုးနှင့်အပြိုင် ဦးလှည့်ဘက်အတိုင်း 3 ယူနစ်ရွှေ့လျှင် P သို့ ရောက်၏။ တစ်နည်းအားဖြင့် O ကို အစမှတ်ပြု၍ y ဝင်ရိုးတစ်လျှောက် အပေါ်ဘက်သို့ 3 ယူနစ်ရွှေ့ပြီး ယာဘက်သို့ x ဝင်ရိုးနှင့်အပြိုင် ဦးလှည့်ဘက်အတိုင်း 4 ယူနစ်ရွှေ့လျှင် P သို့ရောက်၏။

4 ကို အမှတ် P ၏ x ကိုဩဒိနိတ် (သို့မဟုတ်) အက်ဗစစ္စာ **(abscissa)** ဟု ခေါ်သည်။ 3 ကို အမှတ် P ၏ y ကိုဩဒိနိတ် (သို့မဟုတ်) ဩဒိနိတ် **(ordinate)** ဟု ခေါ်သည်။

ထို့ကြောင့် အမှတ် P မှ x ဝင်ရိုးပေါ်သို့ဆွဲသော မျဉ်းမတ်၏ အခြေမှတ်ကို ကိုယ်စားပြုသောကိန်းသည် x ကိုဩဒိနိတ်ဖြစ်၏။ အမှတ် P မှ y ဝင်ရိုးပေါ်သို့ဆွဲသော မျဉ်းမတ်၏ အခြေအမှတ်ကို ကိုယ်စားပြုသောကိန်းသည် y ကိုဩဒိနိတ်ဖြစ်၏။ ထိုကိန်းနှစ်ခုကို အမှတ် P ၏ ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်များ အတိုအားဖြင့် ကိုဩဒိနိတ်များ ဟုခေါ်သည်။

အမှတ်တစ်ခု၏ ကိုဩဒိနိတ်များကိုဖော်ပြရန် x ကိုဩဒိနိတ်ကို ပထမရေးပြီးမှ၊ yကိုဩဒိနိတ်ကိုရေးရမည်။ ပုံစံအားဖြင့် (x ကိုဩဒိနိတ်၊ y ကိုဩဒိနိတ်) ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် အမှတ် P ၏ ကိုဩဒိနိတ်များရေးလျှင် P (4,3) ဟု ရေးမည်။



ပုံ (12.5)

အမှတ် A သည် ပထမလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင် ရှိသည်။ အမှတ် A ၏ x ကိုသြဒိနိတ်နှင့် y ကိုသြဒိနိတ် နှစ်ခုစလုံးသည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

ထို့အတူ ပထမလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင် အမှတ်တစ်ခုအတွက် x ကိုသြဒိနိတ်နှင့် y ကိုသြဒိနိတ် နှစ်ခုစလုံးသည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်မည်။

အမှတ် B သည် ဒုတိယ လေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင် ရှိသည်။ အမှတ် B ၏ x ကိုသြဒိနိတ်သည် အနုတ်ကိန်း၊ y ကိုသြဒိနိတ်သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

ထို့အတူ ဒုတိယလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင်ရှိသော အမှတ်တစ်ခုအတွက် x ကိုသြဒိနိတ်သည် အနုတ်ကိန်း၊ y ကိုသြဒိနိတ်သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

အမှတ် C သည် တတိယလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင်ရှိသည်။ အမှတ် C ၏ x ကိုသြဒိနိတ်နှင့် y ကိုသြဒိနိတ်နှစ်ခုစလုံးသည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်၏။

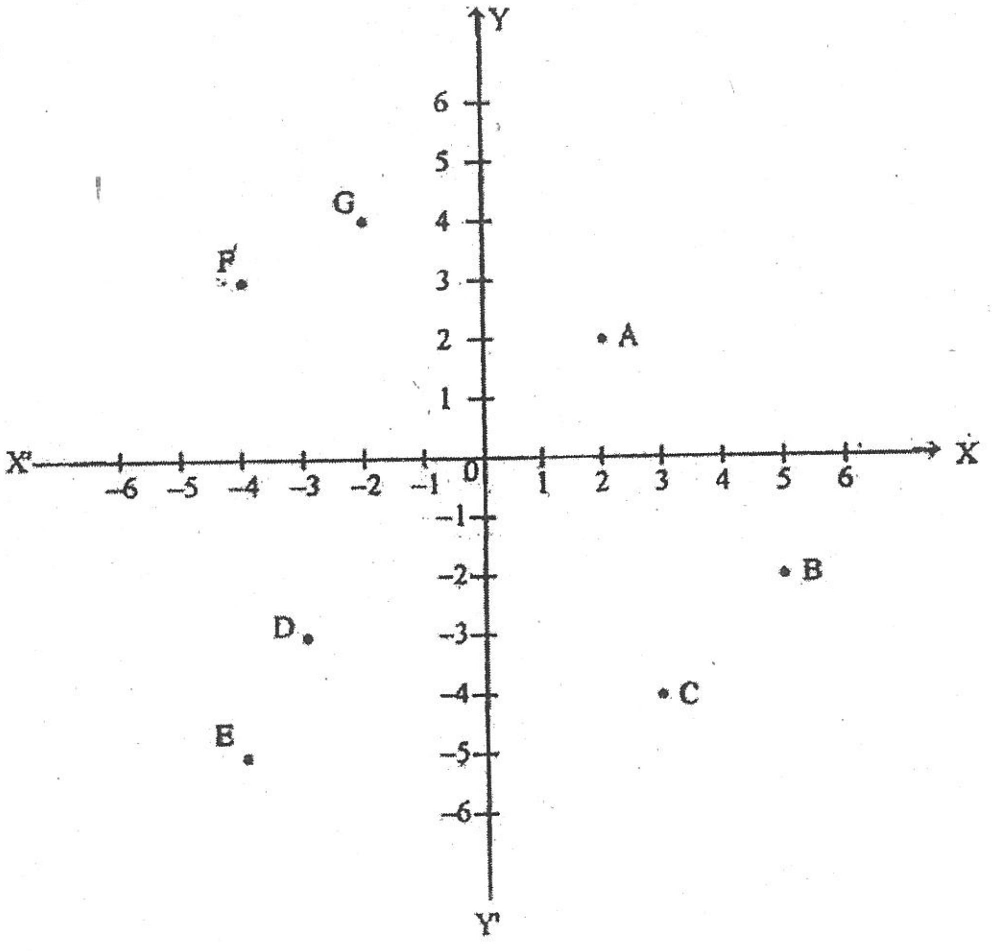
ထို့အတူ တတိယလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင်ရှိသော အမှတ်တစ်ခုအတွက်၊ x ကိုသြဒိနိတ်နှင့် y ကိုသြဒိနိတ်နှစ်ခုစလုံးသည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်၏။

အမှတ် D သည် စတုတ္ထလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင်ရှိသည်။ အမှတ် D ၏ x ကိုသြဒိနိတ်သည် အပေါင်းကိန်း၊ y ကိုသြဒိနိတ်သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်၏။

ထို့အတူ စတုတ္ထလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင်ရှိသော အမှတ်တစ်ခုတည်းအတွက်၊ xကိုသြဒိနိတ်သည် အပေါင်းကိန်း၊ y ကိုသြဒိနိတ်သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်၏။

မူလမှတ်၏ x ကိုသြဒိနိတ်နှင့် y ကိုသြဒိနိတ်နှစ်ခုစလုံးသည် သုညဖြစ်ကြ၏။ ထို့ကြောင့် မူလမှတ်ကို O (0,0) ဟုရေးသည်။

ဥပမာ **(1)** အောက်ပါပုံတွင် ဖော်ပြထားသော အမှတ်များ A, B, C, D, E, F, G တို့၏ ကိုသြဒိနိတ်များကိုရှာပါ။



ပုံ (12.6)

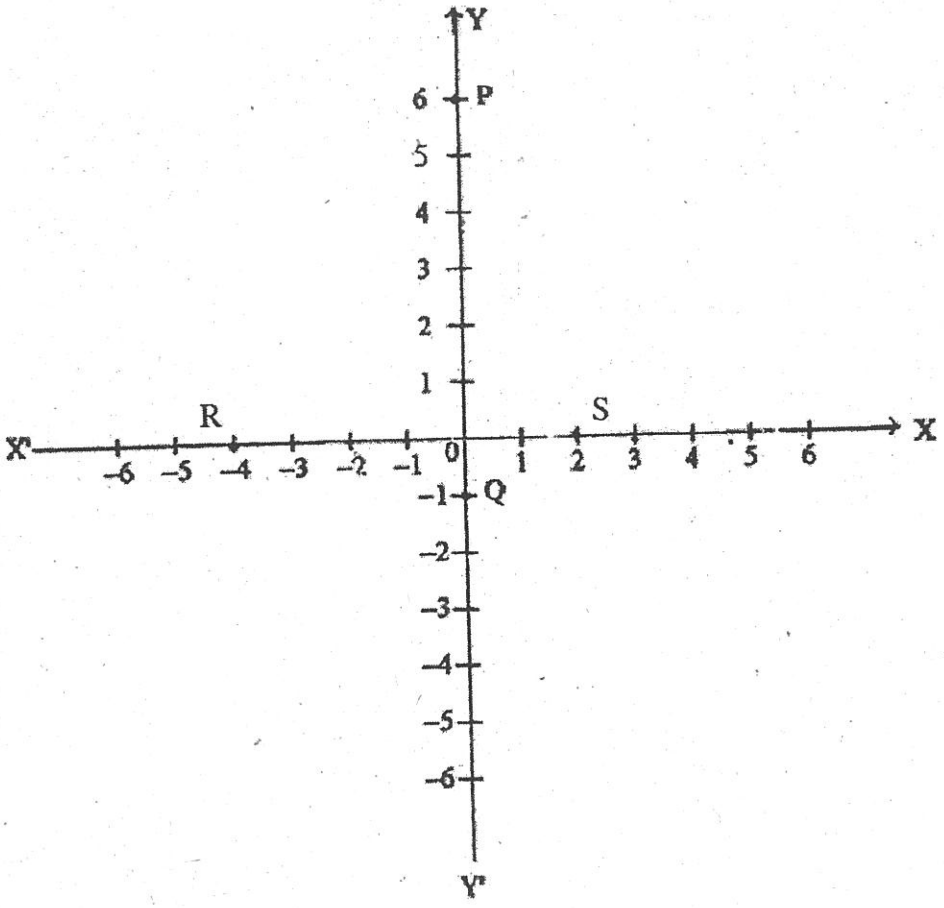
ပေးထားသောအမှတ်အသီးသီး၏ ကိုသြဒိနိတ်များမှာ ပုံအရ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်ပါသည်။

A (2, 2) B (5, -2) C (3, -4)

D (-3, -3) E (-4, -5) F (-4, 3)

G (-2, 4)

ဥပမာ **(2)** အောက်ပါပုံတွင် ဖော်ပြထားသော အမှတ်များ P, Q, R, S တို့၏ ကိုဩဒိနိတ်များကို ရှာပါ။



ပုံ (12.7)

ပေးထားသော အမှတ်အသီးသီး၏ ကိုဩဒိနိတ်များမှာ ပုံအရ အောက်ပါအတိုင်း ဖြစ်ပါသည်။

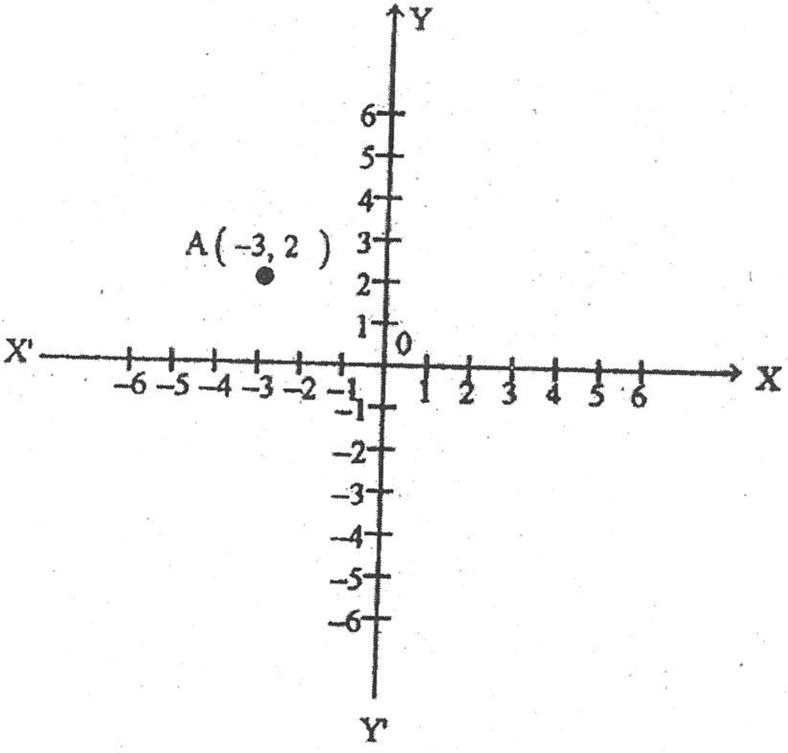
P (0, 6), Q (0, -1), R (-4, 0), S (2, 0)

12.3 အမှတ်များနေရာချခြင်း

အမှတ်တစ်ခု၏ ကိုဩဒိနိတ်များကို ပေးထားလျက် အမှတ်ကို နေရာချပေးရန်၊ တစ်နည်းအားဖြင့် ပြင်ညီပေါ်တွင် အမှတ်၏ တည်နေရာကို ဖော်ပြပေးရန် လိုပေသည်။

ကိုဩဒိနိတ်ဝင်ရိုးနှစ်ခုကိုဆွဲပြီး ဥပမာအားဖြင့် A (-3, 2) အမှတ်ကို နေရာချမည်ဆိုပါစို့။ အမှတ် A သည် ကိုဩဒိနိတ်ဝင်ရိုးများ၏ မည်သည့်လေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင် ရှိမည်ကို ဦးစွာမှန်းဆမည်။ A ၏ x ကိုဩဒိနိတ်သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်၍ y ကိုဩဒိနိတ်သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သောကြောင့် A သည် ဒုတိယလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင် ရှိရမည်။ ထို့နောက်မူလမှတ် O မှအစပြုပြီး x ဝင်ရိုးတစ်လျှောက် O ၏ ဝဲဘက်သို့ 3 ယူနစ်ရွှေ့မည်။ ထိုအခါ အမှတ် (-3, 0) သို့ရောက်မည်။ ထိုအမှတ်မှတစ်ဆင့် အပေါ်ဘက်သို့ y ဝင်ရိုးနှင့်အပြိုင် ဦးလှည့်ဘက်အတိုင်း 2 ယူနစ်ရွှေ့မည်။ ယခုရောက်ရှိနေသော အမှတ်သည် A (-3, 2) ဖြစ်မည်။

ပုံ (12.8) တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်းဖြစ်သည်။

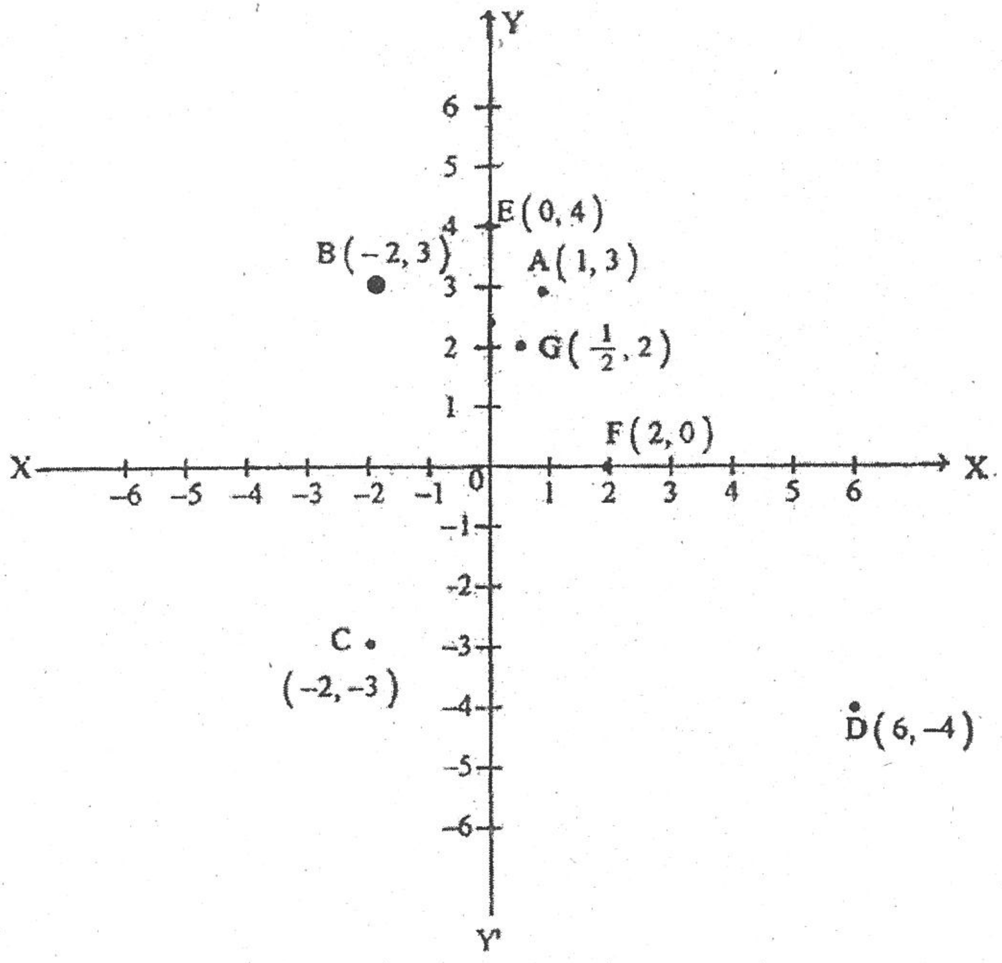


ပုံ (12.8)

ဥပမာ **(3)** အောက်ပါအမှတ်များကို နေရာချပေးပါ။

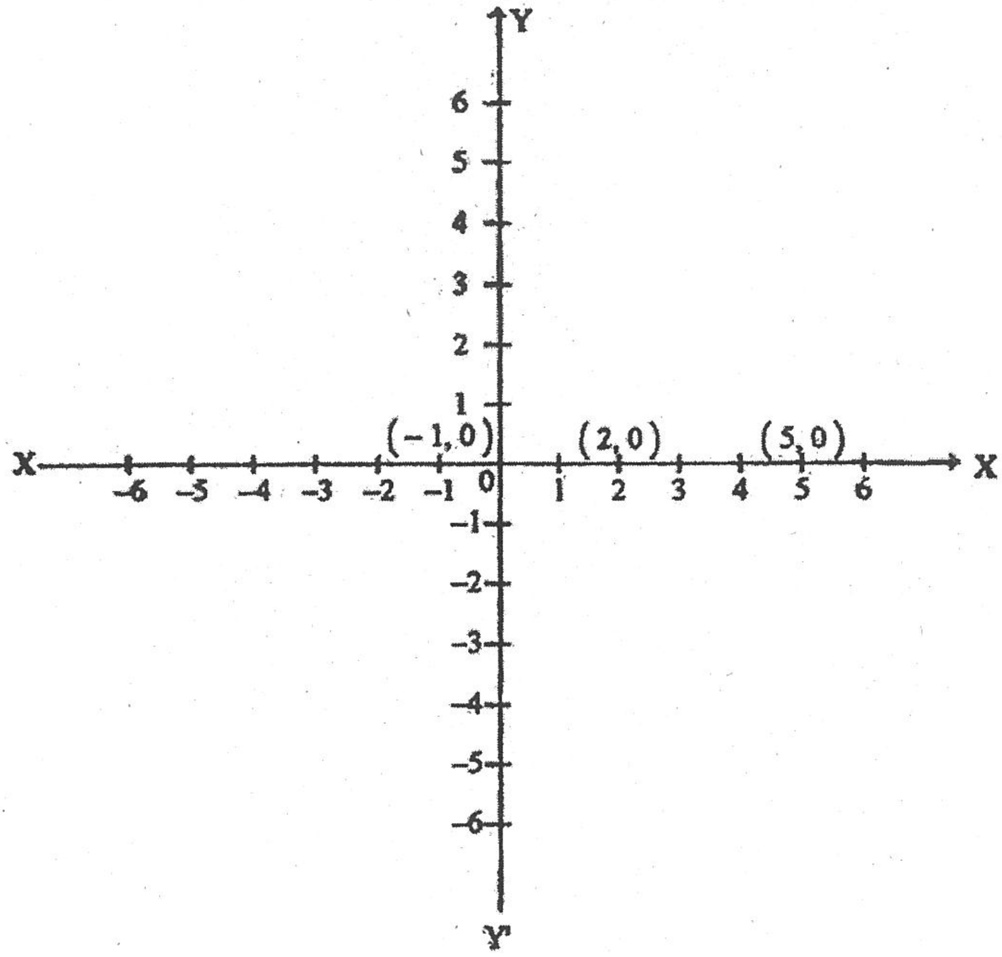
A (1, 3), B (-2, 3), C (-2, -3)

D (6, -4), E (0, 4), F (2, 0), G ($\frac{1}{2}$, 2)



ပုံ (**12.9**)

ဥပမာ **(4)** အမှတ်များ (-1, 0), (2, 0), (5, 0) တို့ကို နေရာချပေးပါ။
ထိုနောက် ဆွဲထားသောပုံမှ လေ့လာတွေ့ရှိချက်ကို ဖော်ပြပါ။



ပုံ **(12.10)**

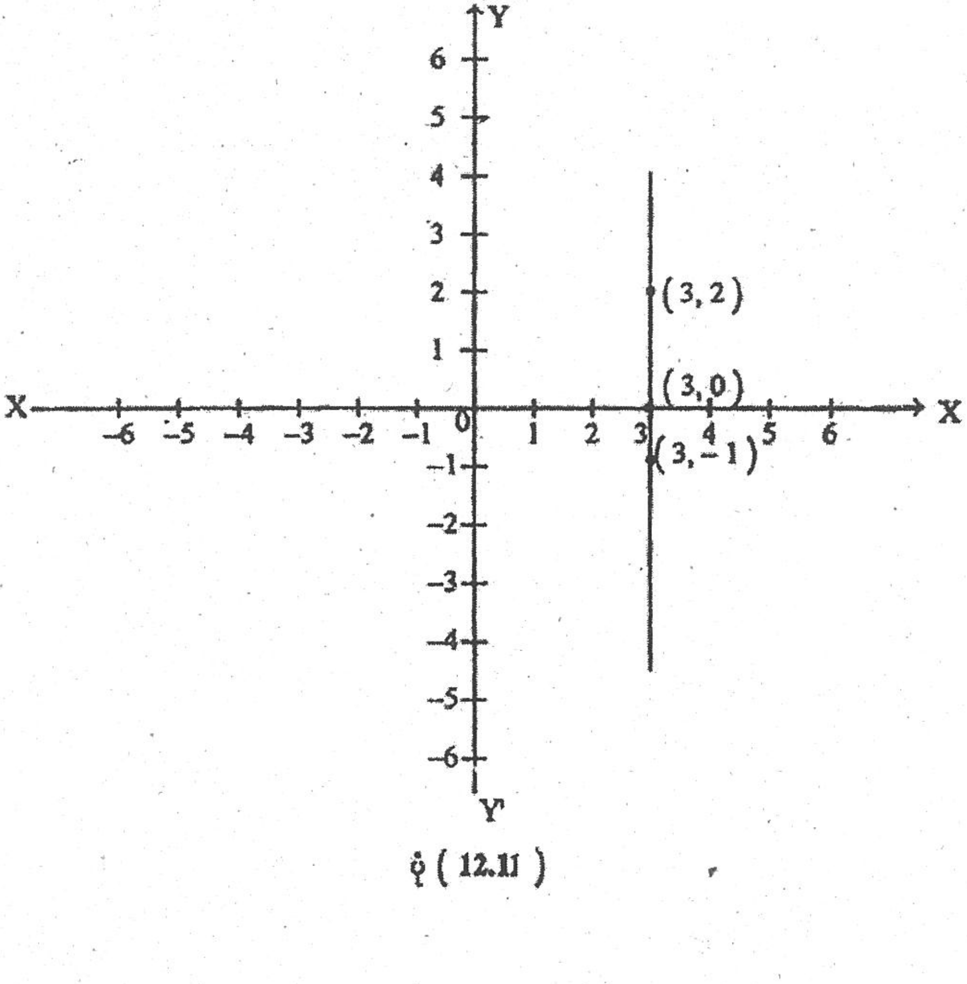
အမှတ် (3,2), (3,0), (3, -1) တို့၏ x ကိုဩဒိနိတ်သည် 3 ဖြစ်၏။ ထို့ကြောင့် တူညီသော x ကိုဩဒိနိတ်ရှိ၏။ သို့ဖြစ်၍ အမှတ်သုံးခုသည် မျဉ်းတစ်ဖြောင့်တည်းကျနေပြီး ထိုမျဉ်းဖြောင့်သည် y ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်း ဖြစ်နေသည်ကို တွေ့ရသည်။

ပေးထားသော အမှတ်သုံးခုလုံး၏ y ကိုဩဒိနိတ်များသည် သုညဖြစ်သဖြင့် နေရာချသော အခါ အမှတ်သုံးခုလုံး x ဝင်ရိုးပေါ်တွင်ရှိနေကြသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် အမှတ်သုံးခုလုံး x ဝင်ရိုး တစ်လျှောက် မျဉ်းတစ်ဖြောင့်တည်း ကျနေကြသည်။

ဆက်လက်ဆင်ခြင်ခြင်းအားဖြင့် အမှတ်များ၏y ကိုဩဒိနိတ်များ တူညီနေကြလျှင်ထိုအမှတ် များသည် x ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်၌ ရှိနေကြမည်ဖြစ်သည်။

ထိုနည်းတူ အမှတ်များ၏ x ကိုဩဒိနိတ်များ တူညီနေကြလျှင် ထိုအမှတ်များသည် y ဝင်ရိုး နှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်၌ ရှိနေကြမည်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (5) အမှတ်များ (3, 2), (3,0), (3, -1) တို့ကို နေရာချပေးပါ။
ထို့နောက် ထိုအမှတ်သုံးခုကို ဆက်ပေးခြင်းဖြင့် ရလာသောပုံမှ လေ့လာတွေ့ရှိချက်ကို ဖော်ပြပါ။



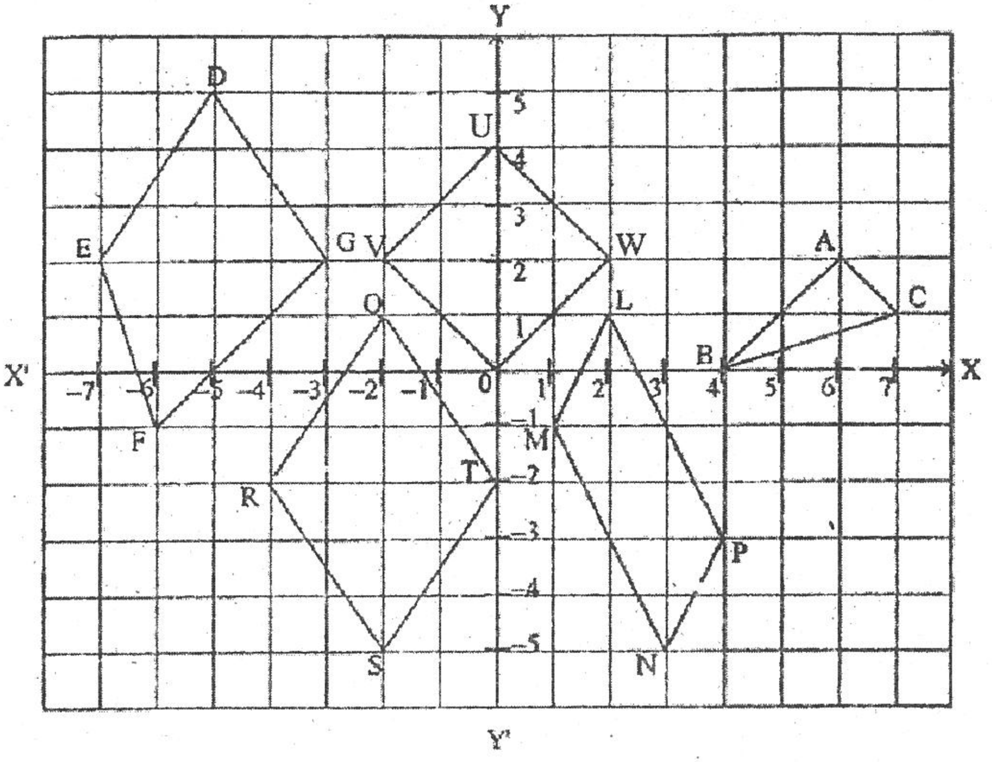
ပုံ (12.11)

လေ့ကျင့်ခန်း (12.1)

1 အောက်ပါပေးထားသော အမှတ်အသီးသီး တည်ရှိနေမည့် လေးပိုင်းစိတ်ကို ဖော်ပြပေးပါ။

A (-3, 2), B($\frac{1}{2}$, -6), C (-1, -1), D (7, -3), E (5, 5)

2. အောက်တွင်ပြထားသော ရုပ်ပုံများ၏ ထောင့်စွန်းမှတ် ကိုဩဒိနိတ်များ အသီးသီးကို ရေးပေးပါ။



ပုံ (12.12)

3. အောက်ပါအမှတ်များကို နေရာချပေးပါ။

(0, 0), (0, -3), ($\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$), (-6, -1), (2, -2), (-2, 2), (-2, -2), (-1, 0)

4. ပြင်ညီပေါ်တွင် (2, 1) နှင့် (1, 2) တို့သည် အမှတ်တစ်ခုတည်းကို ကိုယ်စားပြုပါသလား။

5. $x \neq y$ ဖြစ်လျှင် ပြင်ညီပေါ်တွင် (x, y) နှင့် (y, x) တို့သည် အမှတ်တစ်ခုတည်းကို ကိုယ်စားပြု၊ မပြု ဖြေပါ။

6. အောက်ပါအမှတ်များကို ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုတည်းပေါ်တွင် နေရာချပေးပါ။
p (6, - 4), Q (6, 4), R (- 6, 4), S (-6, -4)
ထို့နောက် P နှင့် Q၊ Q နှင့် R၊ R နှင့် S၊ S နှင့် P တို့ကို ဆက်ပါ။ ရရှိသောပုံသည် မည်သည့်ပုံမျိုးဖြစ်သနည်း။

7. P (5, 4), Q (-3, 6) နှင့် R (4, -6) တို့ကို နေရာချပေးပါ။
PQ, QR နှင့် RP တို့ကို ဆက်ပေးခြင်းဖြင့် P, Q, R တို့သည် မျဉ်းတစ်ဖြောင့်တည်းကျ၊ မကျ ဆုံးဖြတ်ပေးပါ။ တစ်ဖြောင့်တည်းမကျလျှင် ရရှိလာသောပုံသည် မည်သည့်ပုံမျိုးဖြစ်သနည်း။

8. ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင် အက်ဗစစ္စာ 2 ရှိသော အမှတ် 5 ခုကို နေရာချပေးပါ။

9. ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင် အက်ဗစစ္စာသည် ဩဒိနိတ်၏ တစ်ဝက်ရှိသော အမှတ်သုံးခုကို နေရာချပေးပါ။ အမှတ်တစ်စုံစီကို အသီးသီးဆက်ပေးပါ။ ထိုအမှတ်သုံးခုသည် မူလမှတ်ကို ဖြတ်သွားသော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်တွင် တည်ရှိနိုင်ပါသလား။

10. ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင် ဩဒိနိတ်သည် အက်ဗစစ္စာထက် တစ်ယူနစ်လျော့သော အမှတ်နှစ်ခုကို နေရာချပေးပါ။ ထိုအမှတ်နှစ်ခုကို ဆက်သောမျဉ်းသည် မူလမှတ်ကို ဖြတ်သွားနိုင်ပါသလား။

11. အမှတ်များ (-3, 0), (4, 0), (5, 0) တို့ကို နေရာချပေးပါ။ ထို့နောက် ဆွဲထားသောပုံမှ လေ့လာတွေ့ရှိချက်ကို ဖော်ပြပါ။

12. အမှတ်များ (0, 2), (0, 5), (0,-2) တို့ကို နေရာချပါ။ ထို့နောက် ဆွဲထားသောပုံမှ လေ့လာတွေ့ရှိချက်ကို ဖော်ပြပါ။

13. အမှတ်များ (-2, -3), (0, -3), (2, -3) တို့ကို နေရာချပေးပါ။ ထို့နောက် ထိုအမှတ်သုံးခုကို ဆက်ပေးခြင်းဖြင့် ရလာသောပုံမှ လေ့လာတွေ့ရှိချက်ကို ဖော်ပြပါ။ ထိုပုံပေါ်ရှိ အမှတ်အားလုံး၏ y ကိုဩဒိနိတ်များကို ဖော်ပြပါ။

14. အမှတ်များ (2,1), (2,2), (2, -4) တို့ကို နေရာချပေးပါ။ ထို့နောက် အမှတ်သုံးခုကို ဆက်ပေးခြင်းဖြင့်ရလာသောပုံမှလေ့လာတွေ့ရှိချက်ကိုဖော်ပြပါ။ထိုပုံပေါ်ရှိအမှတ်အားလုံး၏ xကိုဩဒိနိတ်များကို ဖော်ပြပါ။

15. အောက်ပါဖော်ပြချက်များသည် မှန်သည် (သို့မဟုတ်) မှားသည် ဖြေပါ။

(a) ထောင့်မှန်ကိုသြဒိနိတ်စနစ် x ဝင်ရိုးနှင့် y ဝင်ရိုးတို့သည် အချင်းချင်းထောင့်မှန်ကျနေသည်။

(b) ထောင့်မှန်ကိုသြဒိနိတ်ပြင်ညီတွင် ပေးထားသောအမှတ်တစ်ခုမှ x ဝင်ရိုးပေါ်တွင်ဆွဲသောမျဉ်းမတ်၏ အခြေမှတ်ကို ကိုယ်စားပြုသော ကိန်းသည် ပေးထားသောအမှတ်၏ x ကိုသြဒိနိတ် ဖြစ်သည်။

(c) ထောင့်မှန်ကိုသြဒိနိတ်ပြင်ညီတွင် ပေးထားသော အမှတ်တစ်ခုမှ y ဝင်ရိုးပေါ်သို့ဆွဲသောမျဉ်းမတ်၏ အခြေမှတ်ကို ကိုယ်စားပြုသော ကိန်းသည် ပေးထားသာအမှတ်၏ y ကိုသြဒိနိတ်ဖြစ်သည်။

(d) အမှတ်တစ်ခု၏ အက်ဗစစ္စာနှင့် ကိုသြဒိနိတ်နှစ်ခုလုံးသည် အနုတ်ကိန်းများဖြစ်ကြလျှင် အမှတ်သည် ပထမလေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင် ရှိသည်။

(e) အမှတ်တစ်ခု၏ အက်ဗစ္စာသည် သုညဖြစ်လျှင် အမှတ်သည် y ဝင်ရိုးပေါ်တွင်ရှိသည်။

(f) အမှတ်တစ်ခု၏ သြဒိနိတ်သည် သုညဖြစ်လျှင် အမှတ်သည် x ဝင်ရိုးပေါ်တွင်ရှိသည်။

အခန်း (13)
စာရင်းအင်းသင်္ချာ (3)

ပဥ္စမတန်းနှင့် ဆဋ္ဌမတန်းစာရင်းအင်းသင်္ချာတို့တွင် အချက်အလက်ကိန်းဂဏန်းများကို ပုံများအသုံးပြု၍ လွယ်ကူစွာ ဖော်ပြနိုင်ကြောင်း တင်ပြခဲ့ပါသည်။ ဤကဲ့သို့ အချက်အလက် ကိန်းဂဏန်းများကို ကိုယ်စားပြုဖော်ပြထားသည့် ရုပ်ပုံများ၊ ဘားချပ်များ၊ စက်ဝိုင်းကားချပ်များနှင့် မျဉ်းဂရပ်များတို့မှ လိုအပ်သော အဓိပ္ပာယ်များ ကောက်ယူနိုင်ပုံများကိုလည်း တွေ့ရှိခဲ့ကြပေသည်။

ယခုသင်ခန်းစာတွင် အချက်အလက် ကိန်းဂဏန်းများကို ထင်ရှားစွာမြင်နိုင်ရန် ဖော်ပြရာတွင် အသုံးပြုသော ထပ်ကြိမ်ပြဇယားများနှင့် ဟစ္စတိုဂရမ်များကို လေ့လာသွားပါမည်။

13.1 ထပ်ကြိမ်ပြဇယား (Frequency table)

စာရင်းအင်းဆိုင်ရာ အချက်အလက်များအား ထပ်ကြိမ်ပြဇယားအသုံးပြု၍ ဖော်ပြခြင်းကို အောက်ပါဥပမာများဖြင့် ရှင်းလင်းသွားပါမည်။

ဥပမာ (1) ပြိုင်ပွဲဝင် စုစုပေါင်း 39 ယောက် ပါဝင်ယှဉ်ပြိုင်သော စာစီစာကုံးပြိုင်ပွဲတစ်ခု၌ ရရှိသည့် အမှတ်များကို အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြထားသည်။

7 6 4 6 8 3 5 5 6 1 4 4 7
7 5 9 5 4 6 3 6 2 4 5 3 5
6 5 6 4 5 5 6 3 4 5 8 7 7

ဤတွင် 8 မှတ်နှစ်ကြိမ်၊ 7 မှတ် ငါးကြိမ်၊ 6 မှတ် ရှစ်ကြိမ် စသည်ဖြင့် ပါဝင်သည်ကို သတိပြုမိနိုင်၏။

အထက်ပါအချက်အလက်များကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြနိုင်ရန်အတွက်

(a) ပြိုင်ပွဲတွင်ရရှိသော အမှတ်များကို အနည်းဆုံးဖြစ်သော (1) မှစ၍ အများဆုံးဖြစ်သော (9) အထိ ငယ်စဉ်ကြီးလိုက် စီစဉ်ပြီး ဇယား၏ ပထမအတိုင်တွင် ရေးသွင်းပါ။

(b) အမှတ်တစ်ခုသည် တစ်ကြိမ်ပါဝင်လာတိုင်း တုတ်တိုအမှတ်အသား သို့မဟုတ် တာလီတစ်ခုဖြင့် မှတ်သားပါ။ ဥပမာ 8 မှတ်သည် နှစ်ကြိမ်ပါဝင်သဖြင့် တာလီနှစ်ခု သို့မဟုတ် တုတ်တိုအမှတ်အသားနှစ်ခု (//) ဖြင့် ဖော်ပြပြီး ဇယားများ၏ ဒုတိယအတိုင်တွင် ရေးသွင်းပါ။

လက်တွေ့ရေတွက်ရာတွင် လွယ်ကူစေရန် တာလီငါးခုပြည့်သောအခါတိုင်း ~~////~~ မှတ်သား၏။ ဥပမာ အထက်ပါ ပေးထားချက်တွင် 4 သည် 7 ကြိမ်ပါဝင်သဖြင့် /////// ရေတွက်မည့်အစား ~~////~~ // ဟု ရေတွက်၏။

(c) အဆင့်မှတ်တစ်ခုစီအတွက် ရရှိသည့် တာလီသို့မဟုတ် တုတ်တိုအမှတ်အသား အရေအတွက်သည် အထပ်ထပ်ဖြစ်ပေါ်သည့် အကြိမ်ပေါင်းကို ဖော်ပြသဖြင့် အတိုကောက်အားဖြင့် ထပ်ကြိမ်ဟုခေါ်သည်။ အဆင့်မှတ်၏ ထပ်ကြိမ်ကို ထပ်ကြိမ်ခေါင်းစည်းရှိ

သော အတိုင်တွင် သက်ဆိုင်ရာနေရာ၌ ရေးသားဖော်ပြရမည်။ ထိုအခါ အောက်ပါအတိုင်း ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုရရှိ၏။

ထပ်ကြိမ်ပြဇယား

ရမှတ်	တာလီ	ထပ်ကြိမ်
1	/	1
2	/	1
3	////	4
4	~~////~~ //	7
5	~~////~~ ~~////~~	10
6	~~////~~ ///	8
7	~~////~~	5
8	//	2
9	/	1
	စုစုပေါင်း	39

အထက်ပါ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတွင် ပုတ်တိုအမှတ်အသားများသည် ရရှိသည့်အဆင့် အမှတ်များ ပြန့်ကျဲနေပုံကို အကြမ်းအားဖြင့် ဖော်ပြသည်။ အဆင့်အမှတ်များ ပြန့်ကျဲနေပုံကို အဆင့်အမှတ်များ၏ ဖြန့်ချက်ဟုလည်းခေါ်၏။

ပြိုင်ပွဲဝင်အများစု ရရှိကြသည့် ရမှတ်ကို ဖြန့်ချက်၏ကြိမ်များကိန်းဟု ခေါ်သည်။ အထက်ပါဥပမာများတွင် ကြိမ်များကိန်းသည် 5 ဖြစ်၏။

ဥပမာ (2) အများဆုံး 10 မှတ်ပေးသော အစမ်းစာမေးပွဲ တစ်ခု၌ ဖြေဆိုကြသော ကျောင်းသား (30) တို့၏ ရမှတ်များမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်၏။

6 5 3 7 4 8 6 6 9 2
5 6 9 3 6 10 5 9 6 5
7 6 5 6 5 8 7 6 5 7

ဤရမှတ်များကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့် ဖော်ပြရန်အတွက် ရှေးဦးစွာ အနိမ့်ဆုံးအမှတ်ဖြစ်သော 2 မှစ၍ အမြင့်ဆုံးအမှတ်ဖြစ်သော 10 အထိ ငယ်စဉ်ကြီးလိုက် စီစဉ်ပြီး ဇယား၏ ပထမအတိုင်တွင်ရေးပါ။ ထို့နောက် သက်ဆိုင်ရာ အဆင့်မှတ်များအတွက် တာလီအမှတ်အသားပြုပြီး ဒုတိယအတိုင်တွင် ရေးပါ။

တစ်ဖန် သက်ဆိုင်ရာတာလီအရေအတွက်များကို ထပ်ကြိမ်ဟူသော အတိုင်တွင်ရေးသွင်းပါ။ အောက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားကို ရ၏။

ထပ်ကြိမ်ပြဇယား

ရမှတ်	တာလီ	ထပ်ကြိမ်
2	/	1
3	//	2
4	/	1
5	~~////~~ //	7
6	~~////~~ ////	9
7	////	4
8	//	2
9	///	3
10	/	1
	စုစုပေါင်း	30

ဥပမာ (3) တစ်ခါတစ်ရံတွင် အချက်အလက်များကို တန်းတူညီတူထားနိုင်သော အုပ်စုလိုက်စုစည်း၍ တန်းတူကြားပိုင်းများအဖြစ် သတ်မှတ်ပြီး ထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့် ဖော်ပြနိုင်၏။

အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည်တို့မှာ စာမေးပွဲတစ်ခု၌ ကျောင်းသားများရရှိသည့် ရမှတ်များကို လေ့လာကြည့်ကြပါစို့။

42	73	54	58	85	52	48	54	60	54
58	48	70	52	53	53	53	55	25	55
60	55	50	53	75	58	52	68	65	68
58	57	82	30	55	49	57	28	72	28

ရမှတ်များကို အနည်းဆုံးဖြစ်သော 25 မှစ၍ အများဆုံးဖြစ်သော 85 ထိ ပါဝင်အောင် အုပ်စုများဖွဲ့ပါ။ ဥပမာ 25 မှ 29 ထိ ပါဝင်သော အုပ်စုတစ်ခု၊ 30 မှ 34 အထိ ပါဝင်သော အခြားအုပ်စုတစ်ခုစသည်ဖြင့် 85 မှ 89 ထိ ပါဝင်သော အုပ်စုတိုင်အောင် ဆက်တိုက်ဖွဲ့စည်းသွားသည် ဆိုပါစို့။ ထိုအခါ 25 မှ 29 ထိ ပါဝင်သော အုပ်စုကို သင်္ကေတအားဖြင့် 25 - 29 ဟု ရေးသားပြီး

တန်းတူကြားပိုင်းဟုခေါ်၏။ ယေဘုယျအားဖြင့် တန်းတူကြားပိုင်း 25 - 29 တွင် 24.5 မှစပြီး 29.5 ထိ အကျုံးဝင်သည်ဟု သတ်မှတ်ကြပြီး ၎င်းတို့နှစ်ခု၏ ခြားနားချက် 29.5 – 24.5 = 5 ကို တန်းတူကြားပိုင်း၏ အကျယ်အဝန်းဟု သတ်မှတ်၏။ ထို့အတူ တန်းတူကြားပိုင်း 30 - 34 တွင် အကျယ်အဝန်းသည်လည်း 5 ပင်ဖြစ်ပေသည်။ ဤကဲ့သို့ပင် အခြားတန်းတူကြားပိုင်းများကိုလည်း သင်္ကေတဖြင့်ရေးပြီး ထပ်ကြိမ်ပြဇယားကို အောက်ပါအတိုင်းတည်ဆောက်နိုင်၏။

ရှေးဦးစွာ ကျောင်းသားများ၏ ရမှတ်များကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စီစဉ်ပါ။ ထိုအခါအောက်ပါအတိုင်းရရှိလာမည်။

25	28	28	30	42	48	48	49	50	52
52	52	53	53	53	53	54	54	54	55
55	55	55	57	57	58	58	58	58	60
60	65	68	68	70	72	73	75	82	85

ထို့နောက် ထပ်ကြိမ်ပြဇယား ဝဲဘက်အစွန်ဆုံးအတိုင်တွင် တန်းတူကြားပိုင်းများကို ရေးချပါ။ ထို့နောက် အလယ်တိုင်တွင် အကျုံးဝင်သော ရမှတ်များကို ရေးချပါ။ တစ်ဖန် ထပ်ကြိမ်တူသောအတိုင်၌ တန်းတူကြားပိုင်းတွင်ပါဝင်သောအရေအတွက်ကိုရေးသွင်းဖော်ပြခြင်းဖြင့် ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုကို ရရှိ၏။ အထက်ပါရှင်းလင်းချက် တစ်ခုစီကို အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြနိုင်၏။

ရမှတ်	တန်းတူကြားပိုင်းတွင်ပါဝင်သောရမှတ်များ	ထပ်ကြိမ်
25 – 29		
30 – 34		
35 – 39		
40 – 44		
45 – 49		
50 – 54		
55 – 59		
60 – 64		
65 – 69		
70 – 74		
75 – 79		
80 – 84		
85 - 89		

ရမှတ်	တန်းတူကြားပိုင်းတွင်ပါဝင်သောရမှတ်များ	ထပ်ကြိမ်
25 – 29	25, 28, 28	
30 – 34	30	
35 – 39		
40 – 44	42	
45 – 49	48, 48, 49	
50 – 54	50, 52, 52, 52, 53, 53, 53, 53, 54, 54, 54	
55 – 59	55, 55, 55, 55, 57, 57, 58, 58, 58, 58	
60 – 64	60, 60	
65 – 69	65, 68, 68	
70 – 74	70, 72, 73	
75 – 79	75	
80 – 84	82	
85 - 89	85	

အထက်ပါဇယားနှစ်ခုမှ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားကို အောက်ပါအတိုင်း ရေးနိုင်၏။

ရမှတ်	တန်းတူကြားပိုင်းတွင်ပါဝင်သောရမှတ်များ	ထပ်ကြိမ်
25 – 29	///	3
30 – 34	/	1
35 – 39		0
40 – 44	/	1
45 – 49	///	3
50 – 54	~~////~~ ~~////~~ /	11
55 – 59	~~////~~ ~~////~~	10
60 – 64	//	2
65 – 69	///	3
70 – 74	///	3
75 – 79	/	1
80 – 84	/	1
85 - 89	/	1
	စုစုပေါင်းထပ်ကြိမ်	40

အထက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားတွင် တန်းတူကြားပိုင်းများကို သတ်မှတ်အသုံးပြုထားသည့်အတွက် ကြိမ်များကိန်း၏နေရာ၌ ကြိမ်များကြားပိုင်းဟု သတ်မှတ်မည်။ **"ကြိမ်များကြားပိုင်းဆိုသည်မှာ ထပ်ကြိပ်အများဆုံးပါဝင်သော တန်းတူကြားပိုင်းတစ်ခု ဖြစ်သည်။"**

အထက်ပါဇယားတွင် ကြိမ်များကြားပိုင်းမှာ ကြားပိုင်း 50 - 54 ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(4)** 16 နှစ်ပြည့်ပြီးသူ 40 ၏ အသက်များကို စာရင်းပြုစုကြည့်ရာ အောက်ပါအတိုင်းတွေ့ရ၏။

18	20	33	14	23	34	16	16	22	19
34	34	36	43	17	19	16	28	16	27
24	31	37	42	16	18	39	19	21	21
19	22	25	27	43	25	38	17	20	18

တန်းတူကြားပိုင်းများကို 16 – 19, 20 – 23, ..., 40 - 43 စသည်ဖြင့် သတ်မှတ်၍ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခု တည်ဆောက်ပါ။

ရှေးဦးစွာ ထပ်ကြိမ်ပြဇယား၏ ပထမအတိုင်တွင် သတ်မှတ်ထားသော တန်းတူကြားပိုင်းများကို 16 - 19 မှ အစပြု၍ 40 - 43 အထိ အစဉ်လိုက် ရေးသွင်းပါ။ တစ်ဖန် သက်ဆိုင်ရာကြားပိုင်းတွင် ပါဝင်သော ကိန်းလုံးအရေအတွက်တို့ကို တာလီများဖြင့် မှတ်သားပြီး ဇယား၏ ဒုတိယအတိုင်တွင် ရေးပါ။ ထို့နောက် ထပ်ကြိမ်ဟူသောအတိုင်တွင် သက်ဆိုင်ရာတာလီများ၏ အရေအတွက်များကို ရေးသွင်းပါက အောက်ပါအတိုင်း လူ 40 ၏ အသက်ကို ဖော်ပြသော ထပ်ကြိမ်ဇယားတစ်ခုရ၏။

လူ 40 ၏ အသက်များကို ဖော်ပြသော ထပ်ကြိမ်ပြဇယား

အသက်(နှစ်)	တာလီ	ထပ်ကြိမ်
16 - 19	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~	15
20 - 23	~~////~~ //	7
24 - 27	~~////~~	5
28 - 31	//	2
32 - 35	////	4
36 - 39	////	4
40 - 43	///	3
	စုစုပေါင်း	40

လေ့ကျင့်ခန်း (13.1)

1. တိုင်းဒေသကြီး/ပြည်နယ် ကျောင်းသားဘောလုံးပွဲစဉ်တစ်ခု၌ အသင်းလိုက် ရရှိထားသည့် ဂိုးအရေ အတွက်မှာ အောက်ပါအတိုင်း ဖြစ်သည်။

ကချင်ပြည်နယ်	1	မကွေးတိုင်းဒေသကြီး	2
ကယားပြည်နယ်	1	မန္တလေးတိုင်းဒေသကြီး	1
ကရင်ပြည်နယ်	3	မွန်ပြည်နယ်	0
ချင်းပြည်နယ်	2	ရခိုင်ပြည်နယ်	2
စစ်ကိုင်းတိုင်းဒေသကြီး	1	ရန်ကုန်တိုင်းဒေသကြီး	3
တနင်္သာရီတိုင်းဒေသကြီး	1	ရှမ်းပြည်နယ်	4
ပဲခူးတိုင်းဒေသကြီး	2	ဧရာဝတီတိုင်းဒေသကြီး	0

ဘောလုံးအသင်းများ ရရှိထားသည့် ဂိုးအရေအတွက်အရ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတည်ဆောက်ပါ။ ရရှိသည့် ဂိုးအရေအတွက်၏ ကြိမ်များကိန်းကို ရှာပါ။

မူလတန်းကျောင်း လေးကျောင်းရှိ တန်းခွဲများတွင်ရှိသော ကျောင်းသားဦးရေကို အောက်တွင် ဖော်ပြထားပါသည်။

35	38	40	29	30	34	42	37	35	36	31	37
28	30	36	34	38	39	30	36	39	37	30	38
38	39	37	35	33	31	30	34	37	40	38	37
28	31	22	37	33	38	37	38	39	38	37	30

ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခု တည်ဆောက်ပါ။ ကြိမ်များကိန်းကို ရှာပါ။

ဂေါက်သီးပြိုင်ပွဲတစ်ခုတွင် နောက်ဆုံးအဆင့်၌ ယှဉ်ပြိုင်သူများရရှိသည့် အမှတ်များကို ဖော်ပြထားသည်။

66	70	69	68	70	72	69	71	74
66	63	69	69	73	73	73	69	72
69	66	67	67	70	71	69	74	80

အထက်ပါအမှတ်များကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြပါ။ ရမှတ်ဆိုင်ရာ ကြိမ်များကိန်းကို ရှာပါ။

သင်၏အတန်းမှ မွေးလတူသော ကျောင်းသားဦးရေကို လအလိုက် ဖော်ပြသော ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုကို တည်ဆောက်ပါ။

သင်္ချာဘာသာစာမေးပွဲတစ်ခုတွင် ရရှိသည့် အောက်ပါရမှတ်များကို အသုံးပြု၍ 40 မှ စပြီး 5 ကို တန်းတူကြားပိုင်း အကျယ်အဝန်းအဖြစ်ယူလျက် ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုတည်ဆောက်ပါ။

44	54	85	92	73	57	99	91	96	74	75	70
83	49	57	52	64	67	73	82	90	70	89	91
52	64	73	82	59	50	65	79	82	89	53	52

ပုစ္ဆာနံပါတ် 2 တွင်ပေးထားသော အချက်အလက်များကိုအသုံးပြု၍ 28 မှစပြီး 3 ကို တန်းတူကြားပိုင်း အကျယ်အဝန်းအဖြစ်ယူ၍ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခု တည်ဆောက်ပါ။ ကြိမ်များကြားပိုင်းသည် မည်သည့်ကြားပိုင်း ဖြစ်သနည်း။

ပုစ္ဆာနံပါတ် 3 တွင် ပေးထားသော အချက်အလက်များကို အသုံးပြု၍ 63 မှစပြီး 2 ကို တန်းတူကြားပိုင်း အကျယ်အဝန်းအဖြစ်ယူပြီး ရမှတ်များကို အုပ်စုဖွဲ့၍ ထပ်ကြိမ်ပြဇယား တစ်ခု တည်ဆောက်ပါ။ ကြိမ်များကြားပိုင်းသည် မည်သည့်ကြားပိုင်း ဖြစ်သနည်း။

ဥပမာ (3) တွင် ပေးထားသော ကျောင်းသား 40 ၏ စာမေးပွဲရမှတ်များအတွက် တန်းတူကြားပိုင်းအကျယ်အဝန်း 1, 3, 10 နှင့် 20 တို့ကို အသုံးပြု၍ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားများ တည်ဆောက်ပါ။

9 . နိုင်ငံတစ်နိုင်ငံ၌ 1971 ခုနှစ်၊ ဒီဇင်ဘာလ 31 ရက်နေ့ ညဉ့်သန်းခေါင်တွင် ရောက်ခဲ့သည့် အပူချိန်ကို စင်တီဂရိတ်ဖြင့် အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည်။

15	23	23	14	22	20	20	13	23	8	18	24
15	18	16	21	16	14	16	15	10	23	13	22
12	16	22	13	24	18	15	24	15	16	11	19
13	18	37	20	13	19	25	20	16	27	18	13
17	16	24	25	23	15	20	4	11	20	20	21

သင့်လျော်သည့် တန်းတူကြားပိုင်း အကျယ်အဝန်းတစ်ခုကို အသုံးပြုလျက် ထပ်ကြိမ်ပြဇယား တစ်ခု တည်ဆောက်ပါ။

13.2 ဟစ္စတိုဂရမ် (Histogram)

စာရင်းအင်းဆိုင်ရာအချက်အလက်များကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့်ဖော်ပြခြင်းအပြင်ဟစ္စတိုဂရမ် များ အသုံးပြု၍လည်း ဖော်ပြနိုင်သည်။ ဤသို့ဖော်ပြခြင်းကို အောက်ပါဥပမာများဖြင့် ရှင်းလင်း သွား ပါမည်။

ဥပမာ (1) စာစီစာကုံးပြိုင်ပွဲတစ်ခုတွင် ကျောင်းသား 30 ရရှိသော အမှတ်များကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယား ဖြင့် ဖော်ပြထားရာ အောက်ပါအတိုင်း ဖြစ်၏။

ထပ်ကြိမ်ပြဇယား

ရမှတ်	တာလီ	ထပ်ကြိမ်
2	/	1
3	//	2
4	/	1
5	~~////~~ //	7
6	~~////~~ ////	9
7	////	4
8	//	2
9	///	3
10	/	1
	စုစုပေါင်း	30

အထက်ပါ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတွင် ဖော်ပြထားသော အချက်အလက်များကို ဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့် ဖော်ပြရန်အတွက်

(a) ထပ်ကြိမ် 1 ကို ဧရိယာတစ်ယူနစ်ရှိသော စတုရန်းတစ်ခု၏ ဧရိယာဖြင့် ကိုယ်စားပြုမှတ်သားပါ။ ထိုအခါ ပုံ (13.1) တွင် ဖော်ပြထားသော စတုဂံ၏ ဧရိယာသည် ထပ်ကြိမ် 2 ကို ကိုယ်စားပြုသည်။ ထို့အတူ ပုံ (13.2) တွင် ဖော်ပြထားသော စတုဂံ၏ ဧရိယာမှာ ထပ်ကြိမ် 3 ကို ကိုယ်စားပြုဖော်ပြနိုင်၏။ ဤကဲ့သို့အားဖြင့် ထပ်ကြိမ်အသီးသီးကို စတုဂံများ၏ ဧရိယာများဖြင့် ကိုယ်စားပြုဖော်ပြရပါမည်။

ပုံ (13.1)

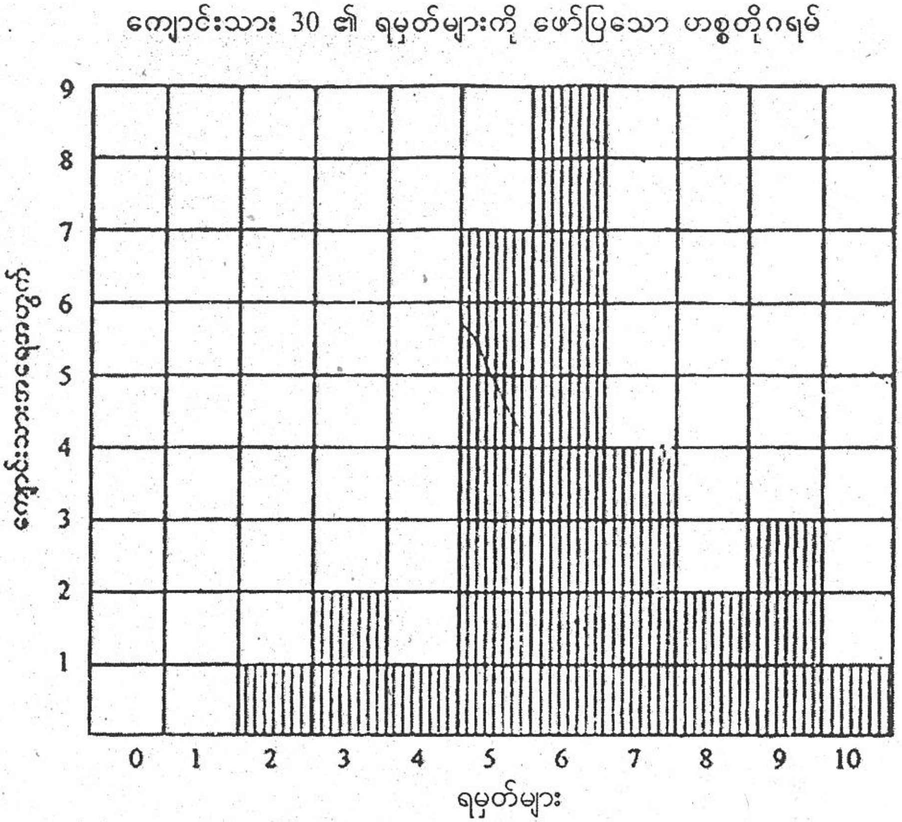
ပုံ (13.2)

(b) တစ်ဖန်ရမှတ် 2 ၏ထပ်ကြိမ် 1 ကို ပုံ (13.3) မှာကဲ့သို့လည်းကောင်း၊ ရမှတ် 3 ၏ ထပ်ကြိမ်ကို ပုံ (13.4) မှာကဲ့သို့လည်းကောင်း ဖော်ပြသည်။ ထို့အတူ အခြားရမှတ်များ့အတွက်လည်း ကိုယ်စားပြုဖော်သော ပုံများကို ဆွဲသားနိုင်ပါသည်။

ပုံ (13.3)

ပုံ (13.4)

(c) အမှတ်စဉ် (a) နှင့် (b) တွင် ဖော်ပြခဲ့သည့်နည်းအတိုင်း သက်ဆိုင်ရာ အမှတ်များအတွက် ကိုယ်စားပြုဖော်ပြထားသော စတုဂံများကို ဆက်စပ်ဆွဲသွားခြင်းဖြင့် ပုံ (13.5) မှာကဲ့သို့ ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုရရှိ၏။ ထို့နောက် ပုံကို ရမှတ်များဖော်ပြသည့်ဟစ္စတိုဂရမ်ဟုအမည်တပ်ပါ။



ပုံ (13.5)

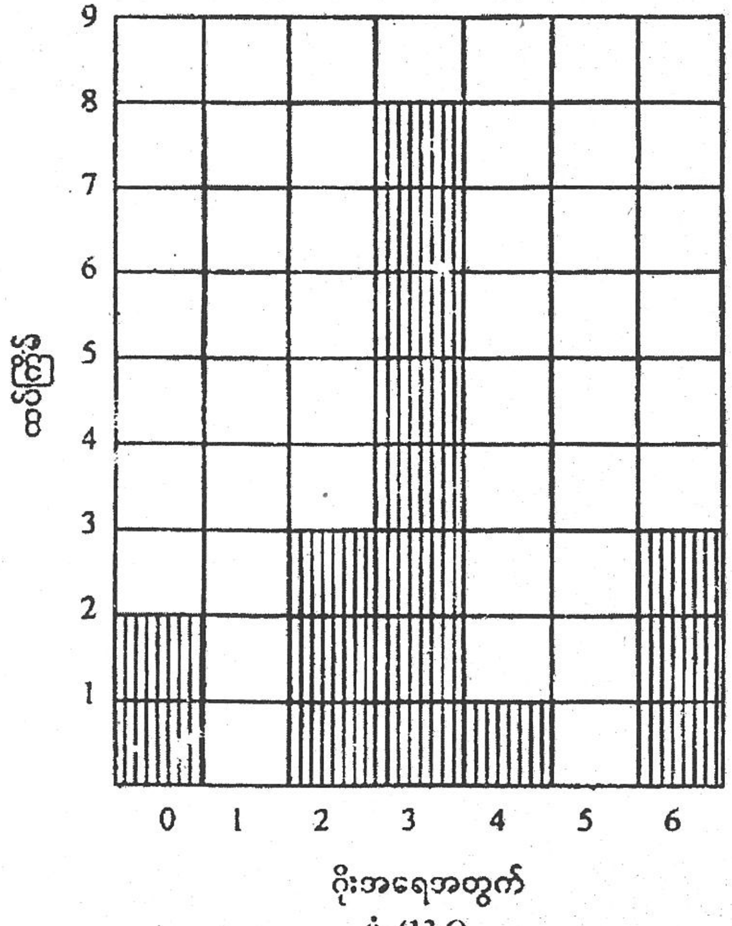
အထက်ပါ ဟစ္စတိုဂရမ်တွင် ဧရိယာတစ်ယူနစ်ရှိသော စတုရန်းအရေအတွက် စုစုပေါင်း 30 ရှိသည်ကို မြင်နိုင်၏။ ထို့ကြောင့် ဟစ္စတိုဂရမ်၏ ဧရိယာသည် 30 ယူနစ်ဖြစ်သည်။ ဤအချက်ကို ကြည့်ခြင်းအားဖြင့် ဟစ္စတိုဂရမ်၏ ဧရိယာသည် ထပ်ကြိမ်စုစုပေါင်းကို ကိုယ်စားပြုဖော်ပြထားကြောင်း မှတ်သားနိုင်၏။

ဥပမာ **(2)** တစ်နှစ်အတွင်း ယှဉ်ပြိုင်ကစားခဲ့ကြသော ချစ်ကြည်ရေးဘောလုံးပြိုင်ပွဲ 18 ပွဲတွင် မြန်မာ့လက်ရွေးစင်ဘောလုံးအသင်းမှ သွင်းယူရရှိသော ဂိုးအရေအတွက်နှင့် သက်ဆိုင်ရာ ပြိုင်ပွဲအရေအတွက်တို့ကို အောက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့် ဖော်ပြထား၏။

ပွဲစဉ်းတစ်ခုတွင် သွင်းယူခဲ့သော ဂိုးအရေအတွက်	ဂိုးရရှိသော ပြိုင်ပွဲအရေအတွက် (ထပ်ကြိမ်)
0	2
1	0
2	3
3	8
4	1
5	0
6	4

ဧရိယာ တစ်ယူနစ်ရှိသော စတုရန်းတစ်ခု၏ ဧရိယာဖြင့် ထပ်ကြိမ် 1 အတွက် ကိုယ်စားပြု၍ ဖော်ပြပါက အထက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားမှ အချက်အလက်များကို အောက်ပါဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့် ဖော်ပြနိုင်၏။

ဂိုးအရေအတွက်ပြ ဟစ္စတိုဂရမ်

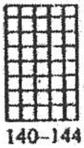


ပုံ (13.6)

ဥပမာ (3) အောက်တွင်ပေးထားသည့် ဇယားသည် ကျောင်းသား 34 ယောက်၏ အရပ်တို့ကို အနီးဆုံးစင်တီမီတာအထိ တိုင်းယူရရှိပြီး တန်းတူကြားပိုင်းအကျယ် 5 စင်တီမီတာအရ အုပ်စုဖွဲ့၍ ဖော်ပြထားခြင်းဖြစ်သည်။

အရပ်အမြင့် (စင်တီမီတာ)	140-144	145-149	150-154	155-159	160-164	165-169
ကျောင်းသားအရေအတွက်(ထပ်ကြိမ်)	3	8	4	9	6	4

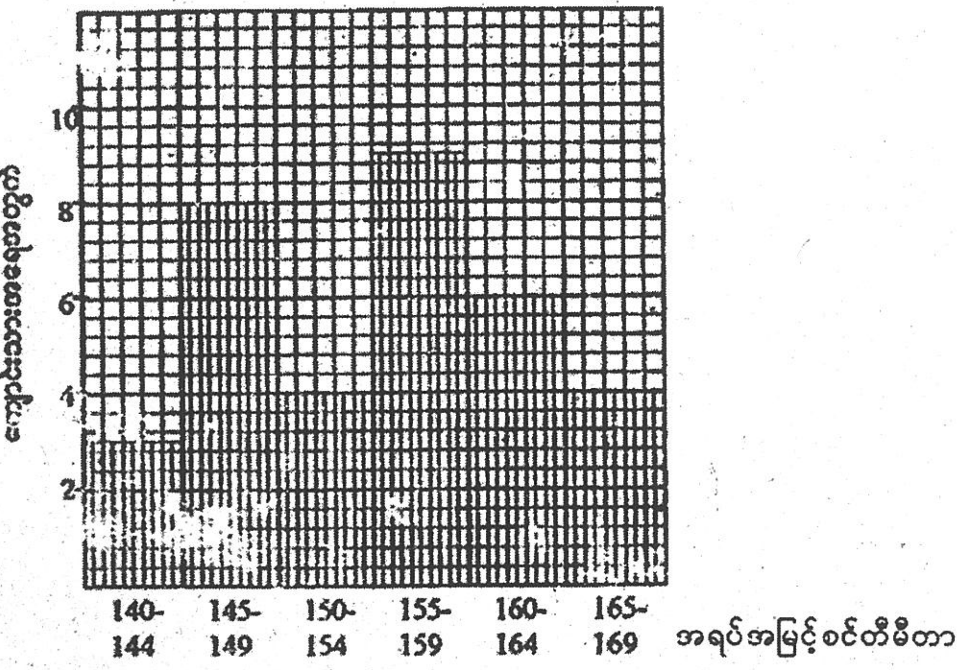
တန်းတူကြားပိုင်းတစ်ခု၏ ထပ်ကြိမ် 2 ကို ဧရိယာတစ်ယူနစ်ရှိသော စတုရန်း၏ ဧရိယာဖြင့် ကိုယ်စားပြုဖော်ပြပါ။ ထိုအခါ တန်းတူကြားပိုင်းများ၏ သက်ဆိုင်ရာ ထပ်ကြိမ်များကို ကိုယ်စားပြုသော ပုံများရရှိမည်။ ဥပမာ ပုံ(13.7) သည် တန်းတူကြားပိုင်း 140 - 144 ၏ ထပ်ကြိမ် 3 ကို ကိုယ်စားပြု၏။



ပုံ (13.7)

ဤကဲ့သို့ သက်ဆိုင်ရာထပ်ကြိမ်အားလုံးအတွက် ကိုယ်စားပြုသော ပုံများကို ဆက်စပ်ဖော်ပြပါက အောက်ပါအတိုင်း ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုကို ရရှိ၏။

ကျောင်းသား 34 ယောက်တို့၏ အရပ်အမြင့်များပြ ဟစ္စတိုဂရမ်



ပုံ (13.8)

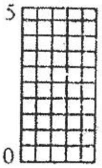
ဥပမာ **(4)** အောက်ပါအချက်အလက်များသည် ကျောင်းသား၊ ကျောင်းသူ (30) ၏ စာမေးပွဲကစ်ခု တွင် သင်္ချာဘာသာအတွက် ရရှိသော အမှတ်များဖြစ်သည်။

45	50	74	62	36	56
53	64	43	50	64	51
46	65	25	68	47	58
39	86	56	64	48	52
37	53	75	63	57	49

တန်းတူကြားပိုင်းများကို 0 – 9, 10 – 19, 20 - 29, ..., 80 - 89 အထိ သတ်မှတ်ပြီး ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခု တည်ဆောက်ပါက အောက်ပါအတိုင်းရ၏။

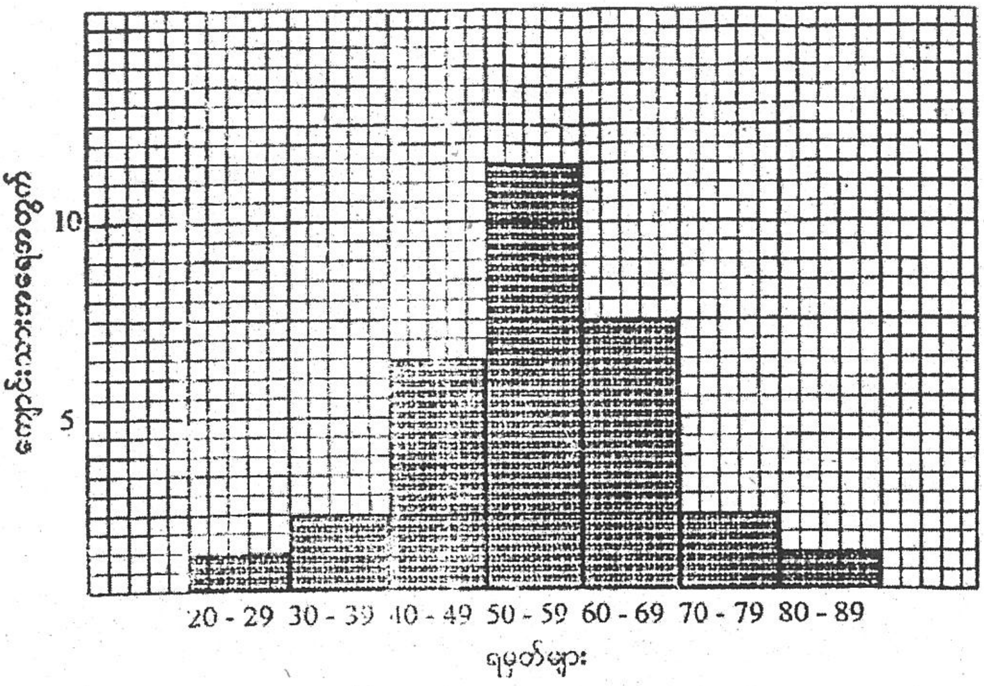
ရမှတ်	တာလီ	ထပ်ကြိမ်
0 - 9		0
10 - 19		0
20 - 29	/	1
30 - 39	//	2
40 - 49	~~////~~ /	6
50 - 59	~~////~~ ~~////~~ /	11
60 -69	~~////~~ //	7
70 - 79	//	2
80 - 89	/	1
	စုစုပေါင်း	30

တန်းတူကြားပိုင်းတစ်ခု၏ ထပ်ကြိမ် 5 ခုအတွက် ပုံ(13.9) တွင် ဖော်ပြထားသော ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ဧရိယာ သို့မဟုတ် ယူနစ်ဧရိယာများရှိသော စတုရန်းနှစ်ခု၏ ဧရိယာများဖြင့် ကိုယ်စားပြုဆွဲထားပါက ကျောင်းသား (30) ၏ ရမှတ်များအတွက် ဟစ္စတိုဂရမ်ရ၏။



ပုံ (13.9)

ကျောင်းသား 30 ၏ သင်္ချာဘာသာရမှတ်များပြ ဟစ္စတိုဂရမ်



ပုံ (13.10)

လေ့ကျင့်ခန်း (13.2)

1. ကျေးရွာမူလတန်းကျောင်း တစ်ကျောင်းတွင်ရှိသော ကျောင်းသား 40 ၏ အသက်များကို စာရင်းကောက်ယူကြည့်ရာ အောက်ပါအတိုင်း တွေ့ရ၏။

5	8	7	6	10	9	7	11	10	9
7	10	8	11	5	11	9	6	7	10
8	6	11	8	10	6	11	10	5	7
9	5	10	10	9	6	9	11	10	9

အထက်ပါအချက်အလက်များကို (i) ထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့် လည်းကောင်း၊ (ii) ဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့်လည်းကောင်း ဖော်ပြပါ။

2. အောက်ပါအချက်အလက်များကို (i) ထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့် (ii) ဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့်ဖော်ပြပါ။

သတ်ပုံစစ်ဆေးရာတွင် မှားခဲ့ကြသော စာလုံးအရေအတွက်များ ဖြစ်၏။

2	1	4	2	3	0	5	1	4	3
1	3	6	1	3	0	4	2	1	0
1	2	5	0	2	3	6	0	2	2
0	1	4	2	1	5	2	3	0	2

3. ကျောင်းသားများ ကျောင်းဖွင့်စအချိန်တွင် ဝယ်ယူထားခဲ့ကြသော ရောင်စုံခဲတံများကို ပထမ အစမ်းစာမေးပွဲ မဖြေဆိုမီ ရက်သတ္တ တစ်ပတ်အလိုတွင် ရေတွက်ကြည့်စေရာ အောက်ပါ အတိုင်း တွေ့ရှိရ၏။

4	1	2	3	6	2	3	2	1	9
2	3	5	7	3	2	6	4	2	1
8	4	3	2	8	10	5	3	1	2

အထက်ပါ အချက်အလက်များကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့် ဖော်ပြပြီး ဟစ္စတိုဂရမ်ဆွဲသားပါ။

4. သန်းခေါင်စာရင်းကောက်ရာတွင် ရပ်ကွက်တစ်ခုရှိ အိမ်ထောင်စုတစ်ခုတွင် ပါဝင်သည့် ကျောင်းသားဦးရေကို ထည့်သွင်းဖော်ပြထားပါသည်။ အိမ်ထောင်စု 100 အတွက် ရရှိသည့် အချက်အလက်ကို ဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့် ဖော်ပြပါ။

အိမ်ထောင်စုတွင် ပါဝင်သည့် ကျောင်းသား ဦးရေ	0	1	2	3	4	5	6
အိမ်ထောင်စုဦးရေ (ထပ်ကြိမ်)	4	9	44	26	7	7	3

5. ကျောင်းသား 40 ၏ အနီးစပ်ဆုံး ကီလိုဂရမ်အထိ တိုင်းထားသော အလေးချိန်ကို အောက်တွင် ဇယားဖြင့် ပေးထား၏။ ထိုဖြန့်ချက်အတွက် ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုဆွဲပါ။

ကီလိုဂရမ်အလေးချိန်	30 – 34	35 – 39	40 – 44	45 – 49	50 -54
ထပ်ကြိမ်	2	8	20	6	4

6. တစ်နှစ်အတွင်း ကျောင်းသားများ၏ အများအကျိုးအတွက် အလှူငွေထည့်ဝင်ခဲ့သော ငွေကျပ် မည်မျှရှိသည်ကို မေးကြည့်ရာ အောက်ပါအတိုင်း တွေ့ရှိရသည်။

ကျပ်ငွေ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	15
(ကျောင်းသားဦးရေ) ထပ်ကြိမ်	3	4	13	6	11	10	8	4	1	5	5	4	2

အထက်ပါဇယားကို ဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့် ဖော်ပြပါ။

အောက်ပါအချက်အလက်များနှင့် ယှဉ်တွဲဖော်ပြထားသော တန်းတူကြားပိုင်းများကို အသုံးပြု၍ ထပ်ကြိမ်ပြဇယား တည်ဆောက်ပါ။ ထို့နောက် ဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့် ဖော်ပြပါ။

7. ကျောင်းသား 30 ၏ စာမေးပွဲတစ်ခုတွင် ရရှိသောအမှတ်များမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်၏။

15	5	20	13	25	16	20	12	22	18
10	22	29	15	28	19	23	17	3	11
18	23	27	21	11	16	24	7	14	19

တန်းတူကြားပိုင်း 0 – 4, 5 – 9, ..., 25 - 29 တို့ကို သုံးပါ။
ထပ်ကြိမ်ပြဇယားနှင့် ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုဆွဲပါ။

8. အောက်ပါတို့သည် လူပေါင်း 40 ၏ အသက်နှစ်များကို ဖော်ပြထားခြင်းဖြစ်သည်။

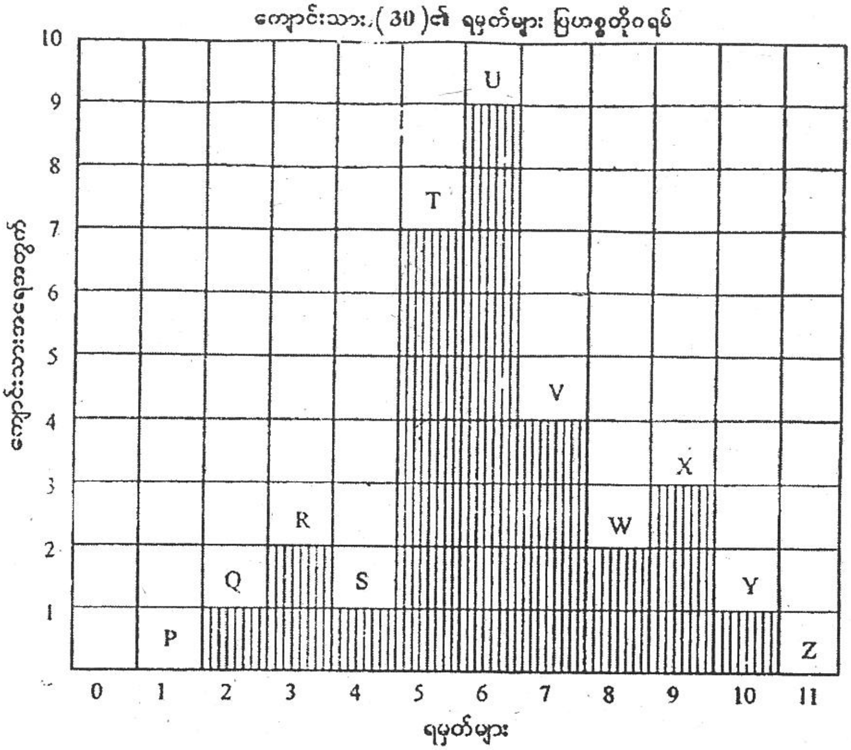
54	56	55	57	55	55	57	57
59	58	57	59	58	59	59	59
60	59	58	59	61	61	64	61
63	63	61	58	57	64	60	61
65	61	60	62	64	61	62	61

တန်းတူကြားပိုင်းများကို 54 – 55, 56 – 57, ..., 64 - 65 အထိ သတ်မှတ်ပါ။ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားနှင့် ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခု ဆွဲပါ။

13.3 ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံ

ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံသည် စာရင်းအင်းဆိုင်ရာ အချက်အလက်များကို ဖော်ပြသော ပုံတစ်ခုဖြစ်သည်။ ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုအား အခြေခံ၍ ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတစ်ခုကို တည်ဆောက်နိုင်၏။ ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတစ်ခုတည်ဆောက်ရန်အတွက် ရှေးဦးစွာ ဟစ္စတိုဂရမ်တွင်ပါဝင်သော ထောင့်မှန်စတုဂံများမှ အပေါ်ဘက်အနားများ၏ အလယ်အမှတ်များကို မှတ်သားပါ။ ယေဘုယျအားဖြင့် အနိမ့်ဆုံးတန်းတူကြားပိုင်းအောက်ငယ်သော တန်းတူကြားပိုင်း၏ အလယ်အမှတ်နှင့် အမြင့်ဆုံးတန်းတူကြားပိုင်းအထက် ကြီးသော တန်းတူကြားပိုင်းများ၏ အလယ်အမှတ်များအတွက် ထပ်ကြိမ်ကို သုညဟု သတ်မှတ်သည်။ ထို့နောက် ထပ်ကြိမ်သုညဟု သတ်မှတ်ထားသော အမှတ်များနှင့် စတုဂံများမှ အပေါ်ဘက်အနားများ၏ အလယ်အမှတ်များကို ဆက်သွယ်ခြင်းဖြင့် ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတစ်ခု ရရှိလာ၏။

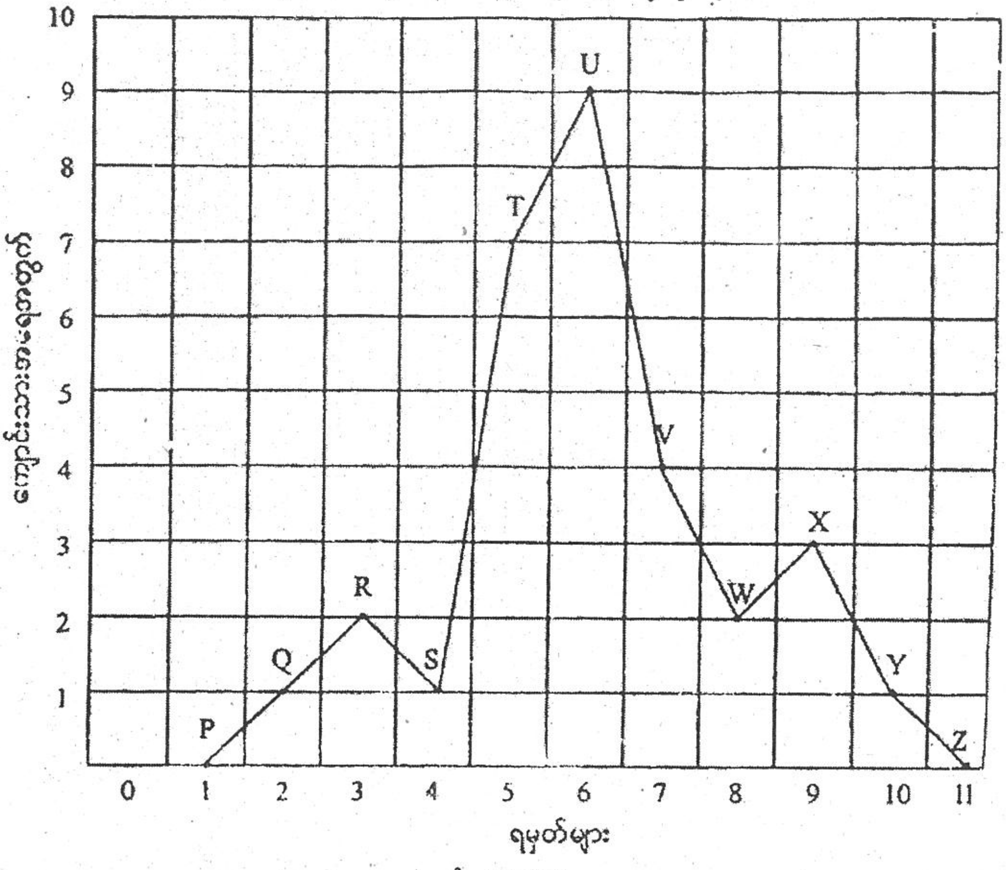
ဥပမာ **(1)** အစမ်းစာမေးပွဲတစ်ခုတွင် ကျောင်းသား (30) တို့ရရှိထားသော အမှတ်များကို ဖော်ပြထားသည့် ဟစ္စတိုဂရမ်သည် အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်၏။



ပုံ **(13.11)**

အထက်ပါဟစ္စတိုဂရမ်တွင် Q, R, S, T, U, V, W, X, Y တို့သည် စတုဂံများပေါ်မှ အပေါ်ဘက်အနားများ၏ အလယ်မှတ်များ ဖြစ်ကြသည်။ P သည် အနိမ့်ဆုံးရမှတ်အောက် တစ်ဆင့်ငယ်သော အမှတ်၏ တည်နေရာဖြစ်ပြီး Z သည် အမြင့်ဆုံးရမှတ် အထက်တစ်ဆင့်မြင့်သော အမှတ်၏ တည်နေရာဖြစ်သည်။ ၎င်းအမှတ်များ၏ ထပ်ကြိမ်ကို သုညဟုသတ်မှတ်ပြီး အမှတ်များကို ဆက်သွယ်ပါက ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံကို PQRSTUVWXYZ ရသည်။ ပုံ (13.12) ကို ကြည့်ပါ။

ကျောင်းသား (30)၏ ရမှတ်များ ပြဟစ္စတိုဂရမ်



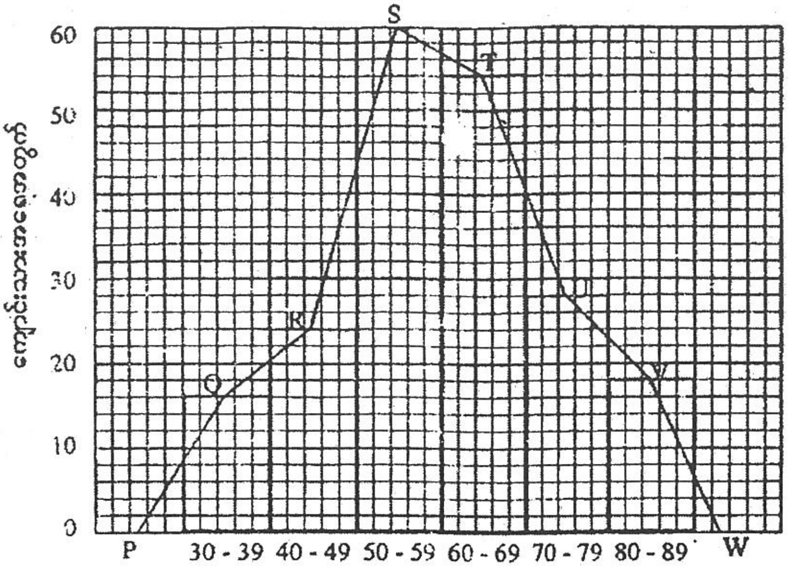
ပုံ **(13.12)**

ဥပမာ **(2)** အောက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားသည် ကျောင်းသား 200 တို့၏ စာမေးပွဲတစ်ခုတွင် ရရှိခဲ့ကြသော သင်္ချာဘာသာအတွက် အမှတ်များကို ဖော်ပြထားခြင်းဖြစ်သည်။

ရမှတ်များ	30 – 39	40 – 49	50 – 59	60 – 69	70 -79	80 - 89
ကျောင်းသားအရေအတွက်	16	24	60	54	28	18

တန်းတူကြားပိုင်းတစ်ခု၏ ထပ်ကြိမ် 10 အတွက် ဧရိယာတစ်ယူနစ်ရှိသော စတုရန်း၏ ဧရိယာဖြင့် ဖော်ပြသော အောက်ပါဟစ္စတိုဂရမ်ကို ရရှိမည်။ ပုံ (13.13) ကို ကြည့်ပါ။ တစ်ဖန် ဟစ္စတိုဂရမ်ပါဝင်သော စတုဂံများမှ အပေါ်ဘက်အနားများ၏ အလယ်အမှတ်များကို မှတ်သားပြီး အနိမ့်ဆုံးတန်းတူကြားပိုင်း 30 - 39 အောက်ငယ်သော ကြားပိုင်း၏ အလယ်အမှတ် P နှင့် အကြီးဆုံး တန်းတူကြားပိုင်း 80 - 89 အထက်မြင့်သော ကြားပိုင်း၏ အလယ်အမှတ် W တို့ကို ထပ်ကြိမ်သုည ဟု ယူဆပါ။ ထို့နောက် အမှတ်အားလုံးကို ဆက်သွယ်သောအခါ ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံ PQRSTUVW ကို ရရှိမည်။

ကျောင်းသား 200 ၏ ရမှတ်များကို ဖော်ပြသော ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံ

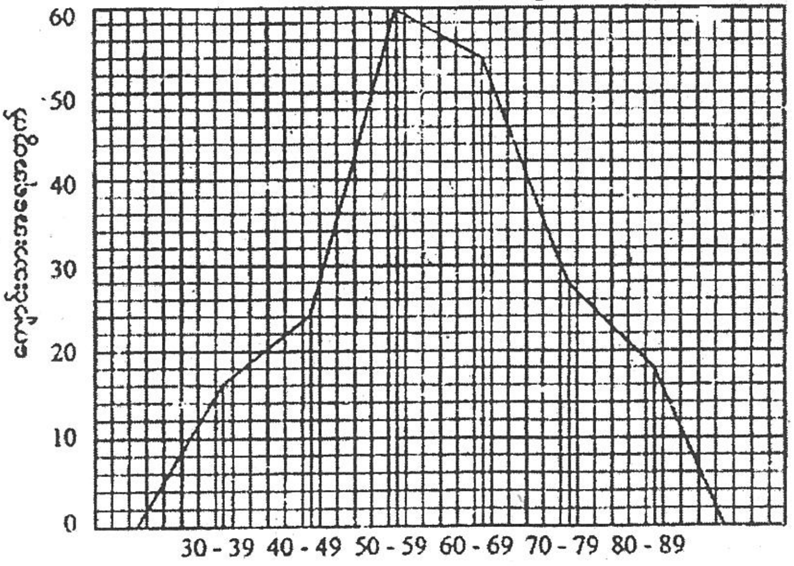


ရမှတ်များ

ပုံ (13.13)

ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံဆွဲသားရာတွင် တန်းတူကြားပိုင်းများ၏ အလယ်အမှတ်များမှ ထပ်ကြိမ်များနှင့် အချိုးညီသော ဩဒိနိတ်များကို ဆွဲသားပြီး ထိုဩဒိနိတ်များ၏ ထိပ်စွန်းများကို ဆက်သွယ်ခြင်းဖြင့်လည်း ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံကိုရရှိနိုင်သည်။ အထက်ပါ ဥပမာတွင် ဖော်ပြထားသော ထပ်ကြိမ်ပြဇယားကို အောက်ပါအတိုင်း ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။

ကျောင်းသား 200 ၏ ရမှတ်များအတွက် ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံ



ရမှတ်များ

ပုံ (13.14)

လေ့ကျင့်ခန်း (13.3)

1. အောက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားများကို (i) ဟစ္စတိုဂရမ် (ii) ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတို့ဖြင့် ဖော်ပြပါ။

(a) စာစီစာကုံးပြိုင်ပွဲတစ်ခုတွင် မှားသော သတ်ပုံစာလုံးအရေအတွက်ကို ဖော်ပြသော ထပ်ကြိမ်ပြဇယားမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်၏။

မှားသာသတ်ပုံစာလုံးရေ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ကျောင်းသားအရေအတွက် (ထပ်ကြိမ်)	2	3	4	3	5	6	3	1	2	1

(b) အောက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားသည် အိမ်ထောင်စု 40 တွင် ပါဝင်သော ကလေးများ၏ အရေအတွက်ကို ဖော်ပြသော ဇယားဖြစ်သည်။

ကလေးအရေအတွက်	0	1	2	3	4	5	6	7
အိမ်ထောင်စုပေါင်း (ထပ်ကြိမ်)	3	5	8	9	7	5	2	1

(c) လုပ်သားများ၏ တစ်လအတွင်း ခွင့်ယူသောရက်များကို အောက်ပါဇယားတွင် ဖော်ပြထားသည်။

ခွင့်ယူသောရက်	0	1	2	3	4	5	6
လုပ်သားဦးရေ (ထပ်ကြိမ်)	3	2	4	6	4	0	1

2. အောက်ပါဇယားတွင် ပေးထားသည့် ကျောင်းတစ်ကျောင်းရှိ အတန်းတွင်း စစ်ဆေးသော သင်္ချာဘာသာစာမေးပွဲ၌ ရရှိသည့် အမှတ်များနှင့်ဆိုင်သောအချက်အလက်များမှ ဟစ္စတိုဂရမ် တစ်ခုနှင့်ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတစ်ခုကို ဆွဲပါ။

ရမှတ်	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80
ထပ်ကြိမ်	0	3	10	15	24	28	18	9

3. ကျောင်းသားတစ်စု၏ အရပ်အမြင့်ကို စင်တီမီတာဖြင့် အောက်ပါအတိုင်း ပေးထားသည်။

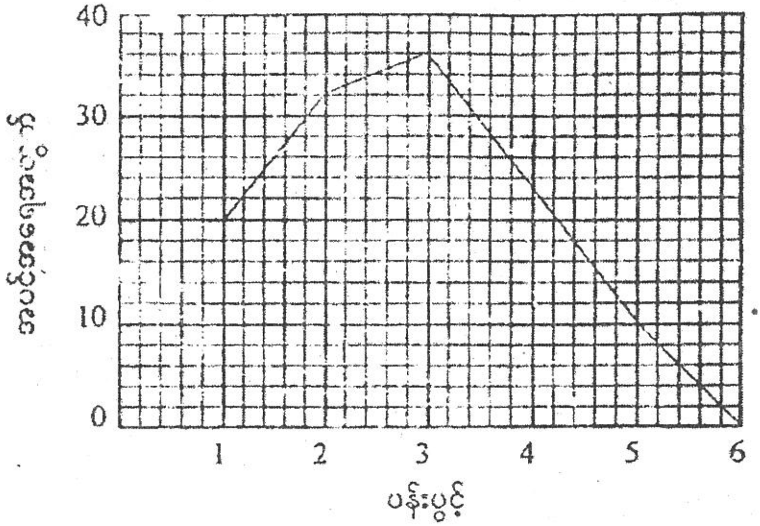
122	132	145	135	150	147	148	154	151
127	140	148	150	152	150	149	156	152
134	145	147	152	151	147	146	152	150
132	150	145	145	155	154	150	147	149

သင့်လျော်သည့် တန်းတူကြားပိုင်းကို အသုံးပြုလျက် အရပ်အမြင့်အတွက် ထပ်ကြိမ်ဇယား တစ်ခုကိုလည်းကောင်း၊ ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုကိုလည်းကောင်းဆွဲပါ။ ဖြန့်ချက်အတွက် ထပ်ကြိမ် ဗဟုဂံတစ်ခုကိုလည်း ဆွဲပါ။

4. အန်စာတုံးတစ်ခုကို အကြိမ် 100 မြှောက်ပြီး ရရှိသော နံပါတ်များနှင့် အကြိမ်အရေအတွက်ကိုမှတ်သားထားရာအောက်ပါအတိုင်းဖြစ်၏။ ဤသို့ရရှိသည့် အချက်အလက်များကိုဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့်လည်းကောင်း၊ ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံဖြင့်လည်းကောင်း ဖော်ပြပါ။

ရရှိသည့်နံပါတ်	1	2	3	4	5	6
ပေါ်လာသည့် အကြိမ်ပေါင်း	25	27	12	22	12	2

5. နှင်းဆီပင်များတွင် ပွင့်နေသော ပန်းပွင့်အရေအတွက်ကို ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံဖြင့် ပုံတွင်ဖော်ပြထားသည်။



(a) နှင်းဆီပင်အရေအတွက် မည်မျှနည်း။

(b) ဖြန့်ချက်၏ ကြိမ်များကိန်းကို ရှာပါ။

အခန်း (14)
အချိုးတူ၊ ရာခိုင်နှုန်းနှင့် ပျမ်းမျှခြင်း

4.1 တိုက်ရိုက် အချိုးတူခြင်းနှင့် ပြောင်းပြန် အချိုးတူခြင်း၊ အချိုးတူကိန်းများ

ကိန်းနှစ်ခုတို့၏ အချိုးနှင့် အခြားကိန်းနှစ်ခုတို့၏ အချိုးသည် တူညီစွာရှိကြလျှင် အချိုးနှစ်ခုတို့သည် အချိုးတူဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1) လက်ဖက်ခြောက် $1\frac{1}{2}$ ပေါင်ကို ငွေ 472 ကျပ် 50 ပြားနှင့်ရောင်း၍ လက်ဖက်ခြောက် 2 ပေါင်းကို 630 ကျပ်နှင့်ရောင်းမည်ဆိုလျှင် အလေးချိန်များနှင့် ရောင်းဈေးများသည် အချိုးညီကြပါသလား။

$1\frac{1}{2}$ ပေါင်၊ 2 ပေါင်နှင့် $472\frac{1}{2}$ ကျပ်၊ 630 ကျပ် နှိုင်းယှဉ်ကြည့်လျှင်

$\frac{3}{2} : 2$ နှင့် $\frac{945}{2} : 630$

$3 : 4$ နှင့် $945 : 1260$

$3 : 4$ နှင့် $3 : 4$

ထို့ကြောင့် အချိုးညီကြောင်း တွေ့ရမည်။

ဥပမာ (2) $6 : 9$ နှင့် $10 : 15$ ကို နှိုင်းယှဉ်ကြည့်လျှင် $2 : 3$ နှင့် $2 : 3$ ဖြစ်သည်ကို တွေ့ ရသည်။ ထို့ကြောင့် $6 : 9$ နှင့် $10 : 15$ သည်တူညီသည်။၎င်းကို $6 : 9 = 10 : 15$ (သို့မဟုတ်) $6 : 9 : : 10 : 15$ ဟု ရေးကြသည်။ ဤကဲ့သို့ရေးသားဖော်ပြခြင်းသည် အချိုးတူကြောင်းကို ဆိုလိုသည်။

ဥပမာ (3) $12 : s = 8 : 6$ ဟူသော အချိုးတွင် (s) မှာ မည်သည့်တန်ဖိုး ရှိသနည်း။

$$\frac{12}{s} = \frac{8}{6}$$

$$\frac{12}{s} = \frac{4}{3}$$

$$4s = 36$$

$$\therefore s = 9$$

ဥပမာ (4) 9 ပေမြင့်သော တုတ်တစ်ချောင်းကို မတ်မတ်ထောင်ထားလျှင် အရိပ် $2\frac{1}{2}$ ပေ ထွက်၏။ အရိပ် 30 ပေ ထွက်သော သစ်ပင်၏ အမြင့်ကို ရှာပါ။

t သည် သစ်ပင်အမြင့်ဖြစ်လျှင်

$t : 30 :: 6 : \frac{5}{2}$

$$\frac{t}{30} = \frac{6}{\frac{5}{2}}$$

$$\frac{t}{30} = 6 \times \frac{2}{5}$$

$$\frac{t}{30} = \frac{12}{5}$$

$$t = \frac{12}{5} \times 30 = 72$$

$\therefore$ သစ်ပင်အမြင့် = 72 ပေ

ဥပမာ **(5)** $4\frac{1}{2}$ နှင့် မည်သည့်ကိန်းတို့၏ အချိုးသည် 7 ကျပ် 50 ပြားနှင့် 12 ကျပ်တို့၏ အချိုးနှင့် တူညီသနည်း။

လိုသောကိန်း a ဖြစ်ပါစေ။

$$7\frac{1}{2} : 12 :: 4\frac{1}{2} : a$$

$$7\frac{1}{2} : 12 = 4\frac{1}{2} : a$$

$$\frac{\frac{15}{2}}{12} = \frac{\frac{9}{2}}{a}$$

$$\frac{15}{2\times 12} = \frac{9}{2\times a}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{9}{2a}$$

$$10a = 72$$

$$\therefore a = 7\frac{1}{5}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (14.1)

1. အောက်ပါတို့တွင် s ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

(a) $\frac{s}{175} = \frac{18}{21}$ (b) $\frac{69}{s} = \frac{54}{36}$

(c) $\dfrac{12}{7\frac{1}{2}} = \dfrac{s}{6\frac{1}{4}}$ (d) $\dfrac{3\frac{3}{4}}{8\frac{1}{3}} = \dfrac{2\frac{2}{5}}{s}$

(e) $\dfrac{5.1}{s} = \dfrac{6.8}{4.2}$

2. ဆန် 9 ပြည်ကို 135 ကျပ် ရောင်း၍ 12 ပြည်ကို 180 ကျပ်နှင့်ရောင်းသော် ရောင်းဈေးနှစ်ရပ်အချိုးနှင့် ပြည်အရေအတွက်တို့၏ အချိုးတူပါသလား။

3. 6 ပေ 6 လက်မ မြင့်သော တိုင်တစ်တိုင်မှ အရိပ် 8 ပေ 3 လက်မထွက်၏။ ထိုအချိန်တွင် ဆန်စက်ခေါင်းတိုင် တစ်ခု၏ အရိပ်သည် 82 ပေ 6 လက်မထွက်သော် ခေါင်းတိုင်အမြင့်ကို ရှာပါ။

4. သုံးထောင့်ပုံမြေတစ်ကွက်ကိုအချိုးကျဆွဲထားသော ကြိဂံပုံတစ်ပုံ၏ အနားများမှာ 28 လက်မ၊ 32 လက်မ၊ 19 လက်မဖြစ်ကြ၏။ ထိုမြေကွက်၏ အရှည်ဆုံးအနား၏ ပကတိအလျားသည် 160 ကိုက်ဖြစ်သော် ကျန်အနားနှစ်ဖက်တို့၏ ပကတိ အလျားများကို ရှာပါ။

14.1.1 တိုက်ရိုက် အချိုးတူခြင်းနှင့် ဂရပ်များ

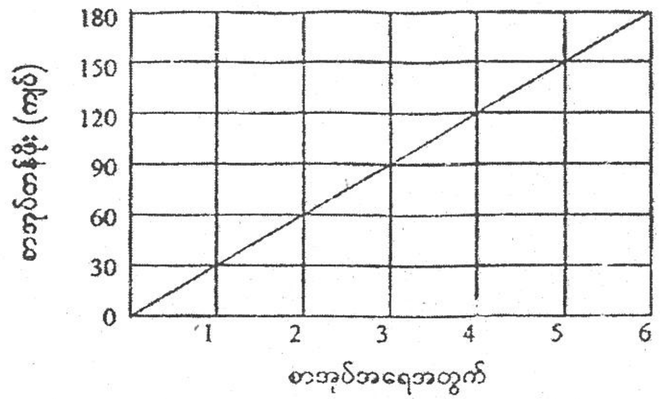
ကျွန်ုပ်တို့သည် စာအုပ်များ ဝယ်ယူသည့်အခါ စာအုပ်အရေအတွက်များလာလေလေ ကုန်ကျစရိတ်တန်ဖိုး များလာလေလေဖြစ်ကြောင်း စာအုပ်အရေအတွက်သည် ကုန်ကျငွေတန်ဖိုးနှင့် တိုက်ရိုက်အချိုးတူကြောင်း သိခဲ့ကြပြီ။ ဤသို့သော ဆက်သွယ်ချက်မျိုးကို ဂရပ်များဆွဲ၍ လေ့လာကြမည်။

ဂရပ်များ

အောက်ပါဇယားသည် တစ်အုပ်လျှင် 30 ကျပ်တန် စာအုပ်များ ဝယ်ယူပါက စာအုပ်အရေအတွက်အလိုက် ကုန်ကျမည့် တန်ဖိုးများကို ဖော်ပြထားသည်။

စာအုပ်အရေအတွက်	0	1	2	3	4	5	6
စာအုပ်တန်ဖိုး(ကျပ်ပေါင်း)	0	30	60	90	120	150	180

ပုံ (14.1) သည် စာအုပ်အရေအတွက်နှင့် စာအုပ်တန်ဖိုးများကို ဆက်သွယ်ဖော်ပြထားသော ဂရပ်ဖြစ်သည်။



ပုံ (14.1)

တန်ဖိုးနှစ်ခုတို့သည် တိုက်ရိုက်အချိုးတူပါက ၎င်းတို့၏ ဂရပ်တွင်ပါဝင်သော အမှတ်များကို မူလအမှတ်အား ဖြတ်သွားသော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းဖြင့် ဆက်သွယ်နိုင်ကြောင်းကို သင်တွေ့ရှိရမည် ဖြစ်သည်။ (သင်သည် တူညီသော အချိုးများမှ မျဉ်းဖြောင့်ဟူသော အယူအဆကို မှန်းဆကြည့်နိုင်သည်။ ဥပမာ- လက်ယာဘက်ဘေးကို 2 ခု ရွေ့သွားလျှင် အပေါ်သို့ 2 ဆတက်သွားသည်ကို စသည်ဖြင့် ပုံမှ ကောက်ချက်ချနိုင်မည်။)

လေ့ကျင့်ခန်း (14.2)

1. ကားတစ်စီးသည် ဓာတ်ဆီ 1 လီတာလျှင် ခရီး 20 ကီလိုမီတာ သွားနိုင်သည်ဟု ယူဆ၍ အောက်ပါဇယားတွင် လိုနေသော ကိန်းများကို ဖြည့်စွက်ပါ။

ဓာတ်ဆီလီတာ	1	2	3	4	5	6	7	8
ခရီးကီလိုမီတာ	20							

(a) ဂရပ်တစ်ခုကိုဆွဲ၍ 100 ကီလိုမီတာ၊ 85 ကီလိုမီတာနှင့် 50 ကီလိုမီတာ ရှိသော ခရီးအသီးသီးကို သွားရာတွင် လိုသော ဓာတ်ဆီပမာဏ အသီးသီးကို ရှာပါ။

(b) ဓာတ်ဆီ 2.5 လီတာ၊ 5.5 လီတာနှင့် 6.8 လီတာတို့ဖြင့် သွားနိုင်သော ခရီးအသီးသီးကို ရှာပါ။

2. အာမခံကြေး (ပရီမီယံကြေး)သည် အာမခံထားသော ပမာဏနှင့် တိုက်ရိုက်အချိုးတူသည်။ အောက်ပါဇယားကို ကူးယူ၍ ပြည့်စုံအောင် ဖြည့်ပါ။

အာမခံထားငွေကျပ်	400	800	1200	1600	2000	2400
အာမခံကြေးငွေကျပ်	1					

ဂရပ်တစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ၎င်းမှ ငွေ 1500 ကျပ်၊ 1800 ကျပ်၊ 2100 ကျပ်နှင့် 2250 ကျပ် အသီးသီးတန်ဖိုးထားရှိသော အာမခံများအတွက် အာမခံကြေး ခန့်မှန်းခြေတို့ကို ရှာပါ။

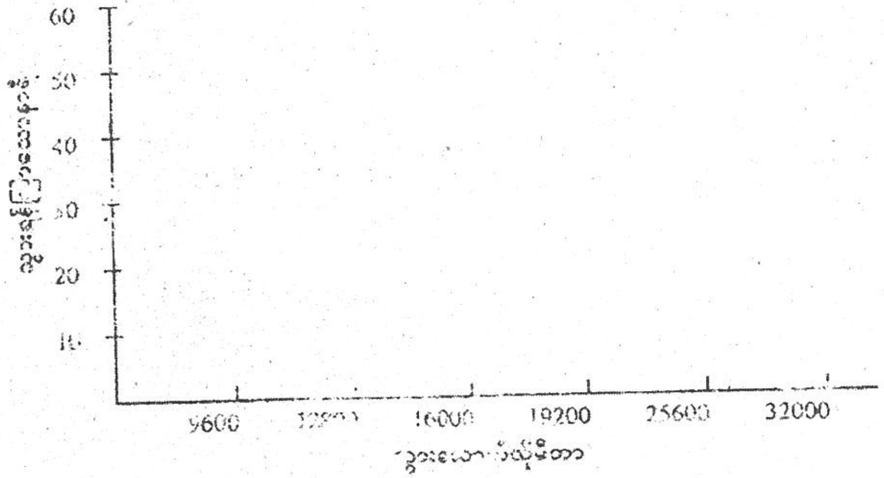
3. ပိုးသတ်ဆေးတစ်မျိုးကို သုံးစွဲရာတွင် ဆေး 1 ကီလိုဂရမ်ကို မြေ 50 စတုရန်းမီတာတွင် သုံးစွဲသင့်ကြောင်း ဖော်ပြထားသည်။ အောက်ပါဇယားကို ကူးယူ၍ ပြည့်စုံအောင် ဖြည့်စွက်ပါ။

မြေဧရိယာစတုရန်း	50	100	200	250	300
ဆေးအလေးချိန်နှင့်ကီလိုဂရမ်	1				

(a) ဂရပ်ဆွဲ၍ မြေ 80၊ 120၊ 220 နှင့် 275 စတုရန်းမီတာ အသီးသီးတွင် သုံးစွဲရန်လိုအပ်သော ဆေးအလေးချိန် ခန့်မှန်းခြေများကို ရှာပါ။

(b) ဆေး 1.5၊ 2.5 နှင့် 4.5 ကီလိုဂရမ် အသီးသီးတို့ဖြင့် မြေဧရိယာ မည်မျှတို့တွင် ပက်ဖျန်းနိုင်မည်နည်း။

4. ကမ္ဘာမှ လသို့ အကွာအဝေးမှာ 384000 ကီလိုမီတာဖြစ်၏။ 1 နာရီလျှင် 9600 ကီလိုမီတာနှုန်းဖြင့် သွားသောဒုံးပျံတစ်စီးသည် နာရီ 40 ကြာမျှ ဆိုခရီးကို ပျံသန်းရမည်။ အောက်ပါဇယားကို ကူးယူ၍ ခရီးသွားရန် ကြာမြင့်မည့် အချိန်များကိုတွက်ပြီး ဇယားကို ပြည့်စုံအောင် ဖြည့်စွက်ပါ။



အဆိုပါ အမှတ်များကို ဆက်သွယ်သော ဂရပ်သည် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းမဟုတ်ပေ။ အဘယ်ကြောင့် မျဉ်းဖြောင့်မဖြစ်သနည်း။ ထိုအမှတ်များကို ဖြတ်၍ ထောင့်ခွန်းများမဖြစ်စေဘဲ ချောမွေ့သော ဂရပ်တစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ၎င်းမှ 1 နာရီလျှင် 10000 ကီလိုမီတာနှင့် 30000 ကီလိုမီတာ အသီးသီးမောင်းနှင်နေသော ဒုံးပျံများ ပျံသန်းရမည့် အချိန်များကို ခန့်မှန်းပါ။

တန်ဖိုးနှစ်ခုတို့သည် ပြောင်းပြန်အချိုးတူနေကြပါက ၎င်းတို့၏ ဂရပ်သည် မျဉ်းဖြောင့်မဟုတ်ဘဲ သင်ယခုဆွဲခဲ့သော ပုံသဏ္ဌာန်မျိုးရှိသည့် မျဉ်းကွေးဖြစ်သည်။

14.1.2 ပြောင်းပြန်အချိုးတူ

လေယာဉ်ပျံဖြင့် အတ္တလန္တိတ်သမုဒ္ဒရာကို ကျော်ဖြတ်ရာတွင် အမြန်နှုန်းအသီးသီးအတွက် ကြာသောအချိန်များကို အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြထားသည်။

1 နာရီသွားသော ကီလိုမီတာ	480	600	800	960	1200
သွားရန်ကြာသောနာရီ	10	8	6	5	4

အထက်ပါဇယားတွင် တစ်နာရီတွင်သွားသော ကီလိုမီတာများနှင့် ကျော်ဖြတ်ရန် ကြာသော နာရီတို့၏ ဆက်သွယ်ချက်ကို ဇယားဖြင့် ပြထားသည်။

ပထမအတိုင်နှင့် ဒုတိယအတိုင်ရှိ အမြန်နှုန်းများအချိုး $= \dfrac{\text{ပထမအတိုင်ရှိ အမြန်နှုန်း}}{\text{ဒုတိယအတိုင်ရှိအမြန်နှုန်း}} = \dfrac{480}{800} = \dfrac{3}{5}$

ပထမအတိုင်နှင့် ဒုတိယအတိုင်ရှိ ကြာချိန်နာရီများအချိုး $= \dfrac{\text{ပထမအတိုင်ရှိ ကြာချိန်နာရီ}}{\text{ဒုတိယအတိုင်ရှိကြာချိန်နာရီ}} = \dfrac{10}{6} = \dfrac{5}{3}$,

ကြာသောနာရီတို့၏ အချိုး $\dfrac{5}{3}$ သည် အမြန်နှုန်းတို့၏ အချိုးဖြစ်သော $\dfrac{3}{5}$ ၏ ပြောင်းပြန် (မြှောက်ခြင်းဆိုင်ရာ ပြောင်းပြန်) ပင် ဖြစ်သည်။

အထက်ပါဇယားမှ တွေ့ရှိသည်မှာ သက်ဆိုင်ရာ အချိုးတို့တွင် အချိုးတစ်ခုသည် ကျန်တစ်ခု ၏ ပြောင်းပြန်ဖြစ်နေခြင်းပင် ဖြစ်သည်။

$\dfrac{480}{600} = \dfrac{8}{10}$, $\dfrac{800}{960} = \dfrac{5}{6}$, $\dfrac{960}{1200} = \dfrac{4}{5}$, ... စသည်တို့ဖြစ်သည်။

အမြန်နှုန်းကို နှစ်ဆမြှင့်တင်လိုက်ပါက ကြာသောအချိန်မှာ တစ်ဝက်ဖြစ်သွားမည်။ အမြန်နှုန်းကို တစ်ဝက်သို့ လျှော့ချပါက ကြာသောအချိန်မှာ နှစ်ဆဖြစ်သွားမည်။ ဤကဲ့သို့ အချိုးတစ်ခု သည် သက်ဆိုင်ရာအချိုး၏ ပြောင်းပြန်ဖြစ်သဖြင့် အမြန်နှုန်းသည် ကြာသောအချိန်နှင့် ပြောင်းပြန် အချိုးတူသည်ဟု ခေါ်၏။

မြှောက်လဒ်။ ။ အထက်ပါဇယားတွင် အတိုင်တစ်ခုစီရှိ တစ်နာရီသွားသော ကီလိုမီတာနှင့် ကြာသောနာရီတို့၏ မြှောက်လဒ်သည် မည်သည့်အတိုင်အတွက်မဆို အတူတူပင် ဖြစ်သည်။ ၎င်းမြှောက်လဒ်များသည် အတ္တလန္တိတ်သမုဒ္ဒရာကို ကျော်ဖြတ်ရသော ခရီးအကွာအဝေး 4800 ကီလိုမီတာကို ဆိုလိုသည်။ ထို့ကြောင့်

$480 \times 10 = 600 \times 8 = 800 \times 6 = 960 \times 5 = 1200 \times 4 = 4800$

(1) မြှောက်လဒ်တွက်နည်း

ဥပမာ သကြားလုံးတစ်ထုပ်ကို ကလေး 15 ယောက်အား အညီအမျှဝေပေးပါက တစ်ယောက်လျှင် 12 လုံးစီရ၏။ အကယ်၍ ထိုသကြားလုံးထုပ်ကို ကလေး 20 အား ဝေငှပေးပါက ကလေးတစ်ယောက်လျှင် သကြားလုံးမည်မျှစီရမည်နည်း။

သကြားလုံးထုပ်ထဲရှိ သကြားလုံးစုစုပေါင်း $= 15 \times 12 = 180$ လုံး

ထို့ကြောင့် ထိုသကြားလုံးထုပ်ကို ကလေး 20 အား ဝေငှပေးလျှင် တစ်ယောက်စီသည် $\frac{180}{20} = 9$ လုံးစီရရှိမည်။

ဤနည်းဖြင့်တွက်ရာတွင် တစ်ခါတစ်ရံ၌ ဆန်းပြားသော အတိုင်းအတာယူနစ်များနှင့် ကြုံတွေ့ရတတ်သည်။ ဥပမာ - 2 ကီလိုဝပ်ရှိသော လျှပ်စစ်မီးဖိုတစ်ခုဖြင့် 8 နာရီကြာချက်ပြုတ်ပါက လျှပ်စစ် 16 ကီလိုဝပ်နာရီသုံးစွဲသည်ဟုဆို၏။ (တစ်ကီလိုဝပ်နာရီကို လျှပ်စစ်တစ်ယူနစ်ဟု ခေါ်လေ့ရှိသည်။) ကားတစ်စီးကို ဆေးမှုတ်ရန် လူ 3 ယောက် 10 နာရီကြာ အလုပ်လုပ်ရပါက ကျွန်ုပ်တို့သည် 30 နာရီလိုသည်ဟု ပြောလေ့ရှိသည်။ ထိုကဲ့သို့ အခြားယူနစ်တစ်မျိုးမှာ ခရီးသည် ကီလိုမီတာဖြစ်သည်။

(2) အချိုးတွက်နည်း

ဥပမာ ရန်ကုန်မှ မန္တလေးသို့ ကားဖြင့် 1 နာရီလျှင် 57 ကီလိုမီတာနှုန်း မောင်းပါက 16 နာရီကြာ မောင်းရ၏။ ထိုခရီးကို 12 နာရီဖြင့်သွားနိုင်ရန် မောင်းရမည့် ပျမ်းမျှ အမြန်နှုန်းကို ရှာပါ။

ကြာသောအချိန်	တစ်နာရီသွားသော ကီလိုမီတာ
16	57
12	(?)

ကြာသောအချိန်ကို $\frac{12}{16}$ ဖြင့် မြှောက်၍ ပြောင်းခဲ့ပြီး ကျွန်ုပ်တို့သည် အမြန်နှုန်းနှင့် ကြာသောအချိန်တို့ ပြောင်းပြန်အချိုးတူကြောင်း သိရှိထားသဖြင့် အမြန်နှုန်းကို $\frac{16}{12}$ ဖြင့်မြှောက်၍ ပြောင်းလဲရမည်။

ထိုဒုတိယ စာကြောင်းပါ တန်ဖိုးများကို ဤသို့ရေးနိုင်သည်။

$$12 \longleftrightarrow 57 \times \frac{16}{12}$$

$$= 57 \times \frac{4}{3}$$

$$= 76$$

ထို့ကြောင့် လိုအပ်သော ပျမ်းမျှအမြန်နှုန်းမှာ 1 နာရီလျှင် 76 ကီလိုမီတာနှုန်း ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (14.3)

1. အောက်ပါတို့မှ မည်သည်တို့သည် ပြောင်းပြန်အချိုးကျများ ဖြစ်ကြသနည်း။
   (a) ဝယ်ယူသောရေခဲချောင်းတစ်မျိုး၏ အရေအတွက်နှင့် စုစုပေါင်းတန်ဖိုး။
   (b) အလုပ်တစ်ခုကို လုပ်ကြသောလူ အရေအတွက်နှင့် ထိုအလုပ်ပြီးရန် ကြာသောအချိန်။
   (c) လသို့ သွားသော ယာဉ်၏အမြန်နှုန်းနှင့် လသို့ ရောက်ရန်ကြာသောအချိန်။
   (d) လူကလေးတစ်ယောက်၏ အသက်နှင့် သူ၏ သင်္ချာဘာသာ၌ရသောအမှတ်။
   (e) ခြံတစ်ခြံထဲရှိ နွားကောင်ရေနှင့် ထိုခြံရှိ မြက်များကို စားပစ်နိုင်သောအချိန်။
   (f) သင်၌ရှိသော ငွေဖြင့် သင်ဝယ်နိုင်သော ရေခဲချောင်းအရေအတွက်နှင့်ရေခဲချောင်းတစ်ချောင်း၏ ဈေးနှုန်း။
   မေးခွန်းနံပါတ် 2 မှ 7 ထိ ပြောင်းပြန်အချိုးကျပုံစံတွက်များအတိုင်း တွက်ပါ။

2. လူကလေးတစ်ယောက်သည် ခရီးတစ်ခုကို မိနစ် 50 ဖြင့် စက်ဘီးစီး၍သွားနိုင်လျှင် သူ၏အမြန်နှုန်းမှာ 1 နာရီလျှင် 15 ကီလိုမီတာရှိကြောင်းသိ၏။ သူသည် ထိုခရီးကို မိနစ်30 ဖြင့် အရောက်သွားလျှင် သူ၏ အမြန်နှုန်းမှာ မည်မျှဖြစ်သနည်း။

3. လူ 25 ယောက်တို့ 32 ရက် လုပ်ရသော အလုပ်တစ်ခုကို လူ 20 တို့သည် ရက်မည်မျှ လုပ်ရမည်နည်း။

4. ကားတစ်စီးသည် ခရီးတစ်ခုကို အမြန်နှုန်း 1 နာရီလျှင် 50 ကီလိုမီတာနှုန်းနှင့် 12 နာရီကြာ မောင်းရ၏။ ထိုခရီးကို 10 နာရီဖြင့် အရောက်သွားရန်လိုအပ်သောပျမ်းမျှအမြန်နှုန်းကိုရှာပါ။

5. ကန်ထရိုက်တာ တစ်ယောက်သည် အလုပ်တစ်ခုကို လူ 280 နှင့် 9 လကြာ လုပ်ရမည်ဟု ခန့်မှန်းထား၏။ ထိုအလုပ်ကို 7 လနှင့်အပြီးလုပ်နိုင်ရန် နောက်ထပ် လူမည်မျှထပ်မံခေါ်ယူရမည်နည်း။

6. ဆရာတစ်ဦးသည် လေ့လာရေးခရီးထွက်ရာတွင် ကျောင်းသား 150 ကို 6 ရက်ကျွေးမွေးရန် ပြင်ဆင်ထား၏။ အကယ်၍ ခန့်မှန်းထားသည်ထက် ကျောင်းသား 30 ပိုမိုပါဝင်လာပါက ရက်မည်မျှသာ ကျွေးမွေးနိုင်မည်နည်း။

7. လယ်သမားတစ်ယောက်တွင် နွားကောင်ရေ 50 ကို 10 ရက် ကျွေးမွေးနိုင်ရန် အစာအလုံအလောက်ရှိ၏။ အကယ်၍ သူသည် နွား 10 ကောင်ကို ရောင်းလိုက်ပါက ထိုအစာကို ကျန်နွားများသည် ရက်မည်မျှပို၍ စားရမည်နည်း။

8. ရထားတစ်စင်းသည် ခရီးတစ်ခုကို ပျမ်းမျှ 1 နာရီလျှင် 56 km နှုန်းဖြင့် သွားရာ 5 နာရီကြာ၏။ အခြားရထားတစ်စီးသည် ထိုခရီးကို 4 နာရီကြာ သွားရလျှင် ထိုရထား၏ အမြန်နှုန်းကို ရှာပါ။

9. တစ်နာရီလျှင် 9600 ကီလိုမီတာနှုန်းဖြင့်သွားနေသော အာကာသ ယာဉ်တစ်စီးသည် လပေါ်သို့ရောက်ရှိရန်နာ နာရီ 40 ကြာပျံသန်းရ၏။အကယ်၍ ထိုယာဉ်သည် တစ်နာရီလျှင် 40000 ကီလိုမီတာနှုန်းဖြင့် ပျံသန်းခဲ့လျှင် လသို့ရောက်ရှိရန် အချိန်မည်မျှ ကြာမည်နည်း။ (ကမ္ဘာနှင့် လတို့၏ အကွာအဝေးသည် မပြောင်းလဲတည်မြဲနေသည်ဟု ယူဆပါ။)

10. လူကလေးတစ်ယောက်၏ ခြေလှမ်းသည် 60 cm ကျယ်၍ သူ့အဖေ၏ ခြေလှမ်းသည် 72 cm ကျယ်၏။ ခရီးတစ်ခုကို လူကလေးသည် ခြေလှမ်း 840 ဖြင့် သွား၏။ ထိုခရီးကို သူ၏အဖေသည် ခြေလှမ်းမည်မျှဖြင့် သွားမည်နည်း။

11. ပြိုင်ပွဲတစ်ခုတွင် လူ 5 ယောက်သည် တစ်ယောက်လျှင် ဆုကြေး 154 ကျပ်ရရှိကြ၏။ အကယ်၍ အခြားလူ 2 ယောက်သည် သူတို့လည်း ဆုကိုခွဲဝေရရှိထိုက်သည်ဟု တောင်းဆိုလာပါက လူတစ်ယောက်လျှင် ဆုကြေးငွေ မည်မျှစီ ရရှိကြမည်နည်း။

12. 1 မိနစ်လျှင် 45 ပတ်နှုန်းလည်နေသော ဓာတ်စက်တွင် သီချင်းတစ်ပုဒ်သည် 13 မိနစ်ကြာမျှ ဖွင့်ရ၏။ 1 မိနစ်လျှင် 78 ပတ်နှုန်း လည်နေသော စက်တွင်ဖွင့်ပါက ထိုသီချင်းသည် အချိန်မည်မျှကြာမည်းနည်။

13. အလျား 4 m နှင့် အနံ 3 m ရှိသော အခန်းတစ်ခုကို ကော်ဇောအပြည့်ခင်းလျှင် ငွေ 50 ကျပ်ကုန်ကျ၏။ အလျား 3m နှင့် အနံ 1m ရှိသော လူသွားလမ်းကို ကော်ဇောအပြည့်ခင်း လျှင်မငွေမည်မျှ ကုန်မည်နည်း။

14. ကျောင်းသားတစ်ယောက်သည် အလျား 16m နှင့် အနံ 10m ရှိသော ခန်းမကြီး၏ ပုံစံကို 1cm လျှင် 1m စကေးဖြင့် ရေးဆွဲနေ၏။ သူ၏ပုံစံ၌ ခန်းမကြီး၏ အတိုင်းအထွာများမှာ မည်မျှဖြစ်ကြသနည်း။ သူ၏ပုံစံ၌ရှိသော ခန်းမကြီး၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။

15. မူရင်းစာအုပ်တစ်အုပ်တွင် စာမျက်နှာ 240 ပါရှိပြီး ပျမ်းမျှအားဖြင့် စာတစ်မျက်နှာတွင် စာလုံး 300 ပါရှိ၏။ ထိုစာအုပ်ကို စာလုံးအသေးဖြင့် ပြန်၍ပုံနှိပ်သောအခါ စာတစ်မျက်နှာတွင် စာလုံး 360 ဝင်၏။ စာအုပ်အသစ်တွင် စာမျက်နှာမည်မျှ လိုအပ်သနည်း။

14.2 ရာခိုင်နှုန်း

အရေအတွက် ကိန်းဂဏန်း စသည်တို့ကို အတိအကျ ရေးသားဖော်ပြနိုင်သကဲ့သို့ အစိတ်အပိုင်းဖြင့်လည်းကောင်း၊ ဒဿမဖြင့်လည်းကောင်း ရေးသားဖော်ပြနိုင်သည်။

ဥပမာ - ကျောင်းတစ်ကျောင်းရှိ ကျောင်းသားဦးရေ၏ 5 ပုံ 2 ပုံသည် ယောက်ျားကလေးများဖြစ်ကြသည်ဟု ဆိုရာတွင် ကျောင်းသားအရေအတွက်ကို အစိတ်အပိုင်းဖြင့် ဖော်ပြထားခြင်းဖြစ်သည်။

အပိုင်းကိန်းဖြင့်ဖော်ပြလျှင် ကျောင်းသားဦးရေ၏ $\frac{2}{5}$ ဟု ဖော်ပြနိုင်သည်။ ထိုအပိုင်းကိန်းကို တန်ဖိုးမပြောင်းလဲစေဘဲ

$\frac{2}{5} \times \frac{20}{20} = \frac{20}{100}$ ဟု ဖော်ပြနိုင်သည်။

ဤကဲ့သို့ ပိုင်းခြေကို 100 အဖြစ်မူတည်၍ ဖော်ပြသော ကိန်းသည် ရာခိုင်နှုန်းဖြစ်သည်။ သင်္ကေတမှာ % ဖြစ်သည်။

$\frac{40}{100}$ သည် 40 % ဖြစ်သည်။

ရာခိုင်နှုန်းကိုပေးထားလျှင် အပိုင်းကိန်း (သို့မဟုတ်) ဒသမကိန်းအဖြစ် ပြောင်းနိုင်သည်။

ဥပမာ 75 % $= \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = .75$

ရာခိုင်နှုန်းတိုးလျှင်ဖြစ်စေ၊ လျော့လျှင်ဖြစ်စေ 100 ပေါ်မူတည်တွက်ချက်သည်။

ဥပမာ **(1)** ငွေ 550 ကျပ်ကို 25 % တိုးပါ။

တိုးသောငွေ = 550 ကျပ်၏ 25 %

= 550 ကျပ် $\times \frac{25}{100}$

= $\frac{275}{2}$ = 137.50 ကျပ်

$\therefore$ တိုးပြီးငွေ = 550 ကျပ် + 137.50 ကျပ်

= 687.50 ကျပ်

(တစ်နည်း) မူလ 100 ကျပ်ဖြစ်ပါစေ။

25 % တိုးပြီး = 100 +25 = 125 ကျပ်

မူလ 100 ကျပ်တွင် တိုးပြီးငွေ 125 ကျပ်

မူလ 550 ကျပ်တွင် = $\frac{550}{100} \times 125$ = 687.50 ကျပ်

ဥပမာ **(2)** 650 ကျပ်ကို 15 % လျှော့ပါ။

$$\text{လျှော့သောငွေ} = 650 \text{ ၏ } \frac{15}{100}$$

$$= 650 \times \frac{15}{100}$$

$$= \frac{195}{2} = 97.50 \text{ ကျပ်}$$

$$\text{လျှော့ပြီးငွေ} = 650 - 97.50 \text{ ကျပ်}$$

$$= 552.50 \text{ ကျပ်}$$

(တစ်နည်း) မူလ 100 ကျပ်ဖြစ်ပါစေ။

15 % လျှော့ပြီးရှိငွေ = 100 – 15 = 85 ကျပ်

မူလ 100 တွင် လျှော့ပြီး 85 ကျပ်

$$\therefore \text{ မူလ 650 ကျပ်တွင် } = \frac{650}{100} \times 85 = 552.50 \text{ ကျပ်}$$

ဥပမာ **(3)** ကျောင်းတစ်ကျောင်းတွင် တစ်နှစ်အတွင်း ကျောင်းသား 15 % တိုးလာရာ နှစ်ဆုံးသောအခါ ကျောင်းသားစုစုပေါင်း 2530 ယောက်ရှိလျှင် နှစ်စတွင် ကျောင်းသားမည်မျှရှိသနည်း။

နှစ်စရှိ ကျောင်းသား 100 ယောက်ဖြစ်ပါစေ။

တိုးလာသော ကျောင်းသား 15 ယောက်

နှစ်ဆုံးရှိ ကျောင်းသား 115 ယောက်

နှစ်ဆုံးတွင် 115 ယောက်ရှိသောအခါ နှစ်စ၌ 100 ယောက်ရှိ၏။

$$\therefore \text{ နှစ်ဆုံးတွင် 2530 ယောက်ရှိသောအခါ နှစ်စ၌ } = 2530 \times \frac{100}{115}$$

$$= 2530 \times \frac{20}{23}$$

$$= 110 \times 20$$

$$= 2200 \text{ ယောက်}$$

ဒလေ့ကျင့်ခန်း (14.4)

1. အောက်ပါတို့ကို 15% တိုးပါ။

   (a) 250 (b) 108 (c) 1820

2. အောက်ပါတို့ကို 20% လျှော့ပါ။

   (a) 100 (b) 350 (c) 700

3. အမှတ် 50 ပေးသော ဘာသာရပ်တစ်ခုတွင် 40% ရရှိလျှင် အောင်မည်ဖြစ်သော် အနည်းဆုံး အောင်မှတ်သည် မည်မျှဖြစ်သနည်း။

4. ကြက်အကောင် 320 မွေးထားသော မွေးမြူရေးသမားတစ်ယောက်သည် 15% တိုး၍မွေးသော် ကြက်အကောင်ရေ မည်မျှဖြစ်လာသနည်း။

5. မမိုးမိုးသည် တံဆိပ်ခေါင်း 250 စုထားရာ 36% သည် နိုင်ငံခြားမှ ထုတ်သော တံဆိပ်ခေါင်းများဖြစ်သော် ပြည်တွင်းမှထုတ်သော တံဆိပ်ခေါင်းမည်မျှကို စုထားသနည်း။

6. လယ်လုပ်သားကြီးတစ်ဦးသည် စပါး 425 တင်းမှ ဝမ်းစာအတွက် 8 % ချန်ထားပြီး အကျန်ကို အဝယ်ဒိုင်သို့ရောင်း ရောင်းလိုက်သော် ရောင်းလိုက်သော စပါးတင်းရေ မည်မျှဖြစ်သနည်း။

7. စက်ပစ္စည်းတစ်ခု၏ တန်ဖိုးကို 10 % လျှော့ရောင်းသောအခါ 1620 ကျပ်ဖြစ်၏။ မူလတန်ဖိုး 10 % တိုး၍ ရောင်းသော် ရောင်းဈေးသည် မည်မျှဖြစ်လာမည်နည်း။

8. (a) မည်သည့်ကိန်းကို 5% တိုးလိုက်သော် 64 ဖြစ်လာမည်နည်း။

   (b) ငွေတစ်ရပ်မှ 15% နုတ်လိုက်သော် 153 ကျပ် ကျန်၏။ မူလငွေကို ရှာပါ။

   (c) ငွေတစ်ရပ်၏ 5% သည် 240 ကျပ်ဖြစ်၏။ ထိုငွေ၏ $12\frac{1}{2}$ % သည် မည်မျှဖြစ်သနည်း။

9. မွေးမြူရေးသမားတစ်ယောက်သည် ငုံးများမွေးထားရာ 13% သည် သေကုန်၏။ အကျန်၏ 75% ကို ရောင်းလိုက်သောအခါ 261 ကောင်ကျန်၏။ မူလက ငုံးကောင်ရေ မည်မျှ မွေးထားသနည်း။

10. ရေရောပြီး ပိုးသတ်ဆေးရည် ဂါလန်ဝက်တွင် ရေတစ်ပိုင့်ပါဝင်သော် ထိုဆေးရည်တွင် ရေ ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှပါဝင်သနည်း။

11. ဦးဘ၏ လယ်မှစပါးအထွက်နှုန်းသည် ဦးမြ၏ လယ်မှစပါးအထွက်နှုန်းထက် 50% ပိုသော် ဦးမြ၏ လယ်မှစပါးအထွက်နှုန်းသည် ဦးဘ၏လယ်မှ စပါးအထွက်နှုန်းထက် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှလျော့သနည်း။

12. စာမေးပွဲဝင်ဖြေသူကျောင်းသား 1500 အနက် 50% သည် ပထမအဆင့်ဖြင့် အောင်မြင်၏။ 525 ယောက်သည် ဒုတိယအဆင့်ဖြင့်အောင်၏။ 10% သည် ဂုဏ်ထူးဖြင့်အောင်ကြ၏။
(a) ပထမအဆင့်မှ အောင်မြင်သူ မည်မျှနည်း
(b) ဒုတိယအဆင့်မှ ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှအောင်သနည်း။
(c) ဂုဏ်ထူးဖြင့်အောင်မြင်သူ မည်မျှနည်း။
(d) ကျရှုံးသူ မည်မျှရှိသနည်း။ ရာခိုင်နှုန်းမည်မျှ ဖြစ်သနည်း။
(e) စုစုပေါင်း ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှအောင်မြင်သနည်း။

14.3 ပျမ်းမျှခြင်း

အမျိုးတူဖြစ်သော တန်ဖိုးတို့ကို ပေါင်း၍ရသည့် ပေါင်းလဒ်ကို ပေါင်းထည့်သောတန်ဖိုး အရေအတွက်နှင့်စားလျှင် ရရှိသည့် စားလဒ်သည် ပျမ်းမျှတန်ဖိုးပင်ဖြစ်သည်။ ကိုပျမ်းမျှတန်ဖိုးကို ပျမ်းမျှခြင်းဟု ခေါ်သည်။

$$\therefore \text{ ပျမ်းမျှတန်ဖိုး (ပျမ်းမျှခြင်း) } = \frac{\text{စုစုပေါင်း}}{\text{အရေအတွက်}}$$

၎င်းပျမ်းမျှတန်ဖိုးကို အရေအတွက်နှင့် ပြန်လည်မြှောက်ပါက ပေးထားသော တန်ဖိုးတို့၏ ပေါင်းလဒ်ပင် ပြန်လည်ရရှိသည်။

အမျိုးတူ တန်ဖိုးများ ပေါင်းလဒ် = ပျမ်းမျှခြင်း × အရေအတွက်

ဥပမာ **(1)** အတန်းတစ်တန်းရှိ ကျောင်းသား 25 ယောက်တို့၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 14.6 နှစ်ဖြစ်သည်။ ပျမ်းမျှအသက် 14.4 နှစ်ရှိသော ကျောင်းသားသစ် 15 ယောက်ဝင်လာသောအခါ အတန်း၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် မည်မျှဖြစ်လာမည်နည်း။

ကျောင်းသား 25 ယောက်အသက်ပေါင်း = 14.6 × 25 = 365.0 နှစ်
ကျောင်းသားသစ် 15 ယောက်အသက်ပေါင်း = 14.4 × 15 = 216.0 နှစ်
ကျောင်းသား (25 + 15) ယောက် အသက်ပေါင်း = 365 + 216 နှစ်
ကျောင်းသား 40 ယောက် အသက်ပေါင်း = 581 နှစ်
ပျမ်းမျှအသက် = 581 ÷ 40 နှစ်
= 14.5 နှစ်

ဥပမာ (2) စာပွဲ 4 လုံး၏ ပျမ်းမျှတစ်လုံးတန်ဖိုးသည် 130 ကျပ်ဖြစ်၏။ သို့သော် နောက်ထပ် 1 လုံး၏ တန်ဖိုးကို ပေါင်းထည့်လိုက်သော် ၎င်းတို့၏ ပျမ်းမျှတန်ဖိုးသည် 132 ကျပ် ဖြစ်လိမ့်မည်။ နောက်တိုးသည့် စားပွဲတန်ဖိုးကို ရှာပါ။

စားပွဲ 4 လုံး တန်ဖိုးပေါင်း = $130 \times 4 = 520$ ကျပ်

နောက်ထပ် 1 လုံးပါဝင်လျှင် စားပွဲပေါင်း = $4 + 1$

= 5 လုံး

စားပွဲ 5 လုံးတန်ဖိုးပေါင်း = $132 \times 5 = 660$ ကျပ်

$\therefore$ နောက်တိုးစားပွဲ၏ တန်ဖိုး = $660 - 520$

= 140 ကျပ်

ဥပမာ (3) 15 kg လေးသော သေတ္တာတစ်လုံးအစား အခြားသေတ္တာတစ်လုံးကို အစားသွင်းလျှင် သေတ္တာ 5 လုံး၏ ပျမ်းမျှ အလေးချိန်သည် 30 g စီတိုး၍ သွားလိမ့်မည်။ အစားသွင်းသော သေတ္တာ၏ အလေးချိန်ကို ရှာပါ။

သေတ္တာ 5 လုံးတို့၏ ပျမ်းမျှတိုးသော အလေးချိန် = 30 g

သေတ္တာအားလုံး စုစုပေါင်း တိုးသောအလေးချိန် = $5 \times 30 = 150$ g

အစားသွင်းသော သေတ္တာ၏ အလေးချိန် = 15 kg + 150 g

= 15 kg + 0.15 kg

= 15.15 kg

ဥပမာ (4) လူ 6 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 20 နှစ်ဖြစ်၏။ ပထမနှင့် ဒုတိယလူ 2 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 15 နှစ်ဖြစ်၏။ တတိယလူနှင့်စတုတ္ထလူ 2 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 18 နှစ်ဖြစ်၏။ ဆဋ္ဌမလူသည် ပဉ္စမလူထက် 4 နှစ်ကြီးသော် ဆဋ္ဌမလူ၏ အသက်ကို ရှာပါ။

လူ 6 ယောက်၏ အသက်ပေါင်း = $20 \times 6 = 120$ နှစ်

ပထမနှင့်ဒုတိယလူ 2 ယောက်၏ အသက်ပေါင်း = $15 \times 2 = 30$ နှစ်

တတိယနှင့်စတုတ္ထလူ 2 ယောက်၏ အသက်ပေါင်း = $18 \times 2 = 36$ နှစ်

$\therefore$ လူ 4 ယောက်အသက်ပေါင်း = $30 + 36 = 66$ နှစ်

$\therefore$ ပဉ္စမလူနှင့် ဆဋ္ဌမလူ၏ အသက်ပေါင်း = $120 - 66 = 54$ နှစ်

သို့သော် ဆဋ္ဌမလူ၏အသက် = ပဉ္စမလူ၏အသက် + 4 နှစ်

$\therefore$ ပဉ္စမလူ၏အသက်+ဆဋ္ဌမလူ၏အသက် = ပဉ္စမလူ၏အသက်+ပဉ္စမလူ၏အသက်+ 4 နှစ်

= 54 နှစ်

$\therefore$ ပဉ္စမလူ၏အသက် 2 ဆ = $54 - 4$

ပဉ္စမလူ၏အသက် 2 ဆ = 50 နှစ်

ပဉ္စမလူ၏အသက် = 25 နှစ်

$\therefore$ ဆဋ္ဌမလူ၏အသက် = $25 + 4$ နှစ်

ဆဋ္ဌမလူ၏အသက် = 29 နှစ်

ဥပမာ (5) အင်္ကျီ 6 ထည်၏ ပျမ်းမျှတန်ဖိုးသည် 120 ကျပ်ဖြစ်၏။ ပထမဆုံး 4 ထည်၏ ပျမ်းမျှတန်ဖိုးသည် 130 ကျပ်ဖြစ်၍ နောက်ဆုံး 3 ထည်၏ ပျမ်းမျှတန်ဖိုးသည် 110 ကျပ်ဖြစ်သော် စတုတ္ထမြောက် အင်္ကျီ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

အင်္ကျီ 6 ထည်၏ တန်ဖိုးပေါင်း	$= 120 \times 6$	$=$	720 ကျပ်
ပထမဆုံး 4 ထည်၏ တန်ဖိုးပေါင်း	$= 130 \times 4$	$=$	520 ကျပ်
နောက်ဆုံး 3 ထည်၏ တန်ဖိုးပေါင်း	$= 110 \times 3$	$=$	330 ကျပ်
အင်္ကျီ 7 ထည်၏ တန်ဖိုးပေါင်း	$= 520 + 330$		
	= 850 ကျပ်		
∴ စတုတ္ထမြောက်အင်္ကျီတန်ဖိုး	$= 850 - 720$		
	= 130 ကျပ်		

လေ့ကျင့်ခန်း (14.5)

1. အတန်းတစ်တန်းရှိ ကျောင်းသား 14 ယောက်တို့၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 12 နှစ်၊ နောက် 14 ယောက်တို့၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 15 နှစ်နှင့် ကျန် 22 ယောက်တို့၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 14 နှစ်ဖြစ်သော် ကျောင်းသားအားလုံး၏ ပျမ်းမျှအသက်ကို ရှာပါ။

2. အတန်းတစ်တန်းရှိ ကျောင်းသား 40 တို့၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 16.95 ဖြစ်၏။ လူသစ်တစ်ယောက်တိုးလာသည့်အတွက် အားလုံး၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 16 နှစ်သို့ ကျဆင်းသွား၏။ ကျောင်းသားသစ်၏ အသက်ကိုရှာပါ။

3. ဘောပင်များကို ရောင်းရာတွင် တစ်ချောင်းလျှင် ပျမ်းမျှ 2 ကျပ်အရှုံးနှင့် 10 ချောင်း၊ ပျမ်းမျှ 1 ကျပ်အရှုံးနှင့် 12 ချောင်း ရောင်းလိုက်သော် အားလုံးပေါ်မှ တစ်ချောင်း၏ ပျမ်းမျှအရှုံးကို ရှာပါ။

4. စက်ဘီးရောင်းသူတစ်ယောက်သည် ပထမအစင်း 10 စင်းမှ တစ်စင်းလျှင် ပျမ်းမျှ 10 ကျပ်ရှုံး၏။ သို့သော် ကျန်စက်ဘီးအစင်း 40 မှ တစ်စင်းလျှင် ပျမ်းမျှ 20 ကျပ် မြတ်သော် စက်ဘီးအားလုံးပေါ်မှ တစ်စင်း၏ ပျမ်းမျှအမြတ်ကို ရှာပါ။

5. 10 နှစ်ရှိသော ကလေးတစ်ယောက်၏ နေရာတွင် အခြားကလေးတစ်ယောက်ကို အစားသွင်းက ကလေး 10 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 6 လစီ လျော့လိမ့်မည်။ အစားသွင်းသော ကလေး၏ အသက်ကို ရှာပါ။

6. 20 ကျပ်တန်သော ဘောပင်တစ်ချောင်းအစား အခြားဘောပင်တစ်ချောင်းကို ဝယ်လျှင် ဘောပင် 5 ချောင်း၏ ပျမ်းမျှဝယ်ဈေးသည် 1 ကျပ်စီ တိုးလိမ့်မည်။ အစားဝယ်သော ဘောပင်တစ်ချောင်း တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

7. လူကလေး 10 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 13 နှစ်ဖြစ်၏။ ပထမဆုံး 5 ယောက်၏ပျမ်းမျှ အသက်သည် 12 နှစ်ဖြစ်၍ နောက်ဆုံး 6 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 14 နှစ်ဖြစ်၏။ ပဉ္စမမြောက်ကလေး၏ အသက်ကိုရှာပါ။

8. မီးရထားတစ်စင်းသည် 4 နာရီခရီးတစ်ခုကို ပျမ်းမျှ 1 နာရီ 15 မိုင်နှုန်းမောင်းနှင်၏။ ပထမဆုံး 2 နာရီ၏ ပျမ်းမျှ 1 နာရီနှုန်းသည် 20 မိုင်ဖြစ်ပြီး နောက်ဆုံး 3 နာရီ၏ ပျမ်းမျှ 1 နာရီနှုန်းသည် 12 မိုင်ဖြစ်သော် ဒုတိယမြောက် နာရီတွင် အသွားနှုန်းကို ရှာပါ။

9. ပထမအမျိုးအစား ကိန်း5 လုံး၏ ပေါင်းရခြင်းသည် 90၊ ဒုတိယအမျိုးအစားကိန်း 6 လုံး၏ ပေါင်းရခြင်းသည် 150၊ တတိယအမျိုးအစားကိန်း 7 လုံးတို့၏ ပေါင်းရခြင်းသည် 120 ဖြစ်သော် ထိုကိန်းတို့၏ ပျမ်းမျှခြင်းကို ရှာပါ။

10. တနင်္လာ၊ အင်္ဂါ၊ ဗုဒ္ဓဟူးနှင့် ကြာသပတေးတို့၏ ပျမ်းမျှအပူချိန်သည် 60˚ ရှိ၏။ အင်္ဂါ၊ ဗုဒ္ဓဟူး၊ ကြာသပတေး၊ သောကြာနေ့တို့၏ အပူချိန်သည် 63˚ ရှိ၏။ တနင်္လာနှင့်သောကြာနေ့ အပူချိန်အချိုးသည် 21 : 25 ဖြစ်သော် ထိုနေ့နှစ်နေ့၏ အပူချိန်အသီးသီးကို ရှာပါ။

အခန်း (15)
လူမှုရေးသင်္ချာ

15.1 မက်ထရစ်စနစ်

မက်ထရစ်စနစ်သည် 10 နှင့် 10 ၏ ထပ်ကိန်းများဖြင့် ရေတွက်တိုင်းထွာခြင်းပြုသည့် ဒသမ စနစ်ပင်ဖြစ်သည်။ ကျွန်ုပ်တို့ သိကျွမ်းခဲ့သည့် မက်ထရစ်စနစ်ဆိုင်ရာ ရှေ့ဆွယ်စကားလုံး (Prefix) များအနက်၊ ဒက်ဆီ (deci)၊ စင်တီ (centi) နှင့် မီလီ (mili) တို့သည် လက်တင်ဘာသာစကားမှ ဆင်းသက်လာခြင်းဖြစ်ပြီး ဒက်ကာ (deca)၊ ဟက်တို (hecto) နှင့် ကီလို (kilo) တို့သည် ဂရိစကားမှ ဆင်းသက်လာခြင်းဖြစ်သည်။ မီဂါဝပ် (megawatt) နှင့် မီဂါတန် (megaton) မှာ ကဲ့သို့ mega သည် 1000000 ကိုလည်းကောင်း၊ Microsecond မှာ ကဲ့သို့ မိုက်ကရို (Micro) သည် $\frac{1}{1000000}$ ကို လည်းကောင်း ဆိုလိုသည်။ အလျား၊ အလေးချိန်နှင့် ထုထည်တို့ကို တိုင်းတာခြင်းနှင့် ပတ်သက်၍ မက်ထရစ်တွင် အသုံးပြုသော ယူနစ်များမှာ အောက်ပါအတိုင်း ဖြစ်သည်။

"မက်ထရစ်ဆိုင်ရာ ယူနစ်များ ဆက်သွယ်ချက်ပြ ဇယား"

	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
ရှေ့ဆွယ် စကား	kilo	hecto	deca		deci	centi	milli
အတိုကောက်	k	h	da		d	c	m
အလျား	kilo-metre (km)	hecto-metre (hm)	deca-metra (dkm)	metre (m)	deci-metre (dm)	centi-metre (cm)	milli-metre (mm)
အလေးချိန်	kilo-gramme (kg)	hecto-gramme (hg)	deca-gramme (dag)	gramme (m)	deci-gramme (dg)	centi-gramme (cg)	milli-gramme (mg)
ထုထည်	kilo-litre ($k\ell$)	hecto-litre ($h\ell$)	deca-litre ($da\ell$)	litre (ℓ)	deci-litre ($d\ell$)	centi-litre ($c\ell$)	milli-litre ($m\ell$)

(အလျား၊ အလေးချိန်နှင့် ထုထည်တို့တွင် အထက်ပါယူနစ်များ တစ်ခုနှင့်တစ်ခု ဆက်သွယ်ပုံ မှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည်။)

အလျားတိုင်

1 millimetre (mm)	=	0.001 m			
10 millimetre	=	1 centimetre (cm)	=	0.01	m
10 centimetre	=	1 decimetre (dm)	=	0.1	m
10 decimetre	=	1 metre (m)	=	1	m
10 metre	=	1 decametre (dkm)	=	10	m
10 decametre	=	1 hectometre (hm)	=	100	m
10 hectometre	=	1 kilometre (km)	=	1000	m

အလေးချိန်

1 milligramme (mg)			=	0.001 gram (g)	
10 mg	=	1 centigramme(cg)	=	0.01	g
10 cg	=	1 decimetre (dg)	=	0.1	g
10 dg	=	1 gramme (g)	=	1	g
10 g	=	1 decagramme (dag)	=	10	g
10 dag	=	1 hectogramme (gh)	=	100	g
10 hg	=	1 kilogramme (kg)	=	1000	g
		1 metric tonne	=	1000	kg

ထုထည်

1 millilitre (m ℓ)	=	0.001 litre(ℓ)			
10 mℓ	=	1 centilitre (cℓ)	=	0.01	ℓ
10 cℓ	=	1 decilitrd (dℓ)	=	0.1	ℓ
10 dℓ	=	1 litre (ℓ)	=	1	ℓ
10 ℓ	=	1 decalitre(daℓ)	=	10	ℓ
10 daℓ	=	1 hectolitre (hℓ)	=	100	ℓ
10 hℓ	=	1 kilolitre (kℓ)	=	1000	ℓ

ကုဗမီတာ (cubic metre) = 1000 litres

$$\boxed{1m^3 = 1000\ \ell}$$

လီတာ (litres) = 1000 ကုဗစင်တီမီတာ (cubic centimetres)

$$\boxed{1\ \ell = 1000\ cm^3}$$

မီလီမီတာ (millimetre) = 1 ကုဗစင်တီမီတာ

$$\boxed{1\ m\ell = 1\ cm^3}$$

ရေ 1ℓ သည် 1 kg လေးသည်။

တစ်ဖန်နိုင်ငံအချို့ရှိ ငွေကြေးစနစ်တွင်လည်း 10 ကို အခြေခံထားကြောင်းအောက်ပါအတိုင်း တွေ့ရသည်။

ပြင်သစ်	100 centimes	=	1 franc
အမေရိကန်တွင်	100 cents	=	1 dollar
နော်ဝေးတွင်	100 ore	=	1 krone
ဂျာမဏီတွင်	100 pfennige	=	1 Mark

ဥပမာ **(1)** 98375 mm ကို metres ဖြင့် ပြပါ။

1000 mm = 1 m

$$98375 \text{ mm} = \frac{98375}{1000} \text{ m} = 98.375 \text{ m}$$

ဥပမာ **(2)** 5397 mg ကို grams ဖွဲ့ပါ။

1000 mg = 1 g

$$5397 \text{ mg} = \frac{5397}{1000} \text{ g} = 5.397 \text{ g}$$

ဥပမာ **(3)** 2.56 kg ကို gram ဖွဲ့ပါ။

1 kg = 1000 g

2.56 kg = $1000 \times 2.56 = 2560$ g

ဥပမာ **(4)** 5.4 tonnes ကို kilograms ဖွဲ့ပါ။

5.4 tonnes = 5.4×1000 kg

= 5400 kg

ဥပမာ **(5)** အလျာ 23 m 20 cm၊ အနံ 16 m 5 cm နှင့် အနက် 2 m 25 cm ရှိသောထောင့်မှန်စတုဂံပုံ ရေလှောင်ကန်တွင် အများဆုံးဝင်ဆံ့သော

(a) ရေ လီတာပေါင်း

(b) ရေ အလေးချိန်ရှာပါ။

(a) ရေထုထည် $= 23.20 \times 16.05 \times 2.25 \text{ m}^3$

$= 23.2 \times 16.05 \times 2.25 \times 1000\ \ell$

$= 837810\ \ell$

(b) ရေ အလေးချိန် = 837810×1 kg = 837810 kg

လေ့ကျင့်ခန်း (15.1)

1. အောက်ပါတို့ကို မီတာ (m) ဖြင့် ပြပါ။

(a) 5.63 kg (b) 0.68 km
(c) 19.698 km (d) 592 cm
(e) 68 cm (f) 6395 mm
(g) 73 hm (h) 4597 cm
(i) 798 dm (j) 5 dam

2. အောက်ပါတို့ကို ကီလိုမီတာ (km) ဖြင့် ပြပါ။

(a) 9753 m (b) 259 m
(c) 58 m (d) 2985 cm
(e) 790685 mm

3. အောက်ပါတို့ကို ကီလိုဂရမ်ဖွဲ့ပါ။

(a) 530 g (b) 35000 g
(c) 2473 mg (d) 597600 mg
(e) 436 dag (f) 3 kg 25 g

4. 18200 kg ကို tonnes ဖြင့် ပြပါ။

5. 19.4 tonnes ကို kilograms ဖြင့် ပြပါ။

6. လီတာဖြင့်ပြပါ။

(a) 2 dℓ (b) 2hℓ 15ℓ (c) 32.5 hℓ

7. ဟက်တိုလီတာဖြင့်ပြပါ။

(a) 435 ℓ (b) 158 daℓ (c) 700 dℓ

8. ကီလိုလီတာဖြင့်ပြပါ။

(a) 70 hℓ (b) 704851 ℓ (c) 85 daℓ

9. အောက်ပါငွေကြေးတို့ကို Mark ဖြင့် ပြပါ။

(a) 3 marks 25 pfennige
(b) 874 marks 6 pfennige

10. အောက်ပါငွေကြေးတို့ကို အမေရိကန်ဒေါ်လာဖြင့်ပြပါ။

(a) 25 dollars 85 cents (b) 235 dollars 55 cents

11. စာအုပ်တစ်အုပ်ကို 3 dollars 35 cents ပေးရလျှင်၊ cents အားဖြင့် မည်မျှနည်း

12. မီးရထားလက်မှတ်တစ်စောင်သည် 5 francs 85 centimes ပေးရလျှင်
(a) centimes မည်မျှနည်း။ (b) francs မည်မျှနည်း

13. အောက်ပါဇယားသည် ကလေး 8 ဦး၏ အရပ်များကို ဖော်ပြသည်။

မောင်ထင်ဇော်	144 cm	မမိုးမိုး	129 cm
မောင်လှအောင်	151 cm	မောင်ကျော်ကျော်	155 cm
မလှလှ	120 cm	မောင်မောင်	160 cm
မောင်ဇော်	145 cm	မောင်မျိုးအောင်	164 cm

(a) ကလေးအားလုံး၏ စုစုပေါင်းအရပ်အရှည်ကို မီတာ (m) ဖြင့် လည်းကောင်း၊ စင်တီမီတာ(cm) ဖြင့်လည်းကောင်း ပြပါ။
(b) ကလေး 8 ဦး၏ ပျမ်းမျှအရပ်အမြင့်ကို ရှာပါ။
(c) အဆိုပါအုပ်စုတွင် မည်သည့်ကလေးသည်ပျမ်းမျှအရပ်အမြင့်နှင့်အနီးဆုံးဖြစ်သနည်း။
(d) ပျမ်းမျှအရပ်အမြင့်အောက်တွင် ရှိသော ကလေးတို့ကို ရှာပါ။
(e) ပျမ်းမျှအရပ်အမြင့်အထက်တွင်ရှိသော ကလေးတို့ကို ရှာပါ။

14. အားကစားသမားတစ်ဦးသည် အလျား 110 m၊ အနံ 80 m ရှိသော ကွင်းကို နှစ်ပတ်ပတ်၍ ပြေးခဲ့လျှင် ထိုသူသည် 1 km ပြည့်ရန် မည်မျှသာ လိုတော့သနည်း။

15. ဆီ 2h ℓ ရှိသော စည်တစ်ခုအပွင်းမှ 65 c ℓ ဝင်ခွက်ဖြင့် ဆီခြင်လျှင် အကြိမ်မည်မျှ ခြင်တွယ်ရမည်နည်း။ ဆီမည်မျှ ကျန်မည်နည်း။

16. 225 kg ရှိသော ပစ္စည်းတစ်ခုကို 2.2 g လေးသော အထုပ်ငယ်များ ခွဲထုပ်လျှင် အထုပ်မည်မျှ ရမည်နည်း။

မက်ထရစ်နှင့် အင်္ဂလိပ်အတိုင်းအတာများ နှိုင်းယှဉ်ချက်

1 inch	=	2.54 centimetres
1 metre	=	39.37 inches
1 yard	=	0.914 metre
5 miles	=	8 kilometres
1 pound	=	0.454 kilogramme
1 kilogramme	=	2.2 pounds
1 ton	=	1017 kilogramme
1 pint	=	0.57 litre

ဥပမာ **(1)** 120 m ရှည်သော ဝါယာကြိုးတစ်ချောင်းသည် ပေအားဖြင့် မည်မျှရှည်သနည်း။

(1 m = 39.37 လက်မ)

1 m = 39.37 လက်မ

120 m = $\frac{120 \times 39.37}{12}$ ပေ

$\therefore$ 120 m = 393.7 ပေ

လေ့ကျင့်ခန်း (15.2)

1. 6 လက်မရှည်သော မျဉ်းတစ်ကြောင်း၏ အလျားကို cm ဖြင့် ပြပါ။

2. 100 m အပြေးပြိုင်ပွဲသည် ကိုက်အားဖြင့် မည်မျှရှည်သော အပြေးပြိုင်ပွဲ ဖြစ်သနည်း။

3. P မှ Q သို့ 280 km၊ Q မှ R သို့ 472 km၊ R မှ S သို့ 448 km ဝေး၏။ P မှ S သို့ Q, R တို့ကို ဖြတ်သွားသည့် အကွာအဝေးစုစုပေါင်းကို (a) မီတာ (m) ဖြင့် လည်းကောင်း၊ (b) မိုင်ဖြင့်လည်းကောင်း ပြပါ။

4. ဓာတ်ဆီ $6\frac{1}{2}$ ဂါလန်ဝင်ဆံ့သော ပုံးတစ်ခုသည် လီတာအားဖြင့် မည်မျှဝင်ဆံ့သနည်း။

5. သေတ္တာတစ်ခုသည် 15 kg လေးသော် ပေါင်အားဖြင့် မည်မျှလေးသနည်း။

6. ထင်းရှူးသေတ္တာတစ်ခုတွင် တစ်ဘူးလျှင် 1 ပေါင် 8 အောင်စ လေးသော အသားဘူး 72 ဘူး ပါရှိ၏။ ဘူးအားလုံး၏ အလေးချိန်ကို kilogram ဖြင့် ပြပါ။

7. အောက်ပါတို့ကို cm ဖြင့် ပြပါ။
   (a) 1 ပေ 3 လက်မ (b) 9.8 လက်မ

8. 440 ကိုက်ကို 1 km ၏ ဒသမအစိတ်အပိုင်းအဖြစ် ပြပါ။

9. 240 g လေးသော ထုပ်တစ်ထုပ်သည် အောင်စမည်မျှ လေးသနည်း။

10. မီတာ 500 ပြေးပွဲနှင့် 1 မိုင် ပြေးပွဲတို့တွင် မည်သည်က မီတာအားဖြင့် မည်မျှဝေးသနည်း။

15.2 အရှုံးအမြတ်

အရေအတွက် ကိန်းဂဏန်းတစ်ခုသည် တိုးလာသည်ဖြစ်စေ၊ လျော့သွားသည်ဖြစ်စေ၊ မည်မျှတိုးသည် လျော့သည်ကို သိစေရန် မူလအရေအတွက်၏ ရာခိုင်နှုန်းဖြင့် ပြနိုင်သည်။

လူဦးရေ အတိုးအလျော့ကိုလည်းကောင်း၊ ထွက်ကုန်သီးနှံ အတိုးအလျော့ကိုလည်းကောင်း ရာခိုင်နှုန်းဖြင့် ပြနိုင်သည်။ ကုန်သွယ်ရေးနှင့် အရောင်းအဝယ်ကိစ္စများတွင်လည်း အရှုံးအမြတ်ကို ရာခိုင်နှုန်းဖြင့် ပြသည်။

အရောင်းအဝယ်ကိစ္စများ၌ ပစ္စည်းတစ်ခု၏ ရောင်းဈေး (သို့မဟုတ်) ရောင်းရငွေသည် ဝယ်ဈေး (သို့မဟုတ်) ဈေးရင်းထက်များခဲ့လျှင် မြတ်သည်ဟု ဆိုသည်။

အမြတ်	=	ရောင်းဈေး	-	ဈေးရင်း

ဖြစ်သည်။

ထိုနည်းတူ ရောင်းဈေး (ရောင်းရငွေ)သည် ဝယ်ဈေး (ဈေးရင်း)ထက် နည်းခဲ့လျှင် ရှုံးမည်ဖြစ်သည်။

အရှုံး	=	ဈေးရင်း	-	ရောင်းဈေး

ဖြစ်သည်။

အရှုံးအမြတ်ကိစ္စတို့ကို တစ်ခုနှင့်တစ်ခု နှိုင်းယှဉ်ရာတွင် လွယ်ကူစေရန် ရာခိုင်နှုန်းဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။ အရှုံးအမြတ် ရာခိုင်နှုန်းကို ဝယ်ဈေး (သို့မဟုတ်) ဈေးရင်းပေါ်တွင် မူတည်တွက်ချက်သည်။

ဥပမာ **(1)** 25 ကျပ်ဖြင့် ဝယ်ယူထားသော ပစ္စည်းတစ်ခုကို 30 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းလျှင် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှမြတ်သနည်း။

ဈေးရင်း = 25 ကျပ်

ရောင်းဈေး = 30 ကျပ်

အမြတ် = 30 ကျပ် - 25 ကျပ်

= 5 ကျပ်

ဈေးရင်း 25 ကျပ်တွင် အမြတ် 5 ကျပ်

$\therefore$ ဈေးရင်း 100 ကျပ်တွင် အမြတ် $= \dfrac{100\times 5}{25}$.

$= 20\,\%$

$\therefore$ အမြတ် $20\,\%$

ဥပမာ **(2)** 120 ကျပ်ဖြင့် ဝယ်ထားသော ပစ္စည်းတစ်ခုကို 90 ကျပ်နှင့်ရောင်းသော် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှ ရှုံးသနည်း။

ဈေးရင်း = 120 ကျပ်

ရောင်းဈေး = 90 ကျပ်

အရှုံး = 120 ကျပ် - 90 ကျပ်

= 30 ကျပ်

ဈေးရင်း 120 ကျပ်တွင် အရှုံး 30 ကျပ်

∴ ဈေးရင်း 100 ကျပ် ။ $= \frac{100}{120} \times 30$

$= 25\ \%$

∴ အရှုံး 25 %

ဥပမာ **(3)** 250 ကျပ်ဖြင့်ဝယ်ထားသော ပစ္စည်းတစ်ခုကို 10% မြတ်ရန် မည်သည့်ဈေးဖြင့် ရောင်းရမည်နည်း။

ဝယ်ဈေး = 100 ကျပ်ဖြစ်ပါစေ။

အမြတ် = 10 ကျပ်

ရောင်းဈေး = 110 ကျပ်

ဝယ်ဈေး 100 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ရောင်းဈေး 110 ကျပ်

ဝယ်ဈေး 250 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ရောင်းဈေး $= \frac{250}{100} \times 110$ ကျပ်

= 275 ကျပ်

∴ ဈေးရင်း 275 ကျပ်

ဥပမာ **(4)** 225 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းလိုက်သော ပစ္စည်းတစ်ခုသည် $12\frac{1}{2}\ \%$ မြတ်သော် ဈေးရင်းကိုရှာပါ။

ဈေးရင်း = 100 ကျပ်ဖြစ်ပါစေ။

အမြတ် $= 12\frac{1}{2}$ ကျပ်

ရောင်းဈေး $= 112\frac{1}{2}$ ကျပ်

ရောင်းဈေး $112\frac{1}{2}$ ကျပ်ဖြစ်လျှင် ရင်းငွေ 100 ကျပ်

∴ ရောင်းဈေး 225 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ရင်းငွေ $= \frac{225}{112\frac{1}{2}} \times 100$

$= \frac{225 \times 2 \times 100}{225}$

= 200 ကျပ်

∴ ရောင်းဈေး 200 ကျပ်

လေ့ကျင့်ခန်း (15.3)

1. အောက်ပါတို့တွင် အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း (သို့မဟုတ်) အရှုံးရာခိုင်နှုန်းကို ရှာပါ။

	ဝယ်ဈေး	ရောင်းဈေး
(a)	36 ကျပ်	30 ကျပ်
(b)	54 ကျပ်	45 ကျပ်
(c)	250 ကျပ်	300 ကျပ်

2. အောက်ပါတို့၏ ရောင်းဈေးကို ရှာပါ။

(a) ငွေရင်း 330 ကျပ် အမြတ် $33\frac{1}{3}$ %

(b) ငွေရင်း 220 ကျပ် အမြတ် 44 %

(c) ငွေရင်း 126 ကျပ် အရှုံး $33\frac{1}{3}$ %

3. အောက်ပါတို့မှ ဈေးရင်းကို ရှာပါ။

(a) ရောင်းရငွေ 184 ကျပ်၊ အမြတ် 15 %

(b) ရောင်းရငွေ 99 ကျပ်၊ အမြတ် 10 %

(c) ရောင်းရငွေ 84 ကျပ်၊ အရှုံး $33\frac{1}{3}$ %

4. ပစ္စည်းတစ်ခုကို ငွေ 1800 ကျပ်နှင့်ဝယ်ခဲ့ပြီး 2000 ကျပ်နှင့်ရောင်းသော် ရာခိုင်နှုန်းမည်မျှ မြတ်သနည်း။ 1500 ကျပ်နှင့်ရောင်းသော် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှရှုံးသနည်း။

5. ကြွေပန်းကန် 6 ချပ်ကို 50 ကျပ်ဖြင့်ဝယ်၍ 5 ချပ်ကို 60 ကျပ်ဖြင့် ရောင်းသော် အမြတ် (သို့မဟုတ်) အရှုံးရာခိုင်နှုန်း မည်မျှဖြစ်သနည်း။

6. ဆိုင်တစ်ဆိုင်တွင် 9000 ကျပ်ဖိုးရှိပစ္စည်းများကို ဝယ်ယူပြီးပြန်လည်ရောင်းချရာ 10956 ကျပ် ရရှိ၏။ အထွေထွေ ကုန်ကျစရိတ် 900 ကျပ်ဖြစ်သော် ရာခိုင်နှုန်းမည်မျှ မြတ်သနည်း။

7. သံပရာသီးအလုံး 1500 ကို 225 ကျပ်ဖြင့်ဝယ်၍ အလုံး 100 လျှင် 20 ကျပ်ဈေးနှုန်းနှင့် ရောင်းသော် ငွေမည်မျှ မြတ်သနည်း။ အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှနည်း။

8. ကလေးစီးစက်ဘီးတစ်စီးကို 4050 ကျပ်နှင့်ရောင်းလျှင် 25% မြတ်မည်။ အကယ်၍ ထိုပစ္စည်းကို 450 ကျပ် လျှော့ရောင်းလျှင် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှမြတ်သနည်း။

9. ပစ္စည်းတစ်ခုကို $4\frac{1}{2}$ % အရှုံးခံ၍ ရောင်းရာ 12 ကျပ်ရှုံးသော် ထိုပစ္စည်း၏ မူလဝယ်ဈေးကို ရှာပါ။

10. နာရီတစ်လုံးကို 150 ကျပ်နှင့်ဝယ်၍ပြုပြင်ပြီး 190ကျပ်နှင့် ပြန်ရောင်း၏။ ပြင်ဆင်ခ 35 ကျပ် ဖြစ်သော် အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှဖြစ်သနည်း။

15.2.1 အရှုံးအမြတ်ဆိုင်ရာ အထွေထွေပုစ္ဆာများ

ဥပမာ **(1)** ပစ္စည်းတစ်ခုကို 300 ကျပ်နှင့်ရောင်းလျှင် 25% မြတ်မည်။ 40% မြတ်ရန် မည်သည့်ဈေးဖြင့် ရောင်းရမည်နည်း။

ဝယ်ဈေး = 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

အမြတ် = 25 ကျပ်

ရောင်းဈေး = 125 ကျပ်

ရောင်းဈေး 125 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ဝယ်ဈေး 100 ကျပ်

∴ ရောင်းဈေး 300 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ဝယ်ဈေး $= \frac{300}{125} \times 100$

$= 240$ ကျပ်

∴ ဝယ်ဈေး 240 ကျပ်

အမြတ် = 40 ကျပ်၊ ရောင်းဈေး = 140 ကျပ်

ဝယ်ဈေး 100 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ရောင်းဈေး = 140 ကျပ်

〃 240 〃 $= \frac{240}{100} \times 140$

$= 336$ ကျပ်

∴ ရောင်းဈေး 336 ကျပ်

ဥပမာ **(2)** အိမ်တစ်လုံးကို A သည် B သို့ 20% အမြတ်ဖြင့် ရောင်း၏။ B သည် C သို့ 20% အရှုံးဖြင့် ပြန်ရောင်း၏။ C သည် D သို့ ပြန်ရောင်းရာ 50% ရှုံး၏။ D ၏ ဝယ်ဈေးသည် 24000 ကျပ်ဖြစ်သော် A ၏ ဝယ်ရင်းဈေးကို ရှာပါ။

A ၏ ဝယ်ဈေး = 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

∴ A ၏ ရောင်းဈေး 120 ကျပ် (သို့မဟုတ်) B ၏ ဝယ်ဈေး 120 ကျပ်

B သည် 100 ကျပ်ဖြင့်ဝယ်၍ 80 ကျပ်နှင့်ရောင်း၏။

〃 120 ကျပ်ဖြင့် 〃 $\frac{120}{100} \times 80 = 96$ ကျပ် (C ၏ ဝယ်ဈေး)

C သည် 100 ကျပ်ဖြင့်ဝယ်၍ 50 ကျပ်နှင့်ရောင်း၏။

∴ 〃 96 ကျပ်ဖြင့် 〃 $\frac{96}{100} \times 50 = 48$ ကျပ် (D ၏ ဝယ်ဈေး)

D သည် 48 ကျပ်ဖြင့်ဝယ်လျှင် မူလဈေး 100 ကျပ် ဖြစ်၏။

∴ 24000 〃 〃 $= \frac{24000}{48} \times 100$

$= 50000$ ကျပ်

∴ A ၏ ဝယ်ဈေး = 50000 ကျပ်

လေ့ကျင့်ခန်း (15.4)

(a) ပန်းကန်တစ်ချပ်ကို 10 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းလျှင် 10% မြတ်၏။ 21% မြတ်ရန် မည်မျှနှင့် ရောင်းရမည်နည်း။

(b) စာအုပ်တစ်အုပ်ကို 3.90 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းလျှင် 17 % မြတ်၏။ 20 % မြတ်ရန် မည်သည့်နှုန်းဖြင့် ရောင်းရမည်နည်း။

(c) နာရီတစ်လုံးကို 570 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းသော် 5 % ရှုံး၏။ 5 % မြတ်ရန် ထိုပစ္စည်းကို မည်သည့်ဈေးဖြင့် ရောင်းရမည်နည်း။

(d) ဘောပင်တစ်ချောင်းကို 54 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းလျှင် 10 % ရှုံး၏။ 10 % မြတ်လိုလျှင် မည်မျှဖြင့် ရောင်းရမည်နည်း။

ပစ္စည်းတစ်ခုကို 29 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းလျှင် 16 % မြတ်မည်။သို့သော် ပစ္စည်းဈေးကျသည့်အချိန်မှ ရောင်းသဖြင့် 16 % ရှုံး၏။ ရောင်းဈေးကို ရှာပါ။

A သည် ပစ္စည်းတစ်ခုကို 5 % အမြတ်ဖြင့် B သို့ရောင်း၏။ B သည် C သို့ 10 % အမြတ်ဖြင့် ရောင်းပြန်၏။ C သည် ထိုပစ္စည်းကို 152 ကျပ်ဖြင့်ဝယ်သော် A ၏ ဝယ်ရင်းဈေးကို ရှာပါ။

ဦးအေးသည် ပစ္စည်းတစ်ခုကို 5 % အမြတ်ဖြင့် ဦးဘသို့ရောင်း၏။ ဦးဘသည် ထိုပစ္စည်းကို ဦးစိန်သို့ 5 % အရှုံးဖြင့် ရောင်း၏။ ဦးစိန်၏ ဝယ်ဈေးမှာ 27.93 ကျပ်ဖြစ်သော် ဦးအေး၏ ဝယ်ရင်းဈေးကို ရှာပါ။

မောင်မောင်သည် ကုလားထိုင်တစ်လုံးကို 40 ကျပ်နှင့်ဝယ်၍ မောင်သော်အား 5 % အမြတ်တင်ရောင်း၏။ မောင်သော်က မောင်မော်အား 4 % အရှုံးခံ ရောင်းလိုက်လျှင် မောင်မော်သည် ထိုပစ္စည်းကို မည်မျှနှင့် ဝယ်သနည်း။

A သည် စာအုပ်တစ်အုပ် 500 ကျပ်နှင့်ဝယ်ထားပြီး B အား 10 % အရှုံးခံရောင်း၏။ B က C အား 16 % အရှုံးခံရောင်းပြန်လျှင် C ၏ ဝယ်ဈေးကို ရှာပါ။

ဦးအောင်ဘော်သည် အိမ်တစ်လုံးကို ဆောက်လုပ်ပြီး ဦးမောင်ကျော်အား 20 % အမြတ်ကင်ရောင်းလိုက်၏။ ဦးမောင်ကျော်သည် ထိုအိမ်ကို ဦးကျော်ခေါင်အား 8800 ကျပ်နှင့်ရောင်းလိုက်ရာ $8\frac{1}{3}$% ရှုံးသော် ဦးအောင်ဘော်သည် ထိုအိမ်ဆောက်စဉ်က မည်မျှကုန်ကျသနည်း။

8 · ပစ္စည်းတစ်ခုကို 10 % အမြတ်တင်ရောင်းသည်ထက် 15 % အမြတ်တင်ရောင်းလျှင် 3 ကျပ် ပို၍ ရမည်ဆိုလျှင် ထိုပစ္စည်းကို မည်မျှနှင့် ဝယ်ထားသနည်း။

9 · လူတစ်ယောက်သည်ပစ္စည်းတစ်ခုကို $6\frac{1}{2}$ % အမြတ်တင်ရောင်း၏။ အကယ်၍ 12.50 ကျပ် ပို၍ရမည်ဆိုလျှင် 19 % မြတ်မည်ဖြစ်၏။ ပစ္စည်း၏ ဝယ်ရင်းဈေးကို ရှာပါ။

15.3 အတိုးရိုးရိုး

ငွေတစ်ရပ်ကို ချေးယူသုံးစွဲခြင်းအတွက် ပေးရသော ချေးယူသုံးစွဲငွေကို အတိုး ဟု ခေါ်ဆို သည်။ ချေးယူသုံးစွဲသောငွေသည် ငွေရင်းဖြစ်သည်။ အတိုးငွေကို တစ်နှစ်အတွက် ငွေရင်း ၏ ရာခိုင်နှုန်းအဖြစ်ပြသည်။

ဥပမာ။ ။ တစ်နှစ်အတွက် 5% တိုးဟုဆိုလျှင် ငွေရင်း 100 ကျပ်ပေါ်တွင် တစ်နှစ်အတွက် အတိုး 5 ကျပ်ဟု ဆိုလိုခြင်းဖြစ်သည်။

အတိုးကို တစ်နှစ်တစ်ကြိမ် ရှင်းသည်။ သို့သော် 6 လတစ်ကြိမ် 3 လတစ်ကြိမ် ကြားဖြတ် အချိန်ကာလ၌ ရှင်းသည်လည်းရှိသည်။ မိမိချေးယူသော ချေးငွေပေါ်တွင် သတ်မှတ်ထားသည့် ရာခိုင်နှုန်းတိုးအရ မည်သည့်အချိန်ကာလအတွက်မဆို တွက်၍ရသောငွေကို အတိုးရိုးရိုး ဟုခေါ်ဆို လေ့ရှိသည်။ ဥပမာ-ပြည်သူ့ငွေချေးဌာနများမှ ထုတ်ချေးသော ငွေများပေါ်တွင် ကောက်ခံသော အတိုးသည် အတိုးရိုးရိုးဖြစ်သည်။

ချေးငွေကိုအရင်း(ငွေရင်း)ဟုခေါ်၍ပြန်ဆပ်သောအခါ အတိုးငွေနှင့်အရင်းငွေ နှစ်ရပ်ပေါင်း ပြန်ဆပ်ရသည်။ ထိုငွေနှစ်ရပ်ပေါင်းကို တိုးရင်းပေါင်းဟု ခေါ်သည်။

$\boxed{\therefore \text{ တိုးရင်းပေါင်း } = \text{ ငွေရင်း } + \text{ အတိုး}}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(1)** တစ်နှစ်လျှင် 8% ဖြင့်ငွေ 450 ကျပ်ပေါ်တွင် 4 နှစ်အတွက် အတိုးရိုးရိုးကို ရှာပါ။

100 ကျပ်ပေါ်တွင် တစ်နှစ်အတွက် အတိုး = 8 ကျပ်

∴ 450 ။ 4 နှစ် ။ $= \dfrac{450}{100} \times 4 \times 8$

$= 144$ ကျပ်

∴ အတိုး 144 ကျပ်

ဥပမာ **(2)** 10 % တိုးဖြင့် ငွေ 1860 ကျပ်ပေါ်တွင် 14 လ အတွက် အတိုးရိုးရိုးကို ရှာပါ။

$\left(14 \text{ လ} = \frac{14}{12} \text{ နှစ်}\right)$

ငွေ 100 ကျပ် 1 နှစ်အတွက် အတိုး = 10 ကျပ်

$\therefore$ 1860 ။ $\frac{14}{12}$ နှစ် ။ $= \frac{1860}{100} \times \frac{14}{12} \times 10$

= 217 ကျပ်

$\therefore$ အတိုး 217 ကျပ်

ဥပမာ **(3)** ငွေ 547.50 ကျပ်ကို တစ်နှစ်လျှင် 4 % တိုးဖြင့်ဧပြီလ 8 ရက်နေ့မှ စက်တင်ဘာလ 5ရက်နေ့အထိ အတိုးရိုးရိုးကို ရှာပါ။

(ငွေချေးယူထားသော အချိန်ကာလကို ရက်စွဲဖြင့် ပေးထားသောအခါ ချေးယူသော ရက်နှင့် ပြန်ဆပ်သော ရက်နှစ်ခုအနက် တစ်ရက်တည်းကိုသာ ရေတွက်ရသည်။ အထက်ပါဥပမာ ပုစ္ဆာတွင် ဧပြီလ 8 ရက်ကို ဖယ်၍ စက်တင်ဘာလ 5 ရက်နေ့ကို ထည့်သွင်းရေတွက်သည်။)

ဧပြီလ 8 ရက်မှ လကုန်အထိ (30 – 8)	= 22 ရက်
မေလ	31 ရက်
ဇွန်လ	30 ရက်
ဩဂုတ်လ	31 ရက်
စင်တင်ဘာလ	5 ရက်
	150 ရက်

150 ရက်ကို = $\frac{150}{365}$ (1 နှစ် = 365 ရက်)

ငွေ 100 ကျပ်ပေါ်တွင် တစ်နှစ်အတွက်အတိုး = 4 ကျပ်

$547\frac{1}{2}$ ။ $\frac{150}{365}$ ။ $= \frac{1095 \times 150 \times 4}{100 \times 2 \times 365}$ ကျပ်

= 9 ကျပ်

$\therefore$ အတိုး 9 ကျပ်

ဥပမာ **(4)** ငွေ 3000 ကျပ်ကို တစ်နှစ်လျှင် 6% တိုးဖြင့် $5\frac{1}{2}$ နှစ်အတွက် တိုးရင်းပေါင်း ငွေကို ရှာပါ။

ငွေ 100 ကျပ်ပေါ်တွင် တစ်နှစ်အတွက် အတိုး 6 ကျပ်

ငွေ 3000 ။ $5\frac{1}{2}$ နှစ် ။ $= \frac{3000}{100} \times \frac{11}{2} \times 6$

= 990 ကျပ်

တိုးရင်းပေါင်း = ငွေရင်း + အတိုး
= 3000 ကျပ် + 990 ကျပ်
= 3990 ကျပ်

∴ တိုးရင်းပေါင်း 3990 ကျပ်

ဥပမာ **(5)** ငွေ 4400 ကျပ်ကို တစ်နှစ်လျှင် $2\frac{1}{2}$ % တိုးဖြင့် 3 နှစ် 6 လ အတွက် တိုးရင်းပေါင်းငွေကို ရှာပါ။

ငွေ 100 ကျပ်ပေါ်တွင် တစ်နှစ်အတွက် အတိုး $= 2\frac{1}{2}$ ကျပ်

∴ 4400 ။ $3\frac{6}{12}$ ။ $= \frac{4400}{100} \times \frac{42}{12} \times \frac{5}{2}$

$= 385$ ကျပ်

တိုးရင်းပေါင်း = ငွေရင်း + အတိုး
= 4400 ကျပ် + 385 ကျပ်
= 4785 ကျပ်

∴ တိုးရင်းပေါင်း 4785 ကျပ်

လေ့ကျင့်ခန်း (15.5)

1. အောက်ပါတို့တွင် အတိုးရိုးရိုးကို ရှာပါ။
(အတိုးနှုန်းသည် တစ်နှစ်အတွက် ဖြစ်သည်။)

	ငွေရင်း	အတိုးနှုန်း	အချိန်ကာလ
(a)	350 ကျပ်	3 %	3 နှစ်
(b)	325 ကျပ်	$3\frac{1}{2}$ %	$3\frac{1}{2}$ နှစ်
(c)	547.75 ကျပ်	$4\frac{1}{2}$ %	15 လ

2. အောက်ပါတို့တွင် တိုးရင်းပေါင်းကို ရှာပါ။

(a) တစ်နှစ်လျှင် $3\frac{1}{2}$ % တိုးနှင့် ငွေ 515 ကျပ် 50 ပြားပေါ်တွင် 5 နှစ်အတွက်၊

(b) တစ်နှစ်လျှင် $3\frac{3}{4}$ % တိုးနှင့် ငွေ 3060 ကျပ်ပေါ်တွင် 4 နှစ် 4 လ အတွက်၊

3. ငွေ 1200 ကျပ်ကို 4 % တိုးဖြင့်လည်းကောင်း၊ ငွေ 1900 ကျပ်ကို $2\frac{1}{2}$ % တိုးဖြင့်လည်းကောင်း ကျသင့်သော အတိုးတွင် မည်သည်က ပိုရသနည်း။ မည်မျှပိုရသနည်း။

4. 650 ကျပ်ကို တစ်နှစ်လျှင် 6% တိုးဖြင့် ချေးယူပြီး 18 လ ကြာတွင် ပြန်ဆပ်သော် ငွေမည်မျှ ပေးဆပ်ရမည်နည်း။

5. တစ်လလျှင် 2% တိုးဖြင့် ငွေ 120 ကျပ်ကို ချေးယူပြီး 6 လကြာသောအခါ တိုးရင်းပေါင်း 100 ကျပ် ပေးဆပ်ပြီးနောက် ငွေအကြေပေးဆပ်ရန် မည်မျှကျန်နေသနည်း။

6. ငွေ 50000 ကျပ်ကို $3\frac{1}{2}$% နှင့်ချေးငှားယူပြီး 6 လ တစ်ကြိမ်ပေးသွင်းသော် အတိုးငွေမည်မျှ ဖြစ်မည်နည်း။ $2\frac{1}{2}$ နှစ်ကြာသောအခါ ငွေအကြေပေးဆပ်လျှင်ငွေမည်မျှပေးဆပ်ရမည်နည်း။

15.3.1 ငွေရင်း၊ အချိန်၊ အတိုးနှုန်းတို့ကို ရှာခြင်း

ငွေရင်း၊ အတိုးနှုန်း၊ အချိန်တို့ ပေးထားလျှင် အတိုးကိုရှာနိုင်သည်။ ငွေရင်း၊ အတိုးနှုန်း၊ အချိန်နှင့် အတိုးတို့မှ မည်သည့်သုံးမျိုးမဆို ပေးထားလျှင် ကျန်တစ်မျိုးကို ရှာနိုင်သည်။

ဥပမာ **(1)** $3\frac{1}{4}$ နှစ်တွင် $2\frac{1}{2}$% တိုးဖြင့် အတိုးငွေ 143 ကျပ် ရရန် မည်မျှရင်းရမည်နည်း။

ငွေရင်း 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

ငွေ 100 ကျပ်ပေါ်တွင် 1 နှစ်အတွက် အတိုး $2\frac{1}{2}$ ကျပ်

$\therefore$ 〃 $3\frac{1}{4}$ နှစ် 〃 $= \frac{13}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{65}{8}$ ကျပ်

အတိုးငွေ $\frac{65}{8}$ ကျပ်ရရှိသောအခါ ငွေရင်း 100 ကျပ် ဖြစ်သည်။

$\therefore$ 〃 143 ကျပ် 〃 $= 143 \times \frac{8}{65} \times 100$

$= 1760$ ကျပ်

$\therefore$ ငွေရင်း 1760 ကျပ်

ဥပမာ **(2)** မည်သည့်ငွေရင်းသည် $5\frac{1}{2}$% တိုးဖြင့် 4 နှစ်တွင် တိုးရင်းပေါင်း 488 ကျပ် ဖြစ်လာမည်နည်း။

ငွေ 100 ကျပ်တွင် 4 နှစ်အတွက် အတိုး $= 5\frac{1}{2} \times 4$ ကျပ်

$= 22$ ကျပ်

တိုးရင်းပေါင်း $= 100 + 22 = 122$ ကျပ်

တိုးရင်းပေါင်း 122 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ငွေရင်း 100 ကျပ်

∴ 〃 488 ကျပ် $= \frac{488}{122} \times 100$

$= 400$ ကျပ်

∴ ငွေရင်း 400 ကျပ်

ဥပမာ **(3)** တစ်နှစ်လျှင် $4\frac{1}{2}$ % တိုးဖြင့် ငွေ 280 ကျပ်ကို ချေးလျှင် မည်မျှကြာသောအခါ အတိုးငွေ 63 ကျပ် ရမည်နည်း။

ငွေရင်း 100 ကျပ်ကို အတိုး $\frac{9}{2}$ ကျပ်နှင့် အချိန် 1 နှစ်ကြာ၏။

∴ 〃 280 ကျပ် 〃 63 〃 $= \frac{100}{280} \times \frac{2}{9} \times 63 \times 1$

$= 5$ နှစ်

∴ အချိန် 5 နှစ်

ဥပမာ **(4)** ငွေ 460 ကျပ်ကို အတိုးရိုးရိုးဖြင့်ချေးရာ 1 နှစ် 8 လကြာသောအခါ အတိုး 46 ကျပ်ရ၏။ တစ်နှစ်လျှင် အတိုးနှုန်းမည်မျှ ဖြစ်သနည်း။

ငွေရင်း 460 ကျပ်တွင် $1\frac{8}{12}$ နှစ်အတွက် 46 ကျပ်ရ၏။

∴ 〃 100 〃 1 〃 $= \frac{100}{460} \times \frac{12}{20} \times 46$

$= 6$ %

∴ အတိုးနှုန်း 6 %

ဥပမာ **(5)** ငွေတစ်ရပ်ကို 2 နှစ်ချေးသော် တိုးရင်းပေါင်း 545 ကျပ်ဖြစ်လာ၍ 5 နှစ်ချေးသော် တိုးရင်းပေါင်း 612 ကျပ် 50 ပြား ဖြစ်လာသော် ငွေရင်းနှင့် တစ်နှစ်အတွက် အတိုးနှုန်းကို ရှာပါ။

5 နှစ်အတွက် တိုးရင်းပေါင်း = 612 ကျပ် 50 ပြား

2 နှစ် 〃 = 546 ကျပ် 00 ပြား

3 နှစ်အတွက် အတိုးငွေ = 67 ကျပ် 50 ပြား

3 နှစ်အတွက် အတိုး $= 67\frac{1}{2}$ ကျပ်

2 နှစ်အတွက် အတိုး $= \frac{2}{3} \times 67\frac{1}{2}$

= 45 ကျပ်

2 နှစ်အတွက် တိုးရင်း = 545 ကျပ်

2 နှစ်အတွက် တိုးရင်း = 45 ကျပ်

ငွေရင်း 500 ကျပ်

ငွေရင်း 500 ကျပ်ကို 2 နှစ်အတွက် အတိုး 45 ကျပ်

∴ 〃 100 ကျပ် 1 နှစ် 〃 $= \frac{100}{500} \times \frac{1}{2} \times 45$

$= 4\frac{1}{2}\%$

∴ အတိုးနှုန်း $4\frac{1}{2}\%$

ငွေရင်း 500 ကျပ်

လေ့ကျင့်ခန်း (15.6)

1. (a) မည်သည့်ငွေရင်းသည် $3\frac{1}{2}\%$ တိုးဖြင့် 4 နှစ်တွင် အတိုးရိုးရိုး 77 ကျပ် ရသနည်း။

(b) 5% တိုးဖြင့် 3 နှစ်တွင် အတိုးရိုးရိုး 75 ကျပ်ရသော် ငွေရင်းသည် မည်မျှဖြစ်သနည်း။

(c) မည်သည့်ငွေရင်းသည် 4% တိုးဖြင့် 3 နှစ်တွင် တိုးရင်းပေါင်း 560 ကျပ် ဖြစ်လာမည်နည်း။

(d) 1 နှစ်လျှင် 9% တိုးဖြင့် 146 ရက်တွင် တိုးရင်းပေါင်း 388 ကျပ် 50 ပြား ဖြစ်လာသော် ငွေရင်းကို ရှာပါ။

2. ငွေတစ်ရပ်ကို နှစ်တိုး $3\frac{1}{2}\%$ နှင့် ချေးရာ 3 နှစ်အတွက် အတိုး 126 ကျပ်ရရှိသည်။ ၎င်းငွေကို နှစ်တိုး 4% နှင့် 5 နှစ်ချေးလျှင် အတိုးမည်မျှ ရမည်နည်း။

3. ငွေတစ်ရပ်ကို တစ်နှစ်လျှင် $3\frac{3}{4}\%$ တိုးဖြင့် 16 လ အတွက် ချေး၍ရရှိသောအတိုးသည် ငွေ 750 ကျပ်ပေါ်တွင် 7% ဖြင့် 5 နှစ်အတွက် ရသောအတိုးနှင့် တူညီသော် ထိုငွေကို ရှာပါ။

4. (a) မည်သည့်ရာခိုင်နှုန်းတိုးသည်ငွေ475ကျပ်ပေါ်တွင်3 နှစ်အတွက် အတိုးငွေ 71ကျပ်25ပြား ရမည်နည်း။

(b) မည်သည့်ရာခိုင်နှုန်းတိုးဖြင့် ငွေရင်း 106 ကျပ်သည် 3 နှစ်နှင့် 4 လတွင်တိုးရင်းပေါင်း 119.25 ကျပ် ဖြစ်လာမည်နည်း။

(c) ငွေ 150 ကျပ်ပေါ်တွင် 1 လ အတွက် အတိုး 1.50 ကျပ်ယူသော် မည်သည့်ရာခိုင်နှုန်း တိုး ဖြစ်သနည်း။

5. ငွေရင်း 250 ကျပ်ပေါ်တွင် နှစ်တိုး 3% ဖြင့် 4 နှစ်ချေး၍ရသော အတိုးနှင့် တူညီသော အတိုးရရန် နှစ်တိုး $2\frac{1}{2}$ % ဖြင့် ငွေမည်မျှကို 6 နှစ် ထုတ်ချေးရမည်နည်း။

6. ငွေတစ်ရပ်ကို ရိုးရိုးအတိုးနှင့် ချေးရာ 2 နှစ်တွင် တိုးရင်းငွေ 872 ကျပ် ဖြစ်လာ၍ 5 နှစ်တွင် တိုးရင်းငွေ 980 ကျပ် ဖြစ်လာသော် အတိုးနှုန်းနှင့် ငွေရင်းကို ရှာပါ။

7. ငွေတစ်ရပ်ကို 3 နှစ်ချေးရာ တိုးရင်းငွေ 220 ကျပ် 50 ပြား ဖြစ်လာ၏။ ထိုငွေကို မူလနှစ်တိုး နှုန်းဖြင့် 5 နှစ်ချေးရာ တိုးရင်းငွေ 236 ကျပ် 25 ပြား ဖြစ်လာသည်။ ငွေရင်းနှင့်အတိုးနှုန်း ကို ရှာပါ။

8. (a) ငွေရင်း 212 ကျပ် 50 ပြားမှ 5% ဖြင့် မည်သည့်အချိန်ကာလတွင် အတိုးငွေ 42 ကျပ် 50 ပြား ရရှိမည်နည်း။

(b) မည်သည့် အချိန်ကာလတွင် ငွေရင်း 1500 ကျပ်သည် 4% တိုးဖြင့် တိုးရင်းပေါင်း 1575 ကျပ် ဖြစ်လာမည်နည်း။

(c) ငွေ 117.50 ကျပ်ပေါ်တွင် 5% တိုးဖြင့် အတိုးငွေ 35.25 ကျပ် ရရှိသော အချိန်ကာလ ကို ရှာပါ။

Square from 1 to 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.00	1.02	1.04	1.06	1.08	1.10	1.12	1.14	1.17	1.19
1.1	1.21	1.23	1.25	1.28	1.30	1.35	1.35	1.37	1.39	1.42
1.2	1.42	1.46	1.49	1.51	1.54	1.56	1.59	1.61	1.64	1.66
1.3	1.69	1.72	1.74	1.77	1.80	1.82	1.85	1.88	1.90	1.93
1.4	1.96	1.99	2.02	2.04	2.07	2.10	2.13	2.16	2.19	2.22
1.5	2.25	2.28	2.31	2.34	2.37	2.40	2.43	2.46	2.50	2.53
1.6	2.56	2.59	2.62	2.66	2.69	2.72	2.76	2.79	2.82	2.86
1.7	2.89	2.92	2.96	2.99	3.03	3.06	3.10	3.13	3.17	3.20
1.8	3.24	3.28	3.31	3.35	3.39	3.42	.46	3.50	3.53	3.57
1.9	3.61	3.65	3.69	3.72	3.76	3.80	3.84	3.88	3.92	3.96
2.0	4.00	4.04	4.08	4.12	4.16	4.20	4.24	4.28	4.33	4.37
2.1	4.41	4.45	4.49	4.54	4.58	4.62	4.67	4.71	4.75	4.80
2.2	4.84	4.88	4.93	4.97	5.02	5.06	5.11	5.15	5.20	5.24
2.3	5.29	5.34	5.38	5.43	5.48	5.52	5.57	5.62	5.66	5.71
2.4	5.76	5.81	5.86	5.90	5.95	6.00	6.05	6.10	6.15	6.20
2.5	6.25	6.30	6.35	6.40	6.45	6.50	6.55	6.60	6.66	6.71
2.6	6.76	6.81	6.86	6.92	6.97	7.02	7.08	7.13	7.18	7.24
2.7	7.29	7.34	7.40	7.45	7.51	7.56	7.62	7.67	7.73	7.78
2.8	7.84	7.90	7.95	8.01	8.07	8.12	8.18	8.24	8.29	8.35
2.9	8.41	8.47	8.53	8.58	8.64	8.70	8.76	8.82	8.88	8.94
3.0	9.00	9.06	9.12	9.18	9.24	9.30	9.36	9.42	9.49	9.55
3.1	9.61	9.67	9.73	9.80	9.86	9.92	9.99	10.05	10.11	10.18
3.2	10.24	10.30	10.37	10.43	10.50	10.56	10.63	10.69	10.76	10.82
3.3	10.89	10.96	11.02	11.09	10.16	11.22	11.29	11.36	11.42	11.49
3.4	11.56	11.63	11.70	11.76	11.83	11.90	11.97	12.04	12.11	12.18
3.5	12.25	12.32	12.39	12.46	12.53	12.60	12.67	12.74	12.82	12.89
3.6	12.96	13.03	13.10	13.18	13.25	13.32	13.40	13.47	13.54	13.62
3.7	13.69	13.76	13.84	13.91	13.99	14.06	14.14	14.21	14.29	14.36
3.8	14.44	14.52	14.59	14.67	14.75	14.82	14.90	14.98	15.05	15.13
3.9	15.21	15.29	15.37	15.44	15.52	15.60	15.68	15.76	15.84	15.92
4.0	16.00	16.08	16.16	16.24	16.32	16.40	16.46	16.56	16.65	16.73
4.1	16.81	16.89	16.97	17.06	17.14	17.22	17.31	17.39	17.47	17.56
4.2	17.64	17.72	17.81	17.89	17.98	18.06	18.15	18.23	18.32	18.40
4.3	18.49	18.58	18.66	18.75	18.84	18.92	19.01	19.10	19.18	19.27
4.4	19.36	19.45	19.54	19.62	19.71	19.80	19.89	19.98	20.07	20.16
4.5	20.25	20.34	20.43	20.52	20.61	20.70	20.79	20.88	20.98	21.07
4.6	21.16	21.25	21.34	21.44	21.53	21.62	21.72	21.81	21.90	22.00
4.7	23.04	22.18	22.28	22.37	22.47	22.56	22.66	22.75	22.85	22.57
4.8	25.00	23.14	23.23	23.33	23.43	23.52	23.62	23.72	23.81	23.91
4.9	26.01	24.01	24.11	24.30	24.40	24.50	24.60	24.70	24.80	24.90
5.0	25.00	25.10	25.20	25.30	25.40	25.50	25.60	25.70	25.81	25.91
5.1	26.01	26.11	26.21	26.32	26.42	26.52	26.63	26.73	26.83	26.94
5.2	27.04	27.14	27.25	27.35	27.46	27.56	27.67	27.77	27.88	27.98
5.3	28.09	28.20	28.30	28.41	28.52	28.62	28.73	28.84	28.94	29.05
5.4	29.16	29.27	29.38	29.48	29.59	29.70	29.81	29.92	30.03	30.14

JPC

Square from 1 to 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	30.25	30.36	30.47	30.58	30.69	30.80	30.91	31.02	31.14	31.25
5.6	31.36	31.47	31.58	31.70	31.81	31.92	32.04	32.15	32.26	32.38
5.7	32.49	32.60	32.72	32.83	32.95	33.06	33.18	33.29	33.41	33.52
5.8	33.64	33.76	33.87	33.99	34.11	34.22	34.34	34.46	34.57	34.69
5.9	34.81	34.93	35.05	35.16	35.28	35.40	35.52	35.64	35.76	35.88
6.0	36.00	36.12	36.24	36.36	36.48	38.60	38.72	36.84	36.97	37.09
6.1	37.21	37.33	37.45	37.58	37.70	37.82	37.95	38.07	38.19	38.32
6.2	38.44	38.56	33.69	38.81	38.94	39.06	39.19	39.31	39.44	39.56
6.3	33.60	39.82	39.94	40.07	40.20	40.32	40.45	40.58	40.70	40.83
6.4	40.98	41.09	41.22	41.34	41.47	41.60	41.73	41.84	41.99	42.12
6.5	42.25	42.28	42.51	42.64	42.77	42.90	43.03	43.16	43.30	43.43
6.6	43.53	43.69	43.82	43.96	44.09	44.22	44.36	44.49	44.62	44.76
6.7	44.89	45.02	45.16	45.29	45.43	45.56	45.70	45.83	45.97	46.10
6.8	46.24	46.38	46.51	46.65	46.79	46.92	47.06	47.20	47.33	47.47
6.9	47.61	47.75	47.89	48.02	48.16	48.30	48.44	48.58	48.72	48.86
7.0	49.00	49.17	49.28	49.42	49.58	49.70	49.84	49.98	50.13	50.27
7.1	50.41	50.55	50.69	50.84	50.98	51.12	51.27	51.41	51.55	51.70
7.2	51.84	51.98	52.13	52.27	52.42	52.56	52.71	52.85	53.00	53.14
7.3	53.29	53.44	53.58	53.73	53.88	54.02	54.17	54.32	54.46	54.61
7.4	54.76	54.91	55.06	55.20	55.35	55.50	55.65	55.80	55.95	56.10
7.5	56.25	56.40	56.55	56.70	56.85	57.00	57.15	57.30	57.46	57.61
7.6	57.76	57.91	58.06	58.22	58.37	58.52	58.68	58.83	58.98	59.14
7.7	59.29	59.44	59.60	59.75	59.91	60.06	60.22	60.37	60.53	60.36
7.8	60.84	61.00	61.15	61.31	61.47	61.62	61.78	61.94	62.09	62.25
7.9	62.41	62.57	62.73	62.88	63.04	63.20	63.36	62.52	62.68	63.84
8.0	64.00	64.16	64.32	61.48	64.64	64.80	64.96	65.12	65.29	65.45
8.1	65.61	65.77	65.93	66.10	66.26	66.42	66.59	66.75	66.91	67.08
8.2	67.24	67.40	67.57	67.73	67.90	68.06	68.23	68.39	68.56	68.72
8.3	68.89	69.06	69.22	69.39	69.56	69.72	69.89	70.06	70.22	70.39
8.4	70.56	70.73	70.90	71.06	71.23	71.40	71.57	71.74	71.91	72.08
8.5	72.25	72.42	72.59	72.76	72.93	73.10	73.27	73.44	73.62	73.79
8.6	73.96	71.13	74.30	74.48	74.65	74.82	75.00	75.17	75.34	75.52
8.7	75.69	75.86	76.04	76.21	76.39	76.56	76.74	76.91	77.09	77.26
8.8	77.44	77.62	77.79	77.97	78.15	78.32	78.50	78.68	78.85	79.03
8.9	79.21	79.39	79.57	79.74	79.92	80.10	80.28	80.46	80.64	80.82
9.0	81.00	81.18	91.36	81.54	81.72	81.90	82.00	82.26	82.45	82.63
9.1	82.81	82.99	83.17	83.36	83.54	83.72	83.91	84.09	84.27	84.46
9.2	84.64	84.82	85.01	85.19	85.38	85.56	85.75	85.93	86.12	86.30
9.3	86.49	86.63	86.86	87.05	87.24	87.42	87.61	87.80	87.98	88.17
9.4	88.36	88.55	88.74	88.92	89.11	89.30	89.49	89.68	89.87	90.06
9.5	90.25	90.44	90.63	90.82	91.01	91.20	91.39	91.58	91.78	91.97
9.6	92.16	92.35	92.54	92.74	92.93	93.12	93.32	93.51	93.70	93.90
9.7	94.09	94.28	94.48	94.67	94.87	95.06	95.26	96.45	95.65	95.84
9.8	96.04	96.24	96.43	96.63	96.83	97.02	97.22	97.42	97.61	97.81
9.9	98.01	98.21	98.41	98.60	98.80	99.00	99.20	99.40	99.60	99.80

Square-roots from 1 to 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.00	1.00	1.01	1.01	1.02	1.02	1.03	1.03	1.04	1.04
1.1	1.05	1.05	1.06	1.06	1.07	1.07	1.08	1.08	1.09	1.09
1.2	1.10	1.10	1.10	1.10	1.11	1.12	1.12	1.13	1.13	1.14
1.3	1.14	1.14	1.15	1.15	1.16	1.16	1.17	1.17	1.17	1.18
1.4	1.18	1.19	1.19	1.20	1.20	1.20	1.21	1.21	1.22	1.22
1.5	1.22	1.23	1.23	1.24	1.24	1.24	1.25	1.26	1.26	1.26
1.6	1.26	1.27	1.27	1.28	1.28	1.28	1.29	1.29	1.29	1.30
1.7	1.30	1.31	1.31	1.32	1.32	1.32	1.33	1.33	1.33	1.34
1.8	1.34	1.35	1.35	1.35	1.36	1.36	1.36	1.37	1.37	1.37
1.9	1.38	1.38	1.39	1.39	1.39	1.40	1.40	1.40	1.41	1.41
2.0	1.41	1.42	1.42	1.42	1.43	1.43	1.44	1.44	1.44	1.45
2.1	1.45	1.45	1.46	1.46	1.46	1.47	1.47	1.47	1.48	1.48
2.2	1.18	1.49	1.49	1.49	1.50	1.50	1.50	1.51	1.51	1.51
2.3	1.52	1.52	1.52	1.53	1.53	1.53	1.54	1.54	1.54	1.54
2.4	1.55	1.55	1.56	1.56	1.56	1.57	1.57	1.57	1.57	1.58
2.5	1.58	1.58	1.59	1.59	1.59	1.60	1.60	1.60	1.61	1.61
2.6	1.61	1.62	1.62	1.62	1.62	1.63	1.63	1.63	1.64	1.64
2.7	1.64	1.65	[illegible]	1.65	1.66	1.66	1.66	1.66	1.67	1.67
2.8	1.67	1.68	1.68	1.68	1.69	1.69	1.69	1.69	1.70	1.70
2.9	1.70	1.71	1.71	1.71	1.71	1.72	1.72	1.72	1.73	1.73
3.0	1.73	1.73	1.74	1.74	1.74	1.75	1.75	1.75	1.75	1.76
3.1	1.76	1.76	1.77	1.77	1.77	1.77	1.78	1.78	1.78	1.79
3.2	1.79	1.79	1.79	1.79	1.80	1.80	1.81	1.81	1.81	1.81
3.3	1.82	1.82	1.82	1.82	1.83	1.83	1.83	1.84	1.84	1.84
3.4	1.84	1.85	1.85	1.85	1.85	1.86	1.86	1.86	1.87	1.87
3.5	1.87	1.87	1.88	1.88	1.88	1.88	1.89	1.89	1.89	1.89
3.6	1.90	1.90	1.90	1.91	1.91	1.91	1.91	1.92	1.92	1.92
3.7	1.92	1.93	1.93	1.93	1.93	1.94	1.94	1.94	1.94	1.95
3.8	1.95	1.95	1.95	1.96	1.96	1.96	1.96	1.97	1.97	1.97
3.9	1.97	1.98	1.98	1.98	1.98	1.99	1.99	1.99	1.99	2.00
4.0	2.00	2.00	2.00	2.01	2.01	2.01	2.01	2.02	2.02	2.02
4.1	2.02	2.03	2.03	2.03	2.03	2.04	2.04	2.04	2.04	2.05
4.2	2.05	2.05	2.05	2.06	2.06	2.06	2.06	2.07	2.07	2.07
4.3	2.07	2.08	2.08	2.08	2.08	2.09	2.09	2.09	2.09	2.10
4.4	2.10	2.10	2.10	2.10	2.11	2.11	2.11	2.11	2.12	2.12
4.5	2.12	2.12	2.13	2.13	2.13	2.13	2.14	2.14	2.14	2.14
4.6	2.14	2.15	2.15	2.15	2.15	2.16	2.16	2.16	2.16	2.17
4.7	2.17	2.17	2.17	2.17	2.18	2.18	2.18	2.18	2.19	2.19
4.8	2.19	2.19	2.20	2.20	2.20	2.20	2.20	2.21	2.21	2.21
4.9	2.21	2.22	2.22	2.22	2.22	2.22	2.23	2.23	2.23	2.23
5.0	2.24	2.24	2.24	2.24	2.24	2.25	2.25	2.25	2.25	2.26
5.1	2.26	2.26	2.26	2.26	2.27	2.27	2.27	2.27	2.28	2.28
5.2	2.28	2.28	2.28	2.29	2.29	2.29	2.29	2.30	2.30	2.30
5.3	2.30	2.30	2.31	2.31	2.31	2.31	2.32	2.32	2.32	2.32
5.4	2.32	2.33	2.33	2.33	2.33	2.33	2.34	2.34	2.34	[illegible]

Square roots from 1 to 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	2.35	2.35	2.35	2.35	2.35	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36
5.6	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37	2.38	2.38	2.38	2.38	2.39
5.7	2.39	2.39	2.39	2.39	2.40	2.40	2.40	2.40	2.40	2.41
5.8	2.41	2.41	2.41	2.41	2.42	2.42	2.42	2.42	2.42	2.43
5.9	2.43	2.43	2.43	2.44	2.44	2.44	2.44	2.44	2.45	2.45
6.0	2.45	2.45	2.45	2.46	2.46	2.46	2.46	2.46	2.47	2.47
6.1	2.47	2.47	2.47	2.48	2.48	2.48	2.48	2.48	2.49	2.49
6.2	2.49	2.49	2.49	2.60	2.50	2.50	2.50	2.50	2.51	2.51
6.3	2.51	2.51	2.51	2.52	2.52	2.52	2.52	2.52	2.53	2.53
6.4	2.53	2.53	2.53	2.54	2.54	2.54	2.54	2.54	2.55	2.55
6.5	2.55	2.55	2.55	2.56	2.56	2.56	2.56	2.56	2.57	2.57
6.6	2.57	2.57	2.57	[illegible]	2.58	2.58	2.58	2.58	2.58	2.59
6.7	2.59	2.59	2.59	2.59	2.60	2.60	2.60	2.60	2.60	2.61
6.8	2.61	2.61	2.61	2.61	2.62	2.62	2.62	2.62	2.62	2.62
6.9	2.63	2.63	2.63	2.63	2.63	2.64	2.64	2.64	2.64	2.64
7.0	2.65	2.65	2.65	2.65	2.65	2.66	2.66	2.66	2.66	2.66
7.1	2.66	2.67	2.67	2.67	2.67	2.67	2.68	2.68	2.68	2.68
7.2	2.68	2.69	2.69	2.69	2.69	2.69	2.69	2.70	2.70	2.70
7.3	2.70	2.70	2.71	2.71	2.71	2.71	2.71	2.71	2.72	2.72
7.4	2.72	2.72	2.72	2.73	2.73	2.73	2.73	2.73	2.73	2.74
7.5	2.74	2.74	2.74	2.74	2.75	2.75	2.75	2.75	2.75	2.75
7.6	2.76	2.76	2.76	2.76	2.76	2.77	2.77	2.77	2.77	2.77
7.7	2.77	2.78	2.78	2.78	2.78	2.78	2.79	2.79	2.79	2.79
7.8	2.79	2.79	2.80	2.80	2.80	2.80	2.80	2.81	2.81	2.81
7.9	2.81	2.81	2.81	2.82	2.82	2.82	2.82	2.82	2.82	2.83
8.0	2.83	2.83	2.83	2.83	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84
8.1	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.86	2.86	2.86	2.86
8.2	2.86	2.86	2.87	2.07	2.07	2.87	2.87	2.98	2.88	[illegible]
8.3	2.88	2.88	2.88	2.89	2.89	2.89	2.89	2.89	2.89	[illegible]
8.4	2.90	2.90	2.90	[illegible]	2.91	2.91	2.91	2.91	[illegible]	2.91
8.5	2.92	2.92	2.92	2.92	2.92	2.92	2.93	2.93	2.93	[illegible]
8.6	2.93	2.93	2.94	2.94	2.94	2.94	2.94	[illegible]	2.95	2.95
8.7	2.95	2.95	2.95	2.95	2.96	2.96	2.96	2.96	2.96	2.96
8.8	2.97	2.97	2.97	2.97	2.97	2.97	2.98	2.98	2.98	2.98
8.9	[illegible]	2.98	2.99	[illegible]	2.99	2.99	2.99	[illegible]	3.00	3.00
9.0	3.00	3.00	3.00	3.00	3.01	3.01	3.01	3.01	3.01	3.01
9.1	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02	3.03	3.03	3.03	3.03
9.2	3.03	3.03	3.04	3.04	3.04	3.04	3.04	3.04	3.05	3.05
9.3	3.05	3.05	3.05	3.05	3.06	3.06	3.06	3.06	3.06	3.06
9.4	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.08	3.08	3.08	3.08
9.5	3.08	3.08	3.08	3.09	3.09	3.09	3.09	3.09	3.10	3.10
9.6	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10	3.11	3.11	3.11	3.11
9.7	3.11	3.11	3.11	3.12	3.12	3.12	3.12	3.12	3.13	3.13
9.8	3.13	3.13	3.13	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14
9.9	3.15	[illegible]	3.15	[illegible]	3.15	3.15	3.15	3.15	3.16	3.16

Square roots from 10 to 100

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	3.16	3.18	3.19	3.21	3.22	3.24	3.26	3.27	3.29	3.30
11	3.32	3.33	3.35	3.36	3.38	3.39	3.41	3.42	3.44	3.45
12	3.46	3.48	3.49	3.51	3.52	3.54	3.55	3.56	3.58	3.59
13	3.61	3.62	3.63	3.65	3.66	3.67	3.67	3.70	3.71	3.73
14	3.74	3.75	3.77	3.78	3.79	3.81	3.82	3.83	3.85	3.86
15	3.87	3.89	3.90	3.91	3.92	3.94	3.95	3.96	3.97	3.99
16	4.00	4.01	4.02	4.04	4.05	4.06	4.07	4.07	4.10	4.11
17	4.12	4.14	4.15	4.16	4.17	4.18	4.20	4.21	4.22	4.23
18	4.24	4.25	4.27	4.28	4.29	4.30	4.31	4.32	4.34	4.35
19	4.36	4.37	4.38	4.39	4.40	4.42	4.43	4.44	4.45	4.46
20	4.47	4.48	4.49	4.51	4.52	4.53	4.54	4.55	4.56	4.57
21	4.58	4.59	4.60	4.62	4.63	4.64	4.65	4.66	4.67	4.68
22	4.69	1.70	4.71	4.72	4.73	4.74	4.75	4.76	4.77	[illegible]
23	4.80	4.81	4.82	4.83	4.84	4.85	4.86	4.87	4.88	4.89
24	4.90	4.91	4.92	4.93	4.94	4.95	4.96	4.97	4.98	4.99
25	5.00	5.01	5.02	5.03	5.04	5.05	5.06	5.07	5.08	5.09
26	5.10	5.11	5.12	5.13	5.14	5.15	5.16	5.17	5.10	5.19
27	5.20	5.21	5.22	5.22	5.23	5.24	5.25	5.26	5.27	5.28
28	5.29	5.30	5.31	5.32	5.33	5.34	5.35	5.36	5.37	5.38
29	5.39	5.39	5.40	5.41	5.42	5.43	5.44	5.45	5.46	5.47
30	5.48	5.49	5.50	5.50	5.51	5.52	5.53	5.54	5.55	5.56
31	5.57	5.58	5.59	5.59	5.60	5.61	5.62	5.63	5.64	5.65
32	5.66	5.67	5.67	5.68	5.69	5.70	5.71	5.72	5.73	5.74
33	5.74	5.75	5.76	5.77	5.78	5.79	5.80	5.81	5.81	5.82
34	5.83	5.84	5.85	5.86	5.87	5.87	5.88	5.89	5.90	6.91
35	5.92	5.92	5.93	5.94	5.95	5.96	5.97	5.97	5.99	5.99
36	6.00	6.01	6.02	6.02	6.03	6.04	6.05	6.06	5.07	6.07
37	6.06	6.09	6.10	6.11	6.12	6.12	6.13	6.14	6.15	6.16
38	6.16	6.17	6.18	6.19	6.20	6.20	6.21	6.22	6.23	6.24
39	6.24	6.25	6.26	6.27	6.28	6.28	6.29	6.30	6.31	6.32
40	6.32	6.33	6.34	6.35	6.36	6.36	6.37	6.38	6.39	6.40
41	6.40	6.41	6.42	5.43	6.43	6.44	6.45	6.46	6.47	6.47
42	6.48	6.49	6.50	6.50	6.51	6.52	6.53	6.53	6.54	6.55
43	6.56	6.57	6.57	6.58	6.59	6.60	6.60	6.61	6.62	6.63
44	6.63	6.64	6.65	6.66	6.66	6.67	6.68	6.69	6.69	6.70
45	6.71	6.72	6.72	6.73	6.74	6.75	6.75	6.76	6.77	6.77
46	6.78	6.79	6.80	6.80	6.81	6.82	6.83	6.03	6.84	6.85
47	6.86	6.86	6.87	6.88	6.88	6.89	6.90	6.91	6.91	6.92
48	6.93	6.94	6.94	6.95	6.96	6.96	6.97	6.98	6.99	6.99
49	7.00	7.01	7.01	7.02	7.03	7.04	7.04	7.05	7.06	7.06
50	7.07	7.08	7.09	7.09	7.10	7.11	7.11	7.12	7.13	7.13
51	7.14	7.15	7.16	7.16	7.17	7.18	7.18	7.19	7.20	7.20
52	7.21	7.22	7.22	7.23	7.24	7.25	7.25	7.26	7.27	7.27
53	7.28	7.29	7.29	7.30	7.31	7.31	7.32	7.33	7.33	7.34
54	7.35	7.36	7.36	7.37	7.38	7.38	7.39	7.40	7.40	7.41

Square roots from 10 to 100

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7.42	7.42	7.42	7.44	7.44	7.44	7.46	7.46	7.47	7.48
56	7.48	7.49	7.50	7.50	7.51	7.52	7.52	7.53	7.54	7.54
57	7.55	7.56	7.56	7.57	7.58	7.58	7.59	7.60	7.60	7.61
58	7.62	7.62	7.63	7.64	7.64	7.65	7.66	7.66	7.67	7.67
59	7.68	7.69	7.69	7.70	7.71	7.71	7.72	7.73	7.73	7.74
60	7.75	7.75	7.76	7.77	7.77	7.78	7.78	7.79	7.80	7.80
61	7.81	7.82	7.82	7.83	7.84	7.84	7.85	7.85	7.86	7.87
62	7.87	7.88	7.89	7.89	7.90	7.91	7.91	7.92	7.92	7.93
63	7.94	7.94	7.95	7.96	7.96	7.97	7.97	7.98	7.99	7.99
64	8.00	8.01	8.01	8.02	8.02	8.03	8.04	8.04	8.05	8.06
65	8.06	8.07	8.07	8.08	8.09	8.09	8.10	8.11	8.11	8.12
66	8.12	8.13	8.14	8.14	8.15	8.15	8.16	8.17	8.17	8.18
67	8.19	8.19	8.20	8.20	8.21	8.22	8.22	8.23	8.23	8.24
68	8.25	8.25	8.26	8.26	8.27	8.28	8.28	8.29	8.29	8.30
69	8.31	9.31	9.32	9.32	9.33	9.34	9.34	9.35	9.35	9.36
70	8.37	8.37	8.38	8.38	8.39	8.40	8.40	8.41	8.41	8.42
71	8.43	8.43	8.44	8.44	8.45	8.46	8.46	8.47	8.47	8.48
72	8.49	8.49	8.50	8.50	8.51	8.51	8.52	8.53	8.53	8.54
73	8.54	8.55	8.56	8.56	8.57	8.57	8.58	8.58	8.59	8.60
74	8.60	8.61	8.61	8.62	8.63	8.63	8.64	8.64	8.65	8.65
75	8.66	8.67	8.67	8.68	8.68	8.69	8.69	8.70	8.71	8.71
76	8.72	8.72	8.73	8.73	8.74	8.75	8.76	8.76	8.76	8.77
77	8.77	8.78	8.79	8.79	8.80	8.80	8.81	8.81	8.82	8.83
78	8.83	8.84	8.84	8.85	8.85	8.86	8.87	8.87	8.88	8.88
79	8.89	8.89	8.90	8.91	8.91	8.92	8.92	8.93	8.93	8.94
80	8.94	8.95	8.96	8.96	8.97	8.97	8.98	8.98	8.99	8.99
81	9.00	9.01	9.01	9.02	9.02	9.03	9.03	9.04	9.04	9.05
82	9.06	9.06	9.07	9.07	9.08	9.08	9.09	9.09	9.10	9.10
83	9.11	9.12	9.12	9.13	9.13	9.14	9.14	9.15	9.15	9.16
84	9.17	9.17	9.18	9.18	9.19	9.19	9.20	9.20	9.21	9.21
85	9.22	9.22	9.23	9.24	9.24	9.25	9.25	9.26	9.26	9.27
86	9.27	9.28	9.28	9.29	9.30	9.30	9.31	9.31	9.32	9.32
87	9.33	9.33	9.34	9.34	9.35	9.35	9.36	9.36	9.37	9.38
88	9.38	9.39	9.39	9.40	9.40	9.41	9.41	9.42	9.42	9.43
89	9.43	9.44	9.44	9.45	9.46	9.46	9.47	9.47	9.48	9.48
90	9.49	9.49	9.50	9.50	9.51	9.51	9.52	9.52	9.53	9.53
91	9.54	9.54	9.55	9.56	9.56	9.57	9.57	9.58	9.58	9.59
92	9.59	9.60	9.60	9.61	9.61	9.62	9.62	9.63	9.63	9.64
93	9.64	9.65	9.65	9.66	9.66	9.67	9.67	9.68	9.69	9.69
94	9.70	9.70	9.71	9.71	9.72	9.72	9.73	9.73	9.74	9.74
95	9.75	9.75	9.76	9.76	9.77	9.77	9.78	9.78	9.78	9.79
96	9.80	9.80	9.81	9.81	9.82	9.82	9.83	9.83	9.84	9.84
97	9.85	9.85	9.86	9.86	9.87	9.87	9.88	9.88	9.89	9.89
98	9.90	9.90	9.91	9.91	9.92	9.92	9.93	9.93	9.94	9.94
99	9.95	9.95	9.96	9.96	9.97	9.97	9.98	9.98	9.99	9.99

ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ
ပညာရေးဝန်ကြီးဌာန

သင်္ချာအတွဲ (၂)

သတ္တမတန်း

အခြေခံပညာသင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ

၂၀၁၆–၂၀၁၇

ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ
ပညာရေးဝန်ကြီးဌာန

MCRS
Reference
Library

သင်္ချာအတွဲ (၂)

သတ္တမတန်း

အခြေခံပညာသင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ

၂၀၁၆–၂၀၁၇

၂၀၁၅ ခုနှစ်၊ စက်တင်ဘာလ၊ အုပ်ရေ- ၂၄၀၀၀၀

၂၀၁၆-၂၀၁၇ ပညာသင်နှစ်

အခြေခံပညာ သင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်

ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ၏ မူပိုင်ဖြစ်သည်။

အခန်း		အကြောင်းအရာ	စာမျက်နှာ

အခန်း		အကြောင်းအရာ	စာမျက်နှာ
(4)		ပိုက်သာဂိုရ၏ သီအိုရမ်	၃၇
	4.1	ပိုက်သာဂိုရ၏ လုပ်ဆောင်ချက်	၃၇
	4.2	ပိုက်သာဂိုရ၏ သီအိုရမ်ကို လက်တွေ့ဖော်ထုတ်ခြင်း	၃၈
	4.3	ပိုက်သာဂိုရ၏ သီအိုရမ်ကို အသုံးပြုခြင်း	၄၇
(5)		ပမာဏသင်္ချာ	၄၈
	5.1	စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ စက်ဝန်းအလျားကိုရှာခြင်း	၄၈
	5.2	အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ အလျားကိုရှာခြင်း	၅၂
	5.3	π ၏ တန်ဖိုး	၅၂
	5.4	စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာရှာခြင်း	၅၇
	5.5	စက်ဝိုင်းစိတ်၏ ဧရိယာရှာခြင်း	၆၁
	5.6	သင်ခန်းစာ အကျဉ်းချုပ်	၆၄
	5.7	ဆလင်ဒါ	၆၄
	5.8	မှတ်သားရန် ပုံသေနည်းများ	၆၉
(6)		အခြေခံဆောက်လုပ်ချက်များ	၇၀
	6.1	ပေးရင်းမျဉ်းပိုင်းတစ်ခု၏ ထက်ဝက်ပိုင်း ထောင့်မတ်မျဉ်းတစ်ခု ဆောက်လုပ်နည်း	၇၀
	6.2	ပေးရင်းမျဉ်းဖြောင့်နှင့်အပြိုင် မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆောက်လုပ်နည်း	၇၂
	6.3	ပေးထားသော စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခုကို ထက်ဝက်ပိုင်းသောမျဉ်း တစ်ကြောင်းဆောက်လုပ်နည်း	၇၃
(7)		တည်ရပ်ညွှန်းထောင့်များနှင့် မြေတိုင်းခြင်း	၇၆
	7.1	တည်ရပ်ညွှန်းထောင့်များ	၇၆
	7.2	ပတ်လည်ညွှန် ထောင့်ဖြင့်ပြနည်း	၈၀
	7.3	မြင့်ထောင့်နှင့် နိမ့်ထောင့်	၈၂
	7.4	အချိုးကျပုံဆွဲ၍ တည်ရပ်ညွှန်းထောင့်နှင့် အကွာအဝေးကိုရှာခြင်း	၈၃
	7.5	မြေတိုင်းခြင်းနှင့် မြေကွက်များ၏ ပုံစံရေးဆွဲခြင်း	၈၆
	7.6	အချိုးကျပုံများဆွဲရာ၌ လိုက်နာရန်အချက်များ	၉၁

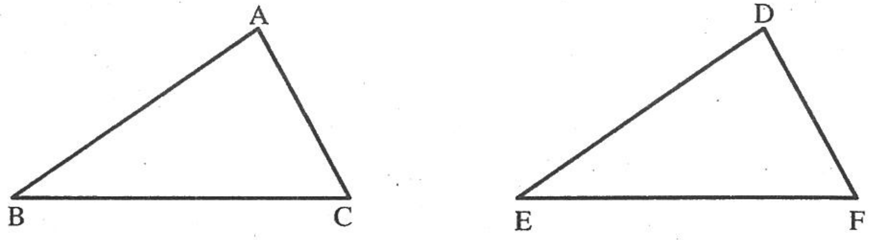
အခန်း (1)

တြိဂံများ ထပ်တူညီခြင်း

ဤအခန်းတွင် တြိဂံများတစ်ခုနှင့်တစ်ခု ထပ်တူညီစေသည့်အကြောင်းအရာများကို လေ့လာကြမည်။

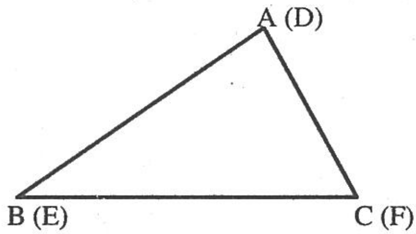
1.1 တြိဂံနှစ်ခု ထပ်တူညီနိုင်သောနည်းများ

ထပ်တူညီသော $\triangle ABC$ နှင့် $\triangle DEF$ တို့ကို ကတ်ပြားပေါ်တွင်ဆွဲ၍ ဖြတ်ယူပါ။ တြိဂံတို့သည် အနားမညီသော တြိဂံများဖြစ်ပါစေ။



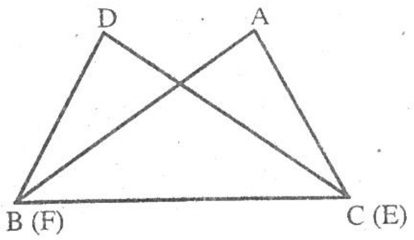
ပုံ (1.1)

$\triangle$ DEF ကိုယူ၍ $\triangle ABC$ ပေါ်တွင် တစ်ထပ်တည်းကျအောင်ထပ်ကြည့်ပါ။ တစ်ထပ်တည်းကျနိုင်မည့် နည်းပေါင်းမည်မျှရှိသနည်း။ တစ်ထပ်တည်းကျနိုင်မည့် နည်းတစ်နည်းမှာ ပုံ(1.2) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း D ကို A ပေါ်တွင်လည်းကောင်း၊ E ကို B ပေါ်တွင်လည်းကောင်း၊ F ကို C ပေါ်တွင် လည်းကောင်း၊ တစ်ထပ်တည်းကျအောင် ထားရှိသည့်နည်းဖြစ်သည်။



ပုံ (1.2)

ဤသို့ တစ်ထပ်တည်းကျနိုင်သော အခြားနည်းများရှိမရှိကို လက်တွေ့ကြိုးစားကြည့်ကြစို့။ $\triangle ABC$ ကို $\triangle$ DEF ပေါ်တွင် တစ်ထပ်တည်းကျစေလိုလျှင် $\triangle DEF$ ၏အနားများကို ၎င်းတို့နှင့်တူညီသည့် $\triangle ABC$ ၏အနားများပေါ်သို့ အသီးသီးတစ်ထပ်တည်းကျအောင် ဆောင်ရွက်ရမည်ဖြစ်သည်။ သို့ရာတွင် EF နှင့် BC မတူညီပါက ($EF \neq BC$)၊ E ကို B ပေါ်သို့လည်းကောင်း၊ F ကို C ပေါ်သို့လည်းကောင်း၊ တစ်ထပ်တည်းကျအောင်မဆောင်ရွက်နိုင်ပါ။ အကယ်၍ $EF=BC$ ဖြစ်လျှင် E ကို C ပေါ်သို့လည်းကောင်း၊ F ကို B ပေါ်သို့လည်းကောင်း ထပ်တူကျအောင်ထားပါ။ ထိုအခါ D သည် A ပေါ်သို့ တစ်ထပ်တည်းမကျနိုင်ပါ။ပုံ(1.3)တွင်ပြထားသကဲ့သို့ $\triangle DEF$ သည် $\triangle ABC$ ပေါ်သို့တစ်ထပ်တည်းမကျဘဲရှိနေမည်။ထို့ကြောင့် $\triangle ABC$ သည် $\triangle DEF$ နှင့်ထပ်တူမညီပါ။



ပုံ (1.3)

အခြားဖြစ်နိုင်သောနည်းလမ်းများကိုစဉ်းစားကြည့်ကြစို့။ဥပမာ E ကို A ပေါ်သို့လည်းကောင်း၊ D ကို B ပေါ်သို့လည်းကောင်း နေရာချပါ။ ထိုအခါ F သည် C ပေါ်တွင် မကျရောက်သည်ကို တွေ့ရသည်။

ထို့ကြောင့် $\triangle DEF$ ကို $\triangle ABC$ ပေါ်တွင်တစ်ထပ်တည်းကျအောင် နေရာချနိုင်သော နည်းတစ်နည်းသာလျှင်ရှိကြောင်း တွေ့ရသည်။ ၎င်းနည်းမှာ D,E,F တို့ကို A,B,C ပေါ်သို့ အသီးသီးနေရာ ချသည့်နည်းပင်ဖြစ်သည်။

တစ်နည်းဆိုသော် A နှင့် D၊ B နှင့် E၊ C နှင့် F တို့သည် လိုက်ဖက်အမှတ်များဖြစ်နေကြသောအခါ $\triangle ABC$ နှင့် $\triangle DEF$ ထပ်တူညီသည်။ ဤလိုက်ဖက်ခြင်းကို များသောအားဖြင့် ($\longleftrightarrow$)သင်္ကေတသုံး၍ အောက်ပါအတိုင်းဖော်ပြလေ့ရှိသည်။

$A \longleftrightarrow D$

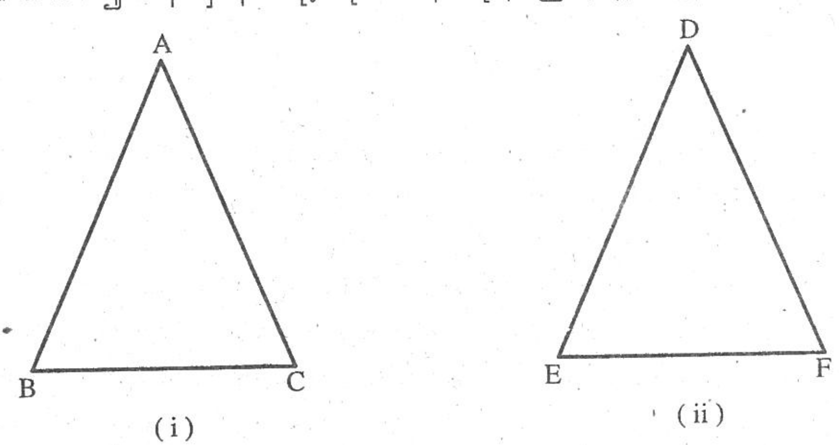
$B \longleftrightarrow E$

$C \longleftrightarrow F$

တစ်နည်းအားဖြင့်လည်း ဤသို့ဖော်ပြနိုင်သည်။

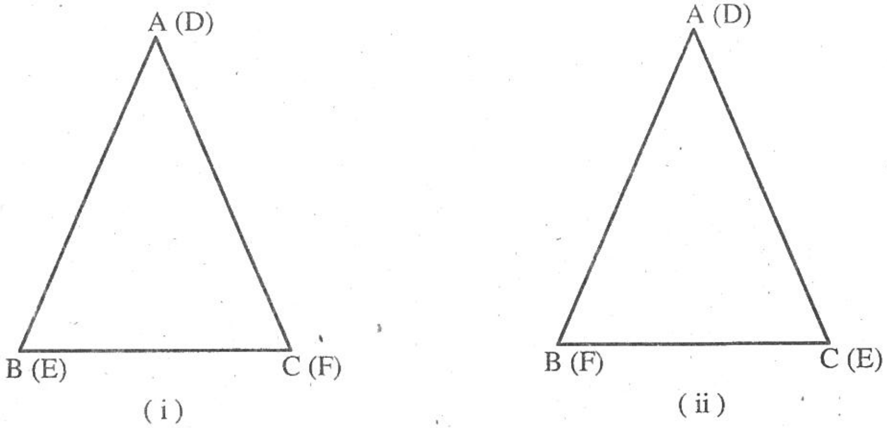
$\triangle ABC \longleftrightarrow \triangle DEF$

ပုံ(1.1)တွင် $\triangle ABC$ (သို့မဟုတ် $\triangle DEF$)၏အနားများသည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု အလျားမတူကြပါ။ အကယ်၍ အနားနှစ်နား သို့မဟုတ် အနားသုံးနားညီနေလျှင် မည်သို့ဖြစ်မည်နည်း။



(i) (ii)

ပုံ (1.4)

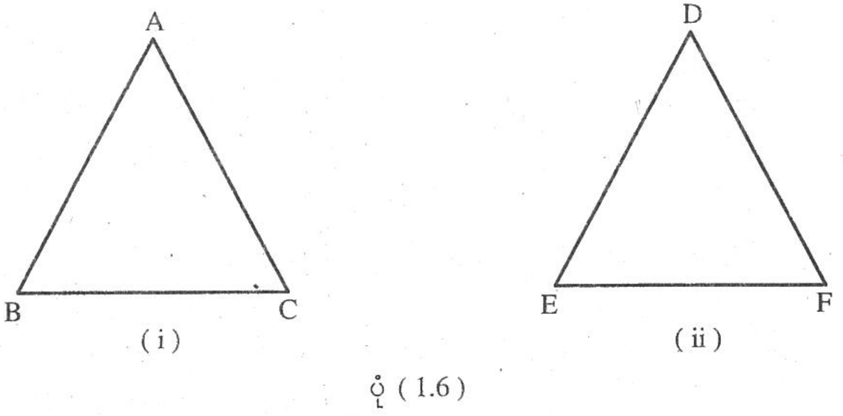


ပုံ (1.5)

AB = AC = DE = DF = 4cm ဖြစ်ပြီး BC = EF = 3cm ဖြစ်သော နှစ်နားညီ ထပ်တူညီတြိဂံ ABC နှင့် DEF တို့ကို ပုံ(1.4)တွင်ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း ကတ်ပြားဖြင့်လည်းကောင်း၊ $\triangle$DEF ကို $\triangle$ABC ပေါ်သို့နေရာချရာ E ကို B ပေါ်တွင်လည်းကောင်း၊ F ကို C ပေါ်တွင်လည်းကောင်း ကျအောင်နေရာချပါ။ D သည် A ပေါ်တွင်တစ်ထပ်တည်းကျနေကြောင်းတွေ့ရမည်။ ပုံ(1.5) (i)ကိုကြည့်ပါ။ တစ်ထပ်တည်းကျနေမည်။ တစ်ဖန် F ကို B ပေါ်သို့လည်းကောင်း၊ E ကို C ပေါ်သို့လည်းကောင်း၊ နေရာချထားကြည့်ပါက $\triangle$ABC နှင့် $\triangle$DEF တို့တစ်ထပ်တည်းကျကြောင်း ထပ်မံတွေ့ရှိရမည်။ ပုံ (1.5) (ii) ကိုကြည့်ပါ။ ထို့ကြောင့် $\triangle$ABC နှင့် $\triangle$DEF တို့တွင် A နှင့် D၊ B နှင့် E၊ C နှင့် F တို့ တစ်ခုနှင့်တစ်ခု လိုက်ဖက်ဖြစ်နေသည့်အခါတွင်သာမက A နှင့် D၊ B နှင့် F၊ C နှင့် E တို့တစ်ခုနှင့်တစ်ခုလိုက်ဖက် ဖြစ်သည့်အချိန်တွင်လည်း ထပ်တူညီပါသည်။

အထက်ပါစမ်းသပ်ချက်ကို အခြားထပ်တူညီနေသော နှစ်နားညီတြိဂံတို့ကိုယူ၍ စမ်းသပ်နိုင်သည်။ စမ်းသပ်ချက်တစ်ခုစီတွင် တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီနိုင်သော နည်းနှစ်နည်းစီတွေ့ရှိရပါသည်။

တွေ့ရှိချက်။ ။ “နှစ်နားညီထပ်တူညီတြိဂံနှစ်ခု ထပ်တူညီနိုင်သော နည်းနှစ်နည်းရှိပါသည်။”



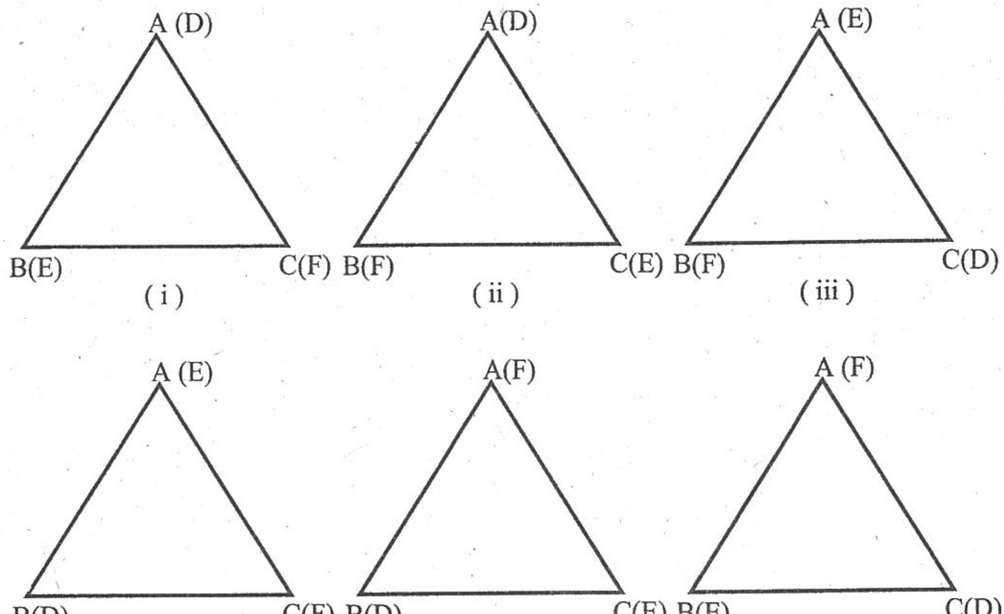
ပုံ (1.6)

ကတ်ပြားဖြင့် သုံးနားညီ △ABC နှင့် △DEF တို့ကို ပုံ(1.6)တွင်ဖော်ပြထားသကဲ့သို့တည်ဆောက်ပါ။ △DEF ကို △ABC ပေါ်တွင် တစ်ထပ်တည်းကျအောင်နေရာချနိုင်သော နည်းပေါင်းမည်မျှရှိသနည်း။ စမ်းသပ်ချက်များကို ပြုလုပ်ကြည့်ခြင်းဖြင့် နည်းပေါင်းခြောက်နည်းရှိသည်ကို တွေ့ရပါသည်။ ၎င်းတို့ကို ပုံ (1.7) တွင် ဖော်ပြထားသည်။

ထပ်ခါတလဲလဲ လက်တွေ့စမ်းသပ်ခြင်းမပြုဘဲ တြိဂံများထပ်တူညီရန် ဖြစ်နိုင်သော နည်းလမ်းခြောက်သွယ်ကို ပုံ(1.7)မှနည်းလမ်းညွှန်ပြပါ၏လော။ ထိုနည်းလမ်းများကို သင်တွေ့ရှိအောင် စဉ်းစားဆင်ခြင်ကြည့်သင့်သည်။

တွေ့ရှိချက်။ ။ "သုံးနားညီတြိဂံနှစ်ခု ထပ်တူညီနိုင်သောနည်းမှာ ခြောက်နည်းရှိပါသည်။"

အထက်ပါစမ်းသပ်ချက်မှသိရှိရသည်မှာ ကျွန်ုပ်တို့သည် တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီသည်ကိုပြောဆိုရာ၌ တြိဂံ၏ထောင့်စွန်းများ မည်ကဲ့သို့လိုက်ဖက်ဖြစ်နေသည်ကို ပြောရပါမည်။တြိဂံနှစ်ခု၏အမည်ကိုခေါ်ဆိုရာ၌ တြိဂံတစ်ခု၏ထောင့်စွန်းများ အစီအစဉ်အတိုင်း ကျန်တစ်ခု၏လိုက်ဖက်ထောင့်စွန်းအသီးသီးကိုဖော်ပြလေ့ရှိသည်။

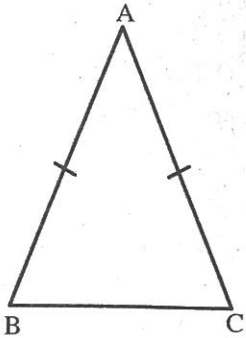


ပုံ (1.7)

1.2 တြိဂံတစ်ခု၏ မိမိကိုယ်ကို ပြန်လည်ထပ်တူညီခြင်း

တြိဂံတိုင်းသည် မိမိကိုယ်ကိုပြန်လည်ထပ်တူညီပါသည်။ ဆိုလိုသည်မှာ တြိဂံတစ်ခု၏ ထောင့်စွန်းမှတ်တိုင်းသည် မိမိကိုယ်ကို ပြန်လည်လိုက်ဖက်ဖြစ်နေခြင်းဖြစ်သည်။ အနားမညီသောတြိဂံများ၏ ထပ်တူညီခြင်းမျိုးသည် စိတ်ဝင်စားဖွယ်မကောင်းပါ။ သို့ရာတွင် နှစ်နားညီတြိဂံနှင့်သုံးနားညီတြိဂံများသည် မိမိကိုယ်ကိုပြန်လည်ထပ်တူညီရာ၌ ထပ်တူညီနိုင်သည့်နည်းများသည် ကွဲပြား၍စိတ်ဝင်စားဖွယ်

ဖြစ်ပါသည်။ ဥပမာအားဖြင့် ပုံ (1.8) တွင်ပါရှိသည့် AB=AC ဖြစ်နေသော နှစ်နားညီတြိဂံ ABC ကို စဉ်းစားကြည့်ပါစို့။



ပုံ (1.8)

$\triangle$ABC နှင့် $\triangle$ACB တို့ကိုစဉ်းစားပါ။ အောက်ပါအချက်များ မှန်ကန်သည်ကို တွေ့ရှိရမည်။

BC=CB (အဘယ့်ကြောင့်နည်း)။

CA=BA (အဘယ့်ကြောင့်နည်း)။

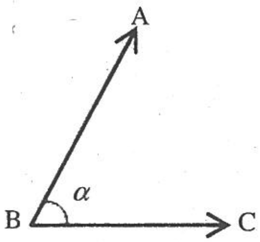
AB=AC (အဘယ့်ကြောင့်နည်း)။

သို့ဖြစ်၍ $\triangle$ABC နှင့် $\triangle$ACB တို့သည် ထပ်တူညီခြင်းဥပဒေ(နနန) အရထပ်တူညီပါသည်။ တစ်နည်းဆိုသော် နှစ်နားညီတြိဂံ ABC သည် မိမိကိုယ်ကို ပြန်လှည့်ထပ်တူညီသည်။

ထို့ကြောင့် ၎င်းတို့၏လိုက်ဖက်ထောင့်များတူညီနေပါသည်။ $\triangle$ACB ၏ $\angle$ ABC သည် $\triangle$ABC ၏ $\angle$ACB နှင့် လိုက်ဖက်ဖြစ်နေသောကြောင့်

$\angle$ABC = $\angle$ACB ဖြစ်သည်။

ထောင့်များဖော်ပြနည်းတစ်နည်း။ ။ ထောင့်များကိုဖော်ပြရာတွင် α, β, γ စသော ခေါမအက္ခရာများကိုလည်း အသုံးပြုလေ့ရှိသည်။ ဥပမာအားဖြင့် ပုံ(1.9)မှ $\angle$ABC ကို $\angle$B ဖြင့်လည်းကောင်း၊ ထောင့် α ဖြင့်လည်းကောင်း၊ အစားထိုးဖော်ပြနိုင်သည်။



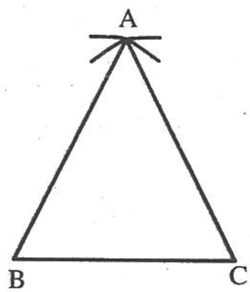
ပုံ (1.9)

ဥပမာ(1)။ ။ နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခုကိုဆွဲ၍ တူညီသောအနားများ၏ မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များ တိုင်းယူပြီး ၎င်းတို့တူညီကြောင်းစစ်ဆေးပါ။

BC မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ B နှင့် C တို့ကို ဗဟိုထား၍ တူညီသောအချင်းဝက်ဖြင့် အဝန်းပိုင်းများဆွဲရာ အမှတ် A ၌ဖြတ်ပါစေ။ B နှင့် C တို့ကို A ဖြင့် ဆက်သွယ်လျှင် AB=AC ဖြစ်သော နှစ်နားညီ $\triangle$ ABC ကိုရမည်။

$\angle$ABC နှင့် $\angle$ACB တို့ကိုတိုင်းကြည့်ပါ။

$\angle$ABC= $\angle$ACB ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရမည်။

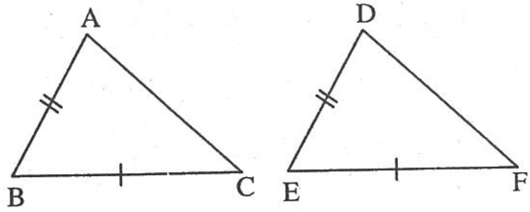


ပုံ (1.10)

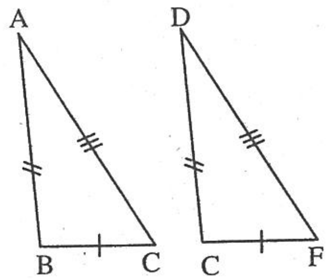
တွေ့ရှိချက်။ ။ နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခုတွင် တူညီသောအနားများ၏ မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များ တူညီကြပါသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း 1.1

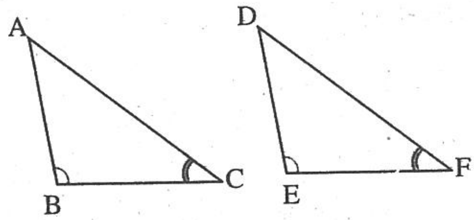
1. ပုံ (1.11) တွင် တြိဂံအစုံပေါင်းကိုးစုံပေးထားရာ တစ်စုံစီအတွက်တူညီသောထောင့်နှင့် အနားများကို တူညီသောအမှတ်အသားဖြင့်ပြထားပါသည်။ တြိဂံတစ်ခုစီအတွက် ပေးထားသောအချက်များသည် ထပ်တူညီခြင်းအတွက် လုံလောက်သောအချက်များဖြစ်မဖြစ်ဆန်းစစ်ပါ။ မလုံလောက်ခဲ့လျှင် တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီရန် မည်သည့်အချက်များလိုအပ်သည်ကိုဖော်ပြပါ။ တြိဂံတစ်စုံစီအတွက် အသုံးပြုသော ထပ်တူညီခြင်းဥပဒေကိုဖော်ပြပါ။



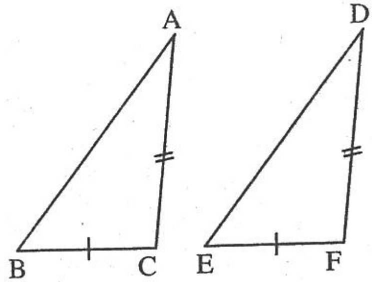
(i)



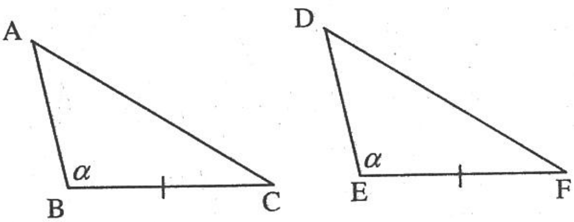
(ii)



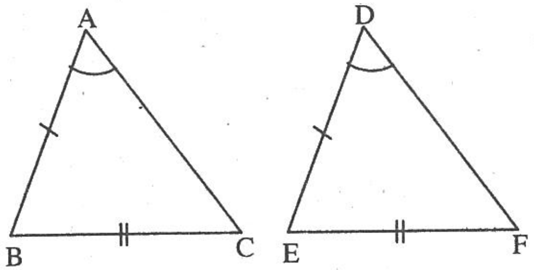
(iii)



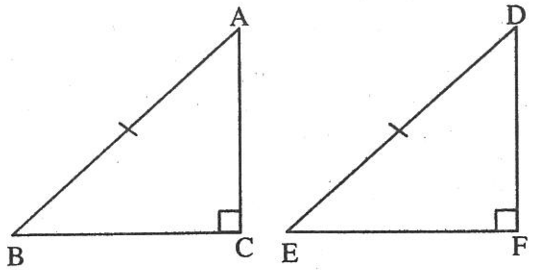
(iv)



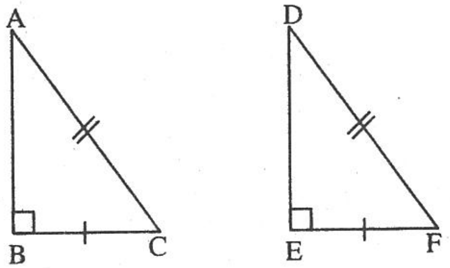
(v)



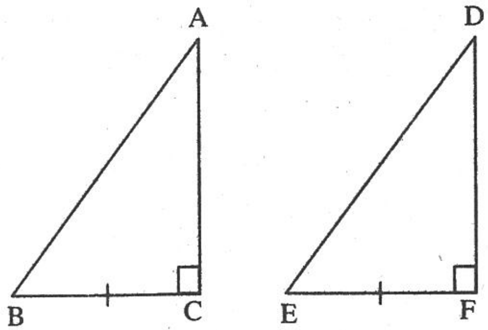
(vi)



(vii)



(viii)



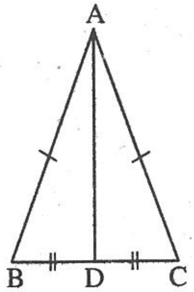
(ix)

2. ပုံ(1.12)တွင် $\triangle ABC$ သည် နှစ်နားညီတြိဂံဖြစ်၍ $AB=AC$ ဖြစ်ပြီး AD သည် အလယ်မျဉ်း တစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။

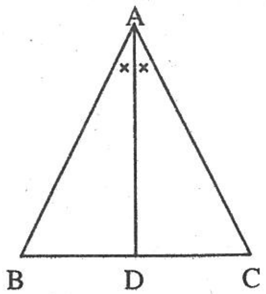
(i) $\triangle ABC \cong \triangle ACD$ ဖြစ်ပါသလား။

(ii) $\angle ADB \cong \angle ADC = 90^\circ$ ဖြစ်ပါသလား။

အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။



ပုံ (1.12)



ပုံ (1.13)

3. ပုံ(1.13)တွင် $\triangle ABC$ သည် နှစ်နားညီတြိဂံဖြစ်၍ $AB = AC$ ဖြစ်သည်။ AD သည် $\angle BAC$ ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းဖြစ်သည်။

(i) $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ဖြစ်ပါသလား။

(ii) D သည် BC ၏အလယ်မှတ်ဖြစ်ပါသလား။

(iii) $\angle ADC=90^\circ$ ဖြစ်ပါသလား။

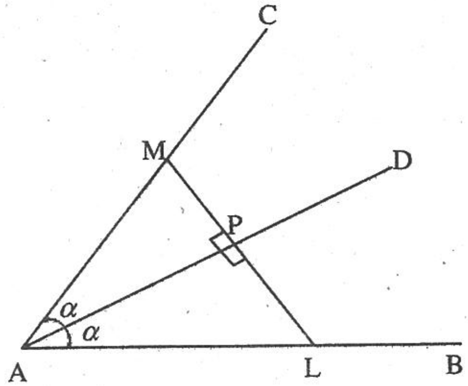
အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။

4. ပုံ(1.14)တွင် AD သည် $\angle BAC$ ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းဖြစ်သည်။ P သည် ၎င်းမျဉ်းပေါ်ရှိ ကြိုက်ရာ အမှတ်ဖြစ်ပါစေ။ ထို့ပြင် $LPM \perp AD$ ဖြစ်သည်။

(i) $\triangle APM \cong \triangle APL$ ဖြစ်ပါ သလား။

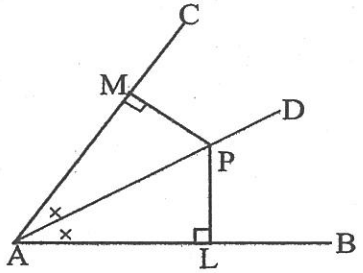
(ii) $PM= PL$ ဖြစ်ပါသလား။

အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။



ပုံ (1.14)

5. ပုံ(1.15)တွင် AD သည် $\angle BAC$ ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းဖြစ်သည်။ P သည် ၎င်းမျဉ်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။



ပုံ (1.15)

$PL \perp AB$ နှင့် $PM \perp AC$ ဖြစ်သည်။

(i) $\triangle APM \cong \triangle APL$ ဖြစ်ပါသလား။

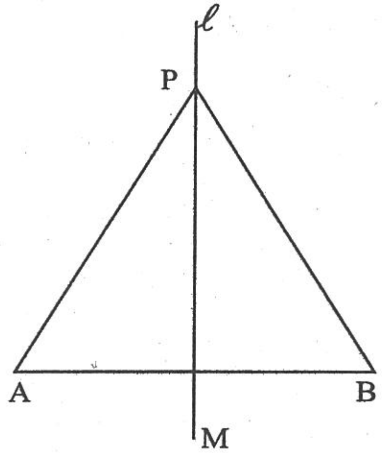
(ii) $PM = PL$ ဖြစ်ပါသလား။

(iii) $AM = AL$ ဖြစ်ပါသလား။
အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။

6. ပုံ (1.16) တွင် B သည် မျဉ်း ℓ အရ A ၏ ခေါက်ချိုးညီ အမှတ်ဖြစ်၍ P သည် ℓ ပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ AB သည် မျဉ်း ℓ ကို M ၌ ဖြတ်သည်။

(i) $\triangle PAM \cong \triangle PBM$ ဖြစ်ပါ သလား။

(ii) PA=PB ဖြစ်ပါသလား။
အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။



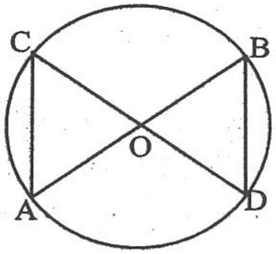
ပုံ (1.16)

7. ပုံ(1.17) တွင် AOB နှင့် COD တို့သည် စက်ဝိုင်း တစ်ခု၏ အချင်းမျဉ်းနှစ်ကြောင်း ဖြစ်သည်။ A နှင့် C ၊ B နှင့် D တို့ကို ဆက်ပါ။

(i) $\triangle AOC \cong \triangle BOD$ ဖြစ်ပါသလား။

(ii) $\angle A = \angle B$ နှင့် $\angle C = \angle D$ ဖြစ်ပါသလား။

(iii) $AC = BD$ ဖြစ်ပါသလား။
အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။



ပုံ (1.17)

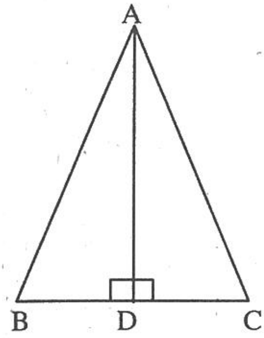
၈. ပုံ(1.18)တွင် $\triangle$ ABC သည် နှစ်နားညီတြိဂံဖြစ်၍ AB = AC ဖြစ်သည်။ AD သည် အမြင့်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။

(i) $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ဖြစ်ပါသလား။

(ii) D သည် BC ၏အလယ်မှတ်ဖြစ်ပါသလား။

(iii) $\angle BAD = \angle CAD$ ဖြစ်ပါသလား။

အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။



ပုံ (1.18)

9. ပုံ(1.19)တွင် O သည် AB နှင့် CD တို့၏ အလယ်မှတ်ဖြစ်သည်။ အောက်ပါတို့မှ မည်သည့် အချက်သည် မှန်သနည်း။

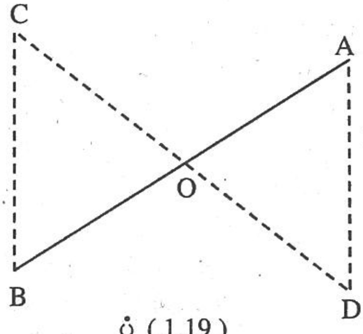
(i) $\triangle AOD \cong \triangle BOC$

(ii) $\angle B = \angle D$ နှင့် $\angle C = \angle A$

(iii) $\angle A = \angle B$ နှင့် $\angle C = \angle D$

(iv) AD=CB

အကြောင်းပြချက်ဖြင့် ဖြေဆိုပါ။



ပုံ (1.19)

10. ကြိုက်ရာ $\triangle$ABC တစ်ခုကိုဆွဲ၍ ၎င်း၏အလယ်မျဉ်း CD ကိုဆွဲပါ။ $\triangle$BDC နှင့် $\triangle$ADC တို့၏ အမြင့်မျဉ်း BE နှင့် AF တို့ကိုလည်းဆွဲပါ။ BE နှင့် AF ညီပါသလား။ အကြောင်းပြချက်ဖြင့် ဖြေဆိုပါ။ အလျားများကို တိုင်းတာခြင်းဖြင့်လည်း ဆန်းစစ်ပါ။

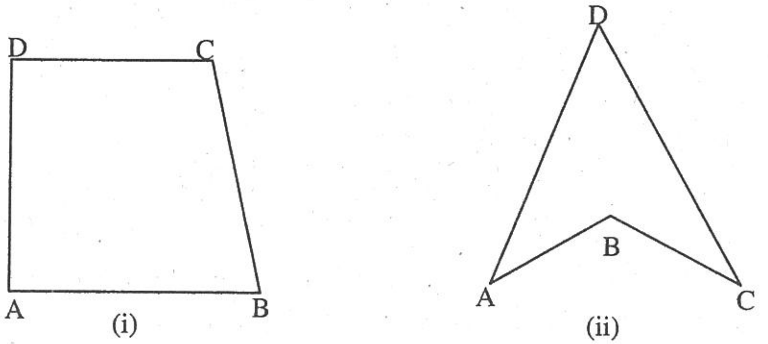
အခန်း (2)

စတုဂံများ

အနားသုံးနားတို့ဖြင့် ဖွဲ့စည်းထားသော တြိဂံများအကြောင်းကို သိရှိပြီးဖြစ်သည်။ အနားလေးနားတို့ဖြင့် ဖွဲ့စည်းထားသော စတုဂံများအကြောင်းကို ဆက်လက်လေ့လာကြမည်။

2.1 စတုဂံအဓိပ္ပာယ်

အနားလေးဘက်တို့ဖြင့် ဖွဲ့စည်းထားသော စတုရန်းများ၊ ထောင့်မှန်စတုဂံများကိုလည်း လေ့လာပြီးဖြစ်သည်။ ယေဘုယျ စတုဂံများအကြောင်းကို ပိုမိုသဘောပေါက်နားလည်ရန် ဆက်လက်လေ့လာကြမည်။ စတုဂံ၏အခြေခံများဖြစ်သည့်အနားများနှင့်ထောင့်များပေးထားလျှင် စတုဂံကို မည်သို့ဆွဲသားရမည်ကို လေ့လာကြမည်။

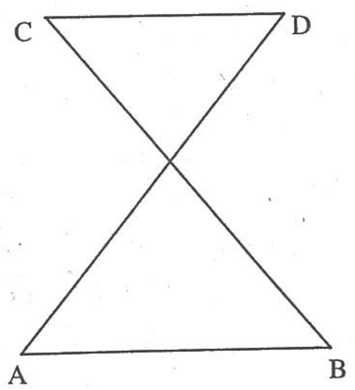


ပုံ (2.1)

မျဉ်းပိုင်းလေးခုတို့ဖြင့် ဖွဲ့စည်းထားသောပုံကို စတုဂံဟုခေါ်သည်။ ၄င်းမျဉ်းပိုင်းလေးခုတို့အနက် မည်သည့်မျဉ်းပိုင်းနှစ်ခုမဆို တစ်ခုကိုတစ်ခုဖြတ်မသွားရချေ။

ပုံ(2.1)-(i) နှင့် ပုံ (2.1)-(ii) တို့သည် စတုဂံများဖြစ်ကြသည်။

စတုဂံတစ်ခုကို အမည်ပေးရာတွင် ထိုစတုဂံ၏ ထောင့်စွန်းများအတိုင်း အစီအစဉ်တကျ ပေးလေ့ရှိသည်။ ပုံ(2.1)ရှိ စတုဂံများကို ABCD ဟုလည်းကောင်း၊ BCDA ဟုလည်းကောင်း၊ DCBA ဟုလည်းကောင်း၊ အစီအစဉ်မှန်ကန်စွာဖြင့် အမျိုးမျိုးခေါ်ဝေါ်နိုင်သည်။ သို့သော် ထိုစတုဂံကို စတုဂံ ABDC ဟုခေါ်ဝေါ်ရေးသားခြင်းမပြုနိုင်ကြောင်း အထူးသတိပြုသင့်သည်။ ထိုနည်းတူပင် ပေးထားသောအမည်ရှိသည့် စတုဂံတစ်ခုကို ပုံဆွဲရာတွင် စတုဂံ၏ထောင့်များသည် အမည်ပေးထားသော အစီအစဉ်အတိုင်း ရှိနေရမည်။



ပုံ (2.2)

ပုံ(2.2)မှ ABCD သည် စတုဂံမဟုတ်သည်မှာ ထင်ရှားသည်။

ပုံ(2.1)ကိုပြန်ကြည့်ပါ။ မျဉ်းပိုင်း AB, BC, CD နှင့် DA တို့ကို စတုဂံ ABCD ၏ အနားများ ဟုခေါ်သည်။ A,B,C နှင့် D တို့ကို စတုဂံ ABCD ၏ ထောင့်စွန်းများဟုခေါ်သည်။ တစ်ဖန် A နှင့် C ၊ B နှင့် D တို့သည် မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်စွန်းများဖြစ်ကြသည်။ မျက်နှာချင်းဆိုင် ထောင့်စွန်းများကိုဆက်သွယ်သောမျဉ်းပိုင်း AC နှင့် BD တို့ကို စတုဂံ ABCD၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း (diagonals)များဟုခေါ်သည်။

စတုဂံ၏ထောင့်စွန်းတိုင်း၌ ထောင့်တစ်ခုစီရှိသည်ကိုသတိပြုပါ။ ၎င်းတို့ကို စတုဂံ၏ အတွင်းထောင့်များ သို့မဟုတ် ထောင့်များဟုခေါ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ $\angle$ DAB, $\angle$ ABC, $\angle$ BCD နှင့် $\angle$ CDA တို့ကို စတုဂံ ABCD ၏ထောင့်များဟုခေါ်သည်။ ရှုပ်ထွေးရန်အကြောင်းမရှိသောအခါများ၌ အထက်ပါထောင့်များကို $\angle$A, $\angle$B, $\angle$C နှင့် $\angle$D ဟုအသီးသီးခေါ်သည်။

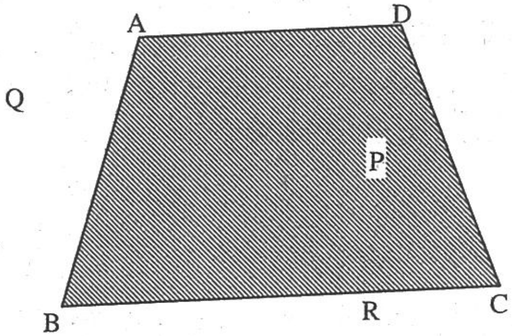
အနား AB နှင့် BC တို့တွင် B သည် ဘုံထောင့်စွန်းဖြစ်သည်။ ထိုကဲ့သို့ ဘုံထောင့်စွန်း ရှိသော အနားတို့ကို စတုဂံ၏နီးစပ်သောအနားများ(adjacent sides)ဟုခေါ်သည်။ ကျန်နီးစပ်သော အနားစုံတွဲ(၃)စုံကို သင်ဖော်ပြနိုင်ပါသလား။ AB နှင့် CD တို့ကဲ့သို့ ဘုံထောင့်စွန်းမရှိသော အနားနှစ်နားကို စတုဂံ၏မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားတစ်စုံဟုခေါ်သည်။ စတုဂံတစ်ခုတွင် မျက်နှာချင်းဆိုင် အနား(opposite side)နှစ်စုံပါရှိသည်။ ကျန်မျက်နှာချင်းဆိုင် အနားတစ်စုံကို သင်ဖော်ပြနိုင်ပါသလား။

စတုဂံ ABCD ၏ အနားလေးနားတို့၏ပေါင်းလဒ် AB+BC+CD+DA ကို စတုဂံ၏ ပတ်လည်အနား(Perimeter)ဟုခေါ်သည်။

2.2 စတုဂံတစ်ခု၏အတွင်းနှင့်အပြင်

စာရွက်တစ်ရွက်ပေါ်တွင် ABCD စတုဂံတစ်ခုကိုဆွဲသားပါ။ စတုဂံတစ်ခုသည် ပြင်ညီပေါ်ရှိ အမှတ်များကို သုံးပိုင်းပိုင်းပါသည်။ ပထမတစ်ပိုင်းသည် စတုဂံ၏အတွင်း၌ရှိသော P ကဲ့သို့သော အမှတ်များပါဝင်သောအပိုင်းဖြစ်၍ ဒုတိယအပိုင်းသည် စတုဂံ၏အပြင်၌ရှိသော Q ကဲ့သို့အမှတ်များ

ပါဝင်သောအပိုင်းဖြစ်ပြီး တတိယအပိုင်းသည် စတုဂံအနားတစ်ခုခုပေါ်တွင်ရှိသော R ကဲ့သို့သော အမှတ်များပါဝင်သည့်အပိုင်းဖြစ်သည်။ ပုံ(2.3)ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ (2.3)

P ကဲ့သို့သောအမှတ်များပါဝင်သည့် ပြင်ညီ၏အစိတ်အပိုင်းကို **"စတုဂံ၏အတွင်းပိုင်း (Interior of the quadrilateral)"**ဟုခေါ်သည်။

R ကဲ့သို့သောအမှတ်များသည် စတုဂံ၏အတွင်းပိုင်းကို စည်းသတ်ထားသည်။ R ကဲ့သို့သော အမှတ်များရှိသည့်အပိုင်းကို အတွင်းပိုင်း၏နယ်နိမိတ်(boundary of the Interior)ဟုခေါ်သည်။

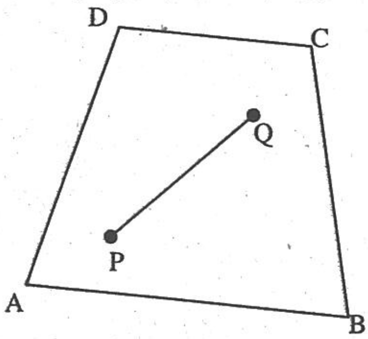
Q ကဲ့သို့သော အမှတ်များပါဝင်သည့်ပြင်ညီ၏အစိတ်အပိုင်းကို စတုဂံ၏အပြင်ပိုင်း (Exterior of the quadrilateral) ဟုခေါ်သည်။

အကယ်၍ စတုဂံအတွင်းရှိအမှတ်တစ်ခုမှအပြင်ရှိအမှတ်တစ်ခုသို့ သွားလိုလျှင် (သို့မဟုတ် အပြင်မှအတွင်းသို့သွားလိုလျှင်) စတုဂံ၏နယ်နိမိတ်ကို ဖြတ်၍သွားရမည်။

2.3 စတုဂံခုံးနှင့်စတုဂံခွက်များ(Convex and Concave quadrilaterals)

ပုံ(2.1(i))မှ စတုဂံ ABCD ၏ အတွင်းရှိ အမှတ် P နှင့် Q တို့ကို ယူ၍ဆက်သွယ်ပါ။

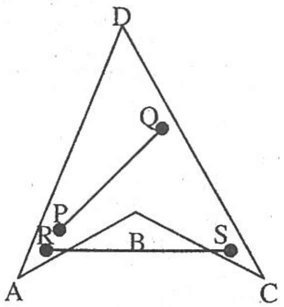
မျဉ်းပိုင်း PQ ပေါ်ရှိ အမှတ်အားလုံးသည် စတုဂံ ABCD ၏အတွင်း၌ ကျရောက်လျက်ရှိသည်ကိုတွေ့ရသည်။ ဆိုလိုသည်မှာ P နှင့် Q အမှတ်နှစ်ခုကို ဆက်သွယ်သောမျဉ်းပိုင်း PQ တစ်ခုလုံးသည် စတုဂံ ABCD အတွင်း၌ ကျရောက်နေသည်။



ပုံ (2.4)

အထက်ပါစတုဂံ၏ အတွင်းတွင် အမှတ်အစုံပေါင်းများစွာယူ၍ အထက်ပါစမ်းသပ်ချက်ကို ထပ်တလဲလဲပြုလုပ်ပါ။ စတုဂံ၏အတွင်းရှိမည်သည့်အမှတ်နှစ်ခုကိုမဆို ဆက်သွယ်၍ရရှိသော မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုလုံးသည် စတုဂံ၏အတွင်း၌ ကျရောက်လျက်ရှိသည်ကိုတွေ့ရသည်။ ထိုကဲ့သို့သော စတုဂံမျိုးကို စတုဂံခုံး(Convex quadrilateral)ဟုခေါ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် **စတုဂံတစ်ခု၏အတွင်းရှိမည်သည့်အမှတ်နှစ်ခုမဆို ဆက်သွယ်၍ရရှိသော မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုလုံးသည် စတုဂံ၏အတွင်း၌ ကျရောက်နေပါက ၎င်းစတုဂံကို ခုံးသည်ဟုဆိုသည်။**

ပုံ(2.1(ii))မှ စတုဂံ ABCD အတွင်း၌ အမှတ် P, Q, R နှင့် S တို့ကို ပုံ(2.5)တွင် ပြထားသည့်အတိုင်းယူပါ။ မျဉ်းပိုင်း PQ တစ်ခုလုံးသည် စတုဂံ၏ အတွင်း၌ ကျရောက်လျက်ရှိသော်လည်း မျဉ်းပိုင်း RS သည် စတုဂံ ABCD ၏ အတွင်း၌ တစ်ခုလုံးကျရောက်ခြင်းမရှိချေ။ တစ်နည်းဆိုသော် R နှင့် S အမှတ်နှစ်ခုကို ဆက်သွယ်၍ ရရှိသော မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုလုံးသည် စတုဂံ ABCD ၏အတွင်း၌ ကျရောက်ခြင်းမရှိပါ။ ဤကဲ့သို့သော စတုဂံမျိုးကို **စတုဂံခွက်** (Concave quadrilateral) ဟုခေါ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် စတုဂံတစ်ခု၏အတွင်းရှိ အနည်းဆုံးအမှတ်တစ်စုံကို ဆက်သွယ်၍ရရှိသော မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုလုံးသည် စတုဂံအတွင်း၌ ကျရောက်ခြင်းမရှိပါက ထိုစတုဂံကို ခွက်သည်ဟုဆိုသည်။



ပုံ (2.5)

မှတ်ချက်(1)။ ။ စတုဂံခုံးတစ်ခု၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများသည် စတုဂံ၏အတွင်း၌ လုံးဝကျရောက်လျက်ရှိသည်။ သို့သော် စတုဂံခွက်၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းသည် စတုဂံ၏အတွင်း၌ လုံးဝကျရောက်လျက်ရှိပြီး အခြားထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းသည် ထိုကဲ့သို့ ကျရောက်ခြင်းမရှိပါ။

မှတ်ချက်(2)။ ။ စတုဂံခုံး၏ထောင့်တစ်ထောင့်စီသည် 180° အောက်နည်းသည်ကို သတိပြုပါ။ စတုဂံခွက်တွင်မူ ထောင့်တစ်ထောင့်သည် 180° ထက်ကြီးသည်။ ပုံ(2.5)မှ $\angle ABC$ ကိုကြည့်ပါ။

ဤစာအုပ်တွင် စတုဂံခွက်များအကြောင်း လေ့လာမည် မဟုတ်ပါ။ ထို့ကြောင့် **"စတုဂံ"** ဟု ရေးသားလျှင် **"စတုဂံခုံး"**ကိုဆိုလိုသည်ကို သတိပြုမိရန်လိုပါသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း 2.1

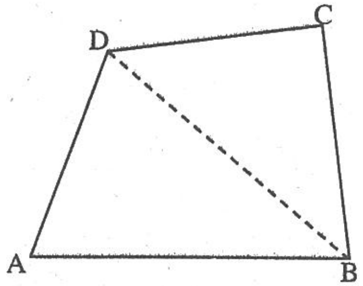
1. တြိဂံသည်ခုံးသလား။ သင့်အဖြေအတွက်အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။ စက်ဝိုင်းသည် ခုံးသလော။ သင့်အဖြေအတွက် အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။

2.4 စတုဂံ၏ထောင့်များပေါင်းလဒ်

တြိဂံ၏အတွင်းထောင့်များပေါင်းလဒ်သည် 180° ရှိသည်ကို သိပြီးဖြစ်သည်။ ယခုစတုဂံတစ်ခု၏ထောင့်များပေါင်းလဒ်ကို စဉ်းစားမည်ဖြစ်သည်။

စတုဂံ ABCD တွင် B နှင့် D ကို ဆက်သွယ်ပါ။ ပုံ(2.6)ကိုကြည့်ပါ။

BD သည် စတုဂံ ABCD ကို နှစ်ပိုင်းပိုင်းရာ △ABD နှင့် △ BCD တြိဂံနှစ်ခု ရရှိသည်။



ပုံ (2.6)

△ABD တွင်

$\angle DAB+\angle ABD+\angle BDA=180^\circ$ (အဘယ်ကြောင့်နည်း။) - (1)

တစ်ဖန် △ BCD တွင်

$\angle DBC+\angle BCD+\angle CDB=180^\circ$ (အဘယ်ကြောင့်နည်း။) - (2)

ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) ကိုပေါင်းရာ

$\angle DAB+\angle ABD+\angle BDA+\angle DBC+\angle BCD+\angle CDB = 180^\circ + 180^\circ$

$\angle DAB+\angle ABD+\angle DBC+\angle BCD+\angle BDA+\angle CDB = 360^\circ$

သို့ရာတွင် $\angle ABD+\angle DBC = \angle ABC$

$\angle BDA+\angle CDB = \angle CDA$

သို့ဖြစ်၍ $\angle DAB+\angle ABC+\angle BCD+\angle CDA = 360^\circ$

သို့ဖြစ်၍ စတုဂံ ABCD ၏ ထောင့်အားလုံးပေါင်းခြင်းသည် 360° ဖြစ်ကြောင်းပြပြီးဖြစ်သည်။

2.5 ထူးခြားသော စတုဂံများ

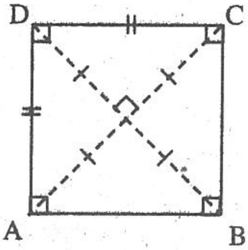
(1) **စတုရန်း(Square)** - အနားအားလုံးတူညီပြီး ထောင့်တစ်ထောင့်စီသည် ထောင့်မှန် ဖြစ်နေသော စတုဂံကို စတုရန်းဟုခေါ်သည်။

ပုံ(2.7)တွင် ABCD သည် စတုရန်းတစ်ခု ဖြစ်သည်။

၎င်းတွင် AB=BC=CD=DA ဖြစ်၍

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ ဖြစ်သည်။

စတုရန်း ABCD တွင်

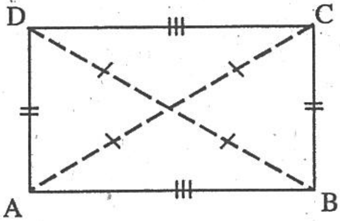


ပုံ (2.7)

(a) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့သည် အချင်းချင်းတူညီကြသည်။(AC = BD)

(b) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့သည် တစ်ခုကိုတစ်ခုထောင့်မတ်ကျလျက် ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ကြသည်။

(2) **ထောင့်မှန်စတုဂံ(Rectangle)** - ထောင့်တစ်ထောင့်စီသည် ထောင့်မှန်ဖြစ်ပြီး၊ မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ တူညီလျက်ရှိသော စတုဂံကို ထောင့်မှန်စတုဂံ ဟုခေါ်သည်။



ပုံ (2.8)

ပုံ(2.8)တွင် ABCD သည် ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်သည်။ ဤတွင် AB = DC, BC = AD, $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ ဖြစ်သည်။

ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ရှည်သောအနား (AB သို့မဟုတ် DC)ကို အလျားဟုခေါ်ပြီး တိုသောအနား (BC သို့မဟုတ် AD) ကို အနံဟုခေါ်သည်။

ထောင့်မှန်စတုဂံ ABCD တွင်

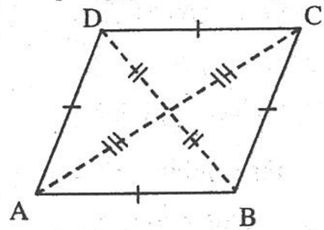
(a) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့သည် အချင်းချင်း တူညီကြသည်။ (AC = BD)

(b) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့သည် တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ကြသည်။

(3) **ရွမ်းဗတ်(Rhombus)** - စတုဂံတစ်ခု၏ အနားလေးဖက်စလုံး တူညီသောအခါ ထိုစတုဂံကို ရွမ်းဗတ်ဟုခေါ်သည်။

ပုံ(2.9)တွင် ABCD သည် ရွမ်းဗတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ ဤတွင် AB = BC = CD = DA ဖြစ်သည်။

ရွမ်းဗတ် ABCD တွင် ထောင့်ဖြတ် AC နှင့် BD တို့သည် တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မတ်ကျလျက် ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ကြသည်။



ပုံ (2.9)

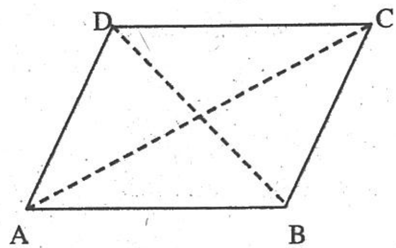
(4) **အနားပြိုင်စတုဂံ (Parallelogram)** - မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ ပြိုင်နေသော စတုဂံကို အနားပြိုင်စတုဂံဟုခေါ်သည်။

ပုံ(2.10)တွင် ABCD သည် အနားပြိုင် စတုဂံ ဖြစ်သည်။ ဤတွင် AB // DC နှင့် BC // AD ဖြစ်သည်။

အနားပြိုင် စတုဂံ ABCD တွင်

(a) မျက်နှာချင်းဆိုင် အနားများ တူညီကြသည်။
AB = CD နှင့် BC = AD

(b) မျက်နှာချင်းဆိုင် ထောင့်များ တူညီကြသည်။
$\angle ADC = \angle ABC$ နှင့် $\angle DAB = \angle DCB$

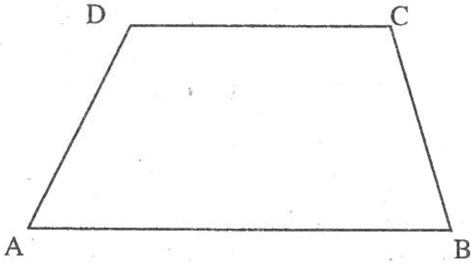


ပုံ (2.10)

(c) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့သည် တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ကြသည်။

(5) **တြာပီဇီယမ်(Trapezium)** - မျက်နှာချင်းဆိုင် အနား တစ်စုံပြိုင်ပြီး ကျန်မျက်နှာချင်းဆိုင် အနား တစ်စုံ မပြိုင်သော စတုဂံကို တြာပီဇီယမ်ဟုခေါ်သည်။

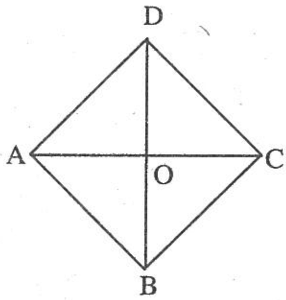
ပုံ(2.11)တွင် ABCD သည် တြာပီဇီယမ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ ဤတွင် AB//CD ဖြစ်၍ AD≠BC ဖြစ်နေသည်။



ပုံ (2.11)

လေ့ကျင့်ခန်း 2.2

1. စတုဂံတစ်ခု၏ထောင့်သုံးထောင့်တို့ သည် 60°၊ 130° နှင့် 50° တို့ဖြစ်ကြလျှင် ကျန်စတုတ္ထ ထောင့်ကို ရှာပါ။
2. အောက်ပါတို့မှ မည်သည်တို့သည် မှန်သနည်း။ အဘယ်ကြောင့်နည်း။
   (a) စတုရန်းအားလုံးသည် ထောင့်မှန်စတုဂံများဖြစ်ကြသည်။
   (b) ထောင့်မှန်စတုဂံအားလုံးသည် စတုရန်းများဖြစ်ကြသည်။
   (c) ရွမ်းဗတ်အားလုံးသည် စတုရန်းများဖြစ်ကြသည်။
   (d) စတုရန်းအားလုံးသည် ရွမ်းဗတ်များဖြစ်ကြသည်။
   (e) ထောင့်မှန်စတုဂံအားလုံးသည် ရွမ်းဗတ်များဖြစ်ကြသည်။
   (f) ရွမ်းဗတ်အားလုံးသည် ထောင့်မှန်စတုဂံများဖြစ်ကြသည်။
3. ပုံ(1.12) တွင် ABCD သည် ရွမ်းဗတ်တစ်ခု ဖြစ်သည်။ ၎င်း၏ ထောင့်ဖြတ် AC နှင့် BD တို့သည် O ၌ ဖြတ်သည်။
   (a) D သည် A နှင့် C တို့မှ တူညီစွာကွာဝေး ပါသလား။
   (b) A သည် B နှင့် D တို့မှတူညီစွာကွာဝေး ပါသလား။
   (c) AC သည် B နှင့် D တို့၏ ခေါက်ချိုးညီဝင်ရိုးဖြစ်ပါသလား။
   (d) AC သည် BD ၏ ထောင့်မတ်ကျ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းဖြစ်ပါသလား။
   (e) BD သည် AC ၏ ထောင့်မတ်ကျ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းဖြစ်ပါသလား။
   အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။



ပုံ (2.12)

2.6 စတုဂံများကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

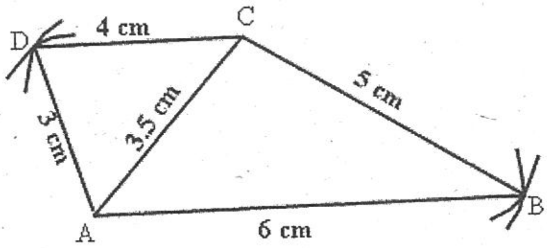
စတုဂံတစ်ခု၏ အခြေခံ အချက်များကိုပေးထားလျှင် ၎င်းစတုဂံကို မည်သို့ဆွဲသားမည်ကို လေ့လာကြမည်။

ဆွဲသားလိုသော စတုဂံကို အတိအကျမဆွဲသားမီ ပုံကြမ်းတစ်ခုဆွဲသား၍ ပေးထားသော အခြေခံ အချက်များကို ၎င်းပုံကြမ်းပေါ်တွင် မှတ်သားသင့်သည်။

2.6.1 အနားလေးဖက်နှင့် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုပေးထားသော စတုဂံကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

AB = 6 cm, BC = 5 cm, CD = 4 cm, DA = 3 cm ထောင့်ဖြတ် AC = 3.5 cm အသီးသီးရှိသော စတုဂံ ABCD ကို ဆွဲသားလိုသည်ဆိုပါစို့။

လိုအပ်သော စတုဂံကို ဆွဲသားရန် အောက်ပါအဆင့်များအတိုင်း လုပ်ဆောင်ပါ။



ပုံ (2.13)

အဆင့်(1)။ ။ 3.5 cm ရှိသော မျဉ်းပိုင်း AC ကို ဆွဲသားပါ။

အဆင့်(2)။ ။ A ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 3 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းပြတ်တစ်ခုကို AC ၏ တစ်ဖက်၌ ဆွဲပါ။

အဆင့်(3)။ ။ တစ်ဖန် C ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 4 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းပြတ်တစ်ခုကို AC ၏ တစ်ဖက်(အဆင့်(2)တွင် ဆွဲခဲ့သောဖက်)၌ ဆွဲသားပါ။ အဆင့်(2)တွင် ဆွဲခဲ့သော စက်ဝိုင်းပြတ်ကို အမှတ် D ၌ ဖြတ်ပါစေ။ (ပုံ(2.13)ကိုကြည့်ပါ။)

အဆင့်(4)။ ။ A နှင့် D,C နှင့် D တို့ကို ဆက်သွယ်ပါ။

အဆင့်(5)။ ။ A ကိုဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 6 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းပြတ်ကို AC ၏ အခြားတစ်ဖက်(D မရှိသောဖက်)၌ ဆွဲသားပါ။

အဆင့်(6)။ ။ C ကိုဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 5 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းပြတ်တစ်ခုကို AC ၏ တစ်ဖက် (အဆင့်(5)တွင် ဆွဲခဲ့သောဖက်)၌ ဆွဲသားပါ။ အဆင့်(5)တွင် ဆွဲခဲ့သော စက်ဝိုင်းပြတ်ကို B တွင်ဖြတ်ပါစေ(ပုံ(2.13)ကိုကြည့်ပါ။)

အဆင့်(7)။ ။ A နှင့် B, C နှင့် B တို့ကို ဆက်သွယ်ပါ။ ထိုအခါ ABCD သည်လိုအပ်သော စတုဂံဖြစ်မည်။(ယခုဆောက်လုပ်ဆွဲသားချက်သည် တြိဂံ ABC နှင့် တြိဂံ ADC တို့ကို AC ၏ တစ်ဖက်တစ်ချက်စီ၌ ဆွဲသားခြင်းနှင့်အတူတူပင်ဖြစ်ကြောင်းကို သတိပြုသင့်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း 2.3

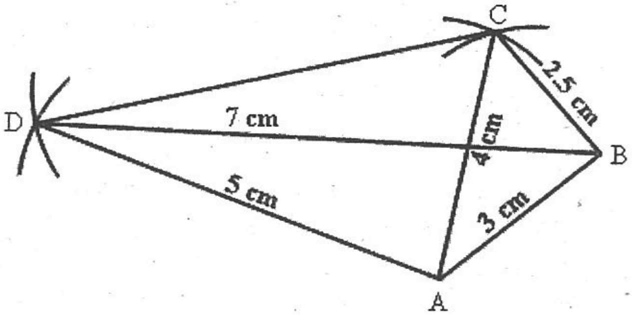
1. အောက်ပါပေးထားချက်များကို အသုံးပြု၍ စတုဂံ ABCD ကိုဆွဲပါ။
   (a) AB = 3.9 cm, BC = 4.3 cm, CD = 5 cm
       DA = 5.9 cm နှင့် AC = 5.9 cm
   (b) AB = BC = 3.6 cm, CD = DA = 4.5 cm, နှင့် BC = 6.3 cm

2.6.2 အနားသုံးနားနှင့်ထောင့်ဖြတ်နှစ်ခုပေးထားသော စတုဂံကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

AD = 5 cm, AB = 3 cm, BC = 2.5 cm , AC = 4cm နှင့် BD = 7 cm ရှိသော စတုဂံ တစ်ခုကို ဆွဲသားလိုသည်ဆိုပါစို့။

အောက်ပါပြုလုပ်ချက်အဆင့်ဆင့်ကို အသုံးပြု၍ လိုအပ်သော စတုဂံကိုဆွဲသားမည်။

အဆင့်(1)။ ။ AB = 3 cm ရှိသော မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲသားပါ။
အဆင့်(2)။ ။ AB ကို အခြေပြု၍ AD = 5 cm, BD = 7 cm ရှိသော $\triangle ABD$ ကို ဆွဲသားပါ။ ပုံ(2.14)ကို ကြည့်ပါ။



ပုံ (2.14)

အဆင့်(3)။ ။ တစ်ဖန် AB ကိုအခြေပြု၍ $\triangle ABD$ နှင့် တစ်ဖက်တည်း၌ AC = 4 cm, BC = 2.5cm ရှိသော $\triangle ABC$ ကိုဆွဲသားပါ။ (ပုံ (2.14)ကိုကြည့်ပါ။)
အဆင့်(4)။ ။ C နှင့် D ကို ဆက်သွယ်ပါ။ ABCD သည် လိုအပ်သော စတုဂံဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း 2.4

အောက်ပါပေးထားချက်များကို အသုံးပြု၍ စတုဂံ ABCD ကိုဆွဲသားပါ။

(a) AB = 2.9 cm, BC = 3.4 cm, CD = 4.3 cm
AC = 5.3 cm နှင့် BD = 5.7 cm

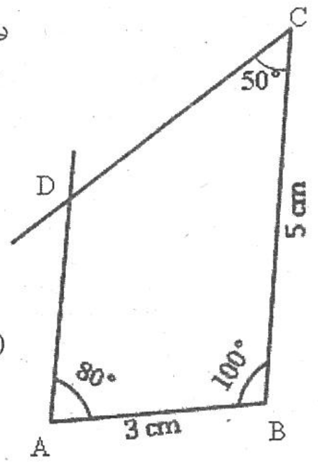
(b) AB = BC = CD = 5cm, AC = 6.7 cm နှင့် BD = 5.9 cm

2.6.3 နီးစပ်သော အနားနှစ်နားနှင့် ထောင့်သုံးထောင့်ကို ပေးထားသော စတုဂံကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

AB = 3 cm, BC = 5cm , $\angle A = 80°$, $\angle B = 100°$ နှင့် $\angle C = 50°$ ရှိသော စတုဂံတစ်ခု ဆွဲသား လိုသည် ဆိုပါစို့။

ဤဆောက်လုပ်ဆွဲသားချက်ကိုလေ့ကျင့်ခန်းအဖြစ်ထားရှိမ (အရိပ်အမြွက် - ပုံ(2.15)ကို ကြည့်ပါ။)

(စတုဂံ၏ အခြားထောင့်သုံးထောင့်ကို ပေးထား လျှင် ကျန်စတုတ္ထထောင့်အား **"စတုဂံတစ်ခု၏ ထောင့်များပေါင်းလဒ်သည် 360° ရှိသည်။"** ဆိုသောအချက်ကို အသုံးပြု၍ ရှာနိုင်သည်။)



ပုံ(2.15)

လေ့ကျင့်ခန်း 2.5

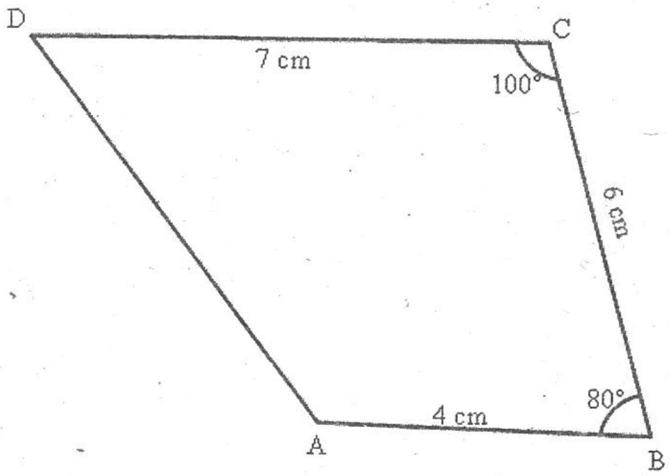
1. အောက်ပါပေးထားချက်များကိုသုံး၍ စတုဂံ ABCD ကို ဆွဲသားပါ။

(a) $\angle A = 75°$, $\angle B = 85°$, $\angle C = 110°$, AB = 4.1 cm နှင့် BC = 3.9 cm

(b) $\angle D = 90°$, $\angle A = 67°$, $\angle B = 105°$, DA = AB = 5.3 cm

2.6.4 အနားသုံးနားနှင့် ကြားထောင့် နှစ်ထောင့် ပေးထားသော စတုဂံကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

AB = 4cm, BC = 6 cm, CD = 7 cm, $\angle B = 80°$ နှင့် $\angle C = 100°$ ရှိသော စတုဂံ ABCD ကို ဆွဲသားလိုသည်ဆိုပါစို့။ ဤဆွဲသားချက်ကို လေ့ကျင့်ခန်းအဖြစ် ထားခဲ့မည်။(အရိပ်အမြွက် ပုံ(2.16)ကို ကြည့်ပါ။)



ပုံ(2.16)

လေ့ကျင့်ခန်း 2.6

1. အောက်ပါပေးထားချက်များကို အသုံးပြု၍ စတုဂံ ABCD ကို ဆွဲသားပါ။
   (a) AB = 4.9 cm, BC = 3.8 cm, CD = 4.4 cm, $\angle B = 90°$ နှင့် $\angle C = 85°$
   (b) BC = 3.6 cm, CD = 4.5 cm, DA = 5cm, $\angle C = 75°$ နှင့် $\angle D = 120°$

2.7 စတုဂံများ ထပ်တူညီခြင်း

စတုဂံအမျိုးမျိုးကို မည်သို့ဆွဲသားရမည်ကို လေ့လာပြီးဖြစ်သည်။ စတုဂံတစ်ခုဆွဲသားရန် အနည်းဆုံး အနားနှစ်နား ပါဝင်သော အခြေခံငါးခုပေးထားရမည်ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် ယေဘုယျ စတုဂံနှစ်ခု ထပ်တူညီရန် အချက်(5)ချက်နှင့် ပြည့်စုံရမည်။ စာပိုဒ် 2.6 အရ စတုဂံနှစ်ခု ထပ်တူညီစေနိုင်သော အချက်များကို အောက်ပါအတိုင်း မှတ်သားနိုင်သည်။

(a) အနားလေးနားနှင့်ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းတို့ တူညီသော စတုဂံနှစ်ခုသည် ထပ်တူညီသည်။(SSSSD)

(b) အနားသုံးနားနှင့် ထောင့်ဖြတ်နှစ်ခုတို့ တူညီသော စတုဂံနှစ်ခုသည် ထပ်တူညီသည်။ (SSSDD)

(c) နီးစပ်သော အနားနှစ်နား ကြားထောင့်တစ်ထောင့်နှင့်ကျန်ထောင့်နှစ်ထောင့်တို့ တူညီသော စတုဂံနှစ်ခုသည် ထပ်တူညီသည်။(ASASA)

(d) အနားသုံးနားနှင့်ကြားထောင့်နှစ်ထောင့်တူညီသော စတုဂံနှစ်ခုသည် ထပ်တူညီသည်။ (SASAS)

အခန်း (3)

စက်ဝိုင်းများ

ဤအခန်းတွင် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းနှင့်စက်ဝိုင်းတစ်ခုဖြတ်ခြင်း၊ စက်ဝိုင်းတစ်ခုနှင့်တစ်ခု ဖြတ်ခြင်းများနှင့်စက်ဝိုင်းများသို့ ဝန်းထိမျဉ်းများ(tangents) အကြောင်းကို လေ့လာကြမည်။ ၎င်းပြင် စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာအကြောင်းကိုလည်း လေ့လာကြမည်။

3.1 ပြန်လည်ဆွေးနွေးခြင်း

စက်ဝိုင်းနှင့်ပတ်သက်၍ လေ့လာခဲ့ပြီးသော အကြောင်းအရာများကို ပြန်လည်ဖော်ပြပါမည်။

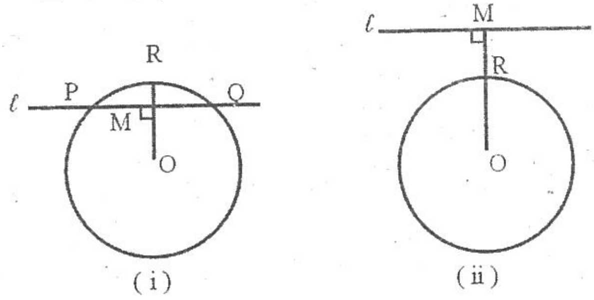
စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဗဟို(centre)၊ အချင်းဝက်(radius)၊ အချင်း(diameter)၊ စက်ဝန်း(အဝန်း) (circumference)၊ လေးကြိုး(chord)၊ စက်ဝန်းပိုင်း(Arc)၊ စက်ဝိုင်းခြမ်း(Semicircle)၊ စက်ဝိုင်းပြတ် (Segment)၊ စက်ဝိုင်းစိတ်(Sector)နှင့် စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ အတွင်းနှင့်အပြင်(interior and exterior of a circle) စသည်တို့ကို သိရှိပြီးဖြစ်သည်။

- ဗဟိုမှလေးကြိုးမျဉ်း တစ်ကြောင်းပေါ်သို့ ထောင့်မတ်ကျသောမျဉ်းသည် လေးကြိုးကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။
- ဗဟိုမှတူညီစွာ ကွာဝေးသော လေးကြိုးများသည် တူညီကြသည်။
- စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခုမှ ဗဟို၌ ခံဆောင်ထားသော ထောင့်သည် ထိုစက်ဝန်းပိုင်းမှကျန် စက်ဝန်းပိုင်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခုခု၌ ခံဆောင်ထားသော ထောင့်၏နှစ်ဆရှိသည်။
- တူညီသော စက်ဝိုင်းပြတ်တစ်ခုအတွင်းရှိထောင့်များသည် တူညီကြသည်။
- စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခုအတွင်းရှိ ထောင့်သည် ထောင့်မှန်တစ်ခုဖြစ်သည်။

အထက်ပါအချက်များအပြင် စက်ဝိုင်း၏ အခြားသော အကြောင်းအရာများကို ဆက်လက် လေ့လာကြရမည်။

3.2 စက်ဝိုင်းတစ်ခုနှင့်မျဉ်းဖြောင့်တစ်ခုဖြတ်ခြင်း

ဗဟို O နှင့် အချင်းဝက် r ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်း ℓ ကိုဆွဲပါ။ ထိုအခါ ပုံ(3.1) တွင် ဖော်ပြထားသည့် (i) နှင့် (ii) အတိုင်း ပုံနှစ်မျိုးဖြစ်ပေသည်။



ပုံ (3.1)

ပုံ(3.1)(i) တွင် မျဉ်းဖြောင့် ℓ သည် စက်ဝိုင်းကို မတူသော အမှတ်နှစ်ခု P နှင့် Q တို့၌ ဖြတ်သည်။ ထိုကဲ့သို့သောမျဉ်းကို ဝန်းဖြတ်မျဉ်း(secant to the circle) ဟု ခေါ်သည်။ စက်ဝိုင်း၏ အတွင်း၌ရှိသော မျဉ်းဖြောင့်၏ အပိုင်းကို စက်ဝိုင်း၏လေးကြိုးဟုခေါ်သည်။ OM ⊥ PQ ဆွဲပြီး OM ကို စက်ဝိုင်းအား အမှတ် R ၌ တွေ့သည်အထိ ဆက်ဆွဲပါ။ ထို့နောက် M သည် PQ ၏အလယ် အမှတ်ဖြစ်သည်။ (အဘယ်ကြောင့်နည်း) OR သည် စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်ဖြစ်သည်။

OM<OR(OR=r) ဖြစ်နေသည်ကို တွေ့ရ၏။ ဆိုလိုသည်မှာ လေးကြိုး PQ (သို့) မျဉ်းဖြောင့် ℓ သည် ဗဟို O မှ စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်အောက်ငယ်သော အကွာအဝေးတွင် ရှိနေသည်။ သို့ဖြစ်၍ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းသည် စက်ဝိုင်းကို အမှတ်နှစ်နေရာတွင် ဖြတ်လျှင် ဗဟိုမှ ထိုလေးကြိုးသို့ အကွာအဝေးသည် စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်အောက်ငယ်ပေသည်။

ပုံ(3.1)(ii) တွင် မျဉ်းဖြောင့် ℓ သည် စက်ဝိုင်းကို လုံးဝဖြတ်ခြင်းမပြုပေ။ ၎င်းသည် စက်ဝိုင်း၏ပြင်ပတွင် တစ်ခုလုံးကျရောက်နေပေသည်။ OM ⊥ ℓ ကိုဆွဲရာ စက်ဝိုင်းကို R ၌ ဖြတ်ပါစေ။ M သည် မည်သည့်နေရာ၌ ရှိနေသနည်း။ ၎င်းအမှတ်သည် စက်ဝိုင်း၏ အပြင်ဘက်တွင် ကျရောက်နေသည်။

OM>OR (OR= γ) ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရ၏။ သို့ဖြစ်၍ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းသည် စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို မဖြတ်လျှင် စက်ဝိုင်းဗဟိုမှ ၎င်းမျဉ်း၏ အကွာအဝေးသည် စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်ထက် ကြီးကြောင်းတွေ့ရသည်။

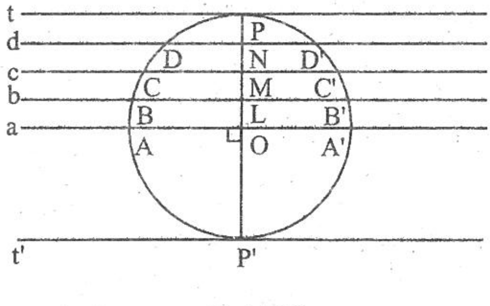
3.3 စက်ဝိုင်းတစ်ခုသို့ ဝန်းထိမျဉ်း

(Tangent to a Circle)

စာပိုဒ် (3.2) တွင် စဉ်းစားခဲ့သည့် စက်ဝိုင်းတစ်ခုနှင့် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ခု၏ အနေအထား နှစ်မျိုးအပြင် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ခုနှင့် စက်ဝိုင်းတစ်ခုတို့ဖြတ်ခြင်းကို နောက်ထပ်တစ်မျိုး တွေ့ရှိနိုင်သေးသည်။

အောက်ပါအတိုင်း စမ်းသပ်ချက်တစ်ခုကို ပြုလုပ်ပါ။

ဗဟို O နှင့် အချင်းဝက် r ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲသားပါ။ စက်ဝိုင်းကို A,A' ; B,B' ; C,C' ; D,D' အသီးသီး တို့၌ ဖြတ်နေသည့် ပြိုင်နေသောဖြတ်မျဉ်းများ a,b,c,d အသီးသီးတို့ကို ဆွဲပါ။



ပုံ (3.2)

a သည် ဗဟို O ကိုဖြတ်သွားသည့်ဝန်းဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဖြစ်ပြီး အခြားဝန်းဖြတ်မျဉ်းများသည် ဗဟိုမှ တဖြည်းဖြည်း ဝေးကွာသွားသည့်ဖြတ်မျဉ်းများ ဖြစ်သည်။ OL ⊥ b ဆွဲပါ။ OL သည် ဝန်းဖြတ်မျဉ်းအားလုံးကို ထောင့်မတ်ကျနေသည်။ (အဘယ်ကြောင့်နည်း။) OL ကိုဆက်ဆွဲရာ ဝန်းဖြတ်မျဉ်းများ c နှင့် d တို့ကို M နှင့် N တို့၌ အသီးသီး ဖြတ်သွားပြီး စက်ဝိုင်းကို P ၌ ဖြတ်ပါစေ။

L,M,N တို့သည် လေးကြိုးများ BB',CC',DD' တို့၏ အလယ်အမှတ်များ အသီးသီးဖြစ်သည်။ (အဘယ့်ကြောင့်နည်း။) ပုံ(3.2)ကို ကြည့်ပါ။

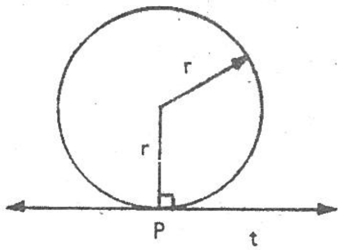
ယခု BB',CC',DD' တို့သည် ဗဟိုမှတဖြည်းဖြည်းပို၍ ဝေးကွာလာသောအခါ ၎င်းတို့၏ အလျားများသည် မည်သို့ဖြစ်လာမည်နည်း။

ဗဟိုမှအကွာအဝေးသည် r နှင့် ညီတူနီးပါး ဖြစ်လာသောအခါ မည်သို့ ဖြစ်လာသနည်း။ သက်ဆိုင်ရာ ဝန်းဖြတ်မျဉ်းကြောင့် ရလာသည့် လေးကြိုးသည် အထူးပင် သေးငယ်လာပါသည်။

ဝန်းဖြတ်မျဉ်း၏ ဗဟိုမှအကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်နှင့်တူညီလာသောအခါ မည်သို့ဖြစ်လာပါသနည်း။ လေးကြိုး၏ အစွန်းနှစ်မှတ်သည် တစ်ထပ်တည်းကျလာပြီး လေးကြိုး၏ အလျားသည် သုညဖြစ်သွားသည်။ မည်သည့်အမှတ်၌ လေးကြိုး၏ အဆုံးအမှတ်များသည် တစ်ထပ်တည်းကျမည်နည်း။ P ၌ တစ်ထပ်တည်းကျကြောင်း ထင်ရှားသည်။ ဤ ထူးခြားသော ဝန်းဖြတ်မျဉ်းကို ပုံ(3.2)တွင် t ဟု သတ်မှတ်ထားသည်။ ၎င်းဝန်းဖြတ်မျဉ်းသည် စက်ဝိုင်းကို P အမှတ်တစ်ခုတည်း၌သာ ဖြတ်ပေသည်။ ဤကဲ့သို့ ထူးခြားသော ဝန်းဖြတ်မျဉ်းကို စက်ဝိုင်းတစ်ခုသို့ ဝန်းထိမျဉ်း (Tangent to the Circle)ဟု ခေါ်သည်။ P ကို ဝန်းထိမျဉ်းနှင့် စက်ဝိုင်းတို့၏ ထိမှတ်(Point of Contact) ဟုခေါ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ **စက်ဝိုင်းကို အမှတ်တစ်ခုတည်း၌သာ ဖြတ်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ခုကို စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်းဟု ခေါ်သည်။ ၎င်းမျဉ်းဖြောင့်နှင့် စက်ဝိုင်းတို့ဖြတ်သောအမှတ်ကို စက်ဝိုင်းနှင့် ထိမှတ် (Point of Contact with the circle) ဟု ခေါ်သည်။**

မျဉ်း t ကို P အမှတ်ရှိ စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းဟု ခေါ်သည်။ ဝန်းထိမျဉ်း t သည် P အမှတ်၌ စက်ဝိုင်းကို ထိနေသည်ဟုလည်း ဆိုလေ့ရှိသည်။ O ၏ အခြားတစ်ဖက်၌ ပုံ(3.2) တွင် ပြထားသကဲ့သို့ ဗဟိုမှ အကွာအဝေးများ တိုးပြီး အပြိုင် ဝန်းဖြတ်မျဉ်းများ ဆွဲလျှင် မည်ကဲ့သို့ဖြစ်လာမည်နည်း။ P ကို ဖြတ်သွားသည့် အချင်းမျဉ်း၏ ကျန်အစွန်းတစ်ဖက် အမှတ် P ၌ ထိနေသည့် ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ရရှိမည်။

အထက်ပါ ဆွေးနွေးချက်မှ ဝန်းထိမျဉ်းများ၏ ဂုဏ်သတ္တိနှစ်ခုကို လေ့လာသိရှိရသည်။



ပုံ(3.3)

(i) စက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုမှ ဝန်းထိမျဉ်းသို့ အကွာအဝေးသည် စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်နှင့် တူညီသည်။

(ii) ဝန်းထိမျဉ်းသည် ထိမှတ်ကိုဖြတ်သွားသည့် စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်ကို ထောင့်မတ်ကျသည်။

3.4 အမှတ်တစ်ခုမှ စက်ဝိုင်းတစ်ခုသို့ဆွဲသော ဝန်းထိမျဉ်းများ

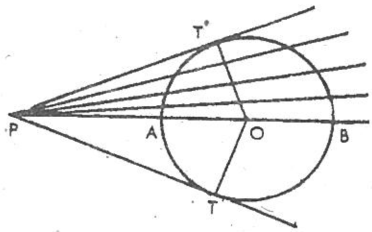
(Number of Tangents to a Circle from a point)

(i) အမှတ်သည် စက်ဝိုင်း၏ ပြင်ပ၌ ရှိသော အခြေအနေ

(The point is outside the circle)

ဗဟို O ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုဆွဲပြီး စက်ဝိုင်း၏ ပြင်ပ၌ အမှတ် P ကိုယူပါ။ P နှင့် O ကို ဖြတ်၍ ဝန်းဖြတ် မျဉ်းတစ်ကြောင်းကိုဆွဲရာ စက်ဝိုင်းကို A နှင့် B တွင် ဖြတ်ပါစေ။

ပုံ(3.4) ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ(3.4)

PAB ပေါ်တွင် တစ်ထပ်တည်းရှိစေသော ဝန်းဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းကိုယူ၍ ထိုမျဉ်းကို လက်ဝဲရစ်အတိုင်း အမှတ် P ၌ လှည့်ပါ။ ဝန်းဖြတ်မျဉ်းကို လှည့်ရာတွင် ဝန်းဖြတ်မျဉ်းနှင့် စက်ဝိုင်းတို့၏ ဖြတ်မှတ်များသည် မည်သို့ဖြစ်ပေါ်လာသနည်း။ ဖြတ်မှတ်များသည် စက်ဝိုင်းပေါ်တွင် တစ်ခုမှ တစ်ခုစီသို့ ဦးတည်၍ ရွေ့နေကြပါသည်။ ၎င်းတို့သည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု T အမှတ်၌ တစ်ထပ်တည်းကျသော အခြေအနေသို့ ရောက်ရှိလာမည်။ ဤအခြေအနေကို ရောက်ရှိပြီးနောက် လှည့်နေသော မျဉ်းဖြောင့်သည် စက်ဝိုင်းကိုဖြတ်ခြင်း မပြုတော့ချေ။ ထိုဝန်းဖြတ်မျဉ်းသည် အမှတ် T တစ်ခုတည်း၌ ထိနေသောအခါ ဝန်းထိမျဉ်း ဖြစ်လာပေသည်။ ထိုအခါ P ကို ဖြတ်သော ဝန်းထိမျဉ်း တစ်ကြောင်း PT ကို ရရှိသည်။

PAB မှအစပြု၍ လက်ယာရစ်အတိုင်း မျဉ်းတစ်ကြောင်းကိုထပ်မံ၍ လှည့်ကြည့်ပါ။ မျဉ်းဖြောင့်သည် တစ်ကြိမ်ထပ်မံ၍ စက်ဝိုင်းကို T' အမှတ် တစ်ခုတည်း၌ ဖြတ်သော အခြေအနေကို ရောက်ပြီးနောက် စက်ဝိုင်းကို မဖြတ်တော့ချေ။ PT' သည် P မှ စက်ဝိုင်းသို့ ဆွဲသော အခြား ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်း ဖြစ်သည်။

P မှနေ၍ စက်ဝိုင်းသို့ တတိယ ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်း ဆွဲနိုင်ပါသေးသလား။ မဆွဲနိုင်ကြောင်း ထင်ရှားသည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း မှတ်ချက်ချနိုင်သည်။

စက်ဝိုင်း၏ ပြင်ပ အမှတ်တစ်ခုမှနေ၍ စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်း ဆွဲနိုင်သည်။

ထိမှတ်ကိုဖြတ်၍ ရလာသည့် အချင်းဝက်များနှင့် ဝန်းထိမျဉ်းတို့၏ ဂုဏ်သတ္တိအချို့ကို ရှာဖွေကြမည်။ ပုံ(3.3 ကိုကြည့်ပါ။)

O နှင့် T,O နှင့် T' တို့ကို ဆက်ပါ။ ထို့နောက်

$OT \perp PT$ နှင့် $OT \perp PT'$ ဖြစ်သည်။ (အဘယ်ကြောင့်နည်း။)

$\triangle$ POT နှင့် $\triangle$ POT' တွင်

PO = PO (ဘုံအနား)

OT = OT' (အချင်းဝက်များ)

$\angle PTO = \angle PT'O = 90°$ တို့ကို တွေ့ရှိရသည်။

$\therefore \triangle POT \cong \triangle POT'$ (မန-န)

$\therefore$ PT = PT' ဖြစ်သည်။

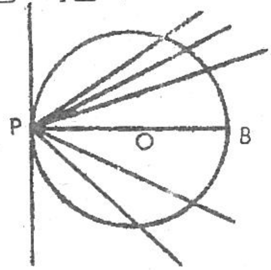
PT နှင့် PT' တို့၏ အလျားများကို P မှစက်ဝိုင်းသို့ဆွဲသော ဝန်းထိမျဉ်းများ၏ အလျားများဟုခေါ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ ဝန်းထိမျဉ်းပိုင်း(**Tangent Segments**)နှစ်ခုတို့သည် တူညီကြသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် ပြင်ပ အမှတ်တစ်ခုမှ စက်ဝိုင်းတစ်ခုသို့ ဆွဲသော ဝန်းထိ မျဉ်းနှစ်ကြောင်းတို့သည် တူညီကြသည်။

(ii) **အမှတ်သည် စက်ဝိုင်းပေါ်၌ရှိသော အခြေအနေ**

(The point is on the circle)

အမှတ် P သည် စက်ဝိုင်းပေါ်တွင် ရှိသောအခါ အထက်ပါ စမ်းသပ်ချက်မျိုးကို ထပ်မံလုပ်ဆောင်ကြည့်ကြမည်။

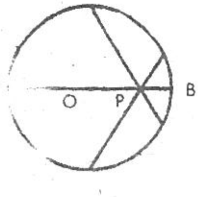
ပုံ(3.4)ရှိ အမှတ် A သည် P ကိုယ်တိုင်ဖြစ်နေသည်။ လှည့်နေသော မျဉ်းဖြောင့်သည် PO ကို မျဉ်းမတ်ကျသောအခါ စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းဖြစ်လာမည်။ ဤဖြစ်ရပ်တွင် T နှင့် T' တို့သည် P ၌ တစ်ထပ်တည်း ကျရောက်လာမည်။ ပုံ(3.5) ကို ကြည့်ပါ။ ၎င်းပြင် P အမှတ်၌ ထိသော ဝန်းထိမျဉ်းသည် တစ်ကြောင်းတည်းသာရှိမည်။



ပုံ (3.5)

(iii) **အမှတ်သည် စက်ဝိုင်းအတွင်း၌ရှိသော အခြေအနေ**

ပုံ(3.6)တွင် ပြထားသကဲ့သို့ အမှတ် P သည် စက်ဝိုင်းအတွင်း၌ ရှိပါစေ။ P ကို ဖြတ်၍ နှစ်သက်ရာ ဝန်းဖြတ်မျဉ်းများ ဆွဲပါ။ ဝန်းဖြတ်မျဉ်းတိုင်းသည် စက်ဝိုင်းကို အမှတ်နှစ်ခု၌ ဖြတ်ကြသည်။



ပုံ (3.6)

စက်ဝိုင်းကို အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ ဖြတ်သော ဝန်းဖြတ်မျဉ်းများ မဆွဲနိုင်ပါ။ သို့ဖြစ်၍ စက်ဝိုင်း၏ အတွင်း၌ရှိသော အမှတ်တစ်ခုမှနေ၍ စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းမဆွဲနိုင်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

3.5 ဝန်းထိမျဉ်းများ ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

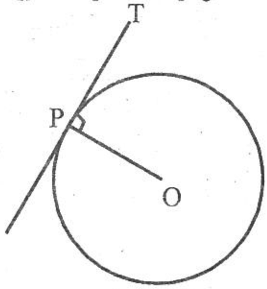
3.5.1 စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ ပေးရင်းအမှတ်တစ်ခု၌ ထိသော ဝန်းထိမျဉ်း ဆွဲသားခြင်း

စာပိုဒ် 3.3 တွင် ရှိသော ဂုဏ်သတ္တိ(ii) သည် စက်ဝိုင်း၏ အပေါ်ရှိ ပေးထားသော အမှတ်၌ ထိသည့် ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်း ဆွဲရာတွင် အထောက်အကူပြုပေးသည်။ လိုအပ်သော ဝန်းထိမျဉ်း ရရှိစေရန် အောက်ပါအဆင့်များအတိုင်း လုပ်ဆောင်ပါ။

အဆင့်(1)။ ။ ပေးထားသော အချင်းဝက်တစ်ခုဖြင့် ဗဟို O ရှိ စက်ဝိုင်းတစ်ခုဆွဲပါ။

အဆင့်(2)။ ။ အမှတ်တစ်ခု P ကို စက်ဝိုင်းပေါ်တွင် ယူပြီး O နှင့် P ကို ဆက်ပါ။

အဆင့်(3)။ ။ အမှတ် P ၌ $PT \perp OP$ ဆွဲပါ။ ပုံ(3.7)တွင် ကြည့်ပါ။ ထိုအခါ PT သည် အမှတ် P ၌ထိသော လိုအပ်သည့်ဝန်းထိမျဉ်းဖြစ်သည်။ (အဘယ့်ကြောင့်နည်း။)



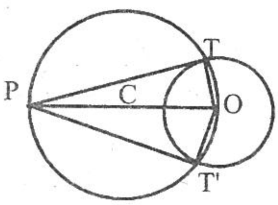
ပုံ (3.7)

3.5.2 ပြင်ပ အမှတ်တစ်ခုမှ စက်ဝိုင်းတစ်ခုသို့ ဝန်းထိမျဉ်းများ ဆွဲခြင်း

အချင်းဝက် 1.5 cm ရှိသော စက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုမှ အကွာအဝေး 4 cm တွင် ရှိသော ပြင်ပ အမှတ်တစ်ခုမှ ထိုစက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းများဆွဲလိုသည်ဆိုပါစို့။ လိုအပ်သော ဝန်းထိမျဉ်းများ ရရှိစေရန် အောက်ပါအဆင့်များအတိုင်းလုပ်ဆောင်ပါ။

အဆင့်(1)။ ။ PO = 4 cm ရှိသော မျဉ်းပြတ်တစ်ခု ဆွဲပါ။

အဆင့်(2)။ ။ O ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 1.5 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခု ဆွဲပါ။ ထိုအခါ လိုအပ်သော စက်ဝိုင်းနှင့် လိုအပ်သော ပြင်ပ အမှတ်တို့ကို ရရှိလာမည်။



ပုံ (3.8)

အဆင့်(3)။ ။ PO ကို C ၌ ထက်ဝက်ပိုင်းပါ။

အဆင့်(4)။ ။ C ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 2 cm ဖြင့် စက်ဝိုင်းတစ်ခု ဆွဲရာ အဆင့်(2)တွင် ဆွဲခဲ့သော စက်ဝိုင်းကို T နှင့် T' ၌ ဖြတ်ပါစေ။
[ပုံ(3.8) ကိုကြည့်ပါ။]
[စက်ဝိုင်းသည် O ကိုလည်း ဖြတ်သွားသည်။]
(အဘယ့်ကြောင့်နည်း။)

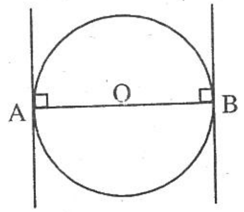
အဆင့်(5)။ ။ P နှင့် T,P နှင့် T' တို့ကို ဆက်ပါ။
ထိုအခါ PT နှင့် PT' တို့သည် လိုအပ်သော ဝန်းထိမျဉ်းများဖြစ်သည်။
(အဘယ့်ကြောင့်နည်း။) စက်ဝိုင်းခြမ်းအတွင်းရှိ ထောင့်တစ်ထောင့်သည် ထောင့်မှန် တစ်ခု ဖြစ်သည်ဟူသော ဂုဏ်သတ္တိအရ
$\angle PTO = \angle PT'O = 90^\circ$ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း(3.1)

1. မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းသည် မည်သည့်အခါတွင် စက်ဝိုင်းတစ်ခုအား
   (a) မဖြတ်ဘဲ နေမည်နည်း။
   (b) အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ ဖြတ်သနည်း။
   (c) အမှတ်နှစ်ခု၌ ဖြတ်သနည်း။
2. မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းသည် မည်သည့်အခါတွင်
   (a) စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်း ဖြစ်မည်နည်း။
   (b) စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်း ဖြစ်မည်နည်း။

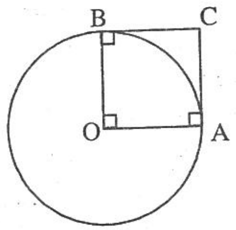
   စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ လေးကြိုးမျဉ်းတစ်ကြောင်းသည် ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဖြစ်ပါသလား။
3. ဗဟို O ရှိသည့် အချင်းဝက် 1.5 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခု ဆွဲပါ။ အချင်းမျဉ်းတစ်ကြောင်း AOB, ကို ဆွဲပြီး A နှင့် B တို့၌ ဝန်းထိမျဉ်းများ ဆွဲပါ။ ပုံ (3.9) ကို ကြည့်ပါ။ ဤဝန်းထိမျဉ်းများသည် ပြိုင်နေကြပါသလား။ အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။

   (ဤပုစ္ဆာမှ **အချင်းမျဉ်း၏ အစွန်း နှစ်ဘက်၌ ရှိသော ဝန်းထိမျဉ်းများသည် ပြိုင်နေသည်** ဟူသော အချက်ကို သိနိုင်သည်။)



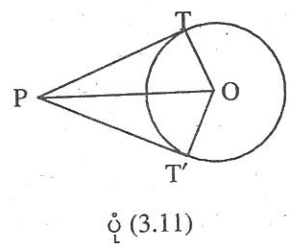
ပုံ (3.9)

4. ဗဟို O နှင့် အချင်းဝက် 2 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲပါ။ $\angle AOB = 90^\circ$ ဖြစ်စေမည့် အမှတ်နှစ်ခု A နှင့် B ကို စက်ဝိုင်းပေါ်တွင်ယူပါ။ A နှင့် B တို့၌ ဆွဲသော ဝန်းထိမျဉ်းများသည် C ၌ ဖြတ်ပါစေ (ပုံ(3.10)ကိုကြည့်ပါ။)
   OACB သည် စတုရန်းတစ်ခုဖြစ်ပါသလား။ အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။



ပုံ (3.10)

5. ပုံ(3.11)တွင် PT နှင့် PT' တို့သည် အမှတ် P မှ ဗဟို O ရှိသော စက်ဝိုင်းသို့ ဆွဲထားသော ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။ PO သည် $\angle TPT'$ နှင့် $\angle TOT'$ တို့ကို ထက်ဝက်ပိုင်းကြောင်း ပြပါ။



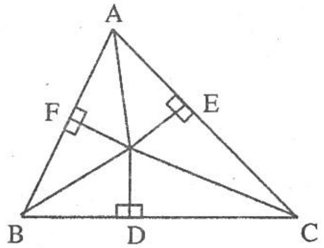
ပုံ (3.11)

6. တြိဂံတစ်ခု ABC ကိုဆွဲပါ။ ၎င်းတြိဂံ၏ထောင့်များကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည့် မျဉ်းတို့၏ ဆုံမှတ်သည် I ဖြစ်ပါစေ။ BC,CA,AB တို့ပေါ်သို့

မျဉ်းမတ်များ ID,IE,IF တို့ဆွဲပါ။ (ပုံ(3.12)ကို ကြည့်ပါ။) ID=IE=IF ဖြစ်ကြောင်း ရှင်းပြပါ။

I ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် ID ဖြင့် စက်ဝိုင်းတစ်ခုဆွဲပါ။ရင်းစက်ဝိုင်းသည် BC, CA နှင့် AB တို့ကို D,E နှင့် F အသီးသီး၌ ထိနေပါသလား။ အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။

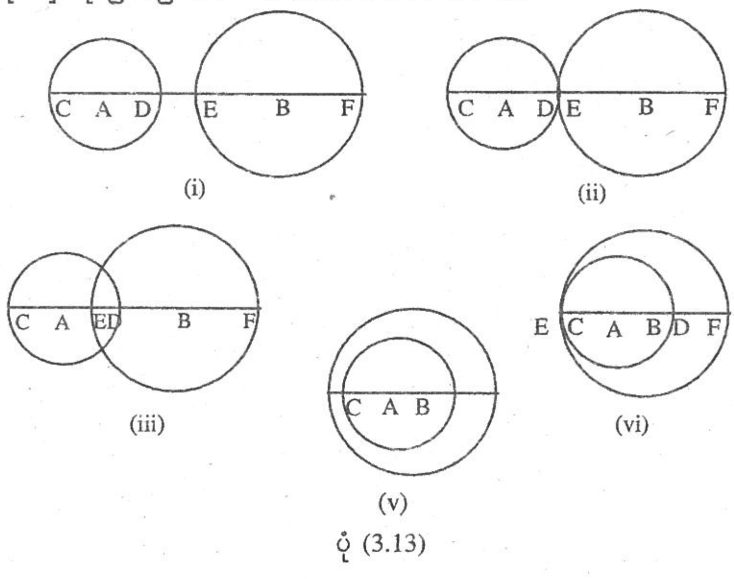
ဗဟို I ၌အချင်းဝက် ID ဖြင့် ဆွဲသော စက်ဝိုင်းသည် △ ABC ၏ အနားအသီးသီးကို D,E,F တို့၌ ထိနေကြောင်း သတိပြုနိုင်ပေသည်။ ထိုစက်ဝိုင်းကို တြိဂံ၏ **အတွင်းထိစက်ဝိုင်း(Incircle)** ဟုခေါ်ပြီး ထိုစက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုကို **အတွင်းထိ စက်ဝိုင်းဗဟို(Incentre)** ဟု ခေါ်သည်။



ပုံ (3.12)

7. ပုံ(3.12)တွင် အောက်ပါတို့ကို သက်သေပြပါ။
   (a) AE + CD = CE + AF
   (b) BD + CE = BF + CD
   (c) AF + BD = BF + AE
8. အချင်းဝက် 5 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲပြီး စက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုမှ 7 cm အကွာအဝေးတွင် ရှိသော အမှတ်တစ်ခု P ကိုယူပါ။ အမှတ် P မှ စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်းဆွဲပြီး ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်း၏ အလျားကို တိုင်းကြည့်ပါ။ ၎င်းတို့ တူညီကြပါသလား။

3.6 စက်ဝိုင်းနှစ်ခု ဖြတ်ခြင်း (Intersection of two Circles)



ပုံ (3.13)

A နှင့် B ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 2 cm နှင့် 3 cm အသီးသီးရှိသည့် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုဆွဲပါ။ စက်ဝိုင်းများကို ၎င်းတို့၏ ဗဟိုများဖြင့် အမည်ပေးသွားမည်။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုကို စက်ဝိုင်း A နှင့် စက်ဝိုင်း B ဟု အသီးသီးခေါ်ပါ။ မျဉ်းပိုင်း AB ၏ အလျားကို စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ ဗဟိုနှစ်ခု အကွာအဝေးဟုခေါ်ပြီး AB ကို ဗဟိုများဆက်သောမျဉ်း(Line of Centres)ဟု ခေါ်သည်။ ဗဟိုများဆက်သောမျဉ်းသည် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုကို D နှင့် E တို့၌ အသီးသီးဖြတ်ပါစေ။ CD သည် စက်ဝိုင်း A ၏ အချင်းဖြစ်ပြီး EF သည် စက်ဝိုင်း B ၏ အချင်းဖြစ်သည်။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် ပုံ 3.13 တွင် (i) မှ (v)ထိ ပြထားသည့်အနေအထားအတိုင်းဖြစ်နိုင်သည်။

ပုံ(3.13)(i)တွင် စက်ဝိုင်းတစ်ခုစီသည် ကျန်စက်ဝိုင်း၏ အပြင်ဘက်၌ ရှိနေကြသည်။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့တွင် ဘုံအမှတ်မရှိပေ။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုရသော် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့ တစ်ခုနှင့်တစ်ခု မဖြတ်ပေ။ AB သည် အချင်းဝက် AD နှင့် EB တို့ ပေါင်းလဒ်ထက် ကြီးပါသလား။ ကြီးကြောင်း ထင်ရှားသည်။ သို့ဖြစ်၍ စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ ဗဟိုများ အကွာအဝေးသည် ၎င်းတို့၏ အချင်းဝက်များ ပေါင်းလဒ်ထက်ကြီးလျှင် စက်ဝိုင်းတစ်ခုစီသည် ကျန်စက်ဝိုင်း၏ အပြင်ဘက်၌ ကျရောက်နေပြီး အချင်းချင်း မဖြတ်ပေ။

ပုံ(3.13)(ii) တွင် D နှင့် E တို့တစ်ထပ်တည်းကျနေပြီး စက်ဝိုင်းများအတွက် ဘုံအမှတ်တစ်ခုတည်းသာ ရှိပေသည်။ ၎င်းကို D (သို့) E ဟုခေါ်ဆိုနိုင်သည်။ ဗဟိုများ အကွာအဝေးသည် မည်သို့ အခြေအနေရှိသနည်း။ ဗဟိုများ အကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်များ ပေါင်းလဒ်နှင့်တူညီနေသည်ကို တွေ့ရပါသည်။ ထိုအခါ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် အပြင်ထိ ထိနေသည်ဟု ခေါ်ဆိုပြီး၊ ဘုံအမှတ်ကို ၎င်းစက်ဝိုင်းတို့၏ ထိမှတ်ဟု ခေါ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့၏ ဗဟိုနှစ်ခု အကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်များ ပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီနေလျှင် စက်ဝိုင်းတို့သည် အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ ဖြတ်ကြပြီး အပြင်ထိ ထိနေကြသည်။

ပုံ (3.13) (iii) တွင် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် မတူညီသော အမှတ်နှစ်ခု၌ ဖြတ်နေပေသည်။ အကွာအဝေး AB သည် မည်သို့ရှိပါသနည်း။ ၎င်းသည် အချင်းဝက်များ ပေါင်းလဒ်အောက်ငယ်ပြီး၊ နုတ်လဒ်ထက် ကြီးပေသည်။ သို့ဖြစ်၍ ဗဟိုနှစ်ခု အကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်နှစ်ခု ပေါင်းလဒ်အောက်ငယ်ပြီးနုတ်လဒ်ထက်ကြီးနေလျှင် ၎င်းတို့သည် မတူညီသော အမှတ်၌ ဖြတ်ကြသည်။

ပုံ(3.13)(iv) တွင် C နှင့် E တို့သည် တစ်ထပ်တည်းကျနေပြီး စက်ဝိုင်း A သည် အမှတ် C မှတစ်ပါး စက်ဝိုင်း B အတွင်း လုံးဝကျရောက်နေပေသည်။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် C (သို့)E အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ ဖြတ်သည်။ ထိုအခါ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် အတွင်းထိ ထိနေကြသည်ဟု ခေါ်ဆိုသည်။ အကွာအဝေး AB သည် မည်သို့ရှိသနည်း။ ၎င်းသည် အချင်းဝက်များ နုတ်လဒ်နှင့် တူညီနေသည်ကို တွေ့ရပါသည်။ သို့ဖြစ်၍ စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ ဗဟိုများ အကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်များ နုတ်လဒ်နှင့် တူညီနေလျှင် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် အတွင်းထိ ထိနေပေသည်။

နောက်ဆုံးအနေဖြင့် ပုံ(3.13)(v)တွင် စက်ဝိုင်း A သည် စက်ဝိုင်း B အတွင်း လုံးဝကျရောက်နေပြီး ဆုံမှတ် မရှိပေ။ အကွာအဝေး AB သည် မည်သို့ရှိပါသနည်း။ ၎င်းသည် အချင်းဝက်နှစ်ခု နုတ်လဒ်အောက် ငယ်နေကြောင်း တွေ့ရှိရသည်။ သို့ဖြစ်၍ စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ ဗဟိုများ အကွာဝေးသည် အချင်းဝက်နှစ်ခု နုတ်လဒ်အောက်ငယ်နေလျှင် ငယ်သော စက်ဝိုင်းသည် ကြီးသော စက်ဝိုင်းအတွင်း လုံးဝ ကျရောက်နေသည်။

စက်ဝိုင်းနှစ်ခုကို မည်သို့သော ပုံစံမျိုးများဖြင့်ပင် ဆွဲစေကာမူ အထက်ပါ ဂုဏ်သတ္တိ တစ်ခုခုကိုရရှိမည်။ အတိုချုပ်အားဖြင့်မူ ဂုဏ်သတ္တိများမှာ-

မတူညီသော စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် တစ်ခုကိုတစ်ခု

(a) လုံးဝ မဖြတ်ကြချေ။

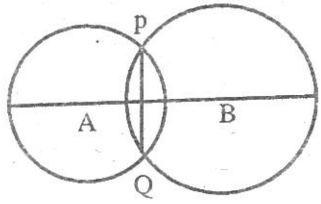
(သို့) (b) အတွင်း(သို့) အပြင်ထိ ထိနေသောအခါ အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ ဖြတ်သည်။

(သို့) (c) မတူညီသော အမှတ်နှစ်ခု၌ ဖြတ်ကြသည်။

အချင်းဝက်တူညီသော စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့ ဖြတ်လျှင် မည်သို့ဖြစ်လာမည်နည်း။

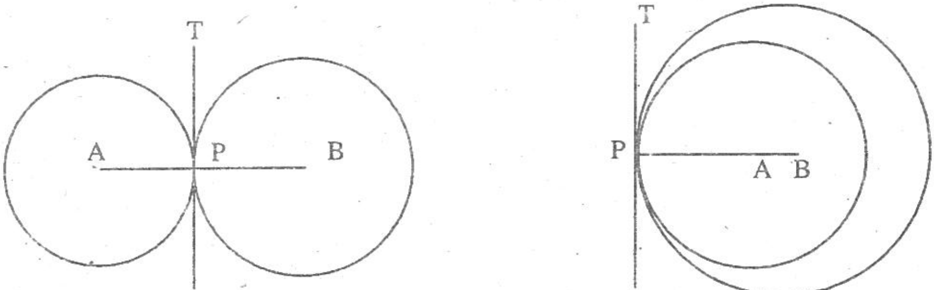
3.7 ဘုံလေးကြိုးမျဉ်းနှင့် ဘုံဝန်းထိမျဉ်း(common chord and common tangent)

ပုံ 3.13(iii) တွင် စက်ဝိုင်းများသည် မတူသော အမှတ်နှစ်ခု၌ ဖြတ်နေကြသည်။ ၎င်းတို့ကို P နှင့် Q ဟု အမည်ပေးလိုက်ပါ။ ပုံ(3.14) ကိုကြည့်ပါ။ ထို့နောက် P နှင့် Q ကို ဆက်ပါ။ မျဉ်းပိုင်း PQ သည် စက်ဝိုင်းတစ်ခုစီအတွက် လေးကြိုးမျဉ်းဖြစ်နေကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။ သို့ဖြစ်၍ ၎င်းကို စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ ဘုံလေးကြိုးမျဉ်းဟု ခေါ်သည်။



ပုံ (3.14)

ပုံ 3.13(ii) နှင့် 3.13(iv) တွင် စက်ဝိုင်း နှစ်ခုတို့သည် အမှတ်တစ်ခုတည်း၌သာ ဖြတ်ကြောင်း တွေ့ရှိပြီးဖြစ်သည်။ ၎င်းထိမှတ်ကို P ဟု သတ်မှတ်ပြီး P အမှတ်၌ စက်ဝိုင်းတစ်ခုခုသို့ ဝန်းထိမျဉ်းကို ဆွဲလိုက်ပါ။



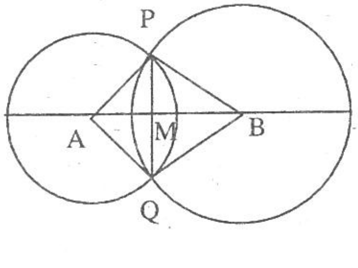
(i) (ii)

ပုံ(3.15)

စက်ဝိုင်း A ၌ ဆွဲသည်ဟုထားပါ။ ပုံ(3.15) ကိုကြည့်ပါ။ PT သည် စက်ဝိုင်း B သို့လည်း ဝန်းထိမျဉ်းဖြစ်နေကြောင်း သတိပြုနိုင်သည်။ သို့ဖြစ်၍ ၎င်းကို စက်ဝိုင်းများသို့ ဘုံဝန်းထိမျဉ်းဟု ခေါ်သည်။ $AB \perp PT$ လည်း ဖြစ်နေသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် ဆိုရသော် စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ ဗဟိုများဆက်သော မျဉ်းသည် ထိမှတ်၌ ဘုံဝန်းထိမျဉ်းကို ထောင့်မတ်ကျသည်။

ပုံ(3.14) တွင်ရှိ A,B တို့ကို P နှင့် Q တို့ဖြင့် အသီးသီး ဆက်ပါ။ (ပုံ 3.16 ကို ကြည့်ပါ။) $AP = AQ$ နှင့် $BP = BQ$ ဖြစ်နေကြောင်း သတိပြုမိပါသလား။ (အဘယ်ကြောင့်နည်း။) သို့ဖြစ်၍ A

သည် P နှင့် Q တို့မှ ဟူညီစွာ ကွာဝေးပြီး P နှင့် Q တို့၏ ခေါက်ချိုးညီ ဝင်ရိုးပေါ်တွင် ကျရောက်နေသည်။ အလားတူစွာ B သည်လည်း P နှင့် Q တို့၏ ခေါက်ချိုးညီ ဝင်ရိုးပေါ်တွင် ကျရောက်နေသည်။ သို့ဖြစ်၍ AB သည် P နှင့် Q တို့၏ ခေါက်ချိုးညီ ဝင်ရိုးဖြစ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုရသော် AB သည် PQ ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်ကျမျဉ်းဖြစ်သည်။ အကယ်၍ AB သည် PQ ကို M ၌ ဖြတ်လျှင် M သည် ဘုံလေးကြိုး PQ ၏ အလယ်မှတ်ဖြစ်သည်။



ပုံ (3.16)

ထို့ကြောင့် နိဂုံးချုပ်အနေဖြင့် ဖော်ပြရသည်ရှိသော် အကယ်၍ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် ဖြတ်နေကြလျှင် ၎င်းတို့၏ ဗဟိုများဆက်သော မျဉ်းသည် ဘုံလေးကြိုး၏ ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်း ဖြစ်သည်။

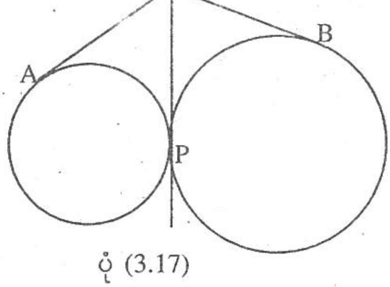
မှတ်ချက်။ ။စက်ဝိုင်းများ၏ ခေါက်ချိုးညီမှုကို အသုံးပြုပြီး အထက်ပါ နိဂုံးဆွဲယူချက်ကို ရရှိနိုင်သည်။ စက်ဝိုင်းတစ်ခုသည် အချင်းမျဉ်းတိုင်း၌ခေါက်ချိုးညီနေကြောင်းနှင့် ဗဟိုများဆက်သော မျဉ်းတွင် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုစလုံး၏ အချင်းမျဉ်းများလည်း ပါဝင်နေကြောင်း သတိပြုပါ။ တစ်နည်းအားဖြင့် ဆိုရသော် စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ ဗဟိုများဆက်သော မျဉ်းသည် ၎င်းတို့၏ ဘုံခေါက်ချိုးညီမျဉ်းဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း(3.2)

1. အောက်ပါတို့တွင် စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ အချင်းဝက်များ a နှင့် b ဗဟိုနှစ်ခု အကွာအဝေး d တို့ကို စင်တီမီတာတို့ဖြင့် ပေးထားသည်။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် ဖြတ်သည်။ (သို့) ထိသည်။ (သို့) ထပ်တူကျနေသည်။ (သို့) မဖြတ်ဟု ဖော်ပြပေးပါ။ အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။

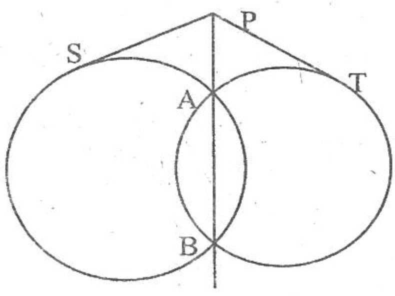
   (a) $a = 3.2$, $b = 2.5$, $d = 6$ (b) $a = 2.7$, $b = 2$, $d = 3$
   (c) $a = 3$, $b = 2$, $d = 5$ (d) $a = 2.9$, $b = 1.7$, $d = 1.2$
   (e) $a = 1.5$, $b = 2.3$, $d = 0$

2. ပုံ(3.17)တွင် T သည် P အမှတ်ရှိ ဘုံဝန်းထိ မျဉ်းပေါ်တွင် ရှိသော အမှတ်တစ်ခုဖြစ်ပြီး TA နှင့် TB တို့သည် အမှတ် T မှ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုသို့ဆွဲထားသော ဝန်းထိမျဉ်းများအသီးသီးဖြစ်သည်။ TA=TB ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။



ပုံ (3.17)

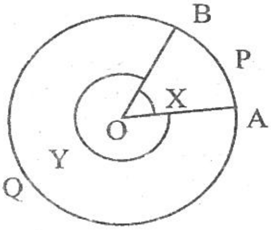
3. A နှင့် B တို့၌ ဖြတ်နေသည့် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ဘုံလေးကြိုးဆက်ဆွဲမျဉ်းပေါ်၌ အမှတ်တစ်ခု P ကိုယူ၍ ပုံ(3.18)တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း စက်ဝိုင်းနှစ်ခုသို့ဝန်းထိမျဉ်းများ PS နှင့် PT တို့ကိုဆွဲပါ။ PS နှင့် PT တို့ကို တိုင်းကြည့်ပါ။ ၎င်းတို့သည် တူညီပါသလား။



ပုံ(3.18)

3.8 အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီ တိုင်းတာခြင်း

A နှင့် B တို့သည် စက်ဝိုင်း O ပေါ်ရှိ အမှတ် နှစ်ခုဖြစ်ပါစေ။ ဗဟို၌ ထောင့်စွန်းရှိသော ထောင့် X ကို ဗဟိုခံဆောင်ထောင့်(Central Angle) ဟုခေါ်သည်။ ပုံ(3.19) ကိုကြည့်ပါ။ ၎င်းကို အဝန်းပိုင်း APB ၏ ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် (Central angle of the APB) ဟူ၍လည်း ခေါ်ပေ သည်။ အလားတူစွာ ပုံ(3.19) တွင် " Y " သည် အဝန်းပိုင်းကြီး AQB ၏ ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် ဖြစ်သည်။



ပုံ (3.19)

မျဉ်းပိုင်းများ၏ အလျားများကို မည်ကဲ့သို့ နှိုင်းယှဉ်ရသည်ကို သိရှိနားလည်ပြီး ဖြစ်သည်။ ဤသို့ နှိုင်းယှဉ်တိုင်းတာရန်အတွက် အလျားယူနစ်တစ်ခုကို သတ်မှတ်ပြီး အတိုင်းအတာ ကိရိယာတစ်ခုကို အသုံးပြုခဲ့ပေသည်။ ထိုနည်းတူ ထောင့်များ၏ပမာဏကို နှိုင်းယှဉ်တိုင်းတာရန် ထောင့်ယူနစ်တစ်ခုကို သတ်မှတ်ရန် လိုသည်။ ထောင့်မှန်တစ်ခုကို တူညီသော အစိတ်အပိုင်းပေါင်း 90 ပိုင်းပြီး ယင်းအစိတ်အပိုင်းတစ်ခုကို ဒီဂရီဟုခေါ် သည်။ ထောင့်တိုင်းရန်အတွက် ထောင့်တိုင်းစက်ဝိုင်းခြမ်း (Protractor) ကို အသုံးပြုသည်။

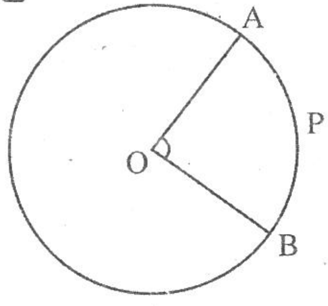
အဝန်းပိုင်းမျဉ်း ပမာဏများ(တစ်နည်းအားဖြင့်) အလျားများကို နှိုင်းယှဉ်ရာတွင် မလွယ် ကူပေ။ ပထမ အနေဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ အလျားဆိုသည်မှာ အဘယ်နည်း။ ၎င်းသည်ပင် ဖြေဆိုရန် ခက်ခဲသော မေးခွန်းဖြစ်သည်။ စက်ဝိုင်းပုံ အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ အလျားကို အချို့သောနည်း လမ်းဖြင့် တိုင်းတာနိုင်သည်ဟု ယူဆမည်။

ဥပမာအားဖြင့် ကြိုးတစ်ချောင်းကိုယူပြီး အဖျား စွန်းတစ်ခုမှစ၍ အဝန်းပိုင်းတစ်လျှောက် ချထားပြီးနောက် ကြိုးအလျားကို တိုင်းယူခြင်းဖြင့် အဝန်းပိုင်း၏ အလျားကို ရရှိနိုင်သည်။ ဤကဲ့သို့ တိုင်းတာခြင်းမျိုးသည် အဝန်းပိုင်းအလျားကို အကြမ်းအားဖြင့် တိုင်းတာခြင်းမျှသာဖြစ်သည်။ ဤသို့ တိုင်းတာမှုသည် အဝန်းပိုင်း၏ တိကျသော သင်္ချာနည်းအားဖြင့် ပြည့်စုံလုံလောက်သော တိုင်းတာမှု မဟုတ်ပေ။

တူညီသော စက်ဝိုင်း သို့မဟုတ် စက်ဝိုင်းတူများ၏ အဝန်းပိုင်းအလျားများ နှိုင်းယှဉ်တိုင်းတာမှုအတွက် အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာကို တစ်ဖက်ပါအတိုင်း သတ်မှတ်ပါ မည်။

အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာဆိုသည်မှာ ထိုအဝန်းပိုင်းမှနေ၍ ဗဟို၌ ခံဆောင်ထားသော ထောင့်၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာပင် ဖြစ်သည်။

ဗဟို O ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ အဝန်းပိုင်းတစ်ခုသည် APB ဖြစ်လျှင် အဝန်းပိုင်း APB ၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာကို ထောင့် AOB အတွင်းရှိ ဒီဂရီအရေအတွက်ဖြင့် တိုင်းတာသည်။ ပုံ(3.20) ကို ကြည့်ပါ။

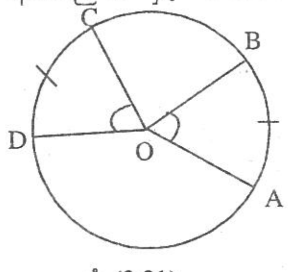


ပုံ (3.20)

အဝန်းပိုင်း အလျားများ နှိုင်းယှဉ်တိုင်းတာမှုအတွက် အထောက်အကူဖြစ်စေမည့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာအတွက် ဂုဏ်သတ္တိများကို ဆက်လက်လေ့လာမည်။ တစ်ခုတည်းသော စက်ဝိုင်းပေါ်တွင်ရှိသည့် အဝန်းပိုင်းများကိုသာ စဉ်းစားပါမည်။

3.9 အဝန်းပိုင်း တစ်ခု၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာအတွက် ဂုဏ်သတ္တိများ

AB နှင့် CD တို့သည် O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်း၏ ထပ်တူညီနေသည့် အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုဖြစ်ပါစေ။ ပုံ(3.21) ကြည့်ပါ။ ထပ်တူညီခြင်း သဘောအရ အဝန်းပိုင်း တစ်ခုသည် အခြားအဝန်းပိုင်းတစ်ခုပေါ်သို့ တစ်ထပ်တည်းကျနေပေမည်။ အဝန်းပိုင်း CD ကို O ၌ C နှင့် A တစ်ထပ်တည်းကျသည်အထိ လက်ယာရစ်လှည့်ပါ။ D သည် မည်သို့ဖြစ်လာသနည်း။ ၎င်းသည် B နှင့် တစ်ထပ်တည်းကျလာပါသလား။ OC သည် OA နှင့် လည်းကောင်း၊ OD သည် OB နှင့်လည်းကောင်း အသီးသီး တစ်ထပ်တည်းကျလာကြောင်း သတိပြုနိုင်သည်။

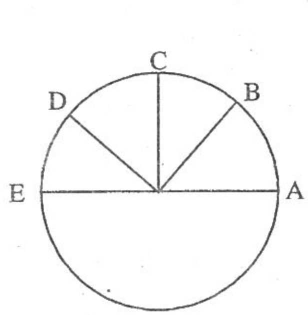


ပုံ (3.21)

သို့ဖြစ်၍ ∠AOB နှင့် ∠COD တို့သည် တူညီသည်။ သို့ဖြစ်၍ အဝန်းပိုင်းများဖြစ်သော AB နှင့် CD တို့တွင် တူညီသော ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများရှိပေသည်။

(a) ထပ်တူညီနေသည့် အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုတို့သည် တူညီသော ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများ ရှိကြသည် ဟု မှတ် ချက် ချနိုင်ပေသည်။

AB နှင့် BC တို့သည် ပုံ(3.22)တွင် ပြထားသကဲ့သို့ စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အဝန်းနှစ်ခုဖြစ်လျှင် အဝန်းပိုင်း AC သည် အဝန်းပိုင်းနှစ်ခု AB နှင့် BC တို့၏ ပေါင်းလဒ်ဖြစ်သည်။



ပုံ (3.22)

AB နှင့် DE တို့သည် ပုံ 3.22 တွင် ပြထားသကဲ့သို့ အခြားအဝန်းပိုင်းနှစ်ခုဖြစ်လျှင် အဝန်းပိုင်း AB နှင့် DE တို့၏ ပေါင်းလဒ်သတ်မှတ်ရန် အဝန်းပိုင်း DE နှင့် ထပ်တူညီနေစေမည့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခု BC ကို တည်ဆောက်ရမည်။ ထို့နောက် AC ကို AB နှင့် DE တို့၏ ပေါင်းလဒ်အဖြစ် သတ်မှတ်သည်။

(b) အဝန်းပိုင်းနှစ်ခု ပေါင်းလဒ်၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာသည် အဝန်းပိုင်း တစ်ခုစီ၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများ ပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီသည်။

ပေးထားသော အဝန်းပိုင်း၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာသည် m ဖြစ်လျှင် ပေးရင်းအဝန်းပိုင်း အလျား၏ နှစ်ဆ၊ သုံးဆ အစရှိသော အဝန်းပိုင်းတို့၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာများသည် 2m, 3m စသည်ဖြင့် ရရှိပေမည်။ ယေဘုယျအားဖြင့် ပေးထားသော အဝန်းပိုင်းအလျား၏ အဆ "a" ရှိသော အဝန်းပိုင်း၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာသည် "am" ဖြစ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါဂုဏ်သတ္တိကို ရရှိသည်။

(c) စက်ဝိုင်းတူပေါ်တွင်ရှိ အဝန်းပိုင်းများ၏ အလျားများသည် ၎င်းတို့၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများဖြင့် တိုက်ရိုက် အချိုးတူ ကျနေသည်။

ထို့ကြောင့် အကယ်၍ AB နှင့် CD တို့သည် O ဗဟိုရှိသော စက်ဝိုင်း၏ အဝန်းပိုင်းများဖြစ်လျှင်

$$\frac{\text{အဝန်းပိုင်း AB ၏အလျား}}{\text{အဝန်းပိုင်း CD ၏အလျား}} = \frac{\text{ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် AOB}}{\text{ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် COD}} \qquad (1)$$

စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခု၏ ဗဟိုခံဆောင်တောင့်သည် ဒီဂရီမည်မျှ ရှိပါသနည်း။ 180° ဖြစ်ကြောင်း ထင်ရှားသည်။ စက်ဝိုင်းတစ်ခုလုံး၏ ဗဟိုခံဆောင်ထောင့်သည် ဒီဂရီ မည်မျှရှိပါသနည်း။ 360° ရှိသည်။ အထက်ပါဆက်သွယ်ချက် (1)တွင် အဝန်းပိုင်း CD အစား စက်ဝန်းဖြင့် အစားထိုးလျှင် ရရှိသည်မှာ-

$$\frac{\text{အဝန်းပိုင်း AB ၏အလျား}}{\text{စက်ဝန်း (circumference)}} = \frac{\text{ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် AOB}}{360}$$

အကယ်၍ ထောင့်၌ AOB ၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာသည် m ဖြစ်ပါက အထက်ပါ ဆက်သွယ်ချက်အရ ရရှိသည်မှာ

$$\text{အဝန်းပိုင်း AB အလျား} = \frac{m}{360} \times \text{စက်ဝန်း} \qquad (2)$$

ဥပမာအားဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာသည် 15 ဖြစ်လျှင် အဝန်းပိုင်း၏

$$\text{အလျား} = \frac{15}{360} \times \text{စက်ဝန်း}$$

$$= \frac{1}{24} \times \text{စက်ဝန်း}$$

ဖြစ်သည်။

3.10 အဝန်းပိုင်း တစ်ခုကို တိုင်းတာသော နည်းအမျိုးမျိုး

အဝန်းပိုင်းတစ်ခုကို တိုင်းတာသော နည်းအမျိုးမျိုး ရှိကြောင်း သတိပြုသင့်ပေသည်။

အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာကို ၎င်းအဝန်းပိုင်းမှ ဗဟို၌ ခံဆောင်ထောင့်၏ ဒီဂရီအရေအတွက်ဖြင့် တိုင်းတာကြောင်း သတ်မှတ်ပြီး ဖြစ်သည်။ အခြားသော ထောင့်တိုင်း စနစ်များကို အသုံးပြုလျှင် အဝန်းပိုင်း၏ ထောင့်တိုင်းတာမှုကိုလည်း သီးခြားကိန်းများဖြင့် ကိုယ်စားပြုရပေမည်။ အဆင့်မြင့်သင်္ချာ ပညာရပ်တွင် ခြောက်ဆယ်လီစိတ်စနစ်(Sixagesimal system) သည် အသုံးဝင်လှပေသည်။ စက်ဝိုင်းပုံစနစ်(Circular system)သည် ပို၍ အသုံးဝင်ပေသည်။ ဤစနစ်တွင် တိုင်းတာမှု ယူနစ်ကို ရေဒီယမ်(Radian) ဟုခေါ်ပြီး ၎င်းကို စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်အလျားနှင့်တူသော အဝန်းပိုင်းက ဗဟို၌ခံဆောင်သော ထောင့်ဖြင့် တိုင်းတာသည်။

အဝန်းပိုင်းအလျား = အချင်းဝက် × အဝန်းပိုင်း၏ စက်ဝိုင်းပုံ တိုင်းတာမှု

(Circular measure of arc)

1 ရေဒီယံ = 57.296 ဒီဂရီနှင့် အနီးစပ်ဆုံးတူညီကြောင်း သတိပြုပါ။

လေ့ကျင့်ခန်း(3,3)

1. AOC နှင့် BOD တို့သည် အချင်းချင်း ထောင့်မတ်ကျနေသည် အချင်းမျဉ်းများဖြစ်သည်။ အောက်ပါ အဝန်းပိုင်းများ၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများကို ရှာပါ။
   (a) အဝန်းပိုင်းငယ် AB
   (b) အဝန်းပိုင်းကြီး AB
   (c) အဝန်းပိုင်း ABC
   (d) အဝန်းပိုင်း ADC
2. သုံးနားညီ တြိဂံ၏ ထောင့်ပတ်စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အဝန်းပိုင်းကြီး BC နှင့် အဝန်းပိုင်းငယ် BC တို့၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများကို ရှာပါ။
3. P နှင့် Q တို့သည် စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အမှတ်များဖြစ်သည်။
   အကယ်၍ (a) အဝန်းပိုင်းကြီး = အဝန်းပိုင်းငယ်၏ 4 ဆ
   (b) အဝန်းပိုင်းကြီး = အဝန်းပိုင်းငယ်၏ 5 ဆ ရှိလျှင် အဝန်းပိုင်းကြီး PQ နှင့် အဝန်းပိုင်းငယ် PQ တို့၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများကို ရှာပါ။

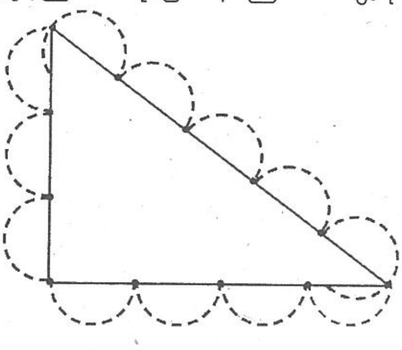
အခန်း(4)

ပိုက်သာဂိုရ ၏ သီအိုရမ်

ဤအခန်းတွင် ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု၏ထူးခြားသော ဂုဏ်သတ္တိကို လေ့လာကြမည်။ ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်မှန်ခံအနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ ဧရိယာသည် ကျန်အနားနှစ်ဖက်ပေါ်ရှိ စတုရန်းများ၏ ဧရိယာများပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီကြောင်း ဂရိသင်္ချာပညာရှင် ပိုက်သာဂိုရက လက်တွေ့လုပ်ဆောင် တွေ့ရှိခဲ့ပေသည်။

4.1 ပိုက်သာဂိုရ၏ လုပ်ဆောင်ချက်

လွန်ခဲ့သည့်နှစ်ပေါင်းများစွာက ရှေးဟောင်းအီဂျစ်နိုင်ငံ၌ အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည့် ကြိုးထုံးပုံမျိုးကို အိမ်ယာဆောက်လုပ်သူများနှင့် မြေတိုင်းသမားများ အသုံးပြုခဲ့ကြပေသည်။ ဤကြိုးထုံးသည် အနားတစ်ဖက်စီတွင် တူညီသော အပိုင်း 3 ပိုင်း၊ 4 ပိုင်းနှင့် 5 ပိုင်း အသီးသီးပါရှိနေသော ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု ဖြစ်နေကြောင်း တွေ့ရသည်။

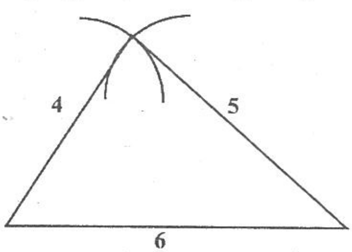


ပုံ (4.1)

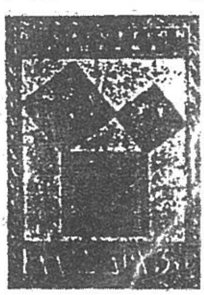
ပုံ(4.1) ကဲ့သို့ အနားတစ်ဖက်စီ၏ အလျားသည် 3 း 4 း 5 အချိုးဖြစ်နေသော တြိဂံတစ်ခု တည်းသာလျှင် ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုဖြစ်ပါသလား။ သို့မဟုတ် အခြား ဆက်တိုက် ကိန်းသုံးလုံး အချိုးအစားဖြင့် အနားများရှိနေသော တြိဂံများသည်လည်း ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု ဖြစ်ပါသလားဟု မေးဖွယ်ရာရှိသည်။

အောက်ပါပုံတွင် အနားတစ်နားစီ၏ အလျားအဖြစ် 4,5,6 **ကို ယူထားသော တြိဂံတစ်ခုကို တွေ့ရမည်။**

ပုံ(4.2) သည်လည်း ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု မဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။ အလားတူပင် ဆက်တိုက်ဖြစ်နေသော အခြားကိန်း 3 လုံးတို့ကို ယူ၍ တြိဂံများဆွဲကြည့်ပါ။



ပုံ (4.2)



ပုံ (4.3)

ထိုတြိဂံများသည် ထောင့်မှန်တြိဂံများ မဟုတ်ကြောင်း သင်တွေ့ရပေမည်။ သို့ဖြစ်လျှင် ကိန်းဆက်တိုက်ဖြစ်ခြင်းသည် ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုကို ဖြစ်စေသော အကြောင်းရင်း မဟုတ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။ သို့ဖြစ်လျှင် မည်သည့်အချက်သည် ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုကို ဖြစ်စေသနည်း။

ဤပြဿနာ၏အဖြေကို စတင်တွေ့ရှိသူကို အတိအကျမပြောနိုင်ပေ။ သို့သော် BC-530 ခန့်က ဂရိသင်္ချာပညာရှင် ပိုက်သာဂိုရ(Pythagoras) သည် အရေးပါသော ဂဏ္ဍဝင် လုပ်ဆောင်ချက်တစ်ရပ်ကို လုပ်ဆောင်ခဲ့သည်။ ထိုလုပ်ဆောင်ချက်နှင့်အတူ ပိုက်သာဂိုရ (Pythagoras)ကို ဂုဏ်ပြုသောအားဖြင့် လွန်ခဲ့သော နှစ်အနည်းငယ်ခန့်က ဂရိနိုင်ငံတွင် အထက်ပါတံဆိပ်ခေါင်းတစ်ခုကို အမှတ်တရ ထုတ်ဝေခဲ့ပေသည်။

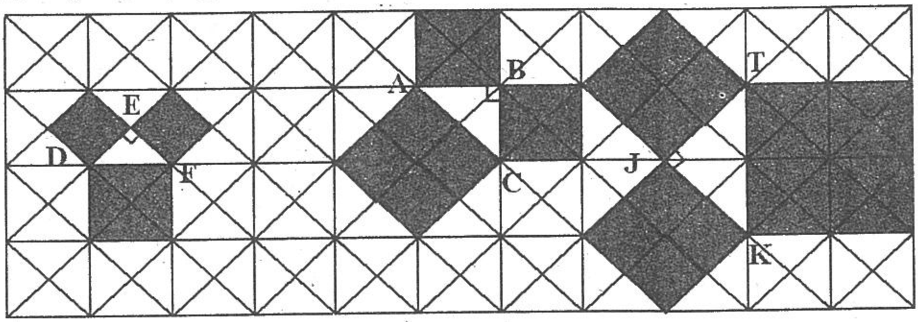
ဤတံဆိပ်ခေါင်းကိုလေ့လာလျှင် အောက်ပါထူးခြားချက်တစ်ခုကို သင် သတိပြုမိပေမည်။

အရှည်ဆုံးအနားပေါ်ရှိ စတုရန်းကွက်ငယ်များ၏ အရေအတွက် စုစုပေါင်းသည် ကျန် တိုသောအနား နှစ်နားပေါ်ရှိ စတုရန်းကွက်ငယ်များ၏ အရေအတွက် စုစုပေါင်းနှင့် တူညီနေသည်။

4.2 ပိုက်သာဂိုရ၏ သီအိုရမ်ကို လက်တွေ့ဖော်ထုတ်ခြင်း

အထက်တွင်ဖော်ပြခဲ့သည့် တံဆိပ်ခေါင်းတွင် ပါရှိသော ထူးခြားချက်တစ်ရပ်ကို လက်တွေ့လေ့လာကြည့်ကြမည်။

4.2.1 ကြမ်းကွက်ပုံစံများဖြင့် လေ့လာခြင်း



ပုံ (4.4)

ပုံ(4.4) အရ ထောင့်မှန် $\triangle ABC$ တွင် တြိဂံပုံသဏ္ဍာန် ကြမ်းကွက်နှစ်ခုပါဝင်ပြီး ၎င်း၏ အရှည်ဆုံးအနားပေါ်ရှိ စတုရန်းတွင် ကြမ်းကွက် 8 ခုပါဝင်သည်။ ကျန်အနားနှစ်နားပေါ်ရှိ စတုရန်းများတွင် ကြမ်းကွက်အရေအတွက် စုစုပေါင်း 4+4=8 ခုပင် ဖြစ်နေကြောင်းတွေ့ရသည်။ ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုတွင် အရှည်ဆုံးအနားကို ထောင့်မှန်ခံအနား(hypotenuse) ဟုခေါ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ အထက်ပါစူးစမ်းချက်အရ **"ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်မှန်ခံအနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ အကျယ်အဝန်းသည် ကျန်အနားနှစ်ဘက်ပေါ်ရှိ စတုရန်းများ၏ အကျယ် အဝန်းတို့၏ပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီနေသည်။"** ဟူသော ဆက်သွယ်ချက်တစ်ရပ်ကို တွေ့ရှိရသည်။

ဤဆက်သွယ်ချက်သည် ထောင့်မှန်တြိဂံအားလုံးအတွက် မှန်မမှန် ဆက်လက်စူးစမ်းရန် အတွက် ထောင့်မှန်တြိဂံဖြစ်စေသည့် ကြမ်းကွက်ကလေးများကို ပုံ(4.4) မှာကဲ့သို့

∠ မှန် △ ကို ဖြစ်စေသည့် ကြမ်းကွက်အရေအတွက် (a)	ပထမတိုသော အနားပေါ်ရှိ စတုရန်းကို ဖြစ်စေသည့် ကြမ်းကွက်အရေအတွက် (b)	ဒုတိယ တိုသော အနားပေါ်ရှိ စတုရန်းကို ဖြစ်စေသော ကြမ်းကွက်အရေအတွက် (c)	အရှည်ဆုံးအနားပေါ်ရှိ စတုရန်းကိုဖြစ်စေသော ကြမ်းကွက် အရေအတွက် (d)
1	2	2	4
2	4	4	8
4			
8			

စုပေါင်းယူလျက် ထိုထောင့်မှန်တြိဂံ၏ အနားများပေါ်ရှိ ကြမ်းကွက်အရေအတွက်တို့ကို ရေတွက်ပြီး အထက်ပါဇယားတွင် ဖြည့်စွက်ပါ။

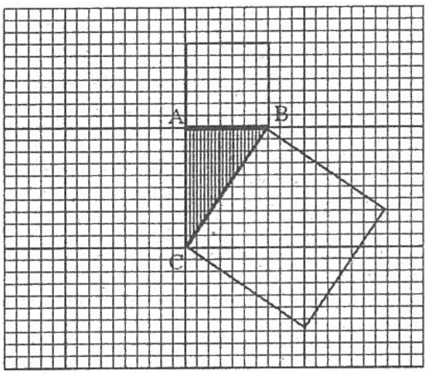
အထက်ပါဇယားတွင် လက်တွေ့ရေတွက်ဖြည့်သွင်းပြီးနောက် ကော်လံ(b)(c)နှင့် (d) တို့၏ ဆက်သွယ်ချက်ကိုလေ့လာပါ။

ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုတွင် အရှည်ဆုံးအနားကို ထောင့်မှန်ခံအနား(Hypotenuse) ဟုခေါ်သည်။

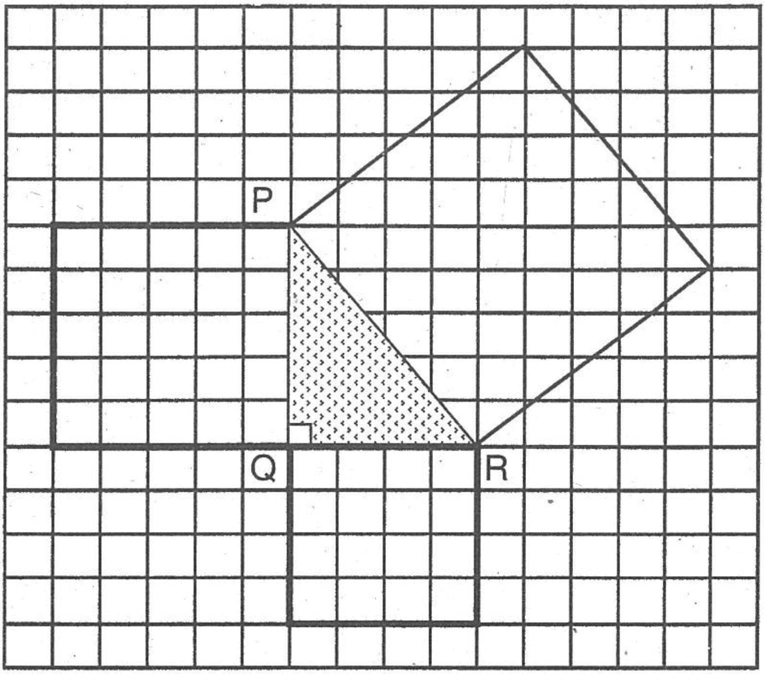
အထက်ပါဇယားတွင် ထောင့်မှန်ခံအနားပေါ်ရှိ စတုရန်းကိုဖြစ်စေသော ကြမ်းကွက်တို့၏ အရေအတွက် စုစုပေါင်းသည် ကျန်အနားနှစ်နားပေါ်ရှိ စတုရန်းနှစ်ခုကို ဖြစ်စေသည့် ကြမ်းကွက်တို့၏ အရေအတွက် စုစုပေါင်းနှင့် ညီ မညီလေ့လာပါ။

4.2.2 ဂရပ်စက္ကူဖြင့် ဧရိယာရှာခြင်း

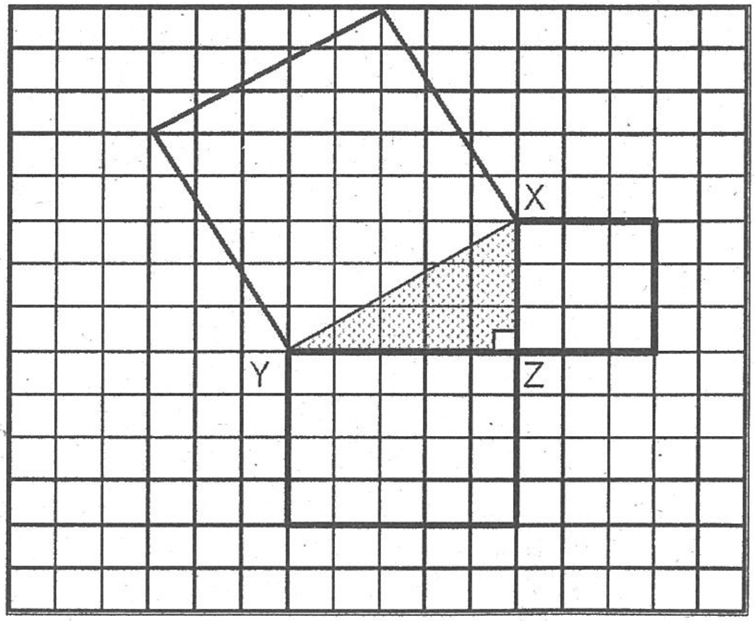
ပုံ(4.5)၊ (4.6) နှင့် (4.7) တို့တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း △ABC, △ PQR နှင့် △XYZ တို့တွင် ထောင့်မှန်ခံအနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ဧရိယာကို ရေတွက်ခန့်မှန်းပါ။ ထို့နောက် ကျန်အနားနှစ်နားပေါ်ရှိ စတုရန်းများ၏ဧရိယာတို့ကို ရေတွက်ခန့်မှန်းပါ။ ထိုအရေအတွက်နှစ်ခု၏ ဆက်သွယ်ချက်ကိုလေ့လာပါ။ ဤသို့လုပ်ဆောင်ရာတွင် ရရှိလာသည့်ဧရိယာ၏တန်ဖိုးတို့ကို ပူးတွဲပါဇယားတွင် ဖြည့်သွင်းပါ။



ပုံ (4.5)

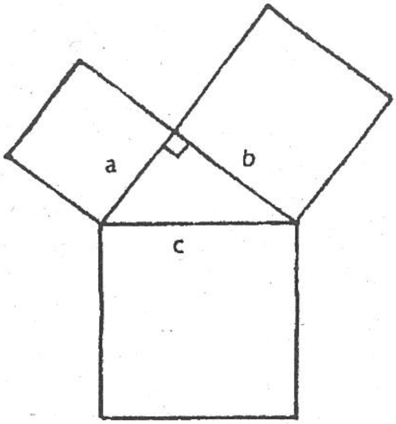


ပုံ (4.6)



ပုံ (4.7)

△	ပထမ တိုသော အနားပေါ်ရှိစတုရန်း၏ ဧရိယာ ခန့်မှန်းခြေ	ဒုတိယ တိုသော အနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ ဧရိယာ ခန့်မှန်းခြေ	ထောင့်မှန်ခံ အနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ ဧရိယာ ခန့်မှန်းခြေ
ABC PQR XYZ			



ပုံ (4.8)

ယခုအခါ သင်သည် အောက်ပါပိုက်သာဂိုရ၏ သီအိုရမ်ကို လေ့လာတွေ့ရှိနေပြီဖြစ်ပေသည်။

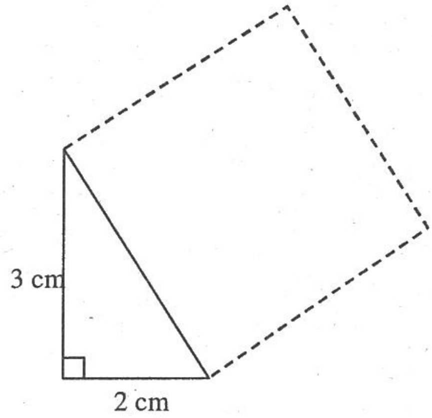
ပိုက်သာဂိုရသီအိုရမ်

ထောင့်မှန်တြိဂံ တစ်ခုတွင် ထောင့်မှန်ခံ အနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ဧရိယာသည် ကျန်အနားနှစ်ဘက်ပေါ်ရှိ စတုရန်းများ၏ဧရိယာများ ပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီသည်။

ပုံအရ $\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$

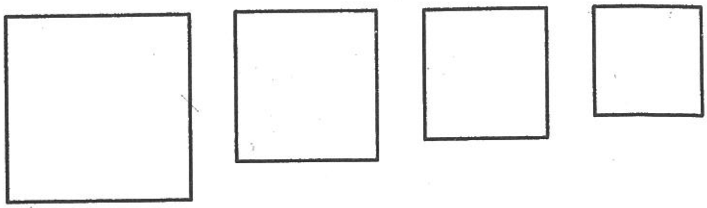
လေ့ကျင့်ခန်း(4.1)

1. အောက်တွင်ပြထားသောပုံကို စက္ကူတစ်ရွက်ပေါ်တွင် အတိအကျ ကူးဆွဲပါ။ ∠ မှန်ခံအနားပေါ်ရှိ စတုရန်းသည် $2^2+3^2 = 4 + 9 = 13\ cm^2$ ဧရိယာ ရှိရမည်။
   သင် ဆွဲသားသည့်ပုံတွင် ∠ မှန်ခံ အနား၏ အလျားကိုတိုင်းပါ။ ထိုအလျား၏ နှစ်ထပ်ကိန်းကိုရှာပါ။ သင်ရရှိသည့် တန်ဖိုးသည် 13 နှင့် မည်မျှနီးစပ်သည်ကို လေ့လာပါ။



ပုံ (4.9)

2. အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည့် စတုရန်းပုံ 4 ပုံအနက် 3 ပုံသည် ပုံ(4.11)တွင် ဖော်ပြထားသကဲ့သို့ ∠ မှန် △ တစ်ခုကို အတိအကျ ဖွဲ့သည်။



ပုံ (4.10)

(a) အထက်ပါစတုရန်းပုံများအတိုင်း အတိအကျ စက္ကူပေါ်တွင် ထပ်၍ဆွဲပြီး စတုရန်းပုံများ ဖြတ်ထုတ်ပါ။ ∠ မှန် △တစ်ခုဖြစ်စေသော စတုရန်း 3 ခုကိုရှာပါ။

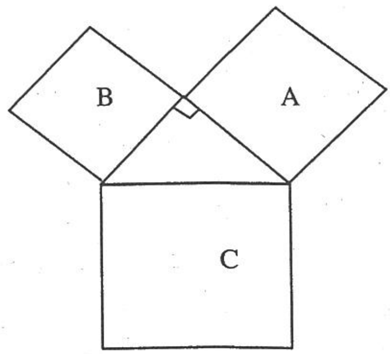
(b) အထက်ပါစတုရန်းတို့၏ အနားတစ်နားစီကို cm ဖြင့်တိုင်းတာ၍ စတုရန်းတစ်ခုစီ၏ ဧရိယာကိုတွက်ပါ။ မည်သည့်စတုရန်းသုံးခုသည် ∠မှန် △ တစ်ခုဖွဲ့မည်ကို တွက်ခြင်းဖြင့် ရှာယူပါ။

3. အောက်တွင် ဧရိယာဖော်ပြထားသော စတုရန်းတွဲများအနက် မည်သည့်အတွဲသည် ∠ မှန် △ တစ်ခု ကို ဖွဲ့နေသနည်း။

(a) $103\ cm^2$, $92\ cm^2$, $11\ cm^2$

(b) $53\ cm^2$, $31\ cm^2$, $17\ cm^2$

(c) $4.3\ cm^2$, $2.9\ cm^2$, $6.4\ cm^2$



ပုံ (4.11)

4. ပုံ(4.11)တွင်ဖော်ပြထားသည့် A,B,C တို့ကို စတုရန်းများ၏ ဧရိယာများအဖြစ် ယူဆပြီး အောက်ပါအခြေအနေ တစ်ခုစီတွင် လိုနေသည့်တန်ဖိုးကို ရှာပေးပါ။

(a) $A = 16\ cm^2$, $B = 7\ cm^2$, C = ------ cm^2

(b) $A = 28\ cm^2$, $B = 17\ cm^2$, C = ----- cm^2

(c) $A = 30\ cm^2$, B = ----- cm^2 , $C= 50\ cm^2$

(d) A = ----- cm^2, $B = 167\ cm^2$, $C= 225\ cm^2$

5. △ ABC တွင် AB= 6 cm, BC=10cm, ∠ ABC= 90° ဖြစ်လျှင် AC ၏အလျားကို (a) အတိအကျ ပုံဆွဲခြင်းဖြင့်လည်းကောင်း၊ (b)တွက်ယူခြင်း ဖြင့်လည်းကောင်း ရှာယူပြီး အဖြေနှစ်ခုကို စစ်ကြည့်ပါ။

6. △ LMN တွင် LM=4cm, LN=6cm နှင့် ∠ LMN=90° ဖြစ်လျှင် MN ၏ အလျားကို (a) အတိ အကျပုံဆွဲခြင်းဖြင့် (b)တွက်ယူခြင်းဖြင့်ရှာယူပြီး အဖြေနှစ်ခုကို စစ်ကြည့်ပါ။

7. အနားတစ်ဖက်တွင် 6cm ရှိသော စတုရန်းပုံတစ်ခုဆွဲပြီး ∠ ဖြတ်ကိုတိုင်းကြည့်ပါ။ ∠ ဖြတ်၏ အလျားကို တွက်ကြည့်ပြီး စစ်ဆေးပါ။
8. ∠ ဖြတ်များ 8cm, 6cm အသီးသီးရှိသည့် ရွှမ်းဗတ်ပုံတစ်ခု၏ အနားတစ်ဖက်အလျားကို ပုံဆွဲပြီး တွက်ယူပါ။
9. အောက်တွင် △ တစ်ခုစီ၏ အနားတစ်နားစီ၏အလျားတို့ကို cm ဖြင့်ပေးထားသည်။ မည်သည့် △ တို့သည် ∠ မှန် △ ဖြစ်မည်နည်း။

(a) 2, 3, 4, (b) $1\frac{1}{2}, 2, 2\frac{1}{2}$ (c) 5, 6, 7

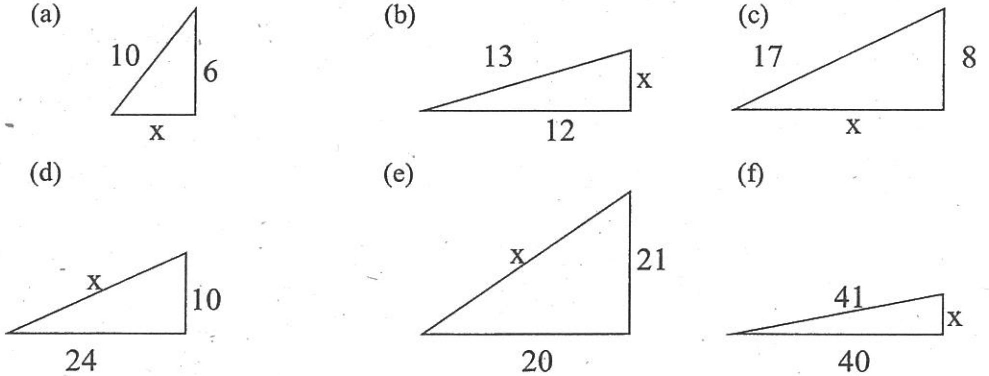
(d) 3, 4, 6 (e) $2\frac{1}{2}, 6, 6\frac{1}{2}$ (f) 8, 10, 12

(g) 10, 24, 26 (h) 20, 21, 22 (i) 40, 42, 58

(j) 30, 40, 50

10. အောက်ဖော်ပြပါ △ တို့တွင် လိုအပ်နေသော အနား x တို့၏ အလျားကိုရှာပါ။
[သတိပြုရန်။ $3^2 + 4^2 = 5^2$

$3^2 = 5^2 - 4^2$, $4^2 = 5^2 - 3^2$]

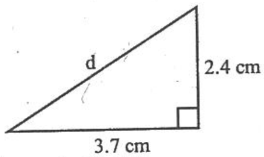


[မှတ်ချက်။ ။ $a^2 + b^2 = c^2$ ဖြစ်စေသည့် a,b,c သဘာဝကိန်းပြည့်သုံးလုံးကို Pythagorean Triple ဟုခေါ်သည်။]

4.3 ပိုက်သာဂိုရ၏သီအိုရမ်ကို အသုံးပြုခြင်း

လေ့လာသိရှိခဲ့သည့်အတိုင်း ပိုက်သာဂိုရ၏သီအိုရမ်သည် ဧရိယာနှင့်သက်ဆိုင်နေသည်။ သို့သော် ထိုသီအိုရမ်ကို ∠ မှန် △ ၏ အနားတို့၏ အလျားများရှာရာတွင် အဓိကအသုံးပြုပေသည်။ အထူးသဖြင့် အင်ဂျင်နီယာပညာ၊ ဗိသုကာပညာနှင့် အခြားလက်တွေ့ ပြဿနာအချို့တွင် ∠ မှန် △ များကို ကြုံရလေ့ရှိသည့်အလျောက် အနားနှစ်နားပေးထားပြီး ကျန်တစ်နားကိုရှာလိုသည့်အခါ အဆိုပါ ပိုက်သာဂိုရ၏ သီအိုရမ်ကို အသုံးပြုရပေသည်။

ဥပမာ(1) ∠ မှန်ကိုဖွဲ့သည့် အနားနှစ်နားသည် 2 . 4cm နှင့် 3 . 7cm တို့ဖြစ်လျှင် ကျန်တတိယအနားကို ရှာပါ။



ပုံ (4.12)

ပုံ(4.12)အရ

$d^2 = 3.7^2 + 2.4^2$

$= 13.7 + 5.76$

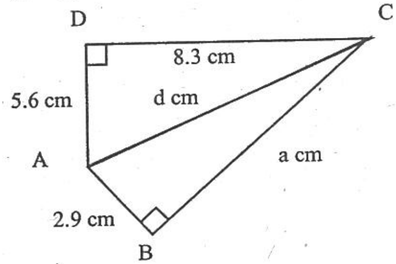
$d^2 = 19.5$ (အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးအထိ)

$\therefore d = \sqrt{19.5} = 4.4$cm

ဥပမာ(2) စတုဂံ ABCD (ပုံ 4.13)တွင် AB = 2.9 cm, CD = 8.3cm, DA = 5.6cm $\angle ABC = \angle ADC = 90°$ ဖြစ်လျှင် BC ကိုရှာပါ။

ဖြတ်မျဉ်း AC ကိုဆွဲပါ။

AC=d cm, BC= a cm ထားပါ။



ပုံ (4.13)

∠ မှန် △ ACD မှ

$d^2 = 5.6^2 + 8.3^2$

$= 31.4 + 69.9$

$d^2 = 100.3$

∠ မှန် △ ACB မှ

$a^2 = d^2 - 2.9^2$

$= 100.3 - 8.41$

$= 91.9$

(အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံး)

$\therefore a = \sqrt{91.9} = 9.58$

∴ BC ၏အလျားမှာ 9.6 cm ဖြစ်သည်။ (အရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံးအထိ)

လေ့ကျင့်ခန်း(4.2)

1. △ ABC **တွင်** AB=3cm, BC=5cm, $\angle ABC = 90°$ **ဖြစ်လျှင်** AC **ကို ရှာပါ။**
2. △ LMN **တွင်** LM=2cm, LN=3cm, နှင့် ∠LMN=90° ဖြစ်လျှင် MN ကိုရှာပါ။
3. အောက်ပါတို့တွင် ∠ ဖြတ်အလျားကိုရှာပါ။
   (a) AB=3cm ရှိသော စတုရန်း ABCD
   (b) ∠ မှန်စတုဂံ EFGH တွင် GH=20m, HE=24m
4. အောက်ပါပုံတွင် အနားတစ်နား အလျားကိုရှာပါ။
   (a) ∠ဖြတ် 16m ရှိသော စတုရန်း
   (b) ∠ဖြတ်များ 8m နှင့် 10m ရှိသော ရွှမ်းပတ်ပုံ

5. တြိဂံတစ်ခုတွင် အရှည်ဆုံးအနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ဧရိယာသည် ကျန်အနားနှစ်နားပေါ်ရှိ စတုရန်း များ၏ဧရိယာများ ပေါင်းလဒ်နှင့်တူညီလျှင် ထိုတြိဂံသည် ∠ မှန် တြိဂံတစ်ခုဖြစ်သည်။

အကယ်၍ အရှည်ဆုံးအနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ဧရိယာသည် ကျန်အနားနှစ်နားပေါ်ရှိ စတုရန်းများ၏ ဧရိယာများ ပေါင်းလဒ်အောက်ငယ်ပါက ထိုတြိဂံသည် ထောင့်ကျဉ်းတြိဂံ ဖြစ်သည်။

အကယ်၍ အရှည်ဆုံးအနားပေါ်ရှိ စတုရန်း၏ဧရိယာသည် ကျန်အနားနှစ်နားပေါ်ရှိ စတုရန်း များ၏ဧရိယာများပေါင်းလဒ်ထက်ကြီးပါက ထိုတြိဂံသည် ထောင့်ကျယ်တြိဂံဖြစ်သည်။

အောက်ပါတို့တွင် ∠ABC သည် ∠ ကျဉ်း(သို့) ∠ကျယ် (သို့) ∠ မှန်ဖြစ်ကြောင်းခွဲခြားပြပါ။

(a) AB = 6cm, BC = 5cm, CA = 7cm

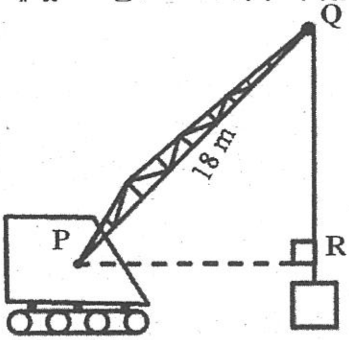
(b) AB = 2.1cm, BC = 1.9cm, CA = 3.1cm

(c) AB = 15cm, BC = 21cm, CA = 13cm,

6. စူးစမ်းရှာဖွေသူတစ်ဦးသည် သူ၏စခန်း C မှ တောင်ဘက်စူးစူးရှိ နေရာ A သို့ 12km ခရီးထွက် ခဲ့၏။ တစ်ဖန် A မှ အနောက်ဘက်စူးစူး 16km အကွာရှိ B နေရာသို့ ထွက်ခဲ့ပြန်၏။ သူသည် စခန်း C မှ မည်မျှဝေးသောနေရာတွင် ရှိနေမည်နည်း။

7. သင်္ဘောတစ်စင်းသည် ဆိပ်ကမ်းမှအနောက်စူးစူး 9km အကွာသို့ထွက်ခဲ့ပြီးတစ်ဖန် မြောက်စူးစူး 40 km အကွာသို့ထွက်ခဲ့ပြန်၏။ သင်္ဘောသည် မူလဆိပ်ကမ်းမှမည်မျှ အကွာတွင် ရှိနေသနည်း။

8. ပုံ(4.14)တွင်ဖော်ပြထားသော ကရိန်း PQ သည် 18m ရှည်၏။ PR သည် အောက်ပါအလျား များရှိလျှင် အမြင့် QR သည် မည်မျှစီရှိမည်နည်း။



ပုံ (4.14)

(a) 3m

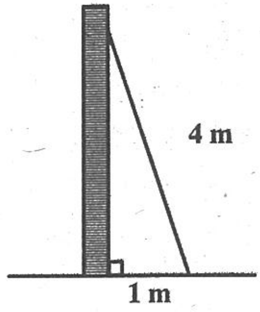
(b) 6m

(c) 9m

(d) 12m

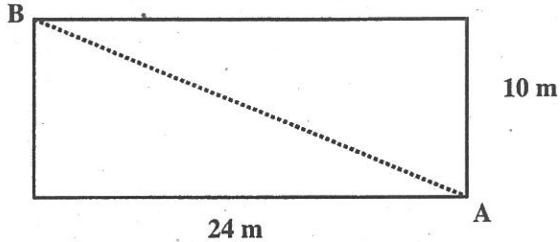
(e) 15m

9. ပုံ(4.15)တွင် လှေကားသည် 4m ရှည်ပြီး နံရံတစ်ခုကို မှီလျက် ထောင်ထား၏။ လှေကား ၏အောက်ခြေသည် နံရံမှ 1m ကွာဝေးလျှင် လှေကားထိပ်နှင့်ထိနေသည် အထိ နံရံအမြင့်ကို ရှာပါ။



ပုံ (4.15)

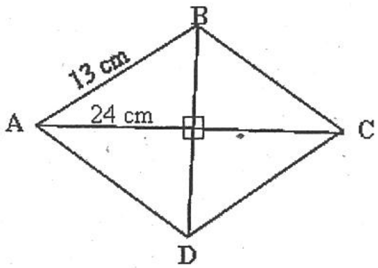
MCRS
Reference
Library



ပုံ (4.16)

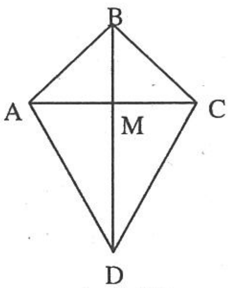
10. ∠ မှန်စတုဂံပုံ အခန်းကြီးတစ်ခုသည် 24 m ရှည်ပြီး 10 m ကျယ်၏။ တံခါး A မှ တံခါး B သို့ ∠ ဖြတ်အကွာအဝေးမည်မျှရှိသနည်း။

11. ရွမ်းဗတ်ပုံတစ်ခု၏ အနားတစ်နားသည် 13 cm ရှည်၏။ ပို၍ရှည်သော ∠ ဖြတ်သည် 24 cm ရှိလျှင် ကျန် ∠ ဖြတ်၏ အလျားကိုရှာပါ။



ပုံ (4.17)

12. စွန်ပုံ ABCD တွင်



ပုံ (4.18)

(a) AC = 10 cm ရှိလျှင် AM ကိုရှာပါ။

(b) MB = 6 cm, DB = 18 cm ရှိလျှင် MD ကို ရှာပါ။

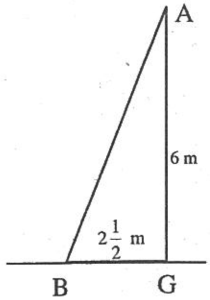
(c) AB နှင့် BC တို့ကို ရှာပါ။

(d) AD နှင့် DC ကိုရှာပါ။

(e) Δ ABM နှင့် Δ ADM တို့၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။

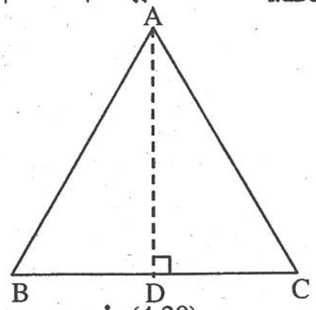
(f) စွန်ပုံ ABCD ၏ ဧရိယာသည် မည်မျှနည်း။

13. ပုံ (4.19) တွင် တိုင် AG ကို ကြိုး AB ဖြင့် ဆွဲထားသည်။ AG သည် 6 m၊ BG သည် $2\frac{1}{2}$ m ရှိလျှင် ကြိုး၏ အရှည် AB ကို ရှာပါ။



ပုံ (4.19)

14. △ ABC သည် သုံးနားညီ △ တစ်ခုဖြစ်သည်။ အနားတစ်နားလျှင် 10cm ရှည်ပြီး AD သည် BC ပေါ်သို့ မျဉ်းမတ်ကျနေသည်။



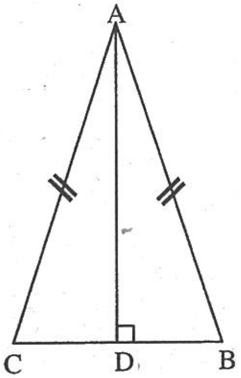
ပုံ (4.20)

(a) BD ၏ အလျားကိုရှာပါ။

(b) AD ၏ အလျားကိုရှာပါ။

(c) △ ABC ၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။

15. △ ABC တွင် AB = AC ဖြစ်သည်။



ပုံ (4.21)

(a) AB = 6 cm, BC = 4 cm ရှိလျှင် △ ၏ အမြင့် AD ကိုရှာပါ။

(b) AB = c ယူနစ်၊ BC = a ယူနစ် ဖြစ်လျှင် △ ၏ အမြင့်ကို a , c တို့ဖြင့်ပြပါ။

အခန်း (5)

ပမာဏသချ်ာ

ဤအခန်းတွင် စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ စက်ဝန်းအလျား၊ အချင်းနှင့် စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာ အကြောင်းကို **လေ့လာကြမည်။ ၎င်းတို့ အချင်းချင်း ဆက်သွယ်ချက်တွင် ပါဝင်သော ကိန်း π အကြောင်းကိုပါ လေ့လာကြမည်။**

5.1 စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ စက်ဝန်းအလျား (Circumference) ကိုရှာခြင်း

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက်များမှ ရရှိသည့် အချက်အလက်များကို ရေးသွင်းရန်အတွက်အောက်ပါ ခေါင်းစဉ်များ ပါဝင်သည့် ဇယားတစ်ခုကို ရေးဆွဲပါ။

အချင်းဝက်	အချင်း	စက်ဝန်း	$\frac{\text{စက်ဝန်း}}{\text{အချင်း}}$

လက်တွေ့ ပြုလုပ်ချက်(1)

ကွန်ပါကို အသုံးပြု၍ ရှာနည်း

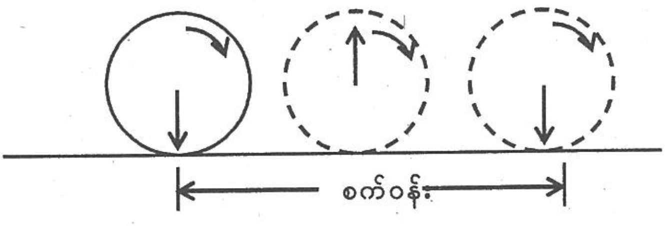
အချင်းဝက် 2 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ရေးဆွဲပါ။ သင်၏ ကွန်ပါကို 1 cm ဖွင့်၍ စက်ဝန်းပေါ်တွင် 1 cm အလျားရှိသော အပိုင်းများကို ပိုင်းဖြတ်ပါ။ (နောက်ဆုံးအပိုင်းကို သီးခြား တိုင်းရန် လိုအပ်သည်ကို သတိပြုပါ။) ထို့နောက် စက်ဝိုင်း၏ အဝန်းသည် မည်မျှရှိသည်ကိုရှာပါ။ ရှာ၍ရသော စက်ဝန်းသည် တိကျမှုရှိပါသလား။

အချင်းဝက် 3 cm, 5 cm, 7 cm အသီးသီးရှိသော စက်ဝိုင်းများကို ရေးဆွဲ၍ အထက်ပါနည်း အတိုင်း စက်ဝန်းများကို ရှာပါ။

စက်ဝိုင်း၏ စက်ဝန်းကို တိကျနိုင်သမျှ တိကျစွာ ရရှိလိုပါက အချင်းဝက်ပမာဏကို ကြီးနိုင် သမျှ ကြီး၍ စက်ဝိုင်းကို ရေးဆွဲပြီး အထက်ပါနည်းအတိုင်း ရှာပါ။

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက်(2)

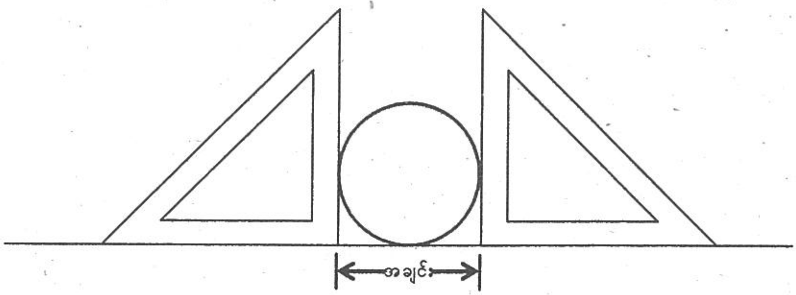
စက်ဝိုင်းကို လှိမ့်ယူ၍ ရှာခြင်း



ပုံ (5.1)

ကတ်ပြားဝိုင်း၊ ကျပ်စေ့ဝိုင်း သို့မဟုတ် ဘီး၊ (ဥပမာ စက်ဘီး၏ ဘီး) ကို ညီသော မျက်နှာပြင်ရှိသည့် ကြမ်းပြင်ပေါ်တွင် ထောင်၍ လှိမ့်ယူပါ။ တစ်ပတ်ပြည့်အောင် လှိမ့်ပြီးသောအခါ တွင် ရပ်၍ မူလနေရာနှင့် နောက်ဆုံး ရောက်ရှိနေသော နေရာတို့အကြား အကွာအဝေးတိုင်းပါ။ တိုင်းထွာ၍ ရရှိသော အလျားသည် စက်ဝိုင်း၏ စက်ဝန်းဖြစ်သည်။
(ပုံ 5.1)ကို ကြည့်ပါ။

မှတ်ချက်။ အထက်ပါ စက်ဝိုင်းပုံ ဝတ္ထုပစ္စည်းများကို လှိမ့်ယူသောအခါတွင် ချော်၍ မသွားစေရန် သတိပြုပါ။



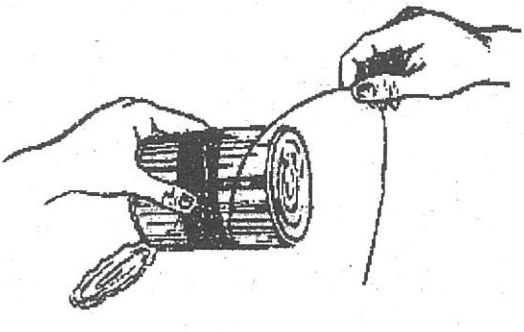
ပုံ (5.2)

ထို့နောက် စက်ဝိုင်း၏ အချင်းကို ပုံ (5.2) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ရှာပါ။ မိမိရေးဆွဲထားသော ဇယားကွက်တွင် ရရှိသော အချက်အလက်များကို ရေးသွင်းပါ။

စက်ဝိုင်းပုံရှိသော ဝတ္ထုပစ္စည်းနှစ်မျိုးဖြင့် အထက်ပါအတိုင်း ပြုလုပ်ပါ။

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက် (3)

ကြိုးကို ရစ်ပတ်၍ ရှာခြင်း



ပုံ (5.3)

အခြေတို့တွင် စက်ဝိုင်းပုံရှိသော နို့ဆီဘူး၊ နို့မှုန့်ဘူး၊ ဝါးပိုးဝါး တစ်ခုခုကိုယူပါ။ ထို့နောက် ကြိုးစတစ်ဖက်ကို လက်မဖြင့် ဖိထား၍ ကျန်တစ်ဖက်ဖြင့် ကြိုးကိုရစ်ပါ။ ပုံ (5.3) ကိုကြည့်ပါ။ (ကြိုးကို တင်းတင်းဆွဲ၍ ရစ်ပါ။) ကြိုးအပတ်ရေ အတိအကျကို ယူပါ။ ထို့နောက် ပိုသော ကြိုးအစကို ဖြတ်ပစ်ပါ။ ရစ်ထားသော ကြိုးကို ပြန်လည်ဖြေယူ၍ ထိုကြိုး၏ အလျားကိုတိုင်းပါ။ စက်ဝိုင်း၏

စက်ဝန်းကို ရှာရန်အတွက် ကြိုး၏အလျားကို ဝတ္ထုပစ္စည်းတွင် ရစ်ပတ်ထားသော အပတ်အရေအတွက်ဖြင့်စားပါ။ ထိုအခါစက်ဝိုင်း၏စက်ဝန်းကို ရမည်။ စက်ဝိုင်း၏ အချင်းကို ပုံ (5.2) တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်းရှာပါ။ ထိုနောက် ရရှိသော အချက်လက်များကို ဇယားကွက်တွင် ဖြည့်သွင်းပါ။

ဇယားမှ $\frac{\text{စက်ဝန်း}}{\text{အချင်း}}$ အချိုးတန်ဖိုးများကို ကြည့်ပါ။

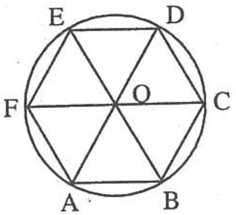
စက်ဝိုင်းအားလုံးအတွက်ရရှိသော ထိုအချိုးတန်ဖိုးများသည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု အားလုံးနီးပါး တူညီကြပါသလား။

$\frac{\text{စက်ဝန်း}}{\text{အချင်း}}$ အချိုးသည် $3\frac{1}{7}$ ထက် အနည်းငယ် ကြီးနေကြောင်း တွေ့ရသည်။

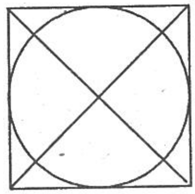
ထိုကိန်းသည် သင်္ချာပညာတွင် အလွန်အရေးကြီးသော ကိန်းတစ်ခုဖြစ်သည်။ ထိုကိန်းကို ဂရိအက္ခရာ π (Pi) ဖြင့်ဖော်ပြသည်။ ၎င်းကို ပိုင်ဟု ဖတ်သည်။

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက် (4)

(a) အချင်းဝက် 1 ယူနစ်ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ စက်ဝန်းပေါ်တွင် 1 ယူနစ်ရှိသော အပိုင်းများကို ကွန်ပါအသုံးပြု၍ ပိုင်းပါ။ ထို့နောက် ပုံ (5.4) တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း စက်ဝိုင်းအတွင်းကျ ဥသျှိုညီ ဆဋ္ဌဂံတစ်ခုကို ဆွဲပါ။



ပုံ (5.4)



ပုံ (5.5)

$\triangle$ OAB သည် သုံးနားညီတြိဂံတစ်ခုဖြစ်၍ AB = OA = 1 ယူနစ်ဖြစ်သည်။ ထိုအခါ ဥသျှိုညီဆဋ္ဌဂံ၏ ပတ်လည်အနားပေါင်းသည် 6 ယူနစ်ဖြစ်သည်။ အချင်းအတိုင်းအတာသည် 2 ယူနစ် ဖြစ်သည်။ စက်ဝန်းသည် ဥသျှိုညီဆဋ္ဌဂံ၏ ပတ်လည်အနားထက် ကြီးကြောင်းတွေ့ရမည်။

$$\frac{\text{စက်ဝိုင်းတွင်းကျ ဥသျှိုညီဆဋ္ဌဂံ၏ ပတ်လည်အနား}}{\text{စက်ဝိုင်း၏အချင်း}} = \frac{6}{2} = 3$$

အထက်ပါအချက်များအရ စက်ဝန်းသည် အချင်း၏ 3 ဆထက်ကြီးကြောင်း တွေ့ရှိရမည်။

(b) အနားတစ်ဖက်လျှင် 2 ယူနစ်ရှိသော စတုရန်းတစ်ခုကို ဆွဲပါ။ စတုရန်း၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ဖြတ်သည့် ဖြတ်မှတ်ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 1 ယူနစ်ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲပါ။ ပုံ (5.5) ကို ကြည့်ပါ။

စက်ဝိုင်း၏အချင်းသည် 2 ယူနစ်ဖြစ်သည်။ စတုရန်း၏ ပတ်လည်အနားသည် 8 ယူနစ်ဖြစ်သည်။ ပုံ (5.5) ကို ကြည့်ခြင်းအားဖြင့် စတုရန်း၏ ပတ်လည်အနားသည် စက်ဝန်းထက် ကြီးကြောင်း တွေ့ရမည်။

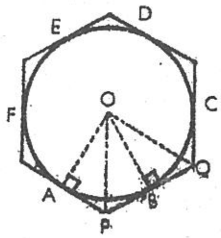
$$\frac{\text{စတုရန်း၏ ပတ်လည်အနား}}{\text{အချင်း}} = \frac{8}{2} = 4$$

အထက်ပါအချက်များအရ စက်ဝန်းသည် အချင်း၏ 4 ဆအောက် ငယ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက် 4(a) နှင့် 4(b) အရ စက်ဝန်းသည် အချင်း၏ 3 ဆနှင့် 4 ဆကြား တွင် ရှိကြောင်း တွေ့ရှိရမည်။

(c) အချင်းဝက် 1 ယူနစ်ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက် 4(a) တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း စက်ဝန်းပေါ်တွင် 1 ယူနစ်စီရှိသော အပိုင်းများကို ပိုင်းပါ။

ထို A,B,C,D,E,F အမှတ်တို့၌ အချင်းဝက်တို့ကို ထောင့်မှန်ကျသော မျဉ်းများကိုဆွဲခြင်းဖြင့် ဝန်းထိဉသုံ့ညီဆဋ္ဌဂံ (Circumscribed Regular Hexagon) ပုံတစ်ခုရရှိလာမည်။ ထိုအခါ O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းသည် ဉသုံ့ညီဆဋ္ဌဂံအတွင်း သွင်း၍ ရေးဆွဲထားသကဲ့သို့ဖြစ်သည်။ ပုံ (5.6) ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ (5.6)

ပုံ (5.6) ကိုလေ့လာခြင်းအားဖြင့် စက်ဝန်းသည် ဉသုံ့ညီဆဋ္ဌဂံ၏ ပတ်လည်အနားအောက် ငယ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

$\angle AOB=60°$, $\angle POQ=60°$, $\angle POB= \angle BOQ=30°$ ဖြစ်သည်။

$\triangle OPQ$ သည် သုံးနားညီ တြိဂံတစ်ခုဖြစ်သည်။

အကယ်၍ $PB = x$ ယူနစ်ဖြစ်လျှင် $PQ = 2x$ ယူနစ်ဖြစ်သည်။ ထိုအခါ $\triangle OPQ$ သည် သုံးနားညီ တြိဂံဖြစ်သဖြင့် $OP=PQ=2x$ ယူနစ်ဖြစ်သည်။

ပိုက်သာဂိုရ၏ သီအိုရမ်ကို အသုံးပြုပါက

$\angle$ မှန် $\triangle OPB$ တွင်

$$\begin{aligned}
OP^2 &= PB^2 + OB^2 \\
(2x)^2 &= x^2 + 1^2 \\
4x^2 &= x^2 + 1 \\
3x^2 &= 1 \\
x^2 &= \frac{1}{3} \\
\therefore\ x^2 &\approx 0.333 \\
\therefore\ x &= 0.58 \text{ (x သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။)} \\
PQ &= 2x \\
\therefore PQ &\approx 2 \times 0.58 \\
&\approx 1.16
\end{aligned}$$

$\therefore$ ဉသုံ့ညီ ဆဋ္ဌဂံ၏ ပတ်လည်အနား $= 6\,PQ$

$= 6 \times 1.16 = 6.96$

အထက်ပါ အချက်အလက်များအရ

$$\frac{\text{ဝန်းထိ ဥသုံညီ ဆဋ္ဌဂံ၏ ပတ်လည်အနား}}{\text{အချင်း}} = \frac{6.96}{2} = 3.48$$

$\therefore$ စက်ဝန်းသည် အချင်း၏ 3.48 ဆအောက် ငယ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

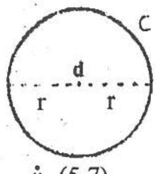
လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက် 4(a) နှင့် (c) အရ စက်ဝန်းသည် အချင်း၏ 3 ဆနှင့် 3.48 ဆကြား တွင် ရှိကြောင်း တွေ့ရှိနိုင်သည်။

5.1.1 စက်ဝန်း ပုံသေနည်း

အထက်ပါ လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက်များမှရရှိလာသောနီးပါး တန်ဖိုးများအရ $\frac{\text{စက်ဝန်း}}{\text{အချင်း}}$ အချိုးသည် စက်ဝန်းအားလုံး၌ အတူတူပင်ဖြစ်သည်။ ၎င်းအချိုးကို ဂရိလက္ခရာ π ဖြင့်ဖော်ပြသည်။

သို့ဖြစ်၍ $\frac{c}{d} = \pi$ ဤတွင် c သည် စက်ဝန်းဖြစ်၍ d သည် အချင်းဖြစ်ပြီး အလျားယူနစ်များ တူကြသည်။ ပုံ(5.7) ကိုကြည့်ပါ။ အကယ်၍ ယူနစ်တူများဖြင့် အလျား တိုင်းရာတွင် c သည် စက်ဝန်း d သည် အချင်းနှင့် r သည် အချင်းဝက်ဖြစ်လျှင်

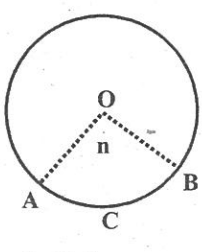
$c = \pi d$ နှင့် $c = 2\pi r$ ဖြစ်သည်။



ပုံ (5.7)

5.2 အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ အလျားကို ရှာခြင်း

ပုံ (5.8) တွင် O သည် စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဗဟိုဖြစ်၍ AOBD သည် စက်ဝိုင်းစိတ်တစ်ခုဖြစ် သည်။ ADB သည် အဝန်းပိုင်းငယ်တစ်ခုဖြစ်၍ ဗဟို၌ n ထောင့်တစ်ထောင်ကို ခံထားသည်။ အချင်းဝက်သည် r ဖြစ်သည်။



ပုံ (5.8)

$\therefore$ $\frac{\text{အဝန်းပိုင်းငယ် ADB ၏ အလျား}}{\text{စက်ဝန်း}} = \frac{n}{360}$ ဖြစ်သည်။

$\therefore$ အဝန်းပိုင်းငယ် ADB ၏ အလျား $= \frac{n}{360}$ စက်ဝန်း

$= \frac{n}{360} \times 2\pi r$

$\therefore$ အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ အလျား $= \frac{n}{360} \times 2\pi r$

5.3 π ၏တန်ဖိုး

π ၏တန်ဖိုးကို ရရှိရန်အတွက် သင်္ချာပညာရှင်တို့သည် အမျိုးမျိုးသောနည်းဖြင့် ကြိုးစားကြ သည်။ ဂရိသင်္ချာပညာရှင် အာခေမိဒိ (270-212 BC) သည် 48 နားရှိသော ဥသုံညီဗဟုဂံကို စက်ဝိုင်းတစ်ခုအတွင်းသွင်းဆွဲ၍ လည်းကောင်း၊ ထိုစက်ဝိုင်းကို ဥသုံညီဗဟုဂံအတွင်း သွင်းဆွဲ၍ လည်းကောင်း တွက်ချက်ခဲ့သည်။ ထိုတွက်ချက်မှုများကို အသုံးပြု၍ π ၏တန်ဖိုးသည် $3\frac{11}{70}$ အောက်ငယ်၍ $3\frac{10}{71}$ ထက်ကြီးကြောင်း ဆုံးဖြတ်ခဲ့သည်။

16 ရာစုတွင် သင်္ချာပညာရှင် ဗီရက်တာ (Vieta) သည် အာခေမိဒိနည်းအတိုင်း အနားပေါင်း 393216 နားပါရှိသော ဉသံ့ညီဗဟုဂံကို အသုံးပြု၍ π ၏တန်ဖိုးကို ရှာဖွေရာ π=3.1415926537 နီးပါးရှိကြောင်း တွေ့ရှိခဲ့သည်။ ၁၉ ရာစုနှောင်းပိုင်းကာလတွင် ရှန့် (W.Shanks) ဆိုသူမှာ π ၏တန်ဖိုးကို ဒသမ 707 နေရာထိ ရရန် နှစ်ပေါင်း ၂၀ ကြာအချိန်ဖြုန်းခဲ့ရကြောင်း တွေ့ရသည်။ သို့သော်ငြားလည်း ဒသမ 528 နေရာ၌ မမှန်ကန်ကြောင်း နောက်ပိုင်းတွင် တွေ့ရှိခဲ့ရသည်။ 1961 ခုနှစ်တွင် ကွန်ပျူတာဖြင့် π ၏တန်ဖိုးကို တွက်ချက်ခဲ့ရာ ဒသမနေရာ တစ်သိန်းနှစ်ရာ ခြောက်ဆယ့်ငါး (100265) အထိ ရရှိခဲ့သည်။

5.3.1 π အတွက် နီးပါးတန်ဖိုးများ

π ၏ တန်ဖိုးကို အပိုင်းကိန်းဖြင့် လည်းကောင်း၊ ဒသမကိန်းဖြင့်လည်းကောင်း၊ တိကျစွာ ဖော်ပြနိုင်ခြင်းမရှိပေ။ π ၏ တန်ဖိုးသည် အီရာရှင်နယ်ကိန်း (Irrational number) တစ်ခုဖြစ်သည်။ ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် 3.141 နှင့် 3.142 တို့ကြားတွင် ဖော်ပြထားသည်။

π အတွက် နီးပါးတန်ဖိုးများမှာ

3.14 (အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးအတွင်း)

3.142 (အရာရောက်ဂဏန်း 4 လုံးအတွင်း)

3.1416 (အရာရောက်ဂဏန်း 5 လုံးအတွင်း) စသည်တို့ဖြစ်ကြသည်။

အပိုင်းကိန်း $\frac{22}{7}$ ကို ဒသမကိန်းဖြင့် ဖော်ပြပါက 3.142857.... ဖြစ်၍ အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံး အဖြစ် ဖော်ပြပါက 3.14 ဖြစ်ပြီး အရာရောက်ဂဏန်း 4 လုံးအဖြစ် ဖော်ပြပါက 3.143 ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးအဖြစ် တွက်ချက်လိုပါက π ၏ တန်ဖိုးကို $\frac{22}{7}$ အဖြစ် ယူ၍ တွက်ချက်ရသည်။ သို့ရာတွင် အထူးသတိပြုရန်အချက်မှာ π ၏တန်ဖိုးကို $\frac{22}{7}$ အဖြစ် ယူပါက ရရှိသော အဖြေကို အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးထက်ပို၍ မယူမိစေရန်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ(1) အချင်း 23cm ရှိသော ဘီးတစ်ခု၏ စက်ဝန်းကိုရှာပါ။

$$
\begin{aligned}
d &= 23\text{ cm}\\
c &= \pi d\\
&= 3.14 \times 23\text{ cm}\\
\therefore c &= 72.2\text{ cm}
\end{aligned}
$$

∴ စက်ဝန်းသည် 72.2 cm ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) မော်တော်ကားတစ်စီး၏ဘီးတစ်ခု အချင်းဝက်သည် 28cm ဖြစ်သည်။ ထိုမော်တော်ကားသည် 440 m ခရီးကို သွားပါက မော်တော်ကားဘီးသည် အပတ်ပေါင်းမည်မျှ လည်ရမည်နည်း။

$r = 28cm$ ကို $c = 2\pi r$ တွင် အစားသွင်းသော်

$c = 2 \times \frac{22}{7} \times 28$ cm

$c = 176$ cm

ဘီးတစ်ပတ်အပြည့်လည်ရာတွင် ရောက်ရှိသောခရီး $= 176$ cm

ဘီးစုစုပေါင်း သွားရသောခရီး $= 440$ m

$= 440 \times 100$ cm

$= 44,000$ cm

ဘီးလည်ရသော အပတ်အရေအတွက် $= \frac{44000}{176}$

$= 250$

ဥပမာ (3) စက်ဝိုင်းပုံ ရေကန်တစ်ခု၏ စက်ဝန်းသည် 60 m ဖြစ်လျှင် ထိုရေကန်၏ အချင်းဝက်ကို ရှာပါ။

$c = 60$ ကို $c = 2\pi r$ တွင် အစားသွင်းသော်

$60 = 2 \times 3.14 \times r$

$60 = 6.28\, r$

$\therefore r = \frac{60}{6.28}$ m

$\therefore r = 9.55$ m

$\therefore$ အချင်းဝက်သည် 9.55 metres နီးပါးဖြစ်သည်။

ဥပမာ (4) စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခုက ဗဟိုဌာနခံသောထောင့် 90° ဖြစ်၍ စက်ဝိုင်းအချင်းဝက်သည် $3\frac{1}{2}$ cm ဖြစ်လျှင် ထိုစက်ဝန်းပိုင်း၏ အလျားကို ရှာပါ။

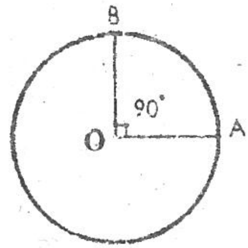
$n = 90^\circ$, $r = 3\frac{1}{2}$ cm ကို

စက်ဝန်းပိုင်း AB ၏ အလျား $= \frac{n}{360} \times 2\pi r$ တွင် အစားသွင်းသော်

$$AB = \frac{90}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} cm = \frac{22}{4} cm$$

$= 5.5$ cm

$\therefore$ စက်ဝန်းပိုင်း AB ၏ အလျား $= 5.5$ cm

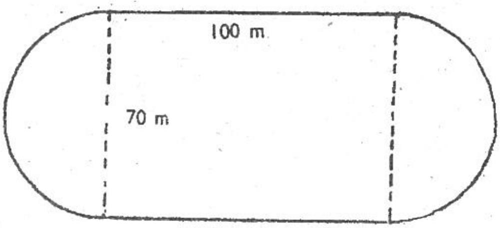


ပုံ (5.9)

လေ့ကျင့်ခန်း (5.1)

(π အတွက် နီးပါးတန်ဖိုးကို 3.14 (သို့) $\frac{22}{7}$ ယူပါ။)

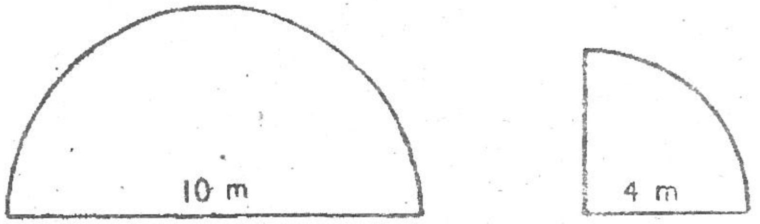
1. ပေးထားသော အချင်းများပါသည့် စက်ဝိုင်းတို့၏ စက်ဝန်းများကို ရှာပါ။
   (a) 7 cm (b) 21 cm (c) 35 cm (d) 49 cm
   (e) 10 m (f) 4 cm (g) 8 mm (h) 2.4 m
2. ပေးထားသော အချင်းဝက်များရှိသည့် စက်ဝိုင်းတို့၏ စက်ဝန်းများကို ရှာပါ။
   (a) 14 cm (b) 21 cm (c) 28 cm (d) 56 cm
   (e) 2 m (f) 10 m (g) 5 m (h) 8.1 m
3. လက်ပတ်နာရီတစ်လုံး၏ မိနစ်လက်တံသည် 1 cm ရှည်သည်။ ထိုမိနစ်လက်တံသည် (a) 1 နာရီ (b) 12 နာရီ အပြည့် လည်ပတ်သောအခါ ထိုမိနစ်လက်တံထိပ်ဖျားသည် ခရီးမည်မျှ သွားရသနည်း။
4. ဘောလုံးကွင်းတစ်ခု၏အလယ်တွင်ရှိ စက်ဝိုင်းကို အချင်းဝက် 3 metres ထား၍ ပြုလုပ်လိုပါက စက်ဝိုင်းကိုပြုလုပ်ရာတွင် ထုံးဖြူအလျားသည် မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။
5. လေယာဉ်ပုံစံငယ်တစ်ခုသည် 20 m အချင်းဝက်ရှိ စက်ဝိုင်းပုံလမ်းကြောင်းတစ်ခုအတိုင်းပျံ့ဝဲနေ၏။ ထိုလေယာဉ်ငယ် တစ်ပတ်ပျံ့ဝဲလျှင် ခရီးမည်မျှ ရောက်မည်နည်း။
6. မော်တော်ကားဘီး အချင်းသည် 42 cm ဖြစ်သည်။
   (a) ထိုဘီး၏စက်ဝန်းကို ရှာပါ။
   (b) ထိုဘီးသည် အပတ်ပေါင်း 50 လည်ပတ်လျှင် မော်တော်ကားသည် ခရီး metres မည်မျှ ရောက်ရှိမည်နည်း။
7. ပေးထားသော ဗဟိုခံထောင့်များ၏ ပမာဏနှင့်အချင်းဝက်(သို့မဟုတ်) အချင်းများအရ အဝန်းပိုင်းတို့၏ အလျားများကို ရှာပါ။
   (a) အချင်းဝက် 7 cm ၊ ဗဟိုခံထောင့် 120°
   (b) အချင်း 10 cm ၊ ဗဟိုခံထောင့် 60°
   (c) အချင်း 35 cm ၊ ဗဟိုခံထောင့် 36°
   (d) အချင်းဝက် 10.5 m ၊ ဗဟိုခံထောင့် 45°
   (e) အချင်း 2.8 cm ၊ ဗဟိုခံထောင့် 30°
8.



ပုံ (5.10)

ပုံ (5.10) သည် ဘောလုံးကွင်းတစ်ကွင်း၏ပုံ ဖြစ်သည်။ ဂိုးနောက်ပိုင်းသည် စက်ဝန်းခြမ်းပုံဖြစ်သည်။ အကယ်၍ ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ ဘောလုံးကွင်းသည် အလျား 100 m ၊ အနံ 70 m ဖြစ်လျှင် စက်ဝိုင်းခြမ်းများ အပါအဝင် ကွင်း၏ ပတ်လည်အနားသည် မည်မျှ ဖြစ်မည်နည်း။

9.



(i) (ii)

ပုံ (5.11)

ဖော်ပြထားသော ပုံတို့၏ ပတ်လည်အနားများကို ရှာပါ။

ပုံ (5.11) (i) တွင် စက်ဝိုင်းခြမ်းနှင့်အချင်းတို့ကို ဖော်ပြထားသည်။ ပုံ (5.11) (ii) သည် စက်ဝိုင်း တစ်ခု၏ လေးပုံတစ်ပုံနှင့် အချင်းဝက်တို့ကို ဖော်ပြထားသည်။

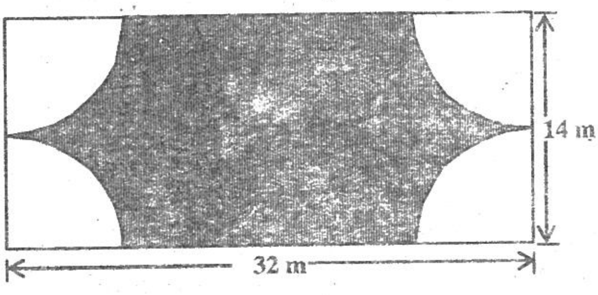
10. စက်ဝိုင်းတို့၏ စက်ဝန်းများမှာ
(a) 44 cm (b) 55 cm (c) 110 m (d) 15 cm ဖြစ်လျှင် ထိုစက်ဝိုင်းတို့၏ အချင်းများကို ရှာပါ။

11. ကျောင်းကွင်းပြေးပွဲအတွက် စက်ဝိုင်းပုံ 400 metres ပြေးကွင်းတစ်ခုကို ပြုလုပ်လိုပါက အချင်းဝက် မည်မျှထား၍ ပြုလုပ်ရမည်နည်း။

12. သင်္ဘောတစ်စင်းသည် အချင်းဝက် 1750 metres ဖြင့် စက်ဝိုင်းပုံအတိုင်း ခုတ်မောင်းခဲ့လျှင် ထိုစက်ဝိုင်း၏ စက်ဝန်းသည် Kilometres မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

13. ဗဟိုတူ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့၏ အချင်းများသည် 30 m နှင့် 51 m အသီးသီးဖြစ်ကြလျှင် ထိုစက်ဝိုင်း နှစ်ခုတို့၏ စက်ဝန်းများ ခြားနားခြင်းသည် မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

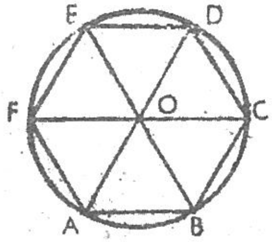
14.



ပုံ (5.12)

ပုံ (5.12) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ သတ္တုပြားတစ်ချပ်၏ ထောင့်စွန်းများမှ စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ လေးပုံတစ်ပုံအပိုင်းများကို ဖြတ်လိုက်လျှင် ကျန်ရှိသော အပိုင်း၏ ပတ်လည် အနားကို ရှာပါ။

15.



ပုံ (5.13)

ပုံ (5.13) တွင် ဥသျှံညီဆဋ္ဌဂံ ABCDEF ကို စက်ဝိုင်းတစ်ခုအတွင်း သွင်း၍ ဆွဲထားသည်။

(a) $\angle AOB$ သည် ဒီဂရီမည်မျှရှိမည်နည်း။ ထိုထောင့်သည် တစ်ပတ်လည်ထောင့်၏ မည်သည့် အပိုင်းဖြစ်သနည်း။

(b) အဝန်းပိုင်းငယ် AB သည် စက်ဝန်း၏ မည်သည့်အပိုင်း ဖြစ်သနည်း။

(c) အကယ်၍ စက်ဝိုင်းအချင်းဝက်သည် 1 cm ဖြစ်လျှင် အဝန်းပိုင်းငယ် AB ၏ အလျား ကိုရှာပါ။

16. (a) အချင်းဝက် 14 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ စက်ဝန်းကိုရှာပါ။

(b) ထိုစက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုတွင် (i) 90° (ii) 45° (iii) 120° (iv) 270° အသီးသီးခံသောအဝန်း ပိုင်းတို့၏ အလျားများကို ရှာပါ။

17. မော်တော်ကားတစ်စီးသည် 400 metres ခရီးကို သွားသောအခါ ထိုကား၏ ဘီးသည် အပတ် ပေါင်း 80 လည်ရ၏

(a) ထိုဘီး၏ စက်ဝန်းကို ရှာပါ။

(b) ထိုဘီး၏ အချင်းဝက်ကို centimetres ဖြင့်ရှာပါ။

18. ဂြိုဟ်ထုတစ်လုံးသည် ကမ္ဘာ့မြေမျက်နှာပြင်အထက် 1300 km အမြင့်မှ ကမ္ဘာကို စက်ဝန်းပုံ လမ်းကြောင်းအတိုင်း လှည့်ပတ်နေသည်။ အကယ်၍ တစ်ပတ်ပတ်လျှင် 2 နာရီကြာ၍ ကမ္ဘာ၏ အချင်းဝက်သည် 6400 km ဖြစ်လျှင် ဂြိုဟ်ထု၏ တစ်နာရီ လည်ပတ်နှုန်းကို km ဖြင့်ရှာပါ။

19. အီကွေတာ၏ အချင်းဝက်သည် 6400 km ရှိလျှင် အီကွေတာ၏အလျားကို ရှာပါ။

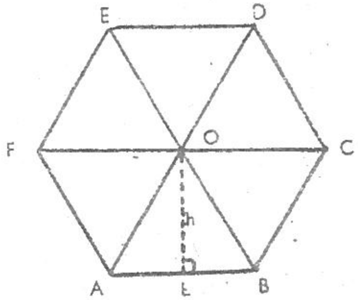
20. လွန်ခဲ့သော နှစ်ပေါင်း 2000 က ဂရိနက္ခတ်ပညာရှင်တစ်ဦးသည် 800 km ရှိသော ကမ္ဘာမျက် နှာပြင်အကွာအဝေးကို တိုင်းတာရာတွင် ထိုအကွာအဝေးသည် ကမ္ဘာ့စက်ဝန်း၏ $\frac{1}{48}$ ရှိသည် ဟု ခန့်မှန်းခဲ့သည်။ ထိုသို့ဆိုလျှင် ကမ္ဘာ၏ အချင်းဝက်သည် မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။ (အဖြေကို အရာ ရောက်ဂဏန်းနှစ်လုံးဖြင့် ပေးပါ။)

5.4 စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာရှာခြင်း

စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာကို မရှာမီ ဥသျှံညီဗဟုဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာကို မည်ကဲ့သို့ရှာနိုင် ကြောင်းကို ဦးစွာလေ့လာမည်။

5.4.1 ဥဿုံညီဗဟုဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာရှာခြင်း

ဗဟုဂံတစ်ခုတွင်ရှိသော အနားများသည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခုတူညီကြ၍ ထောင့်များသည်လည်း တူညီကြလျှင် ထိုဗဟုဂံကို ဥဿုံညီဗဟုဂံဟုခေါ်ကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ဥဿုံညီဗဟုဂံအတွင်းရှိ အမှတ်တစ်ခုသည် ထောင့်စွန်းတိုင်းမှ တူညီစွာကွာဝေးလျှင် ထိုအမှတ်ကို ဗဟုဂံ၏ အလယ်မှတ်ဟုခေါ်သည်။ အကယ်၍ အလယ်မှတ်မှ ဥဿုံညီဗဟုဂံ၏ အနားများပေါ်သို့ ထောင့်မတ်မျဉ်းများ ရေးဆွဲလျှင် ထောင့်မတ်မျဉ်းတို့၏ အလျားများသည် တူညီကြသည်။ ထိုထောင့်မတ်မျဉ်းကို ဥဿုံညီဗဟုဂံ၏ ထောင့်မတ်မျဉ်း (apothem) ဟုခေါ်သည်။



ပုံ (5.14)

ပုံ (5.14) တွင် ABCDEF သည် အနား 6 နားပါသော ဥဿုံညီဗဟုဂံဖြစ်၍ O သည် ဗဟုဂံ၏ အလယ်မှတ်ဖြစ်သည်။ O နှင့် A,B,C,D,E,F တို့ကို ဆက်ပါ။ ထိုအခါ ဥဿုံညီဗဟုဂံကို ထပ်တူညီတြိဂံ 6 ခုဖြစ်သော OAB,OBC,OCD,ODE,OEF နှင့် OFA တို့အဖြစ် ပိုင်းဖြတ်ပြီးဖြစ်သည်။ ဗဟုဂံ၏ ဧရိယာသည် ထိုထပ်တူညီတြိဂံ 6 ခု၏ ဧရိယာများ ပေါင်းလဒ်ဖြစ်သည်။ သို့ရာတွင် တြိဂံ 6 ခုသည် ထပ်တူညီတြိဂံများ ဖြစ်ကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သဖြင့် ဗဟုဂံ၏ ဧရိယာသည် ထပ်တူညီတြိဂံတစ်ခု၏ 6 ဆနှင့်ညီကြောင်း တွေ့ရသည်။ $OL \perp AB$ ကို ဆွဲပါ။

ဗဟုဂံ၏ ထောင့်မတ်မျဉ်း (apothem) = $OL = h$ ဖြစ်ပါစေ။

ဗဟုဂံ၏ ပတ်လည်အနား $= 6AB = P$ ဖြစ်ပါစေ။

ဗဟုဂံ၏ ဧရိယာ $= \triangle OAB$ ၏ ဧရိယာ 6 ဆ

$$= \triangle OAB \times 6$$

$$= 6 \times \triangle OAB$$

$$= 6 \times \frac{1}{2} AB \times h$$

$$= \frac{1}{2} h \times 6AB$$

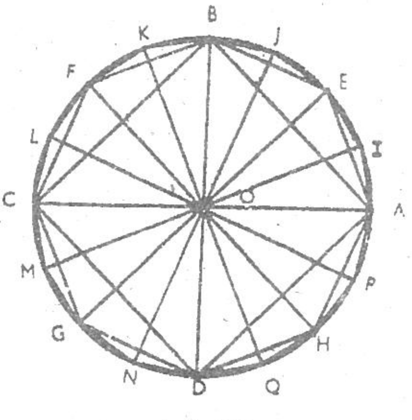
$$= \frac{1}{2} h \times p$$

$$= \frac{1}{2} hp$$

အထက်ပါနည်းသည် ဥဿုံညီဗဟုဂံ၏ အနား အရေအတွက် မည်မျှပင်ရှိစေကာမူ ဗဟုဂံ၏ ဧရိယာကို ရှာဖွေနိုင်သည်။

∴ ဥဿုံညီဗဟုဂံ၏ ဧရိယာ = $\frac{1}{2}$ ထောင့်မတ်မျဉ်း (apothem) × ပတ်လည်အနား

5.4.2 စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာရှာခြင်း
(ပထမနည်း)



ပုံ (5.15)

O သည် စက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုဖြစ်၍ r သည် အချင်းဝက် ဖြစ်ပါစေ။ တစ်ခုကို တစ်ခု ထောင့်မတ်ကျသော အချင်းမျဉ်းနှစ်ကြောင်း AOC နှင့် BOD တို့ကို ရေးဆွဲပါ။ ပုံ (5.15) ကိုကြည့်ပါ။ A နှင့် B,B နှင့် C,C နှင့် D,D နှင့် A တို့ကို ဆက်ပါ။ ထိုအခါ ဖြစ်ပေါ်လာသော စတုရန်း ABCD သည် စက်ဝိုင်းတွင်းကျ စတုရန်းတစ်ခုဖြစ်သည်။

ထို့နောက် ∠ AOB, ∠BOC, ∠COD နှင့် ∠ DOA တို့ကို ထက်ဝက်ပိုင်းသော မျဉ်းများကို ဆွဲပါ။ ထိုမျဉ်းများသည် စက်ဝိုင်းကို E,F,G,H တို့၌ အသီးသီး တွေ့ပါစေ။A နှင့် E,E နှင့် B,---, H နှင့် A စသည်ဖြင့် အစီအစဉ်အတိုင်း ဆက်သွယ်ပါ။ ထိုအခါ ဉသုံညီ အဋ္ဌဂံ AEBFCGDH ကို ရမည်။ ဆက်လက်၍ ထောင့် 8 ထောင့်ဖြစ်သော AOE,EOB,---, HOA တို့ကို ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းများကို ဆွဲရာ စက်ဝိုင်းကို I,J,K,L,M,N,Q နှင့် P တို့၌ အသီးသီး တွေ့ဆုံမည်။ ထို့နောက် A နှင့် I, I နှင့် E,---, P နှင့် A တို့ကို အစီအစဉ်အတိုင်း ဆက်သွယ်ပါ။ ထိုအခါ အနား 16 နားပါရှိသော ဉသုံညီဗဟုဂံတစ်ခုကို ရရှိသည်၊ ထိုရရှိသော အနား 16 နားပါ ဗဟုဂံသည် စက်ဝိုင်းနှင့်များစွာ နီးကပ်ကြောင်း တွေ့ရှိနိုင်သည်။

ဆက်လက်၍ O အမှတ်ရှိသော ထောင့် 16 ထောင့်ကို ထက်ဝက်ပိုင်းသော မျဉ်းများဆွဲ၍ ရရှိလာသော အမှတ် 32 မှတ်ကို အစီအစဉ်အတိုင်း ဆက်လိုက်ပါက အနား 32 နားပါသော ဉသုံညီ ဗဟုဂံတစ်ခုကို ရရှိလာမည်။ ထိုဗဟုဂံကို ပုံတွင် ဖော်ပြထားခြင်းမရှိပေ။ အဘယ့်ကြောင့်ဆိုသော် ထို 32 နားပါသော ဉသုံညီဗဟုဂံကို ပုံတွင် ထင်ရှားစွာ ဖော်ပြနိုင်ခြင်း မရှိသောကြောင့် ဖြစ်သည်။ ထိုဗဟုဂံသည် ရှေ့ပိုင်းတွင် ဖော်ပြထားသော ဗဟုဂံများထက် စက်ဝိုင်းနှင့် ပိုမိုနီးကပ်စွာ ရှိလေသည်။

အထက်ပါနည်းအတိုင်း 4, 8, 16, 32, 64, 128--- အနားများပါသော ဉသုံညီဗဟုဂံများကို စက်ဝိုင်းတစ်ခုအတွင်းသွင်း၍ ဆွဲသားခဲ့လျှင် အနားအရေအတွက် နည်းသော ဗဟုဂံများထက် အနားအရေအတွက်များသော ဗဟုဂံများက စက်ဝိုင်းနှင့် ပိုမို နီးကပ်စွာရှိကြောင်း သိရှိနိုင်သည်။

အထက်ပါ တွေ့ရှိချက်များအရ ဗဟုဂံတို့၏ အနားအရေအတွက် များလာသည်နှင့်အမျှ ထိုဗဟုဂံတို့၏ ဧရိယာနှင့်ပတ်လည်အနားတို့သည် စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာနှင့်လည်းကောင်း၊ ပတ်လည်အနားတို့သည် စက်ဝန်းနှင့်လည်းကောင်း ပို၍ ပို၍ နီးကပ်လာကြောင်း တွေ့ရှိရသည်။

ဥဿုံညီဗဟုဂံတို့၏ အနားများသည် တစ်ခုထက်တစ်ခု ပို၍ များလာပါက ဗဟုဂံကို ပိုင်းထား သော တြိဂံများသည် သေး၍သေးမျှ လာသည်ကိုတွေ့ရမည်။ ထိုအခါတွင် apothem မျဉ်းများသည် တစ်ဆင့်ထက်တစ်ဆင့် အချင်းဝက်နှင့် ပိုမို နီးကပ်လာကြောင်း တွေ့ရသည်။

အထက်ပါ တွေ့ရှိချက်များအရ စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာကို ဥဿုံညီဗဟုဂံ၏ ဧရိယာမှ apothem မျဉ်းကို စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်သို့လည်းကောင်း၊ ဗဟုဂံ၏ ပတ်လည်အနားကို စက်ဝန်း အဖြစ် လည်းကောင်း ပြောင်းလဲ၍ ရှာဖွေနိုင်သည်။

ဥဿုံညီဗဟုဂံ၏ ဧရိယာ = $\frac{1}{2}$ apothem $\times$ ပတ်လည်အနားနှင့်

စက်ဝန်း = $2\pi r$ ဖြစ်ကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။

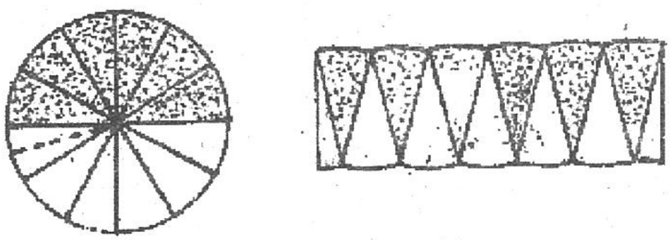
ထို့ကြောင့်

စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာ $= \frac{1}{2} \times r \times 2\pi r$

$= \pi r^2$

$$\boxed{\therefore \text{ စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာ } = \pi r^2}$$

5.4.3 **စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာကို ရှာခြင်း**
(ဒုတိယနည်း)



(i) (ii)

ပုံ (5.16)

စက်ဝိုင်းကြီးတစ်ခုကို ရေးဆွဲပါ။ ဗဟိုတွင် 30° စီရှိသော စက်ဝိုင်းစိတ်များဖြင့် ပုံ (5.16) (i) တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း ပိုင်းဖြတ်ပါ။ စက်ဝိုင်းစိတ်တစ်ခုကို ထက်ဝက်ပိုင်းပါ။ ထို့နောက် ထိုစက်ဝိုင်းစိတ်များကို ကတ်ကြေးဖြင့် ဖြတ်ယူ၍ ပုံ (5.16) (ii) တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း တစ်ခုနှင့်တစ်ခု ဆက်၍ ကပ်ပါ။ ထိုအခါ ဖြစ်ပေါ်လာသောပုံသည် ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ နီးပါး ဖြစ် လာသည်။

အကယ်၍ စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်သည် r ဖြစ်လျှင် ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အနံသည် r ဖြစ်မည်။ ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အလျားသည် စက်ဝိုင်း၏ အဝန်းတစ်ဝက်နှင့် တူညီမည်ဖြစ်သဖြင့် πr ဖြစ်မည်။ ထိုအခါ

ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ဧရိယာ = အလျား $\times$ အနံ

$= \pi r \times r$

$= \pi r^2$

အကယ်၍ စက်ဝိုင်းစိတ်များကို မူလ ယူထားသည်ထက်ပို၍ စိတ်ပိုင်းယူပါက ဖြစ်ပေါ် လာသော ပုံသည် ထောင့်မှန်စတုဂံအတိုင်း ဖြစ်ပေမည်။ ထိုအခါ ၎င်း၏ အနံသည် r ဖြစ်၍ အလျားသည် $\frac{1}{2}C = \frac{1}{2} \times 2\pi r = \pi r$ ဖြစ်မည်။

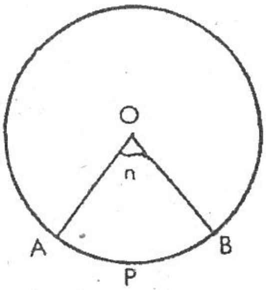
ထို့ကြောင့် စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာ $A = r \times \pi r$

$$\boxed{A = \pi r^2}$$

$$r = \frac{1}{2}d,\ r^2 = \frac{1}{2}d \times \frac{1}{2}d = \frac{1}{4}d^2$$

$$\therefore \boxed{A = \frac{1}{4}\pi d^2}$$

5.5 စက်ဝိုင်းစိတ်၏ ဧရိယာရှာခြင်း



ပုံ (5.17)

O ဗဟိုရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် AOBP သည် စက်ဝိုင်းစိတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ $\angle AOB$ သည် အဝန်းပိုင်း APB က ဗဟိုခံထောင့်ဖြစ်၍ $\angle AOB = n°$ ဖြစ်ပါစေ။ ပုံ (5.17) ကို ကြည့်ပါ။

$$\frac{\text{စက်ဝိုင်းစိတ် AOBP ၏ ဧရိယာ}}{\text{စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာ}} = \frac{n}{360°}$$

$\therefore$ စက်ဝိုင်းစိတ် AOBP ၏ ဧရိယာ $= \frac{n}{360°} \times$ စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာ

စက်ဝိုင်း အချင်းဝက်သည် r ဖြစ်၍ အဝန်းပိုင်းတစ်ခုက ဗဟို၌ ခံသောထောင့်သည် n° ဖြစ်လျှင်

စက်ဝိုင်းစိတ်၏ ဧရိယာ $= \frac{n}{360} \times \pi r^2$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1) အချင်း 7 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။

$d = 7$ cm

$r = \frac{7}{2} = 3.5$

$A = \pi r^2$

$A = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}\ cm^2$ (သို့မဟုတ်) $A = 3.14 \times 3.5^2\ cm^2$

$= \frac{77}{2}\ cm^2$ $= 38.46\ cm^2$

$= 38.5\ cm^3$

∴ စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာသည် $38.5\ cm^3$ နီးပါးဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) စက်ဝိုင်းပုံ ရေကန်တစ်ကန်၏ ဧရိယာသည် $67\ m^2$ ဖြစ်လျှင် ထိုရေကန်၏ အချင်းကိုရှာပါ။

ပထမနည်း

$A = 67 m^2$ ကို $A = \pi r^2$ တွင် အစားသွင်းသော်

$67 = 3.14 r^2$

$\therefore r^2 = \frac{67}{3.14} = 21.3\ m^2$

$r = \sqrt{21.3}\ m$ (r သည် အပေါင်းကိန်း)

$r = 4.62\ m$

ဒုတိယနည်း

$A = \pi r^2$

$\therefore r^2 = \frac{A}{\pi}$

$\therefore r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ (r သည် အပေါင်းကိန်း)

$A = 67\ m^2$ အစားသွင်းသော်

$r = \sqrt{\frac{67}{3.14}}\ m$

$r = \sqrt{21.3}\ m$

$r = 4.62\ m$

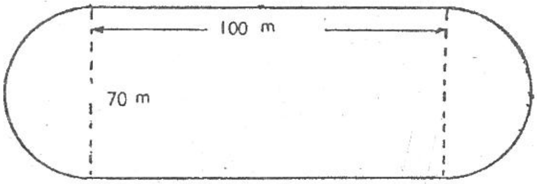
အချင်းဝက်သည် 4.62m နီးပါးရှိသဖြင့် အချင်းသည် 9.2 m ခန့်ရှိသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း 5.2

(π တန်ဖိုးအတွက် 3.14 သို့မဟုတ် $\frac{22}{7}$ ကို နီးပါးတန်ဖိုးအဖြစ် ယူ၍တွက်ပါ။)

1. ပေးထားသော အချင်းဝက်များရှိသော စက်ဝိုင်းတို့၏ ဧရိယာများကိုရှာပါ။
   (a) 7 cm (b) 14 cm (c) 10 cm (d) 2 cm
2. ပေးထားသည့် အချင်းများရှိသော စက်ဝိုင်းတို့၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။
   (a) 7 mm (b) 2cm (c) 10 m (d) 1 km
3. အချင်းဝက် 21 cm ရှိသော မှန်ပြားဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။
4. လက်ပတ်နာရီတစ်လုံး၏ မိနစ်လက်တံသည် 1 cm ရှည်သည်။ ထိုမိနစ်လက်တံ၏ 1 နာရီ အတွက် ဖြတ်သန်းသွားသော ဧရိယာသည် မည်မျှရှိမည်နည်း။

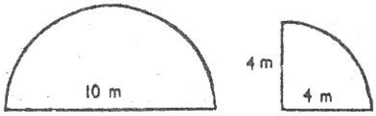
5. ခေတ်ပြားတစ်ချပ်၏ အချင်းသည် 30 cm ဖြစ်လျှင် ထိုခေတ်ပြားတစ်ဖက်၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။



ပုံ (5.18)

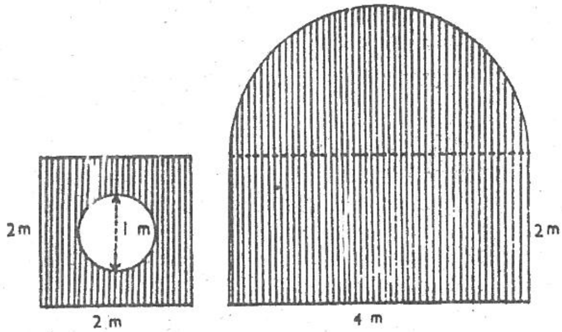
6. ပုံ (5.18) သည် အပြေးပြိုင်ကွင်းတစ်ခုဖြစ်၍ အလယ်တွင် ထောင့်မှန်စတုဂံပုံဖြစ်ပြီး ထိပ်နှစ်ဖက် တွင် စက်ဝိုင်းခြမ်းပုံဖြစ်လျှင် ထိုအပြေးပြိုင်ကွင်း၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။

7. ပုံ(5.19) (i) သည် စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခုဖြစ်၍ ပုံ (ii) သည် စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ လေးပုံတစ်ပုံ ဖြစ်လျှင် ထိုပုံတို့၏ ဧရိယာများကို ရှာပါ။



(i) (ii)

ပုံ (5.19)



(i) (ii)

ပုံ (5.20)

8. ပုံ (5.20)(i) တွင် အတွင်းစည်းသည် စက်ဝိုင်းပုံဖြစ်၍ အပြင်စည်းသည် စတုရန်းပုံဖြစ်သည်။ ပုံ (5.20)(ii) တွင် ထောင့်မှန်စတုဂံနှင့် စက်ဝိုင်းခြမ်းပုံများဖြစ်သည်။ ထိုပုံတို့မှ မှန်းခြယ်ထား သော အပိုင်းတို့၏ ဧရိယာများကိုရှာပါ။

9. စက်ဝိုင်းတို့၏ ဧရိယာများသည် (a) 314 cm^2 (b) 154 cm^2 (c) 22 cm^2 (d) 123 cm^2 အသီးသီးဖြစ်ကြလျှင် ထိုစက်ဝိုင်းတို့၏ အချင်းဝက်များကိုရှာပါ။

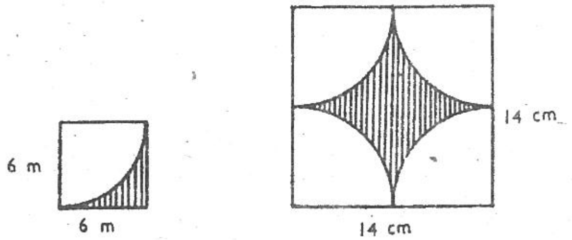
10. စက်ဝိုင်းပုံ သတ္တုပြားတစ်ခု၏ ဧရိယာသည် 1250 cm^2 ဖြစ်လျှင်

(a) သတ္တုပြား၏ အချင်းဝက်ကို ရှာပါ။

(b) သတ္တုပြား၏ စက်ဝန်းကို ရှာပါ။

11. စတုရန်းပုံ မြက်ခင်းတစ်ခု အနားတစ်ဖက်သည် 6 m ရှိသည်။ ထိုမြက်ခင်း၏ အလယ်တွင် အချင်း 4 m ရှိသော ပန်းခင်းတစ်ခုရှိလျှင် ထိုမြက်ခင်း၏ ဧရိယာကို ပုံကြမ်းဆွဲ၍ တွက်ပါ။

12. အလျား 360 cm အနံ cm ရှိသော အလူမီနီယမ်ပြား တစ်ပြားမှ အချင်း 6cm ရှိသော နို့ပုလင်းအဖုံးဝိုင်းများ ရနိုင်သလောက် ဖြတ်ယူသော် အဖုံးဝိုင်းမည်မျှ ရရှိ၍ အလူမီနီယမ်ပြား မည်မျှ ပြန်းတီးသွားသနည်း။



(i) (ii)

ပုံ (5.21)

13. ပုံ (5.21)(i) နှင့် (ii) တို့ရှိ မှုန်းခြယ်ထားသော အပိုင်းတို့၏ ဧရိယာများကို ရှာပါ။

14. ဧရိယာ 15.7 m^2 ရှိသော စက်ဝိုင်းပုံ သတ္တုပြားတစ်ခု၏ စက်ဝန်းကို ရှာပါ။

15. စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ အချင်းဝက်များအချိုးသည် 2:1 ဖြစ်လျှင်

  (a) ထိုစက်ဝိုင်းတို့၏ စက်ဝန်းများအချိုး

  (b) ထိုစက်ဝိုင်းတို့၏ ဧရိယာများ အချိုးတို့ကို ရှာပါ။

5.6 သင်ခန်းစာ အကျဉ်းချုပ်

1. $\frac{\text{စက်ဝန်း}}{\text{အချင်း}}$ အချိုးတန်ဖိုးသည် စက်ဝိုင်းအားလုံးတွင် အတူတူပင်ဖြစ်၍ ထိုအချိုးတန်ဖိုးကို π ဖြင့် သတ်မှတ်သည်။ $\frac{c}{d} = \pi$

2. π အတွက် နီးပါးတန်ဖိုးများမှာ 3.14 (အရာရောက်ဂဏန်းသုံးလုံး) (သို့မဟုတ်) $\frac{22}{7}$ ဖြစ်သည်။

3. စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ စက်ဝန်း $c = 2\pi r$ (သို့မဟုတ်) πd

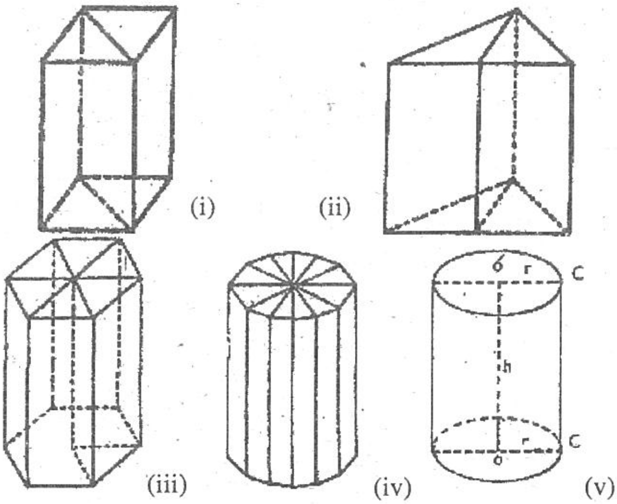
4. စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာ $A = \pi r^2$

5. π အတွက် နီးပါးတန်ဖိုးကို 3.14 (သို့မဟုတ်) $\frac{22}{7}$ ယူသည့်အခါ အဖြေကို အရာရောက် ဂဏန်း 3 လုံးထက် ပို၍ မပေးရ။

5.7 ဆလင်ဒါ (Cylinder)

ကျွန်ုပ်တို့၏ ပတ်ဝန်းကျင်၌ တိုင်လုံး၊ ရေပိုက်လုံး၊ လေထိုးတံ၊ နို့ဆီဘူး အစရှိသည့် အောက်ခြေ စက်ဝိုင်းပုံရှိသော ဒုရှည်မှန်များကို နေ့စဉ် တွေ့မြင်နိုင်ပါသည်။ ၎င်းတို့ကို စက်ဝိုင်း ဒုရှည်မှန် (Right Circular Prism) သို့မဟုတ် ဆလင်ဒါ (Cylinder) ဟု ခေါ်သည်။

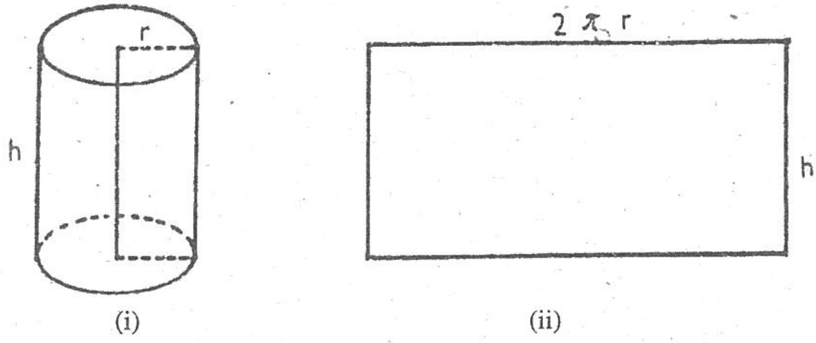
ဒုရှည်မှန်တစ်ခု၏ အောက်ခြေအနားများကို အလျားညီညီ အရေအတွက်တိုး၍ ပိုင်းဖြတ်ပြီး ဆက်စပ်ကြည့်ပါက နောက်ဆုံးတွင် ဒုရှည်မှန်၏ အောက်ခြေသည် တဖြည်းဖြည်း စက်ဝိုင်းပုံသဏ္ဍာန်နှင့်ခွဲခြားမရအောင် တူညီလာသည်ကို တွေ့ရပါသည်။ ပုံ (5.22) ကို ကြည့်ပါ။



ပုံ (5.22)

ထိုအခါ ဒုရှည်မှန်သည် ဆလင်ဒါ ဖြစ်လာ၏။ ဆလင်ဒါ၏ ထိပ်ဝနှစ်ဖက် (သို့မဟုတ်) အောက်ခြေနှင့်ထိပ်ဝတို့သည် တူညီသော စက်ဝိုင်းနှစ်ခုပုံသဏ္ဍာန်ဖြစ်၍ ဘေးပတ်လည် မျက်နှာပြင်မှာ အခုံးဖြစ်သည်။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့၏ ဗဟို O နှင့် O' တို့ကို ဆက်သွယ်သော မျဉ်းသည် အောက်ခံအခြေပေါ်သို့ ထောင့်မတ်ကျလျက်ရှိသည်ကို တွေ့ရ၏။ O O' ၏ အလျားကို ဆလင်ဒါ၏အမြင့်ဟု ခေါ်ကာ ထိပ်ဝနှစ်ဖက်ရှိ အရွယ်တူ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့၏ အချင်းဝက် O C နှင့် O' C' တို့ကို ဆလင်ဒါ၏ အချင်းဝက်ဟုခေါ်သည်။

5.7.1 ဆလင်ဒါ၏ မျက်နှာပြင်ခုံး ဧရိယာရှာခြင်း



ပုံ (5.23)

ဆလင်ဒါ(Cylinder) တစ်ခု၏ အပြင်ဘက်မျက်နှာပြင်ခုံးကို စက္ကူဖြင့်တစ်ပတ်တိကျစွာ ပတ်ပါ။ ပိုသော စက္ကူအပိုင်းကို တိကျစွာဖြတ်၍ စက္ကူကိုယူပြီး ဖြန့်လိုက်ပါ။ ထိုစက္ကူသည် ထောင့်မှန်စတုဂံပုံဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိရမည်။ ပုံ (5.23) ကိုကြည့်ပါ။

ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အလျားသည် ဆလင်ဒါ (Cylinder) ၏ ထိပ်ဝ စက်ဝိုင်း၏ စက်ဝန်းဖြစ်၍ အနံသည် ဆလင်ဒါ၏ အမြင့်ဖြစ်သည်။

ဆလင်ဒါ (Cylinder) ၏ မျက်နှာပြင်ခုံး ဧရိယာ = ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ဧရိယာ

= စက်ဝန်း × အမြင့်

အကယ်၍ စက်ဝိုင်းအချင်းဝက်သည် r ၊ ဆလင်ဒါ အမြင့်သည် h ၊ ဆလင်ဒါ၏ မျက်နှာပြင်ခုံး ဧရိယာသည် A ဖြစ်လျှင် အောက်ပါပုံသေနည်းကို ရရှိသည်။

$$\boxed{A = 2\pi rh}$$

မှတ်ချက်။ ။ ဆလင်ဒါတစ်ခုလုံး၏ ဧရိယာကိုရှာရာတွင် ဘေးမျက်နှာပြင်ခုံး၏ ဧရိယာအပါအဝင် ထိပ်ဝနှစ်ဖက်တွင်ရှိ စက်ဝိုင်းတို့၏ ဧရိယာများကိုလည်း ထည့်သွင်းစဉ်းစားရမည်ကို သတိပြုပါ။

ဥပမာ (1) ဆလင်ဒါ (Cylinder) ၏ အမြင့်သည် 6 cm ဖြစ်၍ ထိပ်ဝစက်ဝိုင်း၏ အချင်းသည် 12 cm ဖြစ်လျှင် မျက်နှာပြင်ခုံး၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။

$h = 6$ cm

$d = 12$ cm

$r = \dfrac{12}{2} = 6$ cm

$\therefore A = 2\pi r h$

$A = 2 \times \dfrac{22}{7} \times 6 \times 6 \text{ cm}^2$

$A = 226 \text{ cm}^2$

$\therefore$ မျက်နှာပြင်ခုံး၏ ဧရိယာသည် 226 cm^2 နီးပါးဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (5.3)

1. ပေးထားသော အတိုင်းအတာများအရ ဆလင်ဒါ၏ မျက်နှာပြင်ခုံး ဧရိယာကို ရှာပါ။
   - (a) အချင်း 20 cm အမြင့် 14 cm
   - (b) အချင်း 7 cm အမြင့် 20 cm
   - (c) အချင်းဝက် 2 cm အမြင့် 10.5 cm
   - (d) အချင်း 20 m အမြင့် 21 m
   - (e) အချင်း 1.7 m အမြင့် 3.2 m
2. ဆလင်ဒါပုံတိုင်ကီတစ်လုံး၏ အချင်းသည် 2 m ဖြစ်၍ အမြင့်သည် 7 m ဖြစ်လျှင် မျက်နှာပြင်ခုံး၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။
3. ခေါင်ဆီထည့်သော ဂန်တစ်ကန်သည် ဆလင်ဒါပုံဖြစ်၍ အချင်း 14 m နှင့် အမြင့် 5 m ဖြစ်လျှင် မျက်နှာပြင်ခုံး၏ ဧရိယာနှင့် ထိပ်ဝဧရိယာတို့ကို ရှာပါ။

4. လမ်းကြိတ်စက်တစ်ခု၏ တလိမ့်တုံးသည် 2.1 m ကျယ်၍ အချင်းသည် 1.5 m ဖြစ်သည်။
   (a) တလိမ့်တုံးတစ်ပတ်လျှင် ဧရိယာမည်မျှ ကြိတ်သနည်း။
   (b) အပတ်ပေါင်း 50 လည်လျှင် ဧရိယာမည်မျှ ကြိတ်သနည်း။
5. နှစ်ဖက်ပိတ် ဆလင်ဒါတစ်ခု၏ အချင်းသည် 14 cm ဖြစ်၍ အမြင့်သည် 30 cm ဖြစ်၏။ ထိုဆလင်ဒါတစ်ခု၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။ (စက်ဝိုင်းပုံ မျက်နှာပြင် နှစ်ခု၏ ဧရိယာကို ထည့်တွက်ရန် လိုသည်။)
6. ဓာတ်ဆီထည့်ရန် အချင်း 3m ၊ အမြင့် 2.8 m ရှိသော တစ်ဖက်ပွင့် ဆလင်ဒါပုံ တိုင်ကီတစ်လုံး ပြုလုပ်ရန်အတွက် သံပြားဧရိယာ မည်မျှလိုသနည်း။

5.7.2 ဆလင်ဒါ၏ ထုထည်ရှာခြင်း

ထောင်မှန်ဒု၏ ထုထည်ရှာနည်းကို လေ့လာသိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်၍

ထောင့်မှန်ဒု၏ ထုထည် = အလျား × အနံ × အမြင့်

= အောက်ခြေ ဧရိယာ × အမြင့်

ဤပုံသေနည်းသည် မည်သည့်ထုရှည်မှန်အတွက်မဆို မှန်ကန်သဖြင့်

ဆလင်ဒါ၏ ထုထည် = အောက်ခြေဧရိယာ × အမြင့်

ဆလင်ဒါ၏ ထုထည်သည် v ၊ အောက်ခြေ ဧရိယာသည် A နှင့် အမြင့်သည် h ဖြစ်လျှင်

$v = Ah$ ဖြစ်သည်။

ဆလင်ဒါ၏ အောက်ခြေမှာ စက်ဝိုင်းပုံသဏ္ဌာန်ဖြစ်၍ အချင်းဝက်မှာ r ဖြစ်သော စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာမှာ πr^2 ဖြစ်၏

ဆလင်ဒါ၏ ထုထည် = အောက်ခြေ ဧရိယာ × အမြင့် $V = \pi r^2 h$

ဥပမာ (1)

ဆလင်ဒါတစ်ခု၏ အချင်းဝက်သည် 4 cm ရှိ၍ အမြင့်သည် 14 cm ရှိသော ၎င်း၏ ထုထည်ကို ရှာပါ။ ($\pi = \dfrac{22}{7} = 3.14$ ထားပါ။)

ဆလင်ဒါ၏ ထုထည် = အောက်ခြေ ဧရိယာ × အမြင့်

$$= \pi r^2 h$$

$$= \frac{22}{7} \times 4 \times 4 \times 14 \text{ cm}^3$$

$$= 702 \text{ cm}^3$$

∴ဆလင်ဒါ၏ထုထည် = 702 cm^3

ဥပမာ (2)

1 km ရှည်လျားသော ဝိုင်ယာကြိုးခွေတစ်ချောင်း၏ ထိပ်ဝဖြတ်ပိုင်းပုံမှာ 3 mm အချင်းရှိသော် ထိုဝိုင်ယာကြိုးခွေ၏ အလေးချိန်ကို ရှာပါ။ (ထိုဝိုင်ယာကြိုးမျိုး 1 ကုဗစင်တီမီတာ (cm^3) ထုထည် သည် 7.5 ဂရမ် (g) အလေးချိန်ရှိသည်။)

ဝိုင်ယာကြိုး၏ အရှည် $= 1$ km

$= 1000$ m

$= 100000$ cm

ဝိုင်ယာကြိုး၏အချင်း $= 3$ mm

ဝိုင်ယာကြိုး၏အချင်းဝက် $= 1.5$ mm

$= 0.15$ cm

ဝိုင်ယာကြိုးခွေ၏အလေးချိန် = အောက်ခြေဧရိယာ × အမြင့်

$= \pi r^2 h$

$\therefore V = 3.14 \times (0.15)^2 \times 100000 \text{ cm}^3$

$\therefore$ ဝိုင်ယာကြိုးခွေ၏အလေးချိန် $= 3.14 \times (0.15)^2 \times 100000 \times 7.5\text{g}$

$= 529875$ g

$\therefore$ ဝိုင်ယာကြိုးခွေ၏အလေးချိန် $= 529875$ g

လေ့ကျင့်ခန်း (5.4)

1. အောက်ဖော်ပြပါ ဇယားမှ ဆလင်ဒါအသီးသီး၏ လိုအပ်သော ထုထည်နှင့် အမြင့်တို့ကိုရှာပါ။

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)
အချင်းဝက်	7 cm	6 mm	4.5 cm	77 mm	14 m
အမြင့်	5 cm	?	17.9 cm	120mm	?
ထုထည်	?	339.12 mm^3	?	?	308 m^3

2. ရေလှောင်ကန်တစ်ကန်သည် ဆလင်ဒါပုံရှိ၍ အချင်း 2 m ကျယ်ပြီး 3.5 m နက်သော် သိုလှောင်နိုင်သည့် ရေထုထည်ကို လီတာ (litre) ဖြင့် ဖော်ပြပါ။
3. စက်ရုံတစ်ရုံသည် အောက်ဖော်ပြပါ အတိုင်းအတာများရှိသော စည်သွတ်ဘူးများကို ထုတ်လုပ်သော် စည်သွတ်ဘူးတစ်မျိုးစီ၏ ထုထည်ကို ရှာပါ။

	အချင်း	အမြင့်
(i)	8.5 cm	10 cm
(ii)	15 cm	18.6 cm

4. အချင်း 1.2 m နှင့် အနက် 10 m ရှိသော ရေတွင်းတစ်တွင်းကို တူးဖော်ရာ မြေကြီးထုထည် မည်မျှ တူးထုတ်ရမည်နည်း။
5. ဆလင်ဒါပုံ မျှော်စင်ကြီးတစ်ခုသည် 200 m မြင့်၍ အချင်း 20 m ရှိ၏။ ထိုမျှော်စင်ကြီး၏ ထုထည်ကိုရှာပါ။

6. အရည် 1 လီတာ (litre)ဝင် ဖျော်ရည်ဘူးများကို ထုတ်လုပ်သော စက်ရုံတစ်ရုံသည်
(i) အချင်း 10 cm ရှိသော ဖျော်ရည်ဘူး ထုတ်လုပ်လျှင် အမြင့် မည်မျှရှိရမည်နည်း။
(ii) အမြင့် 10 cm ရှိသော ဖျော်ရည်ဘူး ထုတ်လုပ်လျှင် အချင်း မည်မျှရှိရမည်နည်း။

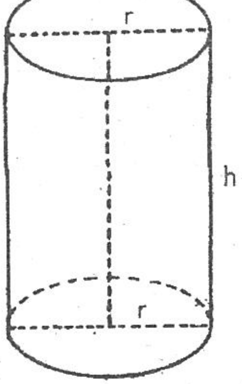
7. စက်ဝိုင်းပုံ ရေကူးကန်တစ်ကန်သည် 1.4 m နက်၍ 8 m ကျယ်၏။ တစ်နာရီလျှင် 2000 လီတာ နှုန်းဖြင့် ရေဖြည့်သွင်းသော် ရေကန် ရေပြည့်ရန် အချိန်မည်မျှ ကြာမည်နည်း။

8. 200 m ရှည်သော ဝိုင်ယာကြိုးခွေ၏ ထိပ်ဝ ဖြတ်ပိုင်းပုံမှာ 5 mm အချင်းရှိသော် ထိုဝိုင်ယာကြိုးခွေ၏ အလေးချိန်ကို ရှာပါ။ (ထိုဝိုင်ယာကြိုးမျိုး 1 ကုဗစင်တီမီတာ(cm^3) ထုထည်သည် 8.90 ဂရမ်(g)လေးသည်။)

9. ဆလင်ဒါပုံသဏ္ဍာန်ရှိ ပေါင်ဒါဘူးငယ်တစ်ဘူးသည် 4 cm မြင့်၍ 7 cm အချင်းရှိ၏။ (2.2 m × 0.7 m × 0.1 m) အတိုင်းအတာ ရှိသည့် ထောင့်မှန် ဒုပုံသေတ္တာမှ ပေါင်ဒါမှုန့်များကို အထက်ပါ ပေါင်ဒါဘူးငယ်ကလေးများထဲသို့ ထည့်လျှင် ဘူးငယ်ပေါင်း မည်မျှရမည်နည်း။

10. ဆလင်ဒါပုံသဏ္ဍာန် ခွက်တစ်ခွက်၏ အတွင်းဘက် အတိုင်းအတာများမှာ အချင်းဝက် 8.4 cm ရှိ၍ 20 cm မြင့်၏။ ထိုခွက်ကို 2 mm ထူသော သတ္တုဖြင့် ပြုလုပ်လျှင် အသုံးပြုထားသော သတ္တု၏ ထုထည်ကိုရှာပါ။

5.8 မှတ်သားရန်ပုံသေနည်းများ



ဆလင်ဒါ၏ မျက်နှာပြင်ခုံး ဧရိယာ = စက်ဝန်း × အမြင့်

$A = 2\pi r h$

ဆလင်ဒါ၏ ထုထည် = အောက်ခြေဧရိယာ × အမြင့်

$V = A h$

(သို့မဟုတ်)

$V = \pi r^2 h$

အခန်း (6)

အခြေခံဆောက်လုပ်ချက်များ

လေ့လာခဲ့ပြီးသော ဂျီသြမေတြီ အခြေခံများကို သုံးလျက် ဆောက်လုပ်ချက်များအကြောင်းကို ဆက်လက် လေ့လာကြမည်။

6.1 ဆောက်လုပ်ချက်(6)

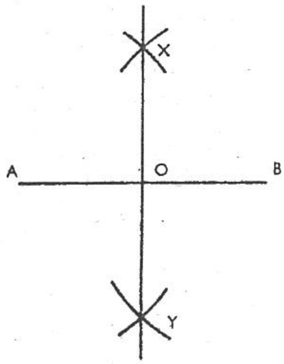
ပေးရင်း မျဉ်းပိုင်းတစ်ခု၏ ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်းတစ်ခုဆောက်လုပ်ရန်။

ပေးထားချက်။ ။ မျဉ်းပိုင်း AB

ပုံ(6.1)

ဆောက်လုပ်ရန်။ ။ AB ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်း

ဆောက်လုပ်ချက်။ ။



ပုံ(6.2)

1. $\frac{1}{2}$AB ထက်ကြီးသော အချင်းဝက်တစ်ခုဖြင့် A ကို ဗဟိုပြု၍ စက်ဝန်းပိုင်းနှစ်ခုကို AB ၏ တစ်ဖက်တစ်ချက်စီတွင်ဆွဲပါ။ တစ်ဖန် B ကို ဗဟိုပြု၍ ထိုအချင်းဝက်ဖြင့်ပင် စက်ဝန်းပိုင်းများကို ဆွဲရာ ယခင် စက်ဝန်းပိုင်းများကို အမှတ် X နှင့် Y တို့၌ ဖြတ်ပါစေ။
2. XY ကို ဆက်ရာ AB ကို O ၌ ဖြတ်ပါစေ။ XY သည် AB ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မှတ်မျဉ်း ဖြစ်သည်။

သက်သေပြချက်။ ။AX,AY, BX နှင့် BY တို့ကို ဆက်ပါ။

Δ AXY နှင့် Δ BXY တို့တွင်

AX = BX (တူညီသော အချင်းဝက်များ)

AY = BY (တူညီသော အချင်းဝက်များ)

$XY = XY$ (ဘုံအနား)

$\therefore \triangle AXY \cong \triangle BXY$ (န န န)

$\therefore \angle AXY = \angle BXY$

$\triangle AXO$ နှင့် $\triangle BXO$ တို့တွင်

$AX = BX$

$\angle AXO = \angle BXO$

$XO = XO$ (ဘုံအနား)

$\triangle AXO \cong \triangle BXO$ (န ထ န)

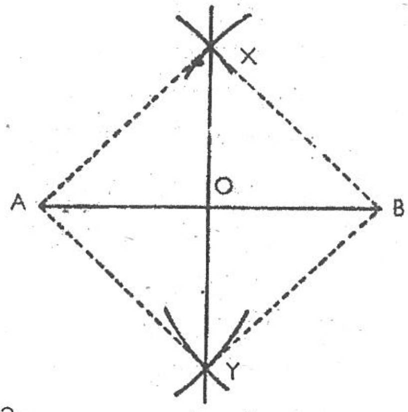
$AO = BO$ နှင့်

$\angle AOX = \angle BOX$

$\therefore$ XY သည် AB ပေါ်၌ ထပ်တူညီသော နီးစပ်သည့် ထောင့်များကို ဖြစ်စေသဖြင့်

XY နှင့် AB တို့သည် ထောင့်မတ်ကျကြသည်။

$\therefore$ XY သည် AB ၏ ထက်ဝက်ပိုင်း ထောင့်မတ်မျဉ်းဖြစ်သည်။



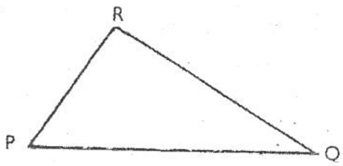
ပုံ (6.3)

လေ့ကျင့်ခန်း(6.1)

1. ပေးထားသော မျဉ်းပိုင်း DE ၏ ထက်ဝက်ပိုင်း ထောင့်မတ်မျဉ်းကို ဆွဲပါ။

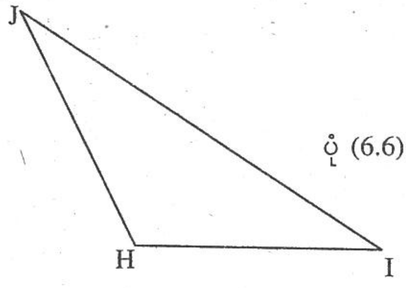
ပုံ(6.4)

2. ပုံ(6.5)ရှိ PQ ၏ ထက်ဝက်ပိုင်း ထောင့်မတ်မျဉ်းကို ဆွဲပါ။



ပုံ(6.5)

3. $\triangle$ HIJ တွင် အနားတစ်ခုစီ၏ ထက်ဝက်ပိုင်း ထောင့်မတ်မျဉ်းများကို ဆွဲပါ။



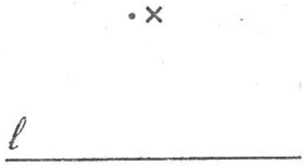
ပုံ (6.6)

6.2 **ဆောက်လုပ်ချက်(7)**

ပေးရင်းမျဉ်းဖြောင့်ပေါ်တွင် ကျရောက်မနေသော ပေးရင်းအမှတ်တစ်ခုကိုဖြတ်လျက် ပေးရင်းမျဉ်းနှင့် အပြိုင်မျဉ်း တစ်ကြောင်း ဆောက်လုပ်ရန်။

ပေးထားချက်။ ။ပေးရင်း မျဉ်းတစ်ကြောင်း ℓ နှင့် ၎င်းပေါ်တွင် ကျရောက်မနေသော အမှတ်တစ်ခု X ။

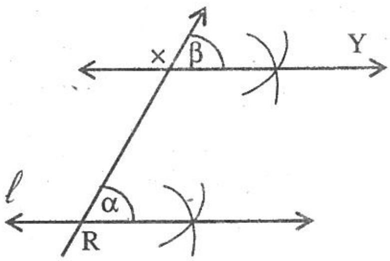
ပုံ(6.7)ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ (6.7)

ဆောက်လုပ်ရန်။ ။အမှတ် X ကို ဖြတ်လျက် ℓ နှင့် ပြိုင်နေသောမျဉ်းတစ်ကြောင်း

ဆောက်လုပ်ချက်။ ။



ပုံ (6.8)

(1) X ကို ဖြတ်၍ မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲရာ မျဉ်း ℓ ကို R ၌ ဖြတ်ပါစေ။

(2) (ဆောက်လုပ်ချက် 2 ကို အသုံးပြု၍) X ၌ ထိပ်စွန်းရှိ၍ α နှင့် လိုက်ဖက်သော β ကို α နှင့် ညီအောင်ဆွဲပါ။

Y သည် β ၏ လက်တံအသစ်ပေါ်တွင်ရှိ ကြိုက်ရာအမှတ်တစ်ခု ဖြစ်ပါစေ။

(3) XY ကို နှစ်ဖက်လုံးသို့ ဆက်ဆွဲပါ။

XY သည် ဆွဲလိုသော မျဉ်းပြိုင်တစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။

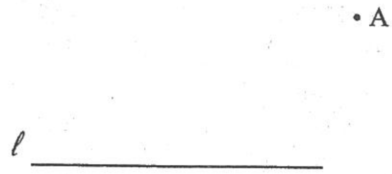
သက်သေပြချက်။ ။

α နှင့် β သည် လိုက်ဖက်ထောင့်များဖြစ်ပြီး

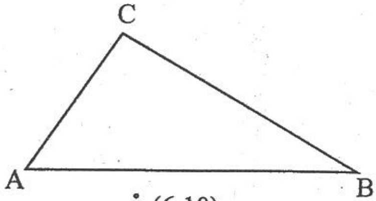
$\alpha = \beta$

$\therefore XY \parallel \ell$ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (6.2)



ပုံ (6.9)

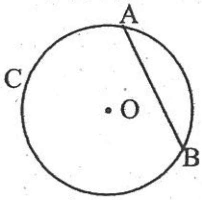


ပုံ (6.10)

1. ပုံ(6.9)တွင် အမှတ် A ကို ဖြတ်၍ ℓ နှင့် ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းကို ဆွဲပါ။
2. ပုံ(6.10)တွင်

   (a) C ကို ဖြတ်၍ AB နှင့် ပြိုင်သော မျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ဆွဲပါ။

   (b) B ကို ဖြတ်၍ AC နှင့် ပြိုင်သော မျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ဆွဲပါ။



ပုံ (6.11)

ပုံ(6.11) တွင် O သည် စက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုဖြစ်သည်။

(a) AB နှင့် ပြိုင်သော အချင်းမျဉ်းကို ဆွဲပါ။

(b) C ကို ဖြတ်၍ AB နှင့် ပြိုင်သော လေးကြိုးကို ဆွဲပါ။

6.3 ဆောက်လုပ်ချက်(8)

ပေးထားသော စက်ဝန်းပိုင်း တစ်ခုကို ထက်ဝက်ပိုင်းသော မျဉ်းတစ်ကြောင်း ဆောက်လုပ်ရန်။

ပေးထားချက်။ ။ စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ အဝန်းပိုင်း AB

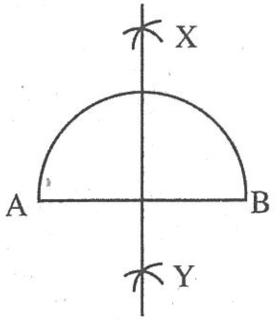
ပုံ (6.12)

ဆောက်လုပ်ရန်။ ။ အဝန်းပိုင်း AB ကို ထက်ဝက်ပိုင်းသော မျဉ်းတစ်ကြောင်း

ဆောက်လုပ်ချက်။

(1) A နှင့် B ကို ဆက်ပါ။

(2) ဆောက်လုပ်ချက် 6 ကို အသုံးပြု၍ မျဉ်းပိုင်း AB ၏ ထက်ဝက်ပိုင်း ထောင့်မတ်မျဉ်း XY ကို ဆွဲပါ။ XY သည် အဝန်းပိုင်း ABကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။



ပုံ (6.13)

သက်သေပြချက်။ ။ XY သည် အဝန်းပိုင်း AB ကို အမှတ် M ၌လည်းကောင်း၊ မျဉ်းပိုင်း AB ကို အမှတ် R ၌ လည်းကောင်း ဖြတ်ပါစေ။ AM နှင့် BM တို့ကို ဆက်ပါ။

$\triangle$ ARM နှင့် $\triangle$BRM တို့တွင်

AR = RB (ဆောက်လုပ်ချက်အရ)

$\angle$ ARM = $\angle$BRM (ထောင့်မှန်များ)

RM = RM (ဘုံအနား)

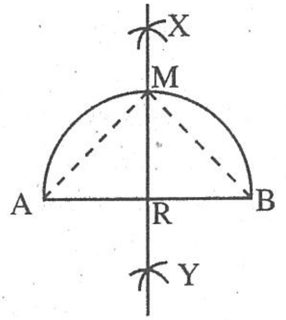
$\triangle$ ARM $\cong$ $\triangle$BRM (န ထ န)

$\therefore$ AM = BM

$\therefore$ အဝန်းပိုင်း AM = အဝန်းပိုင်း BM

$\therefore$ M သည် အဝန်းပိုင်း AB ၏ အလယ်မှတ် ဖြစ်သည်။

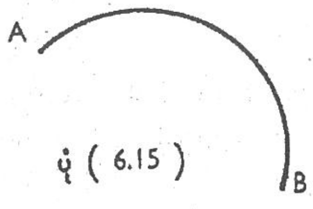
$\therefore$ XY သည် အဝန်းပိုင်း AB ကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။



ပုံ (6.14)

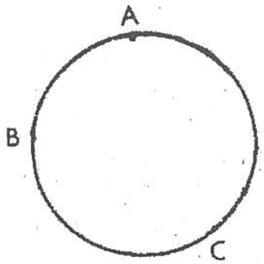
လေ့ကျင့်ခန်း(6.3)

1. ပုံ(6.15)ရှိ အဝန်းပိုင်းတစ်ခု AB ကို ဆွဲပြီး၊ ထိုအဝန်းပိုင်းကို ထက်ဝက်ပိုင်းသော မျဉ်းဆွဲပါ။

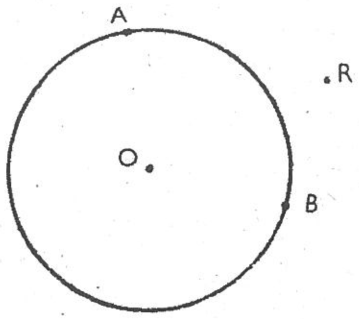


ပုံ (6.15)

2\. ပုံ(6.16) ရှိ AB, BC, နှင့် CA အဝန်းပိုင်းများ၏ အလယ်မှတ်များ၌ ထောင့်စွန်းများရှိသည့် တြိဂံကို ဆွဲပါ။



ပုံ (6.16)

3\. 

ပုံ (6.17)

ပုံ(6.17) ရှိ အဝန်းပိုင်း AB ကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည့် အချင်းမျဉ်းကို ဆွဲပါ။ R ကို ဖြတ်၍ ထိုအချင်းနှင့် အပြိုင် မျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ဆွဲပါ။

အခန်း(7)

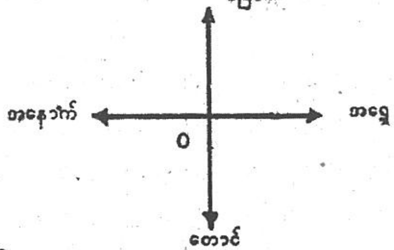
တည်ရပ်ညွှန်းထောင့်များနှင့် မြေတိုင်းခြင်း

အရာဝတ္ထုများ၏ တည်ရှိရာ နေရာကို သတ်မှတ်ရာ၌ အသုံးပြုရသော တည်ရပ်ညွှန်းထောင့်များနှင့် ဂျီသြမေတြီပညာကို အခြေခံသော မြေတိုင်းပညာအကြောင်းကို ဤအခန်းတွင် လေ့လာကြမည်။

7.1 တည်ရပ်ညွှန်းထောင့်များ

အရာဝတ္ထုတစ်ခုခု၏ တည်ရှိရာ နေရာကို ညွှန်ပြပြောဆိုရာတွင် နေရာတစ်ခုကို အသေထားပြီး ထိုအမှတ်မှနေ၍ ညွှန်ပြပြောဆိုလျှင် လက်တွေ့တွင် များစွာအဆင်ပြေကြောင်း တွေ့ရသည်။ အရှေ့ East (E)၊ အနောက် West (W)၊ တောင် South (S)၊ မြောက် North (N)၊ ဟူသော အရပ်ကြီးလေးမျက်နှာကို သိပ္ပံနည်းကျကျ သတ်မှတ်နိုင်ရန် သံလိုက်အိမ်မြှောင်ခေါ်သည့် သံလိုက်အပ်ကလေးတပ်ဆင်ထားသော ကိရိယာကို အသုံးပြုရသည်။ အိမ်မြှောင်ဒိုင်ခွက်ကို မည်သည့်ဘက်သို့မဆို လှည့်သော်လည်း သံလိုက်အပ်သည် လိုက်၍ မလှည့်ဘဲ မြောက်အရပ် မျက်နှာသို့သာ အမြဲညွှန်ပြလျက်ရှိသည်။ မြောက်အရပ်မျက်နှာ၏ ဆန့်ကျင်ဘက်သည် တောင်အရပ် ဖြစ်သည်။

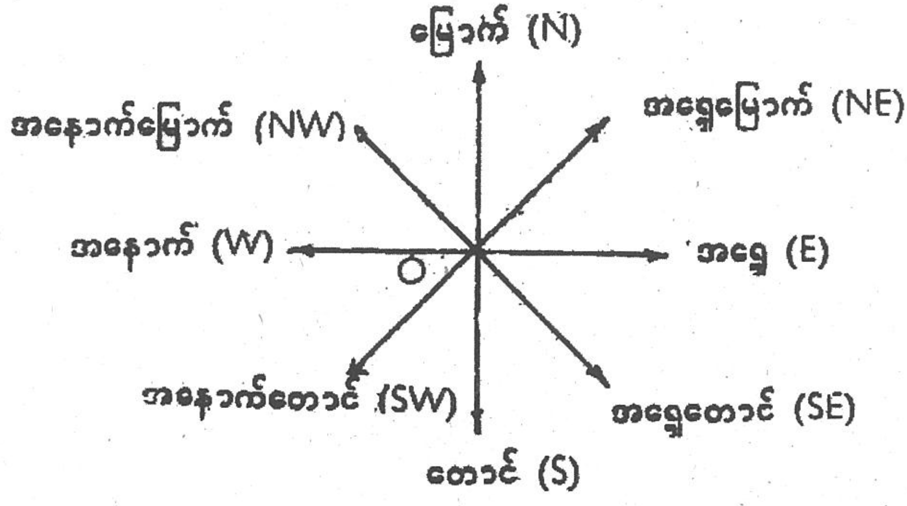
မြောက်နှင့်တောင် အရပ်မျက်နှာ နှစ်ခုကို ပြသော မျဉ်းနှင့် ထောင့်မတ်ကျသော မျဉ်းသည် အရှေ့နှင့်အနောက် အရပ်မျက်နှာ တို့ကို ပြသည်။ အရှေ့အရပ်သို့ မျက်နှာမူရန် မြောက်အရပ်မှ လက်ယာဘက်သို့ 90° လှည့်ရသည်။ အရှေ့နှင့်တောင်၊ တောင်နှင့်အနောက်၊ အနောက်နှင့်မြောက် အရပ်တို့သည်လည်း 90° စီကွာခြားကြသည်။ ပုံ(7.1)သည် အရပ်လေးမျက်နှာကို ပြသော ပုံဖြစ်သည်။ ပုံတွင် O သည် အသေထားသော နေရာ တစ်ခုကို ဖော်ပြသည်။



အရပ်လေးမျက်နှာပုံ

ပုံ (7.1)

ပုံ(7.1) မှ O ကို ဖြတ်၍ မြောက်နှင့်အရှေ့အရပ်ကြားတွင် အလယ်တည့်တည့်ကျသော အရပ်မျက်နှာကို ညွှန်ပြသည့် မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ ထို့အတူ မြောက် နှင့်အနောက် အရပ်ကြားတွင် အလယ်တည့်တည့်ကျသော အရပ်မျက်နှာကို ညွှန်ပြသည့် မျဉ်းတစ်ကြောင်းကိုဆွဲပါ။ ထိုအခါ အရှေ့မြောက် North East (NE)၊ အရှေ့တောင် South East (SE)၊ အနောက်မြောက် North West (NW)၊ အနောက်တောင် South West (SW)ဟူသော အရပ်မျက်နှာများကို အသီးသီးရရှိသည်။ ယခု ဖြစ်ပေါ်လာသော အရပ်မျက်နှာများနှင့် မူလ အရပ်လေးမျက်နှာတို့သည် တစ်ခုနှင့် တစ်ခု 45° စီ ကွာခြားနေသည်မှာ ထင်ရှားပါသည်။ ၎င်း အရပ်မျက်နှာများကို အရပ်ရှစ်မျက်နှာဟု ခေါ်သည်။



အရပ်ရှစ်မျက်နှာပုံ

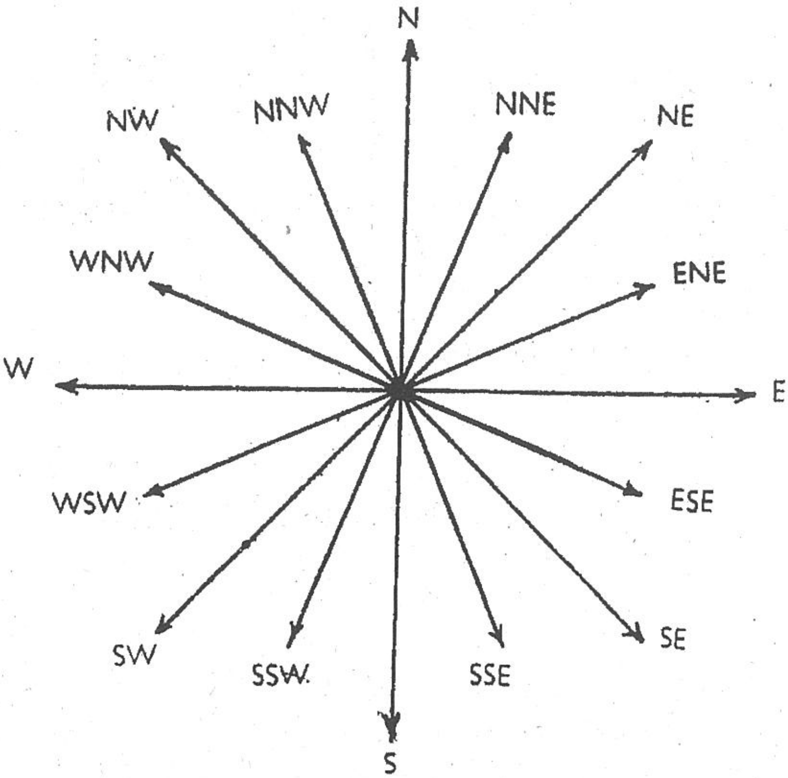
ပုံ (7.2)

မြောက်နှင့်အရှေ့ အရပ်မျက်နှာတို့၏ အလယ်တည့်တည့်ကျသော အရပ်မျက်နှာကို အရှေ့မြောက်ဟု ခေါ်သည်။ အရှေ့မြောက်သည် မြောက်မှ အရှေ့ဘက်သို့ 45° ယွန်းသော (တိမ်းစောင်းသော) သို့မဟုတ် အရှေ့မှ မြောက်သို့ 45° တိမ်းစောင်းသော အရပ်မျက်နှာဖြစ်သည်။ တစ်ဖန် အရှေ့မှ တောင်သို့ 45° တိမ်းစောင်းသော အရပ် မျက်နှာကို အရှေ့တောင် ဟူ၍ လည်းကောင်း၊ တောင်မှ အနောက်သို့ 45°တိမ်းစောင်းသော အရပ်မျက်နှာကို အနောက်တောင်ဟူ၍ လည်းကောင်း၊ အနောက်မှ မြောက်သို့ 45° တိမ်းစောင်းသော အရပ်မျက်နှာကို အနောက်မြောက် ဟူ၍လည်းကောင်း ခေါ်ဝေါ်ကြ၏။ ယခု ဖော်ပြသော အရပ်မျက်နှာများနှင့် အရပ်ကြီးလေးမျက်နှာ တို့သည် အရပ်ရှစ်မျက်နှာ ဖြစ်ကြသည်။

တစ်ဖန် အရပ်ရှစ်မျက်နှာကို ထပ်၍ အနုစိတ်ပြန်ရာ အရပ် 16 မျက်နှာ ဖြစ်ပေါ်လာ၏။ မြောက်နှင့် အရှေ့မြောက်တို့၏ အလယ်တည့်တည့်သို့ မြောက်အရပ်မှအရှေ့မြောက်အရပ်သို့ $22\frac{1}{2}$ ဒီဂရီ တိမ်းစောင်းသော အရပ်မျက်နှာကို မြောက်အရှေ့မြောက်အရပ်(NNE)ဟု ခေါ်သည်။

အရှေ့နှင့် အရှေ့မြောက် အရပ်တို့၏ အလယ်တည့်တည့် အရှေ့မှ အရှေ့မြောက်သို့ $22\frac{1}{2}$ ဒီဂရီ တိမ်းစောင်းသော အရပ်မျက်နှာကို အရှေ့-အရှေ့မြောက်အရပ်(ENE)ဟုခေါ်သည်။

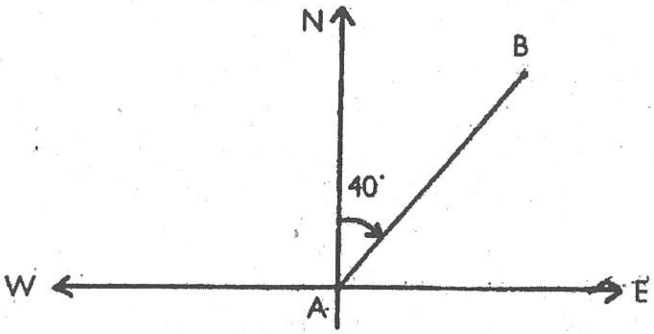
အရှေ့နှင့်အရှေ့တောင်တို့၏ အလယ်တည့်တည့် အရပ်မျက်နှာကို အရှေ့ အရှေ့တောင် အရပ် (ESE) ဟုခေါ်၍ အခြားသော အရပ်မျက်နှာများကိုလည်း ပုံတွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ခေါ်ဝေါ် ကြ၏။



ပုံ (7.3)

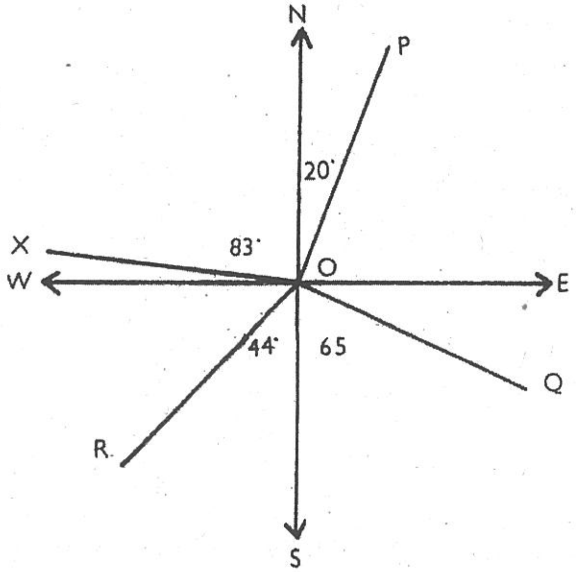
အရပ်ကြီး လေးမျက်နှာတို့သည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု 90˚စီလည်းကောင်း၊ အရပ်ရှစ်မျက်နှာတို့သည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု 45˚စီလည်းကောင်း၊ အရပ်တစ်ဆယ့်ခြောက်မျက်နှာတို့သည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု $22\frac{1}{2}^{\circ}$ တိတိစီ လည်းကောင်း အသီးသီး ကွာခြားကြ၏။ ၎င်းတို့နှင့် ကွဲပြားသော အရပ်မျက်နှာတို့ကို အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြသည်။

ဥပမာ(1)။ ။ ပုံ(7.4)တွင် A နှင့် B သည် သင်္ဘောနှစ်စင်းဖြစ်သည်။
$\angle BAN = 40^{\circ}$ ဖြစ်၏။ သင်္ဘော B သည် သင်္ဘော A ၏ မြောက် 40°အရှေ့ (N 40° E) အရပ်တွင် ရှိသည်ဟု ဆိုလေ့ရှိသည်။



ပုံ (7.4)

ဥပမာ(2-a)။ ။ပုံ(7.5)တွင် O ၌ ရပ်နေသူတစ်ယောက်သည် P ကို ကြည့်ရန် မြောက်ဘက်မှ အရှေ့သို့ 20°လှည့်ရလျှင် P သည် O ၏ N 20° E အရပ်မျက်နှာတွင် ရှိသည်ဟု ပြောဆိုလေ့ရှိသည်။ တစ်ဖန် OP မျဉ်းသည် အရှေ့ဘက်ညွှန်မျဉ်း OE မှ မြောက်ဘက်သို့ 70° တိမ်းစောင်းသော



ပုံ (7.5)

ကြောင့် OP ညွှန်သော အရပ်မျက်နှာကို အရှေ့ 70° မြောက်ဟုလည်း ပြောနိုင်၏။ ထို့ကြောင့် O မှ P တည်ရှိရာ အရပ်မျက်နှာကို မြောက်ဘက်မှလည်းကောင်း၊ အရှေ့ဘက်မှလည်းကောင်း နှစ်မျိုး ဖော်ပြ နိုင်၏။ သို့သော် အရပ်မျက်နှာတစ်ခုကို ဖော်ပြရာ၌ မြောက်နှင့်တောင်မှ တိမ်းစောင်းခြင်းကိုသာ အသုံးများ၏။

ဥပမာ(2-b) O မှ Q တည်ရှိရာ အရပ်မျက်နှာကို ဖော်ပြလိုသော် Q သည် O ၏ တောင်နှင့် အရှေ့ အရပ်မျက်နှာ နှစ်ခုအကြားတွင် ရှိသဖြင့် OQ မျဉ်းသည် တောင်ဘက်ညွှန်မျဉ်း OS မှ အရှေ့သို့ ဒီဂရီ မည်မျှ တိမ်းစောင်းသည်ကို ရှာရမည်။ OS နှင့် OQ မျဉ်းနှစ်ကြောင်း အကြားရှိ ထောင့်သည် 65° ဖြစ်လျှင် Q သည် O ၏ တောင် 65° အရှေ့ S 65° E တွင် ရှိသည်ဟု ဖော်ပြရ၏။

[(2-c) ထိုနည်းတူ R သည် O ၏ တောင် 44° အနောက် S 44° W တွင် ရှိသည်ဟု ဖော်ပြရသည်။]

[(2-d) ထိုနည်းတူ X သည် O ၏ မြောက် 83° အနောက် N 83° W တွင် ရှိသည်ဟု ဖော်ပြရသည်။]

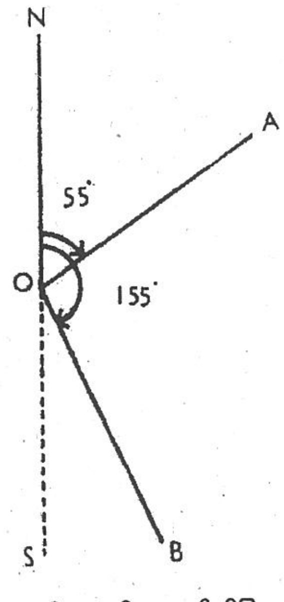
7.2 ပတ်လည် ညွှန်ထောင့်ဖြင့် ပြနည်း

တည်ရပ်ညွှန်းထောင့်များကို ဖော်ပြရာတွင် အထက်၌ ပြဆိုခဲ့ပြီးသော နည်း(မြောက် နှင့်တောင် တို့မှ အရှေ့သို့သော်လည်းကောင်း၊ အနောက်သို့သော်လည်းကောင်း တိမ်းစောင်းသော ဒီဂရီဖြင့် ပြဆိုနည်း) အပြင် အခြားပြနည်းတစ်မျိုး ရှိသေး၏။

ထိုနည်းမှာ မြောက်အရပ်မျက်နှာတစ်ခုတည်းမှ လက်ယာရစ် လှည့်ပတ်၍ တိုင်း၍ရသော ဒီဂရီဖြင့် ဖော်ပြနည်းဖြစ်သည်။ ထိုနည်းကို ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်ဖြင့် ပြနည်းဟု ခေါ်သည်။

ဥပမာ(1)

O မှကြည့်၍ A နှင့် B တို့၏ ပတ်လည် ညွှန်ထောင့်ကို ရှာလိုသော် OA, OB မျဉ်းနှင့် O ၏ တောင်မြောက်ညွှန်မျဉ်း SON ကို ဆွဲရမည်။ (ပုံ 7.6 ကိုကြည့်ပါ။)



ပုံ (7.6)

ထို့နောက် မြောက်ဘက်ညွှန်းမျဉ်း ON မှ OA အထိ လက်ယာရစ်အလှည့်ကိုပြသော ∠NOA ကို တိုင်းရမည်။ ∠NOA=55° ဖြစ်လျှင်

O မှ A ၏ ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်သည် 55° ဟု ပြောဆိုရသည်။ သို့မဟုတ် O မှ A ၏ ညွှန်ထောင့်သည် 55° ဟုပင် ပြောနိုင်သည်။

ထိုနည်းတူ B ၏ ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်ကို ရရန် ON မှ OB အထိ လက်ယာရစ်အလှည့်ကို ပြသော ထောင့်ကျယ် ∠NOB ကို တိုင်းရမည်။ ∠NOB= 155° ရှိလျှင် B ၏ ပတ်လည် ညွှန်ထောင့်သည် 155° ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2)

O မှ C တို့၏ ပတ်လည်ထောင့်ကို ရှာလိုလျှင် ပုံ(7.7) O ၏ တောင်မြောက်ညွှန်မျဉ်း SON ကို ဆွဲပါ။ OC, OD တို့ကို ဆက်ပါ။

ထို့နောက် ON မှ OC သို့ အရောက် လက်ယာရစ် အလှည့်ကို ပြသော ထောင့်ကို မှတ်ပါ။ ထောင့်ပြန် $\angle$NOC ဖြစ်၏

ထောင့်ပြန် $\angle$NOC = ထောင့်ဖြောင့် $\angle$NOS + $\angle$SOC

= 180° + $\angle$SOC

အကယ်၍ $\angle$SOC ကို တိုင်းရာ 40° ဖြစ်လျှင်

ထောင့်ပြန် $\angle$NOC= 180° + 40° = 220°

ထို့ကြောင့် O မှ C ၏ ပတ်လည်ညွှန်တောင့်သည် 220° ဖြစ်သည်။

ထိုနည်းတူ D ၏ ညွှန်ထောင့်ကို ထောင့်ပြန် $\angle$NOD က ပြသဖြင့် ထောင့်ပြန် $\angle$NOD ၏ ဒီဂရီကို ရှာရမည်။

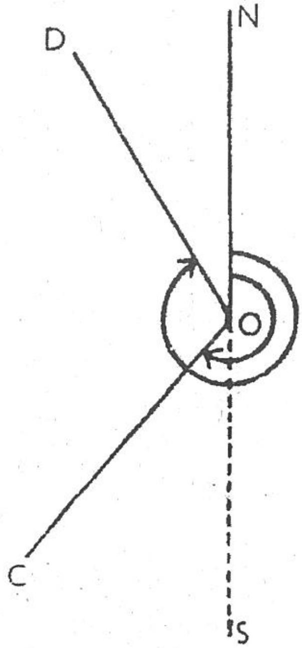
ထောင့်ပြန် $\angle$NOD=180° + $\angle$SOD

$\angle$ SOD ကို တိုင်းရာ 150° ရှိလျှင်

ထောင့်ပြန် $\angle$NOD = 180°+ 150°

= 330°

ထို့ကြောင့် O မှ D ၏ ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်သည် 330° ဖြစ်သည်။



ပုံ (7.7)

လေ့ကျင့်ခန်း(7.1)

1. အောက်ပါ တည်ရပ်ညွှန်းထောင့်များကို ပြသည့် ပုံကြမ်းများကို ဆွဲ၍ ပြပါ။

(1) N 70° E	(5) N 33° W
(2) N 80° W	(6) S 33° W
(3) S 15° E	(7) N 25° E
(4) S 77° W	(8) S 25° E

2. မြောက်ဘက်ညွှန်မျဉ်းမှ ယူသော အောက်ပါ ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်များကို ပုံကြမ်းများဆွဲပါ။

(1) 15°	(2) 19°	(3) 75°	(4) 140°	(5) 175°
(6) 200°	(7) 260°	(8) 280°	(9) 295°	(10) 355°

3. A အမှတ်မှ ကြည့်သောအခါ B နှင့် C တို့ကို အောက်ပါထောင့်များအတိုင်း မြင်ရသော် B နှင့် C တို့၏ တည်ရပ်ညွှန်ထောင့်များကို ပုံကြမ်းများဆွဲပြပါ။ AB နှင့် AC ကြားရှိ ထောင့်အသီး သီးကိုလည်း ဖော်ပြပါ။

(a) B သည် A ၏ N 50° E
C သည် A ၏ N 70° W

(b) B သည် A ၏ S 60° E
C သည် A ၏ S 75° W

(c) B သည် A ၏ N 60° W
C သည် A ၏ N 75° E

(d) B သည် A ၏ N 50° W
C သည် A ၏ S 40° W

(e) B သည် A ၏ S 46° E
C သည် A ၏ N 37° E

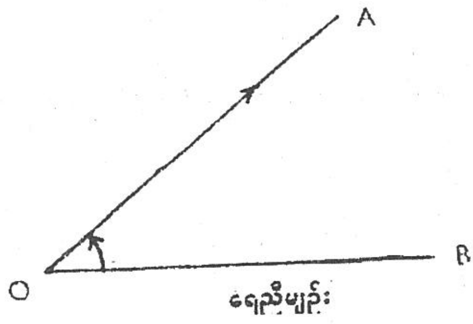
(f) B သည် A ၏ N 24° W
C သည် A ၏ S 82° W

7.3 မြင့်ထောင့်နှင့် နိမ့်ထောင့်

အရာဝတ္ထုများ၏ တည်ရပ်ကို ညွှန်ပြရာတွင် ရေပြင်ညီ(horizontal plane)မှ ဒီဂရီ မည်မျှ စောင်း၍ တည်ရှိနေသည်ဟုလည်းဖော်ပြလေ့ရှိသည်။ ဆိုလိုသည်မှာအရာဝတ္ထုတစ်ခုသည် ရေပြင်ညီ၏အထက် ဒီဂရီ မည်မျှတွင် တည်ရှိသည် (သို့) ရေပြင်ညီ၏အောက် ဒီဂရီ မည်မျှတွင် တည်ရှိသည်ဟု ဖော်ပြသည်။

7.3.1 မြင့်ထောင့်(Angle of Elevation)

ကမ္ဘာ့မြေမျက်နှာပြင်ပေါ်မှ ပျံသန်းနေသော လေယာဉ်ပျံတစ်စင်း၏ တည်ရှိရာ အရပ်ကို ရှာလိုသည်ဆိုပါစို့။ ရှေးဦးစွာ မျက်စိနှင့် တစ်ပြေးတည်းဖြစ်သော ရေညီမျဉ်းကိုစ၍ ချိန်ကြည့်ရမည်။ ၎င်းနောက် မျက်စိကို လေယာဉ်ပျံသို့ မြင်ရသည်အထိမော်၍ ကြည့်ရမည်။ ထိုကဲ့သို့ ရေညီမျဉ်းမှ အပေါ်ဘက်သို့ မော်ကြည့်ရသော ထောင့်ကို မြင့်ထောင့်ဟုခေါ်သည်။



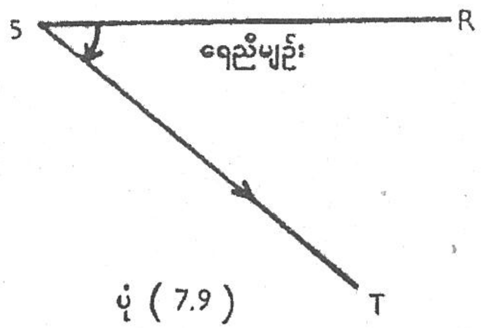
ပုံ (7.8)

ပုံ(7.8)တွင် $\angle AOB$ သည် လေယာဉ်ပျံ A ကို O မှ ကြည့်သော မြင့်ထောင့် ဖြစ်သည်။

7.3.2 နိမ့်ထောင့်(Angle of Depression)

တောင်ထိပ်မှ တောင်ခြေရှိ သစ်ပင် တစ်ပင်၏ တည်ရှိရာအရပ်ကို ရှာလိုသည် ဆိုပါစို့။

ရှေးဦးစွာ မျက်စိနှင့်တစ်ပြေးတည်းဖြစ်သော ရေညီမျဉ်းကိုစ၍ ချိန်ကြည့်ရမည်။ ၎င်းနောက် မျက်စိကို ကြည့်လိုသော သစ်ပင်ကိုမြင်ရသည်အထိ အောက်သို့ငုံ့၍ ကြည့်ရမည်။ ထိုသို့ ရေညီမျဉ်းမှ အောက်ဘက်သို့ ငုံ့၍ ကြည့်ရသောထောင့်ကို နိမ့်ထောင့်ဟုခေါ်သည်။



ပုံ (7.9)

ပုံ(7.9)တွင် ∠RST သည် သစ်ပင် T ကို S မှ ကြည့်သော နိမ့်ထောင့်ဖြစ်သည်။

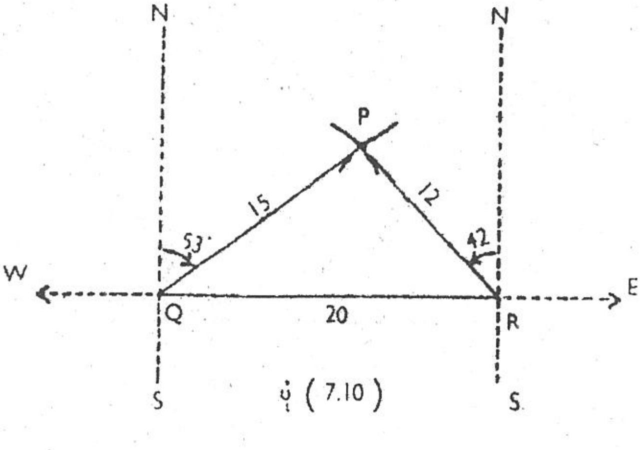
နိမ့်ထောင့် မြင့်ထောင့်များ တိုင်းသည့်ထောင့်တိုင်းကိရိယာကို(sectant)ဟုခေါ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း(7.2)

1. လေယာဉ်ပျံတစ်စင်းသည် ရေညီမျဉ်းနှင့်ထောင့် 57° 20' စောင်းသော အရပ်တွင် ပျံသန်းနေသည်။ ထောင့်မတ်မျဉ်းနှင့်စောင်းနေသောထောင့်ကို ရှာပါ။
2. သင်္ဘောတစ်စင်းသည် ပင်လယ်ပြင်တွင် N.N.E အရပ်သို့ ခုတ်မောင်းနေရာမှ တောင် $67\frac{1}{2}°$ လှည့်လိုက်သည်။ သင်္ဘောခုတ်မောင်းနေသည့်ညွှန်းရပ်ကို ရှာပါ။
3. E.N.E အရပ်နှင့် ဆန့်ကျင်ဘက်ဖြစ်သော အရပ်ကို ရှာပါ။

7.4 အချိုးကျပုံဆွဲ၍ တည်ရပ်ညွှန်းထောင့်နှင့် အကွာအဝေးကို ရှာခြင်း

ဥပမာ(1)။ ။ P,Q,R စိုက်ပျိုးရေး စမ်းသပ်ဌာန သုံးခုရှိရာ R သည် Q ၏ အရှေ့စူးစူး 20 miles အကွာတွင်ရှိ၏။ P သည် Q မှ 15 miles ၊ R မှ 12 miles ကွာတွင်ရှိ၍ QR မျဉ်း၏ မြောက်ဘက်တွင် တည်ရှိနေသော် P သည် Q နှင့် R တို့၏ မည်သည့် အရပ်မျက်နှာ၌ ရှိသည်ကိုရှာပါ။



ပုံ (7.10)

စကေး။ 10 miles = 1 inch

20 miles = 2 inches

15 miles = 1.5 inches

12 miles = 1.2 inches

R သည် Q ၏ အရှေ့စူးစူးတွင် ရှိသောကြောင့် QR မျဉ်းကို အရှေ့အနောက် တန်းနေအောင် ဆွဲပါ။ QR = 2" ပိုင်းဖြတ်ပါ။ Q ကို ဗဟိုပြုလျက် အချင်းဝက် 1.5" ဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခုကို QR ၏ မြောက်ဘက်မှာ ဆွဲပါ။ ထိုနည်းတူ R ကို ဗဟိုပြုလျက် အချင်းဝက် 1.2" ဖြင့် စက်ဝန်းပိုင်းတစ် ခုကို ဆွဲ၍ ပထမအဝန်းပိုင်းကို P ၌ ဖြတ်ပါစေ။ P နှင့် Q ၊ P နှင့် R တို့ကို ဆက်ပါ။ $\triangle PQR$ သည် စိုက်ပျိုးရေးဌာနသုံးခု တည်နေပုံကို ပြသည်။

Q နှင့် R တို့ကို ဖြတ်လျက် တောင်မြောက်ညွှန်မျဉ်းတစ်ကြောင်းစီဆွဲပါ။ R သည် Q ၏ အရှေ့စူးစူးတွင် ရှိသဖြင့် QR မျဉ်းကို နှစ်ဖက်သို့ ဆက်ဆွဲလျှင် RE သည် အရှေ့ဘက်သို့ပြ၍ QW သည် အနောက်ဘက်သို့ပြမည်။ Q နှင့် R နေရာနှစ်ခုတွင် အရှေ့၊ အနောက်၊ တောင်၊ မြောက် ဟူ၍ လိုအပ်သော မျဉ်း ၄ ကြောင်း ဆွဲထားပြီး ဖြစ်သည်။

ထောင့်တိုင်း စက်ဝိုင်းခြမ်းသုံး၍ တိုင်းတာခြင်းဖြင့်

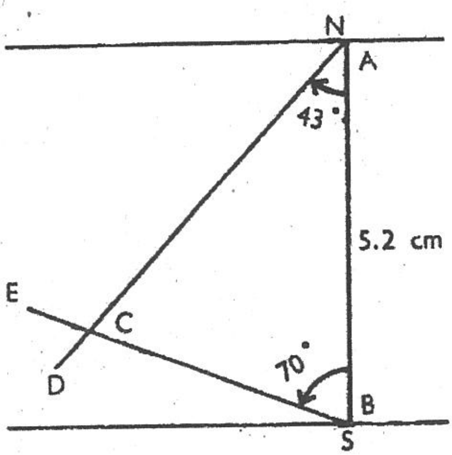
$\angle PQN = 53^\circ$

$\angle PRN = 42^\circ$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့မည်။

$\therefore$ P သည် Q ၏ N 53° E အရပ်တွင် ရှိသည်။

P သည် R ၏ N 42° W အရပ်တွင် ရှိသည်။

ဥပမာ(2)။ ။ စမ်းသပ်ဥယျာဉ် A သည် မြို့ B ၏ မြောက်စူးစူး 52 miles ကွာတွင် ရှိ၍ မြို့ C သည် စမ်းသပ်ဥယျာဉ်၏ S 43° W မှာ ရှိလျက် B ၏ N 70° W မှာရှိသော် C သည် A နှင့် B မှ မိုင် မည်မျှစီ ဝေးသနည်း။



ပုံ(7.11)

စကေး။ 10 miles = 1 cm

52 miles = 5.2 cm

A သည် B ၏ မြောက်စူးစူးတွင် ရှိသောကြောင့် ပုံ(7.11)တွင် တွေ့ရှိသည့်အတိုင်း စာရွက်ပေါ်တွင် AB=5.2 cm မျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ဆွဲပါ။ A နှင့် B တို့၌ AB ကို ထောင့်မှန်ကျသော မျဉ်းတစ်ကြောင်းစီ ဆွဲပါ။ ထိုမျဉ်းများသည် A နှင့် B တို့၌ အရှေ့ အနောက်ကို ပြ၍ AB မျဉ်းက မြောက်နှင့်တောင်ကို ပြထားပြီး ဖြစ်သည်။

C သည် A ၏ S 42° W အရပ်တွင် ရှိသောကြောင့် A ၌

$\angle BAD = 43^{\circ}$ ဆွဲလိုက်လျှင် C ၏ နေရာသည် AD ပေါ်တွင်ရှိမည်။

တစ်ဖန် C သည် B ၏ N 70° W အရပ်တွင် ရှိသောကြောင့် B ၌

$\angle ABE = 70^{\circ}$ ဆွဲလိုက်လျှင် C ၏ နေရာသည် BE ပေါ်တွင် ရှိမည်။

အထက်ပါ ဆောက်လုပ်ချက်နှစ်ခုမှ AD နှင့် BE တွေ့ဆုံရာ နေရာသည် C ၏ နေရာပင် ဖြစ်သည်။

တိုင်းကြည့်သောအခါ AC = 5.4 cm

BC = 3.9 cm ရသည်။

C ၏ A မှ အကွာအဝေး = (5.4 x 10) = 54 miles

C ၏ B မှ အကွာအဝေး = (3.9 x 10) = 39 miles

လေ့ကျင့်ခန်း(7.3)

1. A သည် B ၏ တောင်စူးစူး 9.5 miles C ၏ အနောက်စူးစူး 12 miles အကွာတွင် ရှိ၏။ C သည် B ၏ မည်သည့်အရပ်တွင်ရှိ၍ မိုင်မည်မျှ ဝေးသနည်း။
2. ကျေးရွာ A သည် ကျေးရွာ B ၏ အနောက်ဘက်တည့်တည့် 4 miles ကွာတွင်ရှိ၍ ကျေးရွာ C သည် B ၏ အရှေ့တောင်တည့်တည့် 7 miles ကွာတွင်ရှိသော် A သည် C ၏ မည်သည့် အရပ် မိုင်မည်မျှ အကွာတွင် ရှိသနည်း။
3. ရွာတန်းရှည်ရွာသည် သာယာကုန်းရွာ၏ အရှေ့စူးစူး 6 miles အကွာတွင် ရှိ၍ ထန်းပင်ကုန်းရွာသည် ပထမနှစ်ရွာကို ဆက်ထားသောလမ်း၏ တောင်ဘက်တွင်ရှိပြီး ရွာတန်းရှည်မှ 4 miles သာယာကုန်းမှ 5 miles အကွာတွင်ရှိသော် ထိုရွာသည် ပထမနှစ်ရွာ အသီးသီးတို့၏ မည်သည့် အရပ်တွင် ရှိသနည်း။
4. B သည် A ၏ တောင်ဘက်တည့်တည့် 33 miles အကွာတွင်ရှိ၍ C သည် B ၏ အရှေ့စူးစူး 25 miles အကွာတွင်ရှိသော် (a)C သည် A မှ မိုင်မည်မျှ ဝေးသနည်း။(b)C သည် A ၏ မည်သည့်အရပ်တွင် ရှိသနည်း။
5. သက်ကယ်ချင်းကုန်းရွာသည် ဆုတောင်းပြည့်စေတီ၏ အရှေ့တောင်စူးစူး 5 miles အကွာတွင် ရှိ၍ လက်ပံတောရွာသည် စေတီတော်၏ တောင်စူးစူးနှင့် သက်ကယ်ချင်းကုန်းရွာ၏ အနောက်တောင်စူးစူးတွင် ရှိသော် လက်ပံတောရွာသည် စေတီတော်နှင့် သက်ကယ်ချင်းကုန်းရွာမှ မိုင်မည်မျှ စီဝေးသနည်း။

6. သင်္ဘောတစ်စင်းသည် နေရာတစ်ခုမှ အရှေ့စူးစူးသို့ 45 miles သွားပြီးလျှင် မြောက်စူးစူးသို့ လှည့်၍ 30 miles သွားသည်။ ၎င်းနောက်အရှေ့စူးစူးသို့လှည့်၍ 20 miles သွားပြီး ကျောက်ချနေသည်။ သင်္ဘောသည် စထွက်သောနေရာမှ မိုင်မည်မျှဝေး၍ မည်သည့်အရပ်တွင် ရောက် နေသနည်း။

7. လူတစ်ယောက်သည် A နေရာမှထွက်၍ တောင်စူးစူးသို့ 2 miles လျှောက်ရာ B သို့ ရောက်၏။ B မှ အနောက်တောင်ထောင့်တည့်တည့် 3 miles လျှောက်ရာ C သို့ ရောက်၏။ ထို့နောက် အနောက်စူးစူးသို့ 1 mile လျှောက်ရာ D သို့ရောက်၏။ D သည် A မှ မည်မျှဝေး၍ မည်သည့်အရပ်တွင် ရှိသနည်း။

8. Q သည် P ၏ တောင်စူးစူး 56 miles ကွာတွင်ရှိ၏။ R သည် P ၏ S 60° E အရပ်တွင် လည်းကောင်း၊ Q ၏ N 54° E အရပ်တွင်လည်းကောင်းရှိနေလျှင် R သည် P နှင့် Q မှ မိုင်မည်မျှစီဝေးသနည်း။

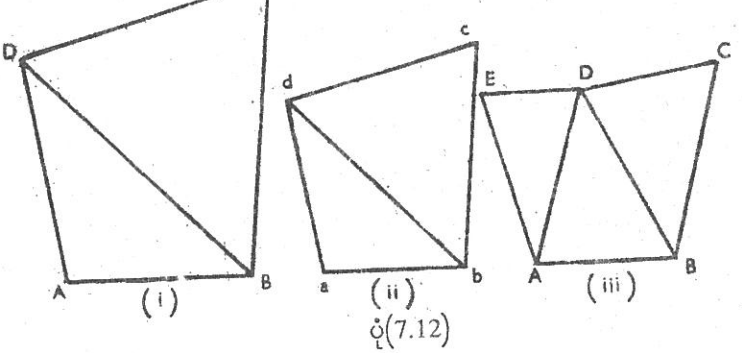
9. X သည် Y ၏ အနောက်စူးစူး 26 miles ကွာတွင်ရှိ၏။ Z သည် X ၏ N 35° E အရပ်တွင်လည်းကောင်း၊ Y ၏ N 24° W အရပ်တွင်လည်းကောင်း ရှိနေသော် (i) Z သည် X နှင့် Y မှ မိုင်မည်မျှစီဝေးသနည်း။ (ii) X နှင့် Y သည် Z ၏ မည်သည့်အရပ်များတွင် ရှိနေကြသနည်း။

10. A,B,C,D အိမ်လေးလုံးရှိရာ B သည် A ၏ အရှေ့စူးစူး 650 m အကွာတွင်ရှိ၍ C သည် B ၏ S 30° E အရပ် 460 m အကွာတွင်ရှိ၏။ D သည် C ၏ S 60° W အရပ်တွင်ရှိ၍ C မှ 350 m ကွာဝေးသော် (i) D သည် A မှ မီတာမည်မျှဝေးသနည်း။ (ii) D သည် A ၏ မည်သည့်အရပ်တွင် ရှိသနည်း။

7.5 မြေတိုင်းခြင်းနှင့် မြေကွက်များ၏ ပုံစံရေးဆွဲခြင်း

တြိဂံများဆွဲသားနည်းနှင့် စကေးဖြင့် အချိုးကျတြိဂံများဆွဲသားနည်းသည် လူမှုကိစ္စ၌ လွန်စွာ အသုံးဝင်သော ပညာရပ်ဖြစ်ပေသည်။ မိမိတို့ ပိုင်ဆိုင်နေထိုင်လုပ်ကိုင်သော အိမ်မြေ၊ လယ်ယာ ကိုင်းကျွန်းတို့၏ ပုံစံကို မိမိတို့ကိုယ်တိုင်ရေးဆွဲ၍ အကျယ်အဝန်းပမာဏ မည်မျှရှိသည်ကိုလည်း မိမိကိုယ်တိုင်တွက်ချက်မှတ်သားထားနိုင်သည်။

အောက်တွင် မြေတိုင်းနည်းနှင့်မြေကွက်များ၏ ပုံစံရေးဆွဲနည်းတို့ကို ဖော်ပြထားလေသည်။



ပုံ(7.12)

7.5.1 ပထမနည်း။ ။ တြိဂံများဖွဲ့ကာ သံကြိုးဆွဲ၍တိုင်းသော မြေတိုင်းနည်း။

တိုင်းလိုသော မြေကွက်သည် ပြထားသောပုံ(7.12)(i)မှာကဲ့သို့ စတုဂံပုံဖြစ်အံ့။ ရှေးဦးစွာ စာရွက်တစ်ရွက်ပေါ်တွင် မြေကွက်၏ အနေအထားကို အကြမ်းရေးဆွဲ၍ တြိဂံနှစ်ခုရအောင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ဆွဲလိုက်ရသည်။ ထို့နောက် ပုံကြမ်းမှတြိဂံများ၏ အနားများသည် မြေပေါ်တွင် အမှန်မည်ရွေ့မည်မျှရှိသည်ကိုသိရှိရန် မြေတိုင်းသံကြိုးဖြင့် ထောင့်စွန်းတစ်ခုမှတစ်ခုသို့ တြိဂံပုံ မြေကွက်များကိုပတ်၍တိုင်းရသည်။ ရရှိသောအတိုင်းအတာများကို ပုံကြမ်းတွင်ထည့်သွင်းရေးဆွဲပြီးလျှင် သင့်တော်သောစကေးကိုရွေးချယ်၍ ပုံ(7.12)(ii)မှာကဲ့သို့ အချိုးကျပုံကိုရေးဆွဲရသည်။

မြေကွက်ပေါ်တွင်ရှိသော သစ်ပင်၊ ရေတွင်းစသည်တို့ကို ထည့်သွင်းလိုသောအခါ ၎င်းတို့နှင့် မြေကွက်၏ ထောင့်စွန်းနှစ်ခု၏ အကွာအဝေးကိုတိုင်းတာ၍ ကွန်ပါအသုံးပြုပြီး အချိုးကျပုံစံတွင် ထည့်သွင်းပြနိုင်သည်။

အကယ်၍ မြေကွက်သည် 5 ထောင့်ပုံဖြစ်အံ့။ ပုံ(7.12)(iii)မှာကဲ့သို့ တြိဂံများဖွဲ့၍ တိုင်းတာနိုင်သည်။

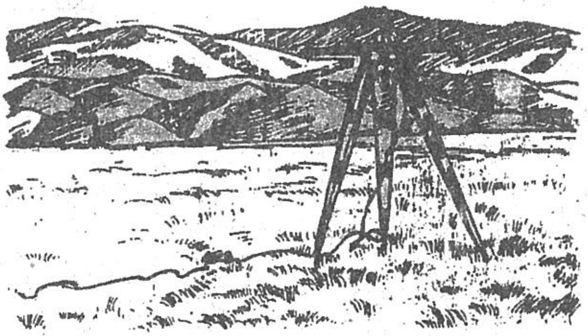
လယ်ယာမြေကွက်များကို မြေတိုင်းဌာနမှတိုင်းတာရာတွင် သံကြိုးဖြင့်ဆွဲ၍ တိုင်းတာသောကြောင့် ထိုနည်းကို သံကြိုးဆွဲ၍တိုင်းတာနည်းဟုခေါ်သည်။ သို့သော် တိုင်းတာရာတွင် သံကြိုးရှိမှသာတိုင်းတာ၍ရသည်မဟုတ်။ ပေကြိုး သို့မဟုတ် ရိုးရိုးကြိုးတို့ကိုသုံးလျှင်လည်းဖြစ်နိုင်သည်။ ရိုးရိုးကြိုးကိုအသုံးပြုလျှင် အတိုင်းအတာကို လွယ်ကူစွာသိရှိရန် 1 ပေစီအကွာတွင် အထုံးလေးများထုံး၍ သော်လည်းကောင်း၊ အခြားအမှတ်အသားတစ်မျိုးမျိုးကိုသော်လည်းကောင်း ပြုလုပ်ထားသင့်သည်။

7.5.2 ဒုတိယနည်း။ ။ မြေတိုင်းခုံ(Plane Table)ဖြင့်တိုင်းသော မြေတိုင်းနည်း။

ဤနည်းတွင် လိုအပ်သောပစ္စည်းများမှာ (i) မြေတိုင်းခုံ၊ (2) မျဉ်းချိန်တံ(Sight Rule)၊ (3) အရက်ပြန်ရေချိန်(Spirit level)ဖြစ်လေသည်။

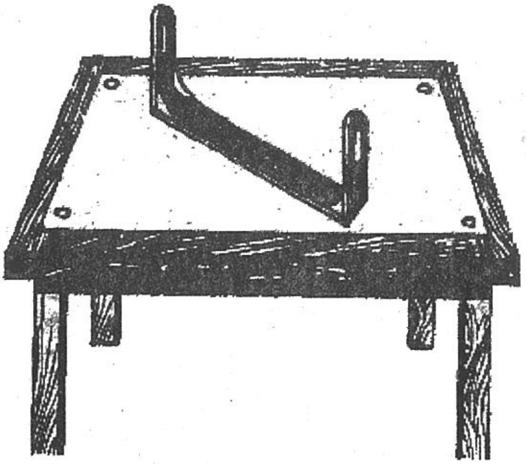
မြေတိုင်းဌာနမှအသုံးပြုသော မြေတိုင်းခုံမှာ ဓာတ်ပုံဆရာများ၊ ဓာတ်ပုံတင်၍ ရိုက်သောခုံမျိုးကဲ့သို့ ခြေထောက်သုံးချောင်းပေါ်တွင် မျက်နှာပြင်ညီညာသောပျဉ်ပြားတစ်ချပ်ကို ပတ္တာဖြင့်တွယ်၍ တင်ထားလေသည်။ တစ်နေရာမှတစ်နေရာသို့ ရွှေ့ပြောင်းရာတွင် ပျဉ်ပြားကိုလှန်ချနိုင်သဖြင့် သယ်ယူရန်လွယ်ကူလေသည်။ ခြေထောက်များ၏အတိုအရှည်ကို လိုသလိုပြုပြင်နိုင်အောင် ပြုလုပ်ထားလေသည်။ ဤသို့ပြုလုပ်ထားခြင်းဖြင့် မညီညာသော မြေပြင်ပေါ်တွင် စားပွဲခုံကိုထားရာ၌ အနိမ့်အမြင့်တို့ကို လိုအပ်သလိုရရှိနိုင်သည်။ အောက်တွင် ပြထားသောပုံသည် မြေတိုင်းခုံပုံဖြစ်သည်။

ပုံ (7.13)



မျဉ်းချိန်တံ။ ။၎င်းမှာ ပေတံကဲ့သို့ ညီညာဖြောင့်တန်းသော သစ်သားချောင်း တစ်ခု၏ ထိပ်စွန်းတစ်ဖက်စီတွင် အပေါက်ငယ်တစ်ခုဖောက်ထားသော သံပြား(သို့မဟုတ်) ကြေးပြားငယ် တစ်ခုကိုထောင်၍ ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်းတပ်ဆင်ထားသည်။

တစ်ဖက်တွင်ဖော်ပြထားသော မြေတိုင်းဌာနသုံး ခြေသုံးချောင်းထောက်စားပွဲမျိုးကျောင်းတွင် မရှိပါက ၎င်းအစား သာမန်စားပွဲတစ်ခုကို အသုံးပြုနိုင်သည်။

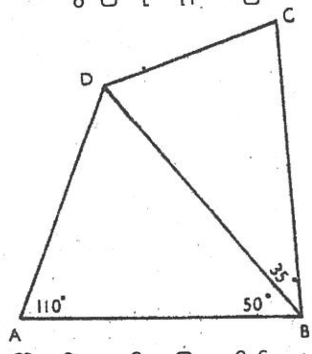


ပုံ (7.14)

7.5.3 တိုင်းတာနည်း

ပုံ(7.15)တွင် ပါရှိသော ပုံကဲ့သို့ မြေကွက်ကိုတိုင်းလိုသည်ဖြစ်အံ့။

မြေကွက်၏ထောင့်စွန်းတစ်ခုမှ ၎င်း၏ပုံသဏ္ဌာန်ကို ကောင်းစွာမြင်နိုင်ရန် အခြားထောင့်စွန်း များတွင် တိုင်များကို တည့်မတ်စွာ စိုက်ထူထားပါ။



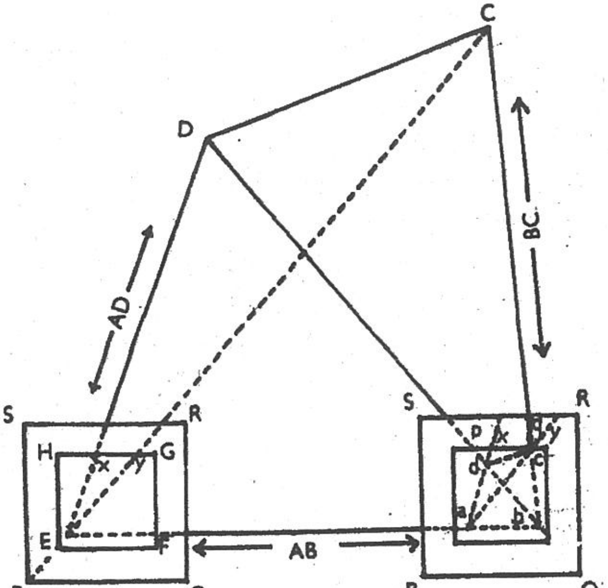
ပုံ (7.15)

ထို့နောက် စားပွဲခုံကို မြေကွက်၏ ထောင့်တစ်ထောင့်ပေါ်တွင်ထား၍ မြေကွက်၏ ထောင့်စွန်း (ဥပမာ A)ပေါ် တည့်တည့်ကျသော စားပွဲမျက်နှာပြင်ပေါ်ရှိ အမှတ်(a ဟုခေါ်ပါစို့) ကိုမှတ်ထားပါ။

ထို့နောက် စားပွဲ၏မျက်နှာပြင်သည် ရေညီပြင် ဖြစ်သည်မဖြစ်သည်ကို အရက်ပြန်ရေချိန်ရှိက တိုင်းကြည့်ပါ။ ထိုကိရိယာမရှိက အရစ်ရှိသော ဖန်ခွက်တစ်ခုတွင် အရစ်ထိရေထည့်၍ စားပွဲပေါ် တွင်တင်ကြည့်ပါ။ ရေမျက်နှာပြင်သည် အရစ်နှင့်တစ်လျောက်လုံးတစ်ညီတည်းရှိနေလျှင် ရေညီပြင် ဖြစ်သည်။ အကယ်၍ ရေမျက်နှာပြင်သည် ဖန်ခွက်ပေါ်ရှိအရစ်နှင့်မကျလျှင် စားပွဲမျက်နှာ ပြင်သည် ရေညီပြင်မဟုတ်ချေ။ ရေညီပြင်မဟုတ်ပါက ရေညီပြင်ဖြစ်စေရန် ပြုပြင်ပြီးလျှင် စားပွဲပေါ်တွင် ပုံဆွဲ

စာရွက်ကိုတင်၍ မြေကွက်၏ ထောင့်စွန်းအပေါ်တည့်တည့်ကျသော a အမှတ်၌ စာရွက်ကို ပုံဆွဲကြေးမှိုဖြင့်စွဲထားပါ။ ထို့နောက် မြေကွက်၏ AB အနားကိုပြရန် စာရွက်ပေါ်တွင် ab မျဉ်းကို သင့်တော်သော စကေးဖြင့်ဆွဲပါ။ ab မျဉ်းနှင့် AB အနား တစ်ထပ်တည်းကျအောင်ပြုပြင် ရမည်။ ပြုပြင်နည်းမှာ a အမှတ်၌ မျဉ်းချိန်တံကို ထား၍ကြည့်လျှင် a,b,B တို့ မျဉ်းတစ်ပြေးတည်း ဖြစ်စေရန် လိုအပ်ပါက a ကို နေရာမရွေ့စေဘဲ စာရွက်ကိုဖြည်းဖြည်းရွေ့ပေးပါ။ ထို့နောက် b ၌ ကြေးမှိုတစ်ခုကိုဆွဲထားပါ။ ab မျဉ်း၏ အစွန်းနှစ်ခုဖြစ်သော a နှင့် b တို့သည် မြေကွက်၏ A နှင့် B ထောင့်စွန်းများကိုပြလေသည်။

မြေတိုင်းခုံဖြင့် တိုင်းတာနည်းကိုပြသောပုံ



ပုံ (7.16)

မြေကွက်သည် ပုံ(7.15)တွင် ပြထားသော မြေကွက် ABCD ဖြစ်သည်။
PQRS သည် မြေတိုင်းခုံဖြစ်သည်။
EFGH သည် ပုံဆွဲစာရွက်ဖြစ်သည်။

7.5.4 မြေတိုင်းခြင်း

လက်ဝဲဘက်ပုံသည် မြေကွက်၏ ထောင့်စွန်း A မှ တိုင်းနေပုံကိုပြသည်။

လက်ယာဘက်ပုံသည် မြေကွက်၏ ထောင့်စွန်း B မှ တိုင်းနေပုံကို ပြသည်။

ထို့နောက် စာရွက်ပေါ်တွင် C နှင့် D ထောင့်စွန်းများကို မှတ်ပြရန် a မှနေ၍ C သို့ချိန်ကြည့်ပါ။ a နှင့် C တစ်ပြေးတည်းကျသော မျဉ်းပေါ်တွင် စာရွက်၏ထိပ်ဘက်တွင် အပ် တစ်ချောင်း (y)ကိုစိုက်၍ ay မျဉ်းကိုဆွဲပါ။ ထိုနည်းအတိုင်း a မှ မြေကွက်၏ ထောင့်စွန်း D သို့ချိန်ပါ။ a နှင့် D

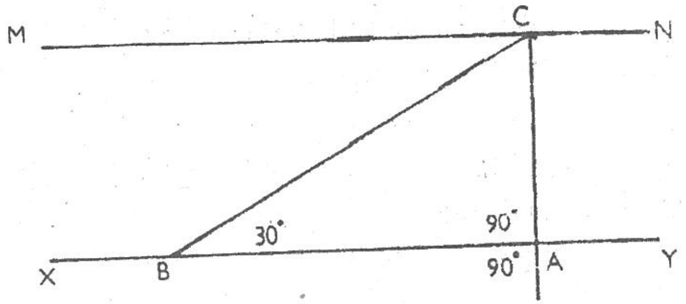
တစ်ပြေးတည်းကျသော မျဉ်းပေါ်တွင် စာရွက်၏ ထိပ်ဘက်တွင် အပ်တစ်ချောင်း (x)ကို စိုက်ပါ။ ax မျဉ်းကို ဆွဲပါ။

ထို့နောက် စားပွဲခုံကို မြေကွက်၏ထောင့်စွန်း B ရှိရာသို့ရွှေ့သွားပါ။ စာရွက်ပေါ်ရှိ b အမှတ်သည် မြေကွက်၏ ထောင့်စွန်း B ပေါ်တည့်တည့်ကျရောက်စေရမည်။ ab မျဉ်းသည်လည်း မြေကွက်၏ အနား AB နှင့်တစ်ပြေးတည်းဖြစ်ရမည်။ ထို့နောက် b မှ C သို့ မျဉ်းချိန်တံဖြင့်ကြည့်ပြီးလျှင် b နှင့် C တို့ တစ်ပြေးတည်းကျသော မျဉ်းပေါ်တွင် စာရွက်ထိပ်၌ အပ်တစ်ချောင်း q ကိုစိုက်ပါ။ b နှင့် q ကို ဆက်သွယ်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ အထက်ပါ နည်းအတိုင်း bp ကိုဆွဲပါ။ ay နှင့် bq မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ဖြတ်ရာအမှတ်ကို c ဟုခေါ်ပါ။ ax နှင့် bq မျဉ်းနှစ်ကြောင်းဖြတ်ရာ အမှတ်ကို d ဟုခေါ်ပါ။

စတုဂံ abcd သည် မြေကွက် ABCD ၏ စကေးအရ ဆွဲထားသော သဏ္ဌာန်တူပုံဖြစ်သည်။ ဤပုံမှ ad, bc, cd တို့ကို တိုင်း၍ အချိုးအရ တွက်ချက်ခြင်းဖြင့် မြေကွက်၏ AD,BC,CD အနားများ မည်မျှစီ ရှည်သည်ကို သိရှိနိုင်သည်။

မြေကွက်ပေါ်ရှိ သစ်ပင်၊ ရေကန်၊ အိမ် စသည်တို့ကို မြေပုံပေါ်တွင် မှတ်သားပြလိုက အထက်တွင် ပြထားသော နည်းအတိုင်း a နှင့် b တို့မှ ၎င်းအရာဝတ္ထုတို့ကို မျဉ်းချိန်တံဖြင့် ကြည့်၍ မျဉ်းများဆွဲသားခြင်းဖြင့် ၎င်းတို့၏ တည်နေရာများကို မှတ်သားပြနိုင်သည်။

အထက်တွင် ဖော်ပြသော မြေကွက်ပုံစံရေးဆွဲ၍ မြေတိုင်းတာနည်းကို မြေတိုင်းခုံတိုင်းတာနည်း (Plane Table Survey)ဟုခေါ်သည်။ ဤမြေတိုင်းနည်းတွင် မြေကွက်တစ်ခုလုံးကို လှည့်ပတ်၍ တိုင်းရန်မလိုချေ။ ထောင့်များကိုလည်း တိုင်းရန် မလိုချေ။ ထောင့်စွန်းနှစ်ခုမှသာ မှတ်သားတိုင်းတာလိုသော အရာများကို မျဉ်းချိန်တံဖြင့် ကြည့်၍ အချိုးကျပုံဆွဲသားခြင်းဖြင့် လိုသောပုံကိုရရှိနိုင်သည်။ မြေကွက်၏ အနားများအကြားရှိ ထောင့်များကို သိလိုကလည်း မြေကွက်ပုံစံပေါ်ရှိ သက်ဆိုင်ရာ ထောင့်များကို တိုင်းတာခြင်းဖြင့် သိနိုင်သည်။



မြစ်တစ်ခု၏ အကျယ်ကို ရှာနည်း

ပုံ (7.17)

ပုံ(7.17)တွင် MN နှင့် XY တို့မှာ မြစ်တစ်ခု၏ ကမ်းနှစ်ဖက်ဖြစ်သည်။ (ဤပုစ္ဆာအလို့ငှာ ထိုကမ်းနှစ်ဖက် ပြိုင်နေသည်ဟု ယူဆထားပါ။) ကမ်း XY ဖက်တွင် တိုင်းတာမည့်သူရှိသည်ဖြစ်အံ့။ C သည် M, N ကမ်းစပ်တွင် ရှိသော သစ်ပင်တစ်ပင်ဖြစ်သည်။ XY ကမ်းပေါ်တွင် $CA \perp XY$ ဖြစ်စေ မည့် အမှတ် A ကို မှတ်ပါ။ မြေတိုင်းခုံဖြင့် ဆွဲပါ။

ထို့နောက် XY ကမ်းစပ်ပေါ်တွင် A မှ ပေ 340 အကွာတွင် B အမှတ်ကိုယူပါ။ မြေတိုင်းခုံဖြင့် BC ကို ဆွဲပြီး ∠ABC ကို တိုင်းပါ။ 30° ရှိသည်ဟု ဆိုပါစို့။ စကေး 1 cm = 100 ft ထား၍ အချိုးကျပုံတစ်ခုကို ဆွဲပြီးလျှင် CA ကို တိုင်းယူပါ။ ထို့နောက် စကေးဖြင့် ပြန်တွက်ယူလျှင် လိုအပ်သော မြစ်၏ အကျယ်ကို ရလိမ့်မည်။

AC သည် 2 cm ရှိလျှင် မြစ်၏အကျယ်မှာ 2 x 100 = 200 ft ရှိမည်။

7.6 အချိုးကျပုံများ ဆွဲရာ၌ လိုက်နာရန်အချက်များ

(1) ပုံကြမ်းတစ်ခုကို အလွတ်ဆွဲ၍ ပေးထားသော အလျားများနှင့်ထောင့်များကို မှတ်သားပါ။

(2) ပုစ္ဆာတွင် စကေးကို ပေးထားခြင်းမရှိလျှင် သင့်လျော်သော စကေးကို ရွေးပါ။ ထိုစကေးကို အချိုးကျပုံ၏ အောက်တွင်ဖြစ်စေ အထက်တွင်ဖြစ်စေ ရေးပြပါ။

(3) ပုံကြမ်းကို သေချာစွာကြည့်ရှုစစ်ဆေးပြီးလျှင် ပုံချောကို သေသပ်မှန်ကန်စွာ ဆွဲပါ။ ပုံကို သေသပ်ပြီး တိကျပြတ်သားစွာ ဆွဲနိုင်မှသာ အဖြေမှန်ကို ရလိမ့်မည်။

(4) အလိုရှိသော အကွာအဝေးနှင့် အမြင့် စသည်တို့ကို အဖြေပေးရာ၌ ပုံပေါ်တွင် ရှိသည့်အတိုင်း လက်မနှင့်စင်တီမီတာ စသည် မရေးသားဘဲ စကေးဖြင့်ပြန်လည်တွက်၍ ပကတိအတိုင်းအတာများကို ပေးပါ။

လေ့ကျင့်ခန်း(7.4)

(ပုစ္ဆာများကို အချိုးကျ ပုံဆွဲ၍ တွက်ပါ။)

1. တြိဂံပုံရှိသော ABC မြေကွက်တစ်ခု၏အနားများမှာ AB= 34 m, BC = 26 m, AC = 32 m ရှိသော်၊ 1 လက်မလျှင် 10 m စကေးဖြင့် အချိုးကျ ပုံတစ်ခုကို ဆွဲပြီးလျှင် A,B,C ထောင့်သုံးခုကို တိုင်းပါ။

2. ရှေ့ဆောင်လူငယ်တစ်ယောက်သည် နေရာတစ်ခုမှထွက်၍ 9 miles ခရီးကို ဖြောင့်ဖြောင့်စက်ဘီးဖြင့် သွားပြီးနောက် လက်ယာဘက်သို့ ထောင့် 50° လှည့်လျက် 6 miles ဖြောင့်တန်းစွာ သွားပြီး ရပ်နားနေသည်။ ယခု သူသည် စထွက်သော နေရာမှ မိုင်မည်မျှအကွာတွင် ရောက်ရှိနေသနည်း။

3. တြိဂံပုံမြေကွက်တစ်ခုကို တိုင်းရာ အနားတစ်ဖက်သည် 260 m ရှိ၍ ၎င်း၏ အစွန်းနှစ်ဖက်တွင် ရှိသော ထောင့်များမှာ 42° နှင့် 56° အသီးသီးရှိသော် ထိုမြေကွက်၏ စနစ်ပုံကို ဆွဲပြီးလျှင် ကျန်အနားနှစ်ဖက်ကို ရှာပါ။

4. ထောင့်မှန်ကျလျက် ဖြောင့်တန်းနေသော လမ်းနှစ်ခုဆုံရာ လမ်းထောင့်မှ ကျောင်းသားနှစ်ယောက်သည် အထက်ပါ လမ်းနှစ်လမ်းအတိုင်း ထွက်ခွာသွားကြ၏။ တစ်ယောက်သည် 12 miles ၊ အခြားတစ်ယောက်သည် 9 miles ရောက်ကြသောအခါ အပန်းဖြေကြ၏။ သူတို့နှစ်ယောက်သည် တစ်ယောက်နှင့်တစ်ယောကင် ခရီးမိုင်မည်မျှ အကွာတွင် ရှိနေကြသနည်း။

5. P,Q,R ရွာသုံးရွာသည် မျဉ်းတစ်ဖြောင့်တည်းတည်ရှိလျက် P မှ Q သို့ 3.5 miles , Q မှ R သို့ 2.5 miles ကွာဝေး၏။ S ရွာသည် P မှ 3.7 miles, Q မှ 1.5 miles ကွာဝေးလျှင် R မှ မိုင်မည်မျှ ဝေးသနည်း။