ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ
ပညာရေးဝန်ကြီးဌာန

သချာအတွဲ(၁)

အဌမတန်း

အခြေခံပညာသင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ

ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ
ပညာရေးဝန်ကြီးဌာန

သင်္ချာအတွဲ(၁)

အဌမတန်း

အခြေခံပညာသင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ

၂၀၁၆-၁၇

၂၀၁၆-၁၇ ပညာသင်နှစ်

အခြေခံပညာ သင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်

ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ၏ မူပိုင်ဖြစ်သည်။

မာတိကာ

အခန်း (1)
ကိန်းစစ်များ

သဘာဝကိန်း၊ ကိန်းပြည့်များနှင့် ရာရှင်နယ်ကိန်းများအကြောင်း အကျွမ်းဝင်ခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ထိုကိန်းများကိုပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်း၊ မြှောက်ခြင်း၊ စားခြင်းနှင့် ပတ်သက်၍လည်း သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။သိရှိထားပြီးဖြစ်သော ကိန်းများကိုအခြေခံ၍ ဤအခန်းတွင်ကိန်းစစ်များ အကြောင်းကို လေ့လာသွားမည်။

1.1 ပြန်လည်လေ့လာရန်အချက်များ

ရာရှင်နယ်ကိန်းများနှင့် သက်ဆိုင်ရာလုပ်ထုံးများကို ပြန်လည်လေ့လာကြည့်ပါက အောက်ပါအကြောင်းအရာများ ပါဝင်ခဲ့သည်ကို သတိပြုမိလိမ့်မည်။

(i) ရာရှင်နယ်ကိန်းများနှင့် ၎င်းတို့ကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ဖော်ပြခြင်း။

(ii) ရာရှင်နယ်ကိန်းများ ပေါင်းခြင်းနှင့်နုတ်ခြင်း၊ မြှောက်ခြင်းနှင့်စားခြင်း၊ ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိကိုပြေလည်ခြင်း။

(iii) တစ်ခုနှင့်တစ်ခုကွဲပြားသော ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုကြားတွင် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကိုအမြဲတစေရှာနိုင်ခြင်း။

(iv) ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကိုအဆုံးသတ်ရှိသော ဒသမကိန်းဖြင့်သော်လည်းကောင်းသို့မဟုတ် အဆုံးမသတ်သောပြန်ထပ်ဒသမကိန်းဖြင့်သော်လည်းကောင်း ဖော်ပြနိုင်ခြင်း။

အထက်ပါသဘောတရားနှင့် အယူအဆတို့ကို ကျွမ်းကျင်စွာအသုံးပြုနိုင်ရန်အတွက် အောက်ပါ ပုစ္ဆာတို့ကို ပြန်လည်လေ့ကျင့်သင့်ပေသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (1.1)

1. 3 ဖြင့်ဆုံးသော ဂဏန်းခြောက်လုံးပါ အငယ်ဆုံးကိန်းကို ရေးပါ။

2. 2376 တွင် 3 ၏ နေရာလိုက်တန်ဖိုး (Place Value) ကို ၎င်း၏ကိုယ်ပိုင်တန်ဖိုး (face value) ဖြင့် စားပါ။

3. 8m နက်သော ရေတွင်းထဲသို့ကျသွားသောဖားတစ်ကောင်သည် ရေတွင်းအပြင်ဘက်သို့ ပြန်ရောက်အောင် ကြိုးစားခုန်လျက်ရှိသည်။ တစ်ခါခုန်လျှင် 70cm အမြင့်သို့ ရောက်ပြီး 20cm ပြန်ကျသွားသည်။ တစ်ခါခုန်လျှင် အမြင့်မည်မျှတွင် ရှိနေမည်နည်း။ ရေတွင်းအပြင်ရောက်ရန် အကြိမ်မည်မျှခုန်ရမည်နည်း။

4. $\sqrt{324}$, $\sqrt{32500}$ နှင့် $\sqrt{361}$ တို့၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

5. ပထမဦးဆုံးသုဒ္ဓကိန်း (prime number) 10 ခုကို ရေးပါ။

6. ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်အောက်ပါရာရှင်နယ်ကိန်းများကိုဖော်ပြသောအမှတ်များကိုမှတ်သားပါ။

$\frac{5}{7}, \frac{8}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{9}$

7. ဒသမကိန်း 0.125 ကို $\frac{p}{q}$ ပုံစံဖြင့်ဖော်ပြပြီး အရှင်းဆုံးပုံစံသို့ ပြောင်းပေးပါ။

8. အဆုံးမရှိသော ပြန်ထပ်ဒသမကိန်း ငါးခု ရေးချပါ။

9. $\{(\frac{6}{8}+\frac{9}{11})-0.35\}+\frac{3}{5}$ ကိုရှင်းပါ။

10. 0.1 နှင့် 0.2 ကြားတွင် ရာရှင်နယ်ကိန်းသုံးခုကို ရှာပါ။

11. အောက်ပါကိန်းပြည့်များတွင် မည်သည်တို့သည် မကိန်းများဖြစ်သနည်း။

158 , - 1715 , 26170 , 987003

12. အောက်ပါကိန်းပြည့်များတွင် မည်သည်တို့သည် စုံကိန်းများဖြစ်သနည်း။

201 , 202 , 203 , 204 , 205

13. အကယ်၍ n သည် စုံကိန်းဖြစ်လျှင် ၎င်း၏နောက်တွင် ကပ်လျက်ရှိသော ကိန်းသည် စုံကိန်း ဖြစ်ပါသလား၊ (သို့မဟုတ်) မကိန်း ဖြစ်ပါသလား။

14. အကယ်၍ n သည် မကိန်းဖြစ်လျှင် ၎င်း၏နောက်တွင် ကပ်လျက်သော ကိန်းသည် စုံကိန်း ဖြစ်ပါသလား၊ (သို့မဟုတ်) မကိန်းဖြစ်ပါသလား။

15. အောက်ပါကိန်းပြည့်များ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများသည် စုံကိန်း ဟုတ်မဟုတ် စစ်ဆေးပါ။

10 , -2402 , 236 , -576

16. အောက်ပါကိန်းပြည့်များကို နှစ်ထပ်ကိန်းရှာပြီးနောက်၊ မကိန်းတစ်ခု၏နှစ်ထပ်ကိန်းသည် မကိန်းတစ်ခုဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

- 21 , 23 , - 753 , 801

17. အောက်ပါဖော်ပြချက်တို့ကို မှန် မမှန် စစ်ဆေးပါ။

(i) စုံကိန်းနှစ်ခု၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများပေါင်းလဒ်သည် စုံကိန်းဖြစ်သည်။

(ii) မကိန်းနှစ်ခု၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများပေါင်းလဒ်သည် မကိန်းဖြစ်သည်။

1.2 ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို တိုးချဲ့ရန် လိုအပ်ခြင်း

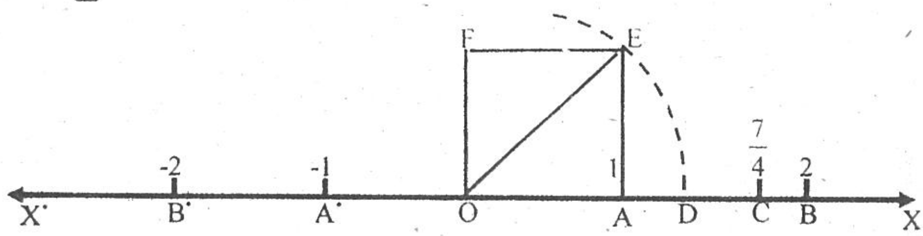
သဘာဝကိန်းများ၊ ကိန်းပြည့်များနှင့် ရာရှင်နယ်ကိန်းများအကြောင်းကို လေ့လာပြီးခဲ့လေပြီ။ သဘာဝကိန်းများကို နေ့စဉ်တွေ့ကြုံနေရသည့် လက်တွေ့ဘဝတွင် အသုံးပြုမှု သုံးမျိုးရှိသည်။ ပထမအသုံးပြုမှုမှာ ရေတွက်ရာတွင်ဖြစ်သည်။ အတန်းထဲတွင် ကျောင်းသား 30 ရှိသည်။ ရွာထဲတွင် လူဦးရေ 673 ယောက်ရှိသည်၊ စသည်ဖြင့် ရေတွက်ကြသည်။ ဒုတိယအသုံးပြုမှုမှာ အခြင်အတွယ် အလေးချိန် စသည့် ပမာဏများ တိုင်းတာရာတွင် ဖြစ်သည်။ သကြား 1 ပိဿာ၊ နွားနို့ 2 လီတာ၊ ဓာတ်ဆီ 8 ဂါလန် စသည်ဖြင့် တိုင်းတာရာတွင်, အသုံးပြုသည်။ တတိယအသုံးပြုမှုမှာ နံပါတ်တပ်ရာ တွင် ဖြစ်သည်။ ဥပမာ . . . ကျောင်းသားများကျောင်းဝင်ခွင့်နံပါတ်အဖြစ်လည်းကောင်း၊ စာမေးပွဲ ခုံနံပါတ်အဖြစ်လည်းကောင်းအသုံးပြုသည်။

သဘာဝကိန်းများ နှုတ်ရာတွင် အဆင်ပြေမှုရှိစေရန် အနုတ်ကိန်းပြည့်များကို ဖော်ထုတ်ခဲ့ရသည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းများကိုမူ ပေးထားသော အရာဝတ္ထုပစ္စည်းများကို အညီအမျှခွဲဝေရာတွင် အဆင်ပြေမှုအတွက် စတင်ဖော်ထုတ်ခဲ့ရသည်။ ဥပမာအားဖြင့် ဘိန်းမုန့် 3 ချပ်ကို လူ 5 ယောက် ဝေပေးရာတွင် တစ်ယောက်ရရှိသော ဝေစုကို ဖော်ပြနိုင်ရန်အတွက် ရာရှင်နယ်ကိန်းကို အသုံးပြုရသည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်းအသုံးပြုရန် လိုအပ်သောအခြားကိစ္စရပ်များကိုလည်း နေ့စဉ်ကြုံတွေ့ရသည်။ဥပမာအားဖြင့်အဝတ်အစားများတိုင်းထွာရာတွင်လည်းကောင်း၊ အမှတ်နှစ်ခုကြားအကွာအဝေးကို တိုင်းရာတွင်လည်းကောင်း၊ အခန်း၏အလျားကို တိုင်းရာတွင်လည်းကောင်း၊ တိုင်းထွာရရှိသည့် အလျားတို့သည် အတိုင်းယူနစ်၏ဆတိုးကိန်းများမဟုတ်သော အချိန်အခါတွင် ရာရှင်နယ်ကိန်းသည် များစွာအသုံးဝင်သည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းတို့သည် ဤတိုင်းထွာမှုများအတွက် အသုံးပြုရန်ပင် မပြည့်စုံမလုံလောက်ကြောင်းတွေ့ရှိရပြန်သည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းတို့ကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်မည်ကဲ့သို့မှတ်သားသည်ကို တွေ့ရှိပြီးဖြစ်သည်။ ပုံ(1.1) တွင် ရာရှင်နယ်ကိန်းအချို့ကို မှတ်သားပေးထားသော ကိန်းမျဉ်း OAX ကို ဖော်ပြထားသည်။



ပုံ(1.1)

A , B , C တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်း $1 , 2 , \frac{7}{4}$ တို့ကိုဖော်ပြသည်ဟု ဆိုရာတွင်အလျား OA , OB , OC တို့သည် $1 , 2 . \frac{7}{4}$ ယူနစ် အသီးသီးဖြစ်သည်ကို ဆိုလိုကြောင်းသိပြီးဖြစ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုသော် ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ကိန်းမျဉ်းတစ်ခုပေါ်တွင် ဖော်ပြရာ၌ကျွန်ုပ်တို့သည်ထိုကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်ဖိုးဖြင့် ပေးထားသော အလျားရှိသည့် မျဉ်းပိုင်းများ ဆောက်လုပ်ရသည်။

သို့ဖြစ်လျှင် အလျားအဖြစ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်ဖိုးအမျိုးမျိုးဟူ၍မျဉ်းပိုင်းများ ဆောက်လုပ်ပါကကိန်းမျဉ်းပေါ်ရှိမျဉ်းပိုင်းအားလုံးကို ရနိုင်ပါမည်လော။ တစ်နည်းအားဖြင့် မည်သည့်မျဉ်းပိုင်းတစ်ခု၏ အလျားအတွက်မဆို ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြနိုင် ပါ၏လော ဟု မေးဖွယ်ရာရှိပေသည်။ မဖော်ပြနိုင်ကြောင်းတွေ့ရှိမည်။ အောက်ပါအခြေအနေတစ်ရပ်ကို ဥပမာအဖြစ်ယူ၍ စဉ်းစား ကြည့်ကြစို့။

OA ကို အနားတစ်ဖက်အဖြစ်ယူ၍ စတုရန်း OAEF ကိုတည်ဆောက်ပါ။ O နှင့် E ကို ဆက်ပါ။ ပုံ (1.1) ကိုကြည့်ပါ။ ဤတွင် OA = AE = 1 ယူနစ်ဖြစ်လျှင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း OE ၏

အလျားသည် မည်မျှနည်း။ ΔOAE သည် ထောင့် A တွင် ထောင့်မှန်ရှိသောထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုဖြစ်သည်။
ပိုက်သာဂိုရသီအိုရမ်အရ

$$OE^2 = OA^2 + AE^2$$
$$= 1^2 + 1^2 = 2$$

ထို့ကြောင့် OE၏အလျားကို နှစ်ထပ်ကိန်းပြုလုပ်လျှင် 2 ရသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုသော် OE ၏အလျားသည် 2 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဖြစ်သည်။ ထိုနှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို သင်္ကေတ $\sqrt{2}$ ဖြင့် ဖော်ပြမည်။

O ကို ဗဟိုထား၍ OE ကို ရေဒီယအဖြစ်ယူပြီး စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခုဆွဲရာ OX ကို D ၌ တွေ့ပါစေ။ ဤတွင် $OD = OE = \sqrt{2}$ ဖြစ်၏။ ဤသို့ဖြင့် ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် အလျား $\sqrt{2}$ ရှိသော မျဉ်းပိုင်း OD ကိုရသည်။ နှစ်ထပ်ကိန်းသည် 2 ဖြစ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု မဟုတ်ဟူ၍ သတ်မှတ်ထားမည်။ ထို့ကြောင့် အလျားများကို ရာရှင်နယ်ကိန်းဖြင့် ဖော်ပြခြင်းငှာ မဖြစ်နိုင်သော မျဉ်းပိုင်းများ ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ရှိနေကြောင်း တွေ့ရသည်။ အကယ်၍ ကိန်းမျဉ်းပေါ်ရှိမျဉ်းပိုင်း အားလုံးတို့၏အလျားကို ကိန်းတန်ဖိုးများဖြင့် ဖော်ပြလိုလျှင် ရာရှင်နယ်ကိန်းများနှင့်မလုံလောက်ဘဲ ကိန်းများကို ချဲ့ထွင်သတ်မှတ်ရန် လိုအပ်ပေသည်။

1.3 $\sqrt{2}$ သည် ရာရှင်နယ်ကိန်း မဟုတ်သည့်အကြောင်း ရှင်းလင်းဖော်ပြချက်

ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု x ကို နှစ်ထပ်ကိန်းပြု၍ တန်ဖိုး 2 ရနိုင်ပါ၏လောဟူသော မေးခွန်းနှင့်ပတ်သက်ပြီးသေချာစွာစဉ်းစားကြည့်ကြစို့။ $1^2 = 1$ ဖြစ်၍ 1^2 သည် 2 အောက်ငယ်သဖြင့်လိုအပ်သောကိန်း x သည် 1 ထက်ကြီးကြောင်း သိသာထင်ရှားသည်။ တစ်ဖန် $2^2 = 4$ ဖြစ်၍ 2^2 သည် 2 ထက်ကြီးပြန်သည်။ ထို့ကြောင့် လိုအပ်သောကိန်း x သည် 2 အောက်ငယ်ကြောင်းတွေ့ရှိရပြန်သည်။ ဤအကြောင်းချက်များအရ လိုအပ်သော x ၏တန်ဖိုးသည် 1 နှင့် 2 ကြားရှိ တန်ဖိုး တစ်ခုဖြစ်ကြောင်း ပြောနိုင်သည်။

1 ထက်ကြီး၍ 2 အောက်ငယ်သော (တစ်နည်းအားဖြင့် 1 နှင့် 2 ကြား) အခြားရာရှင်နယ်ကိန်းများရှိ/မရှိမေးရပေမည်။ 1 နှင့် 2 ကြားတွင်မရေမတွက်နိုင်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းများရှိသည့်အတွက် မိမိအလိုရှိသလောက်ရေးချနိုင်ပေသည်။ဥပမာအားဖြင့် 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6 , 1.7 , 1.8 , 1.9 တို့သည် 1 နှင့် 2 ကြားရှိ ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်သည်။ ၎င်းတို့၏နှစ်ထပ်ကိန်းများကို လွယ်ကူစွာရေးချနိုင်သည်။

$$(1.1)^2 = 1.21$$
$$(1.2)^2 = 1.44$$
$$(1.3)^2 = 1.69$$
$$(1.4)^2 = 1.96$$
$$(1.5)^2 = 2.25$$
$$(1.6)^2 = 2.56$$
$$(1.7)^2 = 2.89$$
$$(1.8)^2 = 3.24$$
$$(1.9)^2 = 3.61$$

အထက်ပါနှစ်ထပ်ကိန်းများကို လေ့လာလျှင် မည်သည့်ကိန်းတစ်ခုမျှပင် 2 နှင့် မတူညီကြောင်း တွေ့ရသည်။ ထို့ကြောင့် x သည် ထိုရာရှင်နယ်ကိန်းများမှ မည်သည့် ကိန်းတစ်ခုနှင့်မျှ မတူပေ။ သို့ရာတွင် $(1.4)^2 = 1.96$ သည် 2 အောက်ငယ်၍ $(1.5)^2 = 2.25$ သည် 2 ထက်ကြီးကြောင်းတွေ့ရှိရသည်။ ထို့ကြောင့် x သည် 1.4 ထက်ကြီးပြီး 1.5 အောက်ငယ် သည်ဟု ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

ဆက်လက်၍ 1.4 နှင့် 1.5 ကြားတွင် အခြားသော ရာရှင်နယ်ကိန်းများ ရှိ/မရှိ မေးဖွယ်ရာ ရှိပြန်သည်။ ဥပမာအားဖြင့် 1.41, 1.42, 1.43, 1.44, 1.45, 1.46, 1.47, 1.48, 1.49 တို့သည် 1.4 ထက်ကြီးပြီး 1.5 အောက်ငယ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ပေသည်။ အထက်ပါအတိုင်းထိုကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကိုရှာလျှင် ရရှိသည့်ကိန်းတန်ဖိုးတစ်ခုမျှပင် 2 နှင့် မတူညီကြောင်း တွေ့ရပြန်သည်။ သို့ရာတွင် x ၏ တန်ဖိုးသည် 1.41 နှင့် 1.42 တို့၏ကြားတွင် ရှိသည်ကို တွေ့ရှိရသည်။

ဆက်လက်၍အထက်ပါရှာနည်းအတိုင်းရှာဖွေလျှင်လိုအပ်သောကိန်း x သည် 1.414 ထက်ကြီး၍ 1.415 အောက်ငယ်သော ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိရသည်။ ဤနည်းအတိုင်း ဆက်၍ရှာလျှင် တစ်ချိန်တစ်ခါ၌ လိုအပ်သည့် 2 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဖြစ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်း တစ်ခုကိုအတိအကျရရှိမည်ဟု မပြောနိုင်သကဲ့သို့ 2 ၏နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းသည်လည်း ရာရှင်နယ်ကိန်းမဟုတ်ဟု အသေအချာမပြောနိုင်ပေ။ ဤပြဿနာကိုဖြေရှင်းရန် ကိန်းပြည့်နှင့် ပတ်သက်သော ဂုဏ်သတ္တိတစ်ခုလိုမည်ဖြစ်သည်။ ထိုအကြောင်းအရာနှင့်ပတ်သက်ပြီး လေ့လာမည်။

ကိန်းပြည့် " a " သည် စုံကိန်းဖြစ်လျှင်သော်လည်းကောင်း သို့မဟုတ် မကိန်းဖြစ်လျှင်သော်လည်းကောင်း ထိုကိန်း၏နှစ်ထပ်ကိန်းအကြောင်း ကျွန်ုပ်တို့မည်သို့ပြောနိုင်သနည်း။ ဥပမာအချို့ကို လေ့လာကြည့်ကြပါစို့။

$6 = 2 \times 3$ သည် စုံကိန်းဖြစ်သည်။ ၎င်း၏ နှစ်ထပ်ကိန်း $6 \times 6 = 36 = 2 \times 18$ သည်လည်း စုံကိန်းဖြစ်သည်။

တစ်ဖန်$24 = 2 \times 12$ သည်စုံကိန်းဖြစ်သည်။၎င်း၏နှစ်ထပ်ကိန်း $24 \times 24 = 576 = 2 \times 288$ သည်လည်းစုံကိန်းဖြစ်သည်။

စုံကိန်းတစ်ခု၏ နှစ်ထပ်ကိန်းသည် အမြဲတစေ စုံကိန်းတစ်ခုဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိနိုင်သည်။ a သည် စုံကိန်းဖြစ်လျှင် $a = 2 \times b$ ဟုရေးနိုင်သည်။ ဤတွင် b သည် ကိန်းပြည့်တစ်ခုဖြစ်သည်။

a ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းကိုရှာလျှင်

$$\begin{aligned} a^2 &= (2b)^2 \\ &= 4b^2 \\ &= 2 \times (2b^2) \end{aligned}$$

ယာဘက်ရှိကိန်းသည် 2 ၏ဆတိုးကိန်းဖြစ်သဖြင့်ထိုကိန်းသည်စုံကိန်းဖြစ်သည်။ထို့ကြောင့် စုံကိန်း၏နှစ်ထပ်ကိန်းသည် စုံကိန်းဖြစ်သည်။

ဆက်လက်၍ မကိန်းများ၏နှစ်ထပ်ကိန်းကို လေ့လာကြမည်။ 3 သည် မကိန်းဖြစ်ပြီး ၎င်း၏ နှစ်ထပ်ကိန်းသည် 9 ဖြစ်သည်။

$3^2 = 9 = 2 \times 4 + 1$ တွင် ယာဘက်ရှိကိန်းသည် မကိန်းဖြစ်သဖြင့် 3^2 သည် မကိန်းဖြစ်သည်။ အခြားဥပမာတစ်ခုအနေဖြင့် မကိန်း $17 = 2 \times (8) + 1$ ကို စဉ်းစားမည်။

ထိုကိန်း၏ နှစ်ထပ်ကိန်း

$$\begin{aligned}(17)^2 &= (17) \times (17)\\ &= 289\\ &= 2 \times 144 + 1\end{aligned}$$

သည်လည်း မကိန်းဖြစ်သည်။

မကိန်းတစ်ခု၏နှစ်ထပ်ကိန်းသည် အမြဲတစေ မကိန်းတစ်ခုဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိနိုင်သည်။ a သည် မကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင် $a = 2b + 1$ ဟု ရေးနိုင်သည်။ ဤတွင် b သည် ကိန်းပြည့်တစ်ခုဖြစ်သည်။

a ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းကိုရှာလျှင်

$$\begin{aligned}a^2 &= (2b + 1)^2\\ &= 4b^2 + 4b + 1\\ &= 2(2b^2 + 2b) + 1\end{aligned}$$

သည်လည်း မကိန်းဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

ထို့ကြောင့် မကိန်းတစ်ခု၏ နှစ်ထပ်ကိန်းသည် မကိန်းဖြစ်သည်။ ယေဘုယျအားဖြင့် အောက်ပါအတိုင်း မှတ်သားနိုင်ပြီဖြစ်သည်။

" စုံကိန်းတစ်ခု၏ နှစ်ထပ်ကိန်းသည် စုံကိန်းဖြစ်၍ မကိန်းတစ်ခု၏နှစ်ထပ်ကိန်းသည် မကိန်းဖြစ်သည်။"

ကိန်းပြည့်များ၏ထပ်ကိန်းဆိုင်ရာ အထက်ပါဂုဏ်သတ္တိကိုလေ့လာပြီးနောက် " $\sqrt{2}$ သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းမဟုတ် " ဟူသော အဆိုကို သက်သေပြမည်။

သက်သေပြချက်။ ။ ဖြစ်နိုင်လျှင် $\sqrt{2}$ ၏ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်ဖိုးသည် $\frac{p}{q}$, $(q \neq 0)$ ဖြစ်ပါစေ။ ဤနေရာတွင် p နှင့် q တို့၌ ဘုံဆခွဲကိန်းမရှိဟု ထားမည်။ (အကယ်၍ရှိခဲ့လျှင်လည်းချေပစ်နိုင်မည်ဖြစ်သည်။ ထိုသို့ချေပြီးနောက် ကျန်သောအပိုင်းကိန်းကိုသာ $\frac{p}{q}$ ဟုထားမည်။)

ထို့ကြောင့် $\frac{p}{q} = \sqrt{2}$ သို့မဟုတ် $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 2$

ထိုမှတစ်ဆင့် $\frac{p^2}{q^2} = 2$

$p^2 = 2 \times q^2$

သို့ဖြစ်၍ p^2 သည် စုံကိန်းတစ်ခုဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် p သည်လည်း စုံကိန်းတစ်ခု ဖြစ်ရမည်။ အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် p သည် မကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင်

p^2 သည်လည်း မကိန်းဖြစ်ပေမည်။ ထို့ကြောင့် $p = 2r$ ရေးနိုင်သည်။ ဤတွင် r သည် ကိန်းပြည့် တစ်ခုဖြစ်သည်။

p ၏တန်ဖိုးကို $p^2 = 2q^2$ တွင် အစားသွင်းလျှင်

$$(2r)^2 = 2q^2$$

$$(2r) \times (2r) = (2q^2)$$

$$4r^2 = 2q^2$$

2 ဖြင့်စားလျှင် $2r^2 = q^2$

ဤသို့ဖြင့် q^2 သည် စုံကိန်းဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိရသဖြင့် q သည်လည်း စုံကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပေမည်။ထို့ကြောင့် p နှင့် q တို့သည်စုံကိန်းများဖြစ်၍၎င်းတို့ကို 2 ဖြင့် အပြတ်စားနိုင်သည်။ သို့ဖြစ်၍ p နှင့် q တို့၌ ဘုံဆခွဲကိန်း 2 ရှိကြောင်း တွေ့ရှိရသည်။သို့ရာတွင် p နှင့်q တို့၌ဘုံဆခွဲကိန်းမရှိဟုမူလကသတ်မှတ်ထားခဲ့သဖြင့် ရှေ့နောက်ညီညွတ်မှုမရှိဘဲ ဖြစ်နေပေသည်။ ဤအချက်အရ မှန်သည်ဟု ယူထားသော အခြေခံယူဆချက်သည် မှားနေကြောင်းတွေ့ရသည်။ ထို့ကြောင့် $\sqrt{2}$ သည် ရာရှင်နယ်ကိန်း မဟုတ်ချေ။

အထက်ပါဆွေးနွေးချက်၏ရလဒ်တစ်ခုမှာ ဂျီဩမေတြီနှင့် အက္ခရာသင်္ချာရှုထောင့်တို့မှ ကြည့်လျှင်ရာရှင်နယ်ကိန်းများသည်လက်တွေ့ဘဝတွင်တိကျစွာအသုံးပြုနိုင်ရန် ပြည့်စုံလုံလောက်သောကိန်းများမဟုတ်ကြောင်း တွေ့ရှိရခြင်းဖြစ်သည်။ ဂျီဩမေတြီရှုထောင့်မှ ကြည့်ပါက ရာရှင်နယ်ကိန်းများသည် အလျားများကို ဖော်ပြရန်အတွက် ပြည့်စုံလုံလောက်မှုမရှိပေ။ ဥပမာ အနားတစ်ဖက်လျှင်တစ်ယူနစ်ရှိသော စတုရန်းတစ်ခု၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း၏အလျားကို ရာရှင်နယ်ကိန်းဖြင့်မဖော်ပြနိုင်ပေ။ အက္ခရာသင်္ချာရှုထောင့်မှ ကြည့်လျှင်လည်း 2 ကဲ့သို့သော ကိန်းတစ်ခု၏နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို ဖော်ပြရန် ရာရှင်နယ်ကိန်းများသည် ပြည့်စုံလုံလောက်မှု မရှိပြန်ပေ။ ထို့ကြောင့်အထက်ပါဂျီဩမေတြီနှင့် အက္ခရာသင်္ချာပြဿနာများကို ပြေလည်အောင် အဖြေပေးနိုင်မည့် ကိန်းအသစ် အဆန်းများကို ဖြည့်စွက်ရမည်ဖြစ်သည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းများတွင် အီရာရှင်နယ်ကိန်း (irrational numbers) ဟုခေါ်သော အခြားကိန်းများဖြည့်စွက်ပြီး ကိန်းစစ်များကို တည်ဆောက်ကြပါစို့။

1.4 အီရာရှင်နယ်ကိန်းဟူသော အယူအဆ

ပြီးခဲ့သောသင်ခန်းစာများတွင် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဆိုင်ရာလုပ်ထုံးများကို တွေ့ရှိပြီးဖြစ်ပေသည်။

ဝိသေသအားဖြင့် ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်လုံးကို မည်သို့ ပေါင်းသည်ကို တွေ့ရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်းများ မည်သည့်အရေအတွက်ကိုမဆို လွယ်ကူစွာပေါင်းနိုင်သည်။

ဥပမာအားဖြင့် ပြရသော် $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$ တို့ကို ပေါင်းကြည့်ကြမည်။

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

အရေအတွက်အားဖြင့်အဆုံးမရှိသည့် ရာရှင်နယ်ကိန်းများပေါင်းခြင်းကိုလေ့လာကြည့်စို့။

ပိုးမွှားတစ်ကောင်သည် 1 မီတာမြင့်သော တိုင်တစ်တိုင်ကို တက်လျက်ရှိသည်ဆိုပါစို့။ ပထမ တစ်နာရီတွင် $\frac{1}{2}$ မီတာ၊ ဒုတိယတစ်နာရီတွင် $\frac{1}{4}$ မီတာ၊ တတိယတစ်နာရီတွင် $\frac{1}{8}$ မီတာ၊ စတုတ္ထတစ်နာရီတွင် $\frac{1}{16}$ မီတာ၊ ပဉ္စမတစ်နာရီတွင် $\frac{1}{32}$ မီတာစသည်ဖြင့်တဖြည်းဖြည်းတက်လျက်ရှိသည်ဆိုပါစို့။ ၎င်းပိုးမွှားလေးသည် ရှေ့တွင်ပြီးခဲ့သည့်အချိန်တစ်နာရီတွင် တက်ခဲ့သည့်အမြင့်၏ ထက်ဝက်ကိုသာ အချိန်တစ်နာရီတိုင်းတွင် တက်သည်ကိုတွေ့ရှိသည်။ ဤပိုးမွှားလေးသည်တိုင်ထိပ်သို့ရောက်ပါဦးမည်လော။ ဘယ်သောအခါမှ မရောက်နိုင်ကြောင်းတွေ့ရပေမည်။ အကြောင်းမူကားအချိန်နာရီအားဖြင့်မည်မျှပင်ကြာမြင့်အောင်တက်နေကာမူ ထိုပိုးမွှားလေးသည် တိုင်ထိပ်မှ အကွာအဝေးတစ်ခုတွင် ရှိနေမည်ဖြစ်သည်။

သို့သော်လည်း အချိန်နာရီအနည်းငယ်အတွင်း တိုင်ထိပ်အနီးသို့ ရောက်သွားမည်ဖြစ်ပေသည်။ ဥပမာအားဖြင့်ဆိုသော် အချိန်လေးနာရီအကြာတွင် တက်ရောက်ခဲ့ပြီးသော အမြင့်သည် $(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16})$မီတာ$=\frac{15}{16}$ မီတာဖြစ်၍ တိုင်ထိပ်မှ $\frac{1}{16}$ မီတာအကွာတွင် ရောက်နေပေမည်။ အချိန်ငါးနာရီအကြာတွင် $(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32})$ မီတာ $=\frac{31}{32}$ မီတာဖြစ်၍ တိုင်ထိပ်မှ $\frac{1}{32}$ မီတာအကွာတွင် ရောက်နေမည်။

ဤလုပ်ဆောင်ချက်မှာ ရာရှင်နယ်ကိန်း $(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16})$ တို့ကို အဆုံးမရှိဆက်၍ ထည့်ပေါင်းနေခြင်းဖြစ်သည်။ ထိုရာရှင်နယ်ကိန်းတို့တွင် ကိန်းတစ်ခုသည် ၎င်း၏ရှေ့တွင်ရှိသော ကိန်း၏ ထက်ဝက်ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။ ဤသို့အဆုံးမရှိ ဆက်၍ ထည့်ပေါင်းခြင်းကို $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+...$ ဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။ ဤဖော်ပြချက်ကို အနန္တကိန်းစဉ်တန်း (infinite series) ဟုခေါ်သည်။ ၎င်းတို့နှင့်ပတ်သက်ပြီး အထက်တန်းတွင် အသေးစိတ်လေ့လာကြမည်။ အထက်ပါအနန္တကိန်းစဉ်တန်း၏ဂုဏ်သတ္တိမှာကိန်းများထည့်၍ထည့်၍ပေါင်းခြင်းဖြင့်တန်ဖိုးအားဖြင့် တစ်သို့ပို၍ပို၍ နီးကပ်သွားခြင်းဖြစ်ပေသည်။ ထိုအကြောင်းအရာကို အနန္တကိန်းစဉ်တန်း သည် 1 သို့ စုဝင်သည်ဟုဖော်ပြသည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို အဆုံးရှိသော ဒသမကိန်း တစ်ခုအဖြစ်သော်လည်းကောင်း သို့မဟုတ်အဆုံးမရှိသော ဒသမကိန်းတစ်ခုအဖြစ်သော်လည်းကောင်း ဖော်ပြနိုင်ကြောင်း တွေ့ရှိပြီးဖြစ်သည်။

ဥပမာ $\frac{1}{4}=0.25$

$\frac{1}{3}=0.333\ ...$

$\frac{1}{4} = 0.25$ ဟုရေးရာတွင် ကိန်းတစ်ခု၏ နေရာလိုက်တန်ဖိုးအရ

$\frac{1}{4} = \frac{2}{10} + \frac{5}{100}$ ဖြစ်သည်။

$\frac{1}{3} = 0.333 \ldots$ သည်မည်သို့ အဓိပ္ပာယ်သက်ရောက်သည်ကို လေ့လာမည်ဆိုလျှင် 0.333 သည် အနန္တကိန်းစဉ်တန်း $\frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \ldots$ ကို ဖော်ပြနေကြောင်း တွေ့ရှိရသည်။

ထို့ကြောင့် $\frac{1}{3} = 0.333 \ldots$ ဟုရေးရာတွင် အနန္တကိန်းစဉ်တန်း $\frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \ldots$ သည်ရာရှင်နယ်ကိန်း $\frac{1}{3}$ သို့စုဝင်သည်ဟုအဓိပ္ပာယ်သက်ရောက်သည်။တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုသော် (အနန္တကိန်းစဉ်တန်းမှ) အစဉ်လိုက် ပို၍ ပို၍ ပေါင်းထည့်လေလေ $\frac{1}{3}$ သို့ တဖြည်းဖြည်း ချဉ်းကပ်သွားလာမည်ဖြစ်သည်။ထို့ကြောင့် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို ဒသမကိန်းဖြင့် ဖော်ပြရာတွင် $\frac{1}{4} = 0.25$ ကဲ့သို့အဆုံးရှိသော ပုံစံဖြင့်လည်းကောင်း သို့မဟုတ် $\frac{1}{3} = 0.333\ldots$ ကဲ့သို့ အဆုံးမရှိသော ပြန်ထပ်ဒသမကိန်းပုံစံဖြင့်လည်းကောင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။ တစ်ဖန်အဆုံးမရှိသော ပြန်ထပ်ဒသမကိန်းပုံစံဖြင့် ဖော်ပြ၍ မရနိုင်သောကိန်းများရှိနေသေးသည်ကို တွေ့ရမည်။

ဥပမာအားဖြင့် အနန္တကိန်းစဉ်တန်း

$\frac{1}{10} + \frac{0}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{0}{10000} + \frac{0}{100000} + \frac{1}{1000000} + \ldots$ သည်ဒသမကိန်း 0.101001...ကိုဖော်ပြသည်။

ဤကိန်းသည် အဆုံးမရှိသော ပြန်မထပ်ဒသမကိန်းတစ်ခုဖြစ်သည်။ ဤအနန္တကိန်းစဉ်အနေ ဖြင့် စုဝင်သွားသော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုမျှမရှိပေ။ အကြောင်းမူကား အထက်တွင် တွေ့ရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည့်အတိုင်း ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို ဒသမကိန်းဖြင့်ဖော်ပြရာတွင် ထိုဒသမကိန်းသည် အဆုံးရှိကိန်းသော်လည်းကောင်း ၊ အဆုံးမရှိ ပြန်ထပ်ကိန်းသော်လည်းကောင်း ဖြစ်ရမည်။

ဒသမကိန်းတစ်ခုသည် အဆုံးလည်းမရှိ ပြန်ထပ်ဒသမကိန်းလည်းမဟုတ်လျှင် ထိုကိန်းကို အီရာရှင်နယ်ကိန်းဟုခေါ်သည်။

1.5 အီရာရှင်နယ်ကိန်းကို ဒသမကိန်းပုံစံဖြင့် ဖော်ပြခြင်း

1.5.1 အီရာရှင်နယ်ကိန်း $\sqrt{2}$

နှစ်ထပ်ကိန်းသည် 2 ဖြစ်စေသော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုမျှ မရှိသည်ကို လေ့လာတွေ့ရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ နှစ်ထပ်ကိန်းသည် 2 ဖြစ်စေသော **အီရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု** ရှိပါ၏လောဟုမေးရန်ရှိလာသည်။ရှိသည်ဟုအဖြေပေးရပေမည်။လိုအပ်သောကိန်းနှင့်ပတ်သက်ပြီး

ဒသမကိန်းနေရာ တစ်ခုအထိ တွက်ယူရရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ 1.41 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းသည် 2 အောက်ငယ်၍ 1.42 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းသည် 2 ထက်ကြီးကြောင်း ပြခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။

$$(1.414)^2 < 2 < (1.415)^2$$
$$(1.4142)^2 < 2 < (1.4143)^2$$
$$(1.41421)^2 < 2 < (1.41422)^2$$
$$(1.414213)^2 < 2 < (1.414214)^2$$
$$(1.4142135)^2 < 2 < (1.4142136)^2$$

စသည်တို့သည် မှန်ကန်ကြောင်းလည်း အလားတူပင် ဆန်းစစ်နိုင်သည်။

ဤသို့ ဆက်လက်၍ အဆုံးမရှိလုပ်ဆောင်မည်ဆိုလျှင် 1.4142135... ဟူသော အဆုံးမရှိ သည့် ပြန်ထပ်ဒသမ မဟုတ်သည့် ကိန်းတစ်ခုကိုရရှိမည်။ အထက်ပါအတိုင်း ဆက်လက် လုပ်ဆောင် ခြင်းဖြင့် ရရှိလာသော ဒသမကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းသည် 2 သို့ ပို၍ ပို၍နီးကပ်လာမည် ဖြစ်သည်။ ဤအဆုံးမရှိသည့် ပြန်ထပ်ဒသမကိန်းမဟုတ်သည့် ကိန်းကို 2 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း $\sqrt{2}$ ဟုသတ်မှတ်မည်။ထို့ကြောင့် $\sqrt{2}$ သည် အီရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်သည်။

1.5.2 အီရာရှင်နယ်ကိန်း $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$

$\sqrt{2}$ မှာကဲ့သို့ လေ့လာခြင်းဖြင့် $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$ တို့သည်လည်း အီရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ကြောင်းပြနိုင်သည်။ အထက်ပါအတိုင်းပင် ထိုကိန်းများကို အဆုံးမရှိသည့် ပြန်မထပ် ဒသမကိန်း အဖြစ် ဖော်ပြနိုင်သည်။

$$\sqrt{3} = 1.7320508\ldots$$
$$\sqrt{5} = 2.2360680\ldots$$
$$\sqrt{7} = 2.6457513\ldots$$

1.5.3 အီရာရှင်နယ်ကိန်း π

မည်သည့်စက်ဝိုင်းတွင်မဆို အဝန်းနှင့် အချင်းမျဉ်းတို့၏အချိုးသည် ကိန်းသေတစ်ခု ဖြစ်ပြီး ထိုအချိုး၏တန်ဖိုးကို π ဟုခေါ်မည်။ π သည်စက်ဝိုင်းရေဒီယပေါ်တွင် မတည်ပေ။ π နှင့် ပတ်သက်ပြီး ဂျီသြမေတြီတွင်လည်း လေ့လာပြီးဖြစ်သည်။ ဒသမကိန်းဖြင့် ဖော်ပြရလျှင် $\pi = 3.141592\ldots$ ဖြစ်သည်။

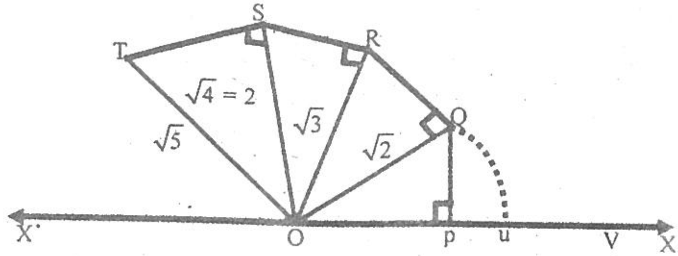
π သည်အဆုံးမရှိ ပြန်မထပ်ဒသမကိန်းတစ်ခု ဖြစ်သဖြင့် အီရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်သည်။

1.6 အီရာရှင်နယ်ကိန်းများဆိုင်ရာ အခြေခံလုပ်ထုံးများ

1.6.1 ပေါင်းခြင်းနှင့်မြှောက်ခြင်း

အပေါင်းအီရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်သော $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ စသည်တို့ကိုတွေ့ရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ထိုကိန်းများကို ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းရှာရန်အတွက် ဖော်ထုတ်ခဲ့ခြင်းဖြစ်သည်။ နှစ်ထပ်ကိန်းအဖြစ် မဖော်ပြနိုင်သော ကိန်းများအတွက် များစွာအထောက်အကူဖြစ်သည့် အီရာရှင်နယ်ကိန်းနမူနာများလည်း တွေ့ရှိပြီးဖြစ်သည်။ ထိုကိန်းများကို လက်တွေ့တွင်အသုံးပြု

နိုင်ရန်အီရာရှင်နယ်ကိန်းများပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းဆိုင်ရာ လုပ်ထုံးများသည်ရာရှင်နယ်ကိန်းများ ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းဆိုင်ရာ လုပ်ထုံးများနှင့် အတူတူပင် ဖြစ်သည်ဟုထားမည်။



ပုံ (1.2)

အီရာရှင်နယ်ကိန်းများ ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းကို ကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ ဖော်ပြခြင်းသည် ယခင် တွေ့ရှိပြီးဖြစ်သော ကိန်းပြည့်များ၊ ရာရှင်နယ်ကိန်းများ ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းနှင့် သဘောသဘာဝ အားဖြင့် အတူတူပင်ဖြစ်သည်။

ပုံ (1.2) တွင် OP , PQ , QR , RS , ST စသည်တို့သည် အလျားတစ်ယူနစ်ရှိသော မျဉ်းပိုင်း များဖြစ်သည်။ $\angle OPQ$, $\angle OQR$, $\angle ORS$ $\angle OST$ တို့သည် ထောင့်မှန်များဖြစ်သည်။

ပိုက်သာဂိုရ သီအိုရမ်အရ

$$OQ = \sqrt{2}$$
$$OR = \sqrt{3}$$
$$OS = \sqrt{4} = 2$$
$$OT = \sqrt{5}$$

ဖြစ်မည်။ ဤတွင် OQ , OR , OT တို့၏အလျားသည် အီရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ပေသည်။ အီရာရှင်နယ်ကိန်းများပေါင်းခြင်းကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ဖော်ပြရန် လွယ်ကူသော ဥပမာ တစ်ခု ဖြစ်သည့် $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ကို စဉ်းစားကြည့်ကြစို့။

O ကိုဗဟိုထား၍ ရေဒီယ OQ ဖြင့် ဆွဲသောစက်ဝန်းပိုင်းသည်ကိန်းမျဉ်း OX ကို U တွင် တွေ့ဆုံသဖြင့် $OU = \sqrt{2}$

U ကို ဗဟိုထား၍ OR ၏အလျားကို ရေဒီယအဖြစ်ယူ၍ ဆွဲသောစက်ဝန်းသည် ကိန်းမျဉ်း X'OX ကို V တွင် တွေ့ဆုံလျှင် $UV = \sqrt{3}$

ထို့ကြောင့် OV = OU + UV ဖြစ်၍ ၎င်း၏အလျားသည် $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ဖြစ်မည်။

$\sqrt{2}$ နှင့် $\sqrt{3}$ ကဲ့သို့သောအီရာရှင်နယ်ကိန်းများအတွက် မျဉ်းပိုင်းအလျားဖြင့်လွယ်ကူစွာ ဖော်ပြနိုင်သည့်အလျောက် $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ကိုရှင်းလင်းစွာ ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ဖော်ပြနိုင်သည်။အခြား အီရာရှင်နယ်ကိန်းများပေါင်းခြင်းကိုလည်း ဤသို့ဖော်ပြနိုင်သည်ဟုမှတ်ယူကြမည်။

အလျှားကိုတစ်ဖက်သို့တိုင်းရာတွင်အပေါင်းလက္ခဏာဆောင်သည်ဟုယူပြီးဆန့်ကျင်ဘက်သို့တိုင်းယူပါက အနုတ်လက္ခဏာဆောင်သည်ဟု လက်ခံသုံးစွဲလျှင် နုတ်ခြင်းကိုလည်း ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်ဖော်ပြနိုင်ပေမည်။

အပေါင်းအီရာရှင်နယ်ကိန်းများပေါင်းခြင်း၊ မြှောက်ခြင်းတွင်ဖလှယ်ရဂုဏ်သတ္တိ၊ ဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိနှင့် ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိတို့သည် မှန်သည်ဟုထားမည်။

ထို့ကြောင့်

a , b , c တို့သည် အပေါင်းအီရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင်

$a + b = b + a$, $a \times b = b \times a$ (ဖလှယ်ရဂုဏ်သတ္တိ)

$(a + b) + c = a + (b + c)$ (ဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိ)

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ (ဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိ)

$(a + b) \times c = a \times c + b \times c$ (ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိ)

$c \times (a + b) = c \times a + c \times b$ (ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိ)

1.6.2 နုတ်ခြင်းနှင့် အနုတ်အီရာရှင်နယ်ကိန်းများ

အီရာရှင်နယ်ကိန်းများနုတ်ခြင်းကို ပေါင်းခြင်း၏အပြန်အလှန်အဖြစ် ရာရှင်နယ်ကိန်းစနစ်မှာကဲ့သို့ပင်သတ်မှတ်မည်။အီရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကိုအခြားအီရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုမှအမြဲတစေနုတ်နိုင်ရန်အတွက် အနုတ်လက္ခဏာရှိသည့် အီရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ဖော်ထုတ်ရပေမည်။ ထို့ကြောင့် $-\sqrt{2}$, $-\sqrt{3}$, $-\pi$ အစရှိသည့် အနုတ်အီရာရှင်နယ်ကိန်းများကို သက်ဆိုင်ရာအီရာရှင်နယ်ကိန်းများအတွက်သတ်မှတ်ပြီး အောက်ပါကဲ့သို့သောဂုဏ်သတ္တိကို ပြေလည်စေမည်။

$$\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$$
$$\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$$
$$\pi + (-\pi) = 0$$

ရာရှင်နယ်ကိန်းမှာကဲ့သို့ပင် ထိုကိန်းများကို သက်ဆိုင်ရာ အီရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ အပေါင်းပြောင်းပြန်ကိန်းများဟုခေါ်သည်။ အပေါင်းအီရာရှင်နယ်ကိန်းများကိုလည်း သက်ဆိုင်ရာအနုတ်အီရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ အပေါင်းပြောင်းပြန်ကိန်းများဟုအပြန်အလှန်အားဖြင့်ခေါ်သည်။

အနုတ်အီရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ဖော်ထုတ်ပြီးနောက် နုတ်ခြင်းသည် ပေါင်းခြင်းဆိုင်ရာထူးခြားသော အခြေအနေတစ်ရပ်ဖြစ်လာသည်။ အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် အီရာရှင်နယ်ကိန်း a ကို အခြားအီရာရှင်နယ်ကိန်း " b " မှ နုတ်ရန် a ၏ အပေါင်းပြောင်းပြန်ကို b တွင်ပေါင်းရမည်ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် $b - a = b + (-a)$

1.6.3 စားခြင်းနှင့် လှန်ကိန်းများ

နုတ်ခြင်းမှာကဲ့သို့ပင် အီရာရှင်နယ်ကိန်းများ စားခြင်းဆိုင်ရာလုပ်ထုံးကို မြှောက်ခြင်း၏ပြောင်းပြန် သို့မဟုတ် အပြန်အလှန်လုပ်ထုံးအဖြစ်သတ်မှတ်မည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းများကဲ့သို့ပင် အီရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု၏ လှန်ကိန်းကို ဖော်ထုတ်ရာတွင် ထိုကိန်းနှင့်ပေးထားသော ကိန်းတို့၏မြှောက်လဒ်သည် 1 ဖြစ်စေသော ကိန်းတစ်ခုအဖြစ် သတ်မှတ်မည်။

ဥပမာအားဖြင့် ဖော်ပြရလျှင် $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{-1}{\sqrt{7}}$ တို့သည် $\sqrt{3}, \sqrt{5}, -\sqrt{7}$ တို့၏ လှန်ကိန်း အသီးသီးဖြစ်သည်။

ဂဏန်းသင်္ချာဆိုင်ရာ ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်း၊ မြှောက်ခြင်း၊စားခြင်းဟူသော အခြေခံလုပ်ထုံးများကိုရာရှင်နယ်ကိန်းများနှင့် အီရာရှင်နယ်ကိန်းများ ရောနှောပါဝင်နေသော အခြေအနေများတွင် ကိန်းသဘာဝများမခွဲခြားဘဲ အသုံးပြုနိုင်သည်ဟု ယူဆလိုက်လျှင် အောက်ပါကိန်းရောများသည် အဓိပ္ပါယ်ရှိသော ကိန်းများဖြစ်လာပေသည်။ $2 + \sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{5}-1, \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, စသည်တို့သည် ကိန်းရောများဖြစ်ပေသည်။

1.7 အီရာရှင်နယ်ကိန်းများပါဝင်သော ကိန်းတန်းများကိုရှင်းခြင်း

ရာရှင်နယ်ကိန်းများ လေ့လာစဉ်က ထိုကိန်းနှစ်ခုတို့ကို ပေါင်းလျှင်သော်လည်းကောင်း၊ မြှောက်လျှင်သော်လည်းကောင်း၊ ကိန်းတစ်ခုကို အခြားကိန်းတစ်ခုမှနုတ်လျှင်သော်လည်းကောင်း၊ ကိန်းတစ်ခုကို အခြားကိန်းတစ်ခုဖြင့်စားလျှင်သော်လည်းကောင်း ရရှိလာသည့် ရလဒ်သည်လည်း ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု အမြဲဖြစ်နေကြောင်း တွေ့ခဲ့ရပြီးဖြစ်သည်။
ဥပမာအားဖြင့် အောက်ပါတို့ကို လေ့လာနိုင်သည်။

$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{11}{10}$ $\qquad$ $\frac{3}{4} \times \frac{6}{7} = \frac{9}{14}$

$7 - \frac{6}{5} = 5\frac{4}{5}$ $\qquad$ $\frac{3}{2} \div \frac{4}{5} = \frac{15}{8}$

တစ်နည်းအားဖြင့် ဖော်ပြရလျှင် ဂဏန်းသင်္ချာ အခြေခံလုပ်ထုံးများ အသုံးပြုလျက် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြင့် ဖော်ထုတ်ထားသော ကိန်းတန်းတစ်ခုကို ရှင်းလိုက်လျှင် ရရှိသည့် ကိန်းသည်လည်း ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပေသည်။

ဥပမာ

$$[(\frac{6}{7} \times \frac{21}{23}) - \frac{25}{161}] \div \frac{202}{161} = \frac{1}{2}$$

သို့ရာတွင် ဂဏန်းသင်္ချာ အခြေခံလုပ်ထုံးများ အသုံးပြုလျက် ရာရှင်နယ်ကိန်းများနှင့် အီရာ ရှင်နယ်ကိန်းများဖြင့် ဖော်ထုတ်ထားသော ကိန်းတန်းတစ်ခုကိုရှင်းသော် ယေဘုယျအားဖြင့် ရှင်းလင်းပြတ်သားသောရာရှင်နယ်ကိန်း သို့မဟုတ် အီရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုရှိမည်ဟုတိတိကျကျ မပြောနိုင်ပေ။ ဥပမာအားဖြင့် $\sqrt{2}+\sqrt{3}, \sqrt{5}-1, \frac{\sqrt{5}}{2}$ ကဲ့သို့သော လွယ်ကူသည့် ကိန်းတန်း များကိုပင် ပိုမိုရှင်းလင်းအောင်ဖော်ပြရန်မလွယ်ကူပေ။မည်သို့ပင်ဖြစ်စေကာမူ အီရာရှင်နယ်ကိန်း

များပါဝင်သောအချိုးတစ်ခုကိုမူ ပိုင်းခြေအနေဖြင့် အပေါင်းကိန်းပြည့်တစ်ခုဖြစ်အောင်ဆောင်ရွက်နိုင်ကြောင်းတွေ့ရှိရသည်။

ဥပမာ

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ ကို } \frac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{4}{\sqrt{3}} \text{ ကို } \frac{4\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

ဟူ၍ ပြောင်းလဲရေးသားနိုင်သည်။ ဤနေရာတွင် အချိုးတစ်ခု၏ ရှေ့ကိန်းနှင့်နောက်ကိန်းတို့ကို ကိန်းတစ်ခုဖြင့်မြှောက်၍ရရှိသောအချိုးသည် တန်ဖိုးအားဖြင့် မူရင်းအချိုးနှင့် တူညီသည်ဟူသော ဂုဏ်သတ္တိကိုအသုံးပြုသည်။

ဤသို့သောလုပ်ဆောင်ချက်ကိုပိုင်းခြေကိုရာရှင်နယ်ကိန်းအသွင်ပြောင်းသည်(rationalize) ဟုခေါ်သည်။

1.8 အီရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု၏တန်ဖိုးခန့်မှန်းခြင်း

နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းရှာရာတွင်လည်းကောင်း၊ သုံးထပ်ကိန်းရင်း ရှာရာတွင်လည်းကောင်း၊ ညီမျှခြင်းများရှင်းရာတွင်လည်းကောင်း အဖြေအတိအကျရှာရန်အီရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ရံဖန်ရံခါ အသုံးပြုရန်လိုအပ်ပေသည်။ သို့ရာတွင် လက်တွေ့နေ့စဉ်ဘဝတွင် အသုံးနည်းသည့်အလျောက် ကျွန်ုပ်တို့အနေဖြင့် ထိုကိန်းများနှင့်အကျွမ်းဝင်မှုနည်းကြသည်။ ရောင်းဝယ်မှုလုပ်ငန်းများတွင် ရာရှင်နယ်ကိန်းများကိုသာ အသုံးပြုသည်။ လက်တွေ့ဘဝတိုင်းတာမှု အခြင်အတွယ်ကိစ္စရပ်များတွင်လည်း ရာရှင်နယ်ကိန်းများကိုသာ အသုံးပြုသည်။ သို့ရာတွင် သိပ္ပံဆိုင်ရာပြဿနာများ၊ စီးပွားရေးပြဿနာများကို သင်္ချာနည်းဖြင့်ဖြေရှင်းရာတွင် အီရာရှင်နယ်ကိန်းများ ပါဝင်နေသည့်တိုင်အောင် အဖြေများကို ရာရှင်နယ်ကိန်းဖြင့်ပင်ဖော်ပြသည်။ ထိုအဖြေများသည် တိကျသော အဖြေများမဟုတ်နိုင်ပေ။ အကြောင်းမူကား အီရာရှင်နယ်ကိန်းနှင့် တန်ဖိုးအားဖြင့် တူညီသော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုမရှိခြင်းကြောင့်ဖြစ်သည်။ သို့ရာတွင် အထက်တွင် လေ့လာတွေ့ရှိခဲ့သည့်အတိုင်း အီရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့် လိုအပ်သလောက် တန်ဖိုးနီးကပ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကိုရရှိနိုင်သည်။ဤအဆိုသည်မည်သည့်အီရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုအတွက်မဆိုမှန်သော်လည်း ဤအဆင့်တွင် သက်သေပြရန် မလွယ်ကူပေ။လက်တွေ့တွင် အီရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ၎င်းတို့၏ ဒသမကိန်းတန်ဖိုးမှ ဒသမတစ်နေရာရာ အမှန်နီးပါးတန်ဖိုးများယူ၍ အသုံးပြုကြသည်။ ဥပမာ အားဖြင့် ဒသမသုံးနေရာအထိသာ အမှန်တန်ဖိုးများ ယူလျှင်

$$\sqrt{2}+1 = 1.414+1 = 2.414$$

$$\sqrt{3}-\sqrt{2} = 1.732 - 1.414 = 0.318$$

$$\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}+2} = \frac{1.732+1}{1.414+2} = \frac{2.732}{3.414} = 0.800$$

ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

ယာဘက်ရှိတန်ဖိုးများသည် ဝဲဘက်ရှိကိန်းတန်းများအတွက် ခန့်မှန်းတန်ဖိုးများသာဖြစ်သည်။လက်တွေ့ဘဝလုပ်ငန်းများတွင် ဒသမသုံးနေရာအထိယူပြီးအသုံးပြုလျှင် ပြည့်စုံလုံလောက်ပေသည်။ အကယ်၍သာ ဒသမနေရာထိုးပြီး ပိုမိုတိကျစွာဖော်ပြလိုလျှင် အဆင်သင့်စီစဉ်ထားသည့် နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း တန်ဖိုးပြဇယားများမှ ရယူနိုင်မည်ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (1.2)

1. အီရာရှင်နယ်ကိန်း တစ်ဆယ်ခုရေးပြပါ။

2. အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည့် ကိန်းများတွင် မည်သည့်ကိန်းသည် ရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်၍ မည်သည့်ကိန်းသည် အီရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်သနည်း။

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{2}{3}+\sqrt{5}$

(c) $\frac{2}{7}-\sqrt{3}$ (d) $3-\sqrt{3}$

(e) 0.2020020002 (ဒသမ ရှေ့နောက်ဆက်တိုက်ရှိနေသော 2 နှစ်ခုကြားရှိသုည အရေအတွက်သည် အကန့်အသတ်မရှိ ကြီးသွားသည်ဆိုပါစို့။)

3. $1.120577 + \sqrt{5}$ ကို ဒသမငါးနေရာအထိ ရှာပါ။

4. $\sqrt{2}$ နှင့် $\sqrt{3}$ တို့၏တန်ဖိုးကို ဒသမနှစ်နေရာအထိယူပြီး $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ ၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

5. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ၏တန်ဖိုးကို ဒသမသုံးနေရာအထိရှာပါ။

6. $\frac{1}{\sqrt{2}}+\sqrt{3}$ ၏တန်ဖိုးကို ဒသမသုံးနေရာအထိရှာပါ။

7. အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $2\sqrt{2}+7\sqrt{2}-3\sqrt{2}$

(b) $7\sqrt{5}+12\sqrt{5}-12\sqrt{5}$

(c) $\frac{8}{3\sqrt{2}}$

(d) $\frac{12}{3\sqrt{3}}$

(e) $5\sqrt{3}-\frac{4}{\sqrt{3}}+7\sqrt{3}$

(f) $\frac{3}{\sqrt{2}}-11\sqrt{3}+7\sqrt{2}-\frac{6}{\sqrt{3}}$

1.9 **ကိန်းစစ်ဟူသော အယူအဆ**

ယခုအချိန်တွင် ကျွန်ုပ်တို့အနေဖြင့် ရာရှင်နယ်ကိန်းနှင့် အီရာရှင်နယ်ကိန်းဟူသော ကိန်းနှစ်မျိုးနှစ်စားကိုသိရှိကြပြီးဖြစ်သည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို အဆုံးရှိသော ဒသမကိန်းဖြင့်သော်လည်းကောင်း သို့မဟုတ် အဆုံးမရှိသော ပြန်ထပ်ဒသမကိန်းဖြင့်သော်လည်းကောင်း ဖော်ပြနိုင်ပြီး အီရာရှင်နယ်ကိန်းများကိုမူ အဆုံးမရှိသော ပြန်မထပ်ဒသမကိန်းဖြင့်သာ ဖော်ပြနိုင်ပေသည်။ ၎င်းကိန်းနှစ်မျိုးနှစ်စားလုံး စုပေါင်းထားသောကိန်းများကို ကိန်းစစ်များဟုခေါ်သည်။

ထို့ကြောင့်ကိန်းစစ်တွင် ကိန်းနှစ်မျိုးနှစ်စားပါဝင်ပေသည်။ တစ်မျိုးသည် ရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်ပြီး အခြားတစ်မျိုးသည် အီရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်သည်။

1.10 ကိန်းစစ်မျဉ်း

ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို မည်ကဲ့သို့ ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ကိုယ်စားပြုဖော်ပြနိုင်ကြောင်း တွေ့ရှိပြီး ဖြစ်ပေသည်။ ကိန်းမျဉ်းပေါ်ရှိ မျဉ်းပိုင်းအားလုံး၏အလျားတိုင်းကို ဖော်ပြခြင်းငှာ ရာရှင်နယ်ကိန်းများသည် မလုံလောက်ပေ။

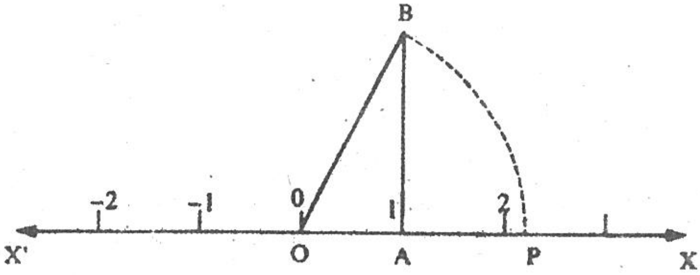
ပုံ (1.1) တွင် ပါရှိသော မျဉ်းပိုင်း OD ၏အလျားသည် အနားတစ်ယူနစ်အလျားရှိသော စတုရန်း၏ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း၏ အလျားနှင့်တူညီပြီး ၎င်းကိုရာရှင်နယ်ကိန်းဖြင့် ဖော်ပြရန်မဖြစ်နိုင်ကြောင်းတွေ့ရှိပြီးဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် D သည် ကိန်းမျဉ်းပေါ်ရှိ ရာရှင်နယ်ကိန်းကို ဖော်ပြသော အမှတ်တစ်ခုမဖြစ်နိုင်ချေ။ ထိုကဲ့သို့သော အမှတ်များကို အကန့်အသတ်မရှိ ဆောက်လုပ်ရရှိနိုင်သည်။ နမူနာအမှတ်များကို ဤရှင်းလင်းချက်အပြီးတွင် ရှာပြထားသည်။ ထို့ကြောင့် ရာရှင်နယ်ကိန်းအားလုံးကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်ရှိအမှတ်များဖြင့်ကိုယ်စားပြုဖော်ပြပြီးနောက် အမှတ်များ ကုန်မသွားဘဲ အမှတ်အများအပြား ကျန်နေမည်ဖြစ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုသော် ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် နေရာလပ်အများအပြားကျန်နေမည်ဖြစ်သည်။

အီရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ထိုနေရာလပ်များတွင် ဖြည့်ရန်တီထွင်ထားခြင်းဖြစ်သည်။ အားလုံးသော ရာရှင်နယ်ကိန်းများ အီရာရှင်နယ်ကိန်းများ ပါဝင်သည့်ကိန်းစစ်များကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ကိုယ်စားပြုဖော်ပြလိုက်ပြီးနောက် ထိုကိန်းမျဉ်းကို ကိန်းစစ်မျဉ်းဟုခေါ်သည်။

အဆင့်မြင့်သင်္ချာဘာသာရပ်ကို လေ့လာရာတွင် ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ကိန်းစစ်များကို ကိုယ်စားပြုပြီးနောက်တွင် နေရာလပ်လုံးဝမရှိကြောင်း တွေ့ရမည်။ ယခုဘုယျ ကိန်းစစ်တစ်ခုကို မည်သို့မည်ပုံ ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် တည်ဆောက်သည်ကို မလေ့လာတော့ဘဲ လွယ်ကူသော အီရာရှင်နယ်ကိန်းအချို့ တည်ဆောက်ပုံကိုသာလေ့လာမည်။

ဥပမာ (1) အီရာရှင်နယ်ကိန်း $\sqrt{5}$ ကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ကိုယ်စားပြုသော အမှတ်ရှာပါ။

$5 = 1^2 + 2^2$ ဖြစ်သဖြင့် အလျား $\sqrt{5}$, 1 နှင့် 2 အသီးသီးရှိသော အနားတို့ ပါဝင်သည့် ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု တည်ဆောက်နိုင်သည်။



ပုံ (1.3)

OX သည် ကိန်းမျဉ်းတစ်ခုဖြစ်၍ O နှင့် A တို့သည် 0 နှင့် 1 ကို ကိုယ်စားပြုပါစေ။ ပုံ(1.3) ကိုကြည့်ပါ။ OA ကို ထောင့်မှန်ကျသောမျဉ်း AB ကိုဆွဲပြီးထိုမျဉ်းပေါ်တွင် AB = 2 OA ဖြစ်အောင် အမှတ် B ကိုယူပါ။

ထို့ကြောင့် $OB^2 = OA^2 + AB^2$

$= 1^2 + 2^2$

$= 1 + 4$

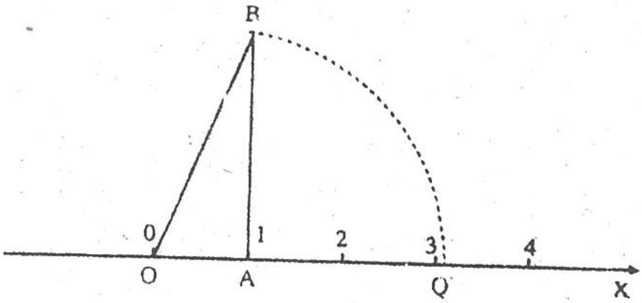
$= 5$

$OB = \sqrt{5}$

O ၏ ယာဘက်တွင် OP = OB ဖြစ်အောင် P အမှတ်တစ်ခုကို OX ပေါ်တွင် ယူပါ။ ဤတွင် P သည် အီရာရှင်နယ်ကိန်း $\sqrt{5}$ ကိုဖော်ပြသည်။

ဥပမာ (2) အီရာရှင်နယ်ကိန်း $\sqrt{10}$ ကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ကိုယ်စားပြုသော အမှတ်ကို ရှာပါ။

$10 = 1^2 + 3^2$ ဖြစ်သည်။ OX သည် ကိန်းမျဉ်းတစ်ခုဖြစ်၍ O နှင့် A တို့သည် 0 နှင့် 1 ကို အသီးသီးဖော်ပြလျက်ရှိသည်ဟုထားပါ။ ပုံ (1.4) ကိုကြည့်ပါ။ OA ကို ထောင့်မှန်ကျသော မျဉ်း AB ကိုဆွဲပြီး ထိုမျဉ်းပေါ်တွင် AB = 3 OA ဖြစ်အောင် B ကိုယူပါ။



ပုံ (1.4)

ထို့ကြောင့် $OB^2 = OA^2 + AB^2$

$= 1 + 9$

$= 10$

$OB = \sqrt{10}$

O ၏ ယာဘက်တွင် OQ = OB ဖြစ်အောင် အမှတ် Q ကို OX ပေါ်တွင် မှတ်ထားပါ။

ထိုအခါ Q သည် $\sqrt{10}$ ကို ဖော်ပြမည်ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (1.3)

အောက်ပါကိန်းများကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ဖော်ပြပါ။

1. $\sqrt{13}$ 2. $\sqrt{17}$

3. $\sqrt{18}$ 4. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

5. $1 + \sqrt{2}$ 6. $\sqrt{2} - 1$

7. $\sqrt{3}$ နှင့် $\sqrt{5}$ တို့ကို ကိန်းစစ်မျဉ်းပေါ်တွင် ဖော်ပြပါ။

8. ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ရာရှင်နယ်ကိန်းမဟုတ်သော ကိန်းငါးခုကို ဖော်ပြပါ။

9. 1 နှင့် $\sqrt{2}$ ကြားရှိ ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို ရှာပါ။

10. 1 နှင့် $\sqrt{2}$ ကြားရှိ အီရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို ရှာပါ။

11. $\sqrt{5}$ နှင့် $\sqrt{13}$ ကြားရှိ အီရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို ရှာပါ။

12. အောက်ပါကိန်းစစ်များကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ဖော်ပြပါ။

 (a) $-\sqrt{2}$ (b) $-\sqrt{10}$

 (c) $\frac{1}{2}\sqrt{5}$ (d) $\sqrt{10} - 2$

13. မြှောက်လဒ်သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်သော အီရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုကို ဖော်ပြပါ။

14. မြှောက်လဒ်သည် အီရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်သော အီရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုကို ဖော်ပြပါ။

15. သုညသည် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု သို့မဟုတ် အီရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု ဖြစ်ပါသလား။

16. ပေါင်းလဒ်သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်သော အီရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုကို ဖော်ပြပါ။

1.11 ကိန်းစစ်စနစ်၏ ဂုဏ်သတ္တိများ

ကိန်းစစ်များပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်း၊ စားခြင်း၊ မြှောက်ခြင်းနှင့် ပတ်သက်ပြီး ရှင်းလင်းဖော်ပြခဲ့သည်။ရာရှင်နယ်ကိန်းများကဲ့သို့ပင် ပေါင်းခြင်း၊ မြှောက်ခြင်း လုပ်ထုံးများတွင် အောက်ပါဂုဏ်သတ္တိများရှိသည်။ ထိုသင်္ချာလုပ်ထုံးများနှင့်ဂုဏ်သတ္တိများကိုသင်္ချာရှုထောင့်မှ ပြည့်ပြည့်စုံစုံဖြစ်အောင်လေ့လာမှုများပြုလုပ်ရန် ဤအဆင့်တွင် မဖြစ်နိုင်ပေ။ သို့ဖြစ်၍ ဤဂုဏ်သတ္တိများရှိသည်ဟုသာ မှတ်သားထားရပါမည်။

a , b နှင့် c တို့သည် ကိန်းစစ်များဖြစ်လျှင်

(1) $a + b$ သည် ကိန်းစစ် (အပေါင်းဆိုင်ရာ ပိတ်ခြင်းဂုဏ်သတ္တိ)

(2) $a + b = b + a$ (အပေါင်းဖလှယ်ရ ဂုဏ်သတ္တိ)

(3) $a + (b + c) = (a + b) + c$ (အပေါင်းဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိ)

(4) $a + 0 = a$ (အပေါင်းထပ်တူရဂုဏ်သတ္တိ)

(5) $a + (-a) = 0$ (အပေါင်းပြောင်းပြန် ဂုဏ်သတ္တိ)

(6) ab သည် ကိန်းစစ် (အမြှောက်ဆိုင်ရာ ပိတ်ခြင်း ဂုဏ်သတ္တိ)

(7) $ab = ba$ (အမြှောက်ဖလှယ်ရ ဂုဏ်သတ္တိ)

(8) $a.(bc) = (ab).c$ (အမြှောက်ဖက်စပ်ရ ဂုဏ်သတ္တိ)

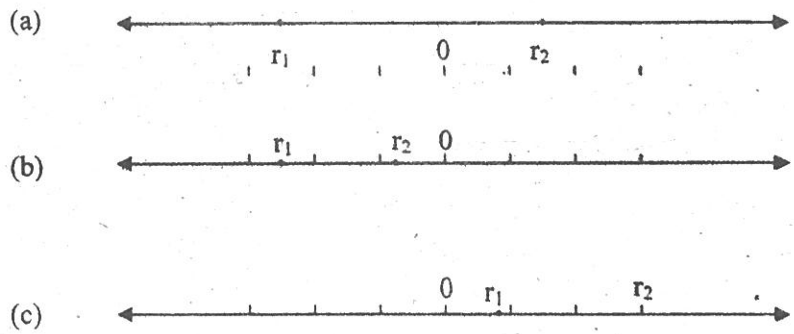
(9) $a.1 = a$ (အမြှောက်ထပ်တူရ ဂုဏ်သတ္တိ)

(10) $a.(\frac{1}{a}) = 1, a \neq 0$ (အမြှောက်ပြောင်းပြန် ဂုဏ်သတ္တိ)

(11) $a.(b + c) = ab + ac$ (ဖြန့်ဝေရ ဂုဏ်သတ္တိ)

ထို့ပြင် ကိန်းစစ်များတွင် ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် အစီအစဉ်ရှိသည်။ ထို့ကြောင့်ကိန်းစစ်နှစ်ခုကိုနှိုင်းယှဉ်၍ရသည်။ ဤအချက်ကို ကိန်းစစ်မျဉ်းပေါ်တွင် ကိန်းများကိုဖော်ပြ၍ ရှင်းလင်းနိုင်သည်။ r_1 နှင့် r_2 တို့သည် ကိန်းစစ်များဖြစ်သည်ဆိုပါစို့။ ၎င်းတို့ကို ကိန်းစစ်မျဉ်းပေါ်တွင် ဖော်ပြရာ၌ r_2 ကို ဖော်ပြသောအမှတ်သည် r_1 ကို ဖော်ပြသော အမှတ်၏ညာဘက်တွင် ရှိလျှင် $r_1 < r_2$ ဟု သတ်မှတ်သည်။

ပုံ (1.5) ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ (1.5)

a နှင့် b တို့သည် ကိန်းစစ်များဖြစ်လျှင် " a သည် b နှင့် တူညီမည် သို့မဟုတ် a သည် b အောက်ငယ်မည် သို့မဟုတ် a သည် b ထက် ကြီးမည် " ဟူသော အချက်သုံးချက်မှ တစ်ခုသာလျှင် မှန်ပေမည်။ ၎င်းဂုဏ်သတ္တိ " Trichotomy Axiom " ကို သုံးမျိုးတစ်မျိုးရ နဝိုမှန် အဆိုဟုခေါ်မည်။

အထက်ပါတို့အပြင် ကိန်းစစ်များတွင် အခြားဂုဏ်သတ္တိများလည်း ရှိသေးသည်။ **a , b , c** တို့သည် ကိန်းစစ်သုံးလုံးဖြစ်ပြီး

(1) $a < b, b < c$ ဖြစ်လျှင် $a < c$

(2) $a < b$ ဖြစ်လျှင် $a + c < b + c$

(3) $a < b, c > 0$ ဖြစ်လျှင် $ac < bc$

ဂုဏ်သတ္တိ (2) နှင့် (3) တို့သည် မညီချက်တစ်ခု၏ ဝဲယာဘက်တွင် ကိန်းစစ်တစ်ခုကို ထည့်ပေါင်းလျှင်သော်လည်းကောင်း မညီချက်၏ ဝဲယာဘက်ကို အပေါင်းကိန်းစစ်တစ်ခုဖြင့် မြှောက်လျှင်သော်လည်းကောင်း မညီချက်၏အနေအထား မပြောင်းဘဲရှိနေသည်ကို ဖော်ပြသည်။

အကယ်၍ မညီချက်တစ်ခု၏ ဝဲယာဘက်ကို အနုတ်ကိန်းဖြင့် မြှောက်လျှင် မညီချက်၏ အနေအထားပြောင်းပြန်ဖြစ်သွားပေမည်။

(4) $a < b$, $c < 0$ ဖြစ်လျှင် $ac > bc$

အထက်တွင် ကိန်းစစ်စနစ်နှင့် ပတ်သက်ပြီး လက်တွေ့တွင် အသုံးပြုနိုင်သော အနေအထား ရောက်အောင် ပို့ဆောင်ခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ကိန်းစစ်များတွင် လွန်စွာအရေးကြီးသော အခြားဂုဏ်သတ္တိ တစ်ခုရှိနေသေးသည်။ ၎င်းဂုဏ်သတ္တိမှာ ပြည့်စုံလုံလောက်ခြင်းဟူသော ဂုဏ်သတ္တိ (Completeness) ဖြစ်သည်။ဤအကြောင်းကို တက္ကသိုလ်အဆင့်တွင်သင်ကြားပို့ချမည် ဖြစ်သည်။

ကိန်းများအဆင့်ဆင့် တည်ဆောက်ဖွဲ့စည်းထားပုံကို ပုံဖြင့်လည်းအောက်ပါအတိုင်း ပြနိုင်သည်။

- ကိန်းစစ်များ (Real numbers)
  - ရာရှင်နယ်ကိန်းများ (rational numbers)
    - ကိန်းပြည့်များ (integers)
      - အနုတ်ကိန်းပြည့်များ (negative integers)
      - အပြည့်ကိန်းများ (whole numbers)
        - သုည (zero)
        - သဘာဝကိန်းများ (အပေါင်းကိန်းပြည့်များ) (natural numbers)
    - အပိုင်းကိန်းများ (fractions)
  - အီရာရှင်နယ်ကိန်းများ (irrational numbers)

အခန်း(2)

ထပ်ညွှန်းနှင့် ထပ်ကိန်းရင်းများ

2.1 ပြန်လည်သတိပြုရန် အချက်များ

ထပ်ကိန်းအကြောင်းနှင့်ပတ်သက်ပြီး များစွာလေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ **ထပ်ညွှန်းပုံစံဖြင့်** ရေးထားသောကိန်းတို့၏မြှောက်ခြင်း၊ စားခြင်းဆိုင်ရာဂုဏ်သတ္တိများကိုလည်း သိရှိပြီးဖြစ်သည်။ ယခုဆက်လက်၍ အပေါင်းကိန်းစစ်များ၏ ထပ်ကိန်းများကိုလေ့လာကြမည်။ ရှေးဦးစွာထပ်ညွှန်းသည်ရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်သော အခြေအနေတို့ကို လေ့လာကြပါစို့။ ထိုသို့မလေ့လာမီ ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏နှစ်ထပ်ကိန်း၊ သုံးထပ်ကိန်းစသည့်ကိန်းပြည့်တန်ဖိုးရှိသည့် ထပ်ညွှန်းများကိုပြန်လည်လေ့လာကြည့်ပါစို့။

ဥပမာ $(\frac{1}{3})^2$ ကို $\frac{1}{3}$ ၏နှစ်ထပ်ကိန်း သို့မဟုတ် $\frac{1}{3}$ ၏ ဒုတိယအဆင့် ထပ်ကိန်း (Second power)သို့မဟုတ် $\frac{1}{3}$ ကို ထပ်ညွှန်း 2 ဖြင့် မြှင့်ထားသောကိန်း(အတိုဖြင့် $\frac{1}{3}$ ကို 2 ဖြင့် မြှင့်ထားသောကိန်း) ဟူ၍ အမျိုးမျိုးဖတ်ခဲ့ကြသည်။ တစ်ဖန်

$$(\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$(\frac{2}{3})^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^3} = \frac{1}{\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}}$$

ဟူ၍လည်းကောင်း သိခဲ့ကြသည်။

$(\frac{1}{3})^2$ တွင် $\frac{1}{3}$ သည်အခြေဖြစ်၍ 2 သည် ထပ်ညွှန်းဖြစ်သည်။အလားတူပင် $(\frac{2}{3})^{-3}$ တွင် $\frac{2}{3}$ သည် အခြေဖြစ်၍ -3 သည် ထပ်ညွှန်းဖြစ်သည်။

ယေဘုယျအားဖြင့် a^n တွင် a ကိုအခြေဟုခေါ်၍ n ကိုထပ်ညွှန်းဟုခေါ်သည်။

ကိန်းများကို တစ်ဆင့်ပြီးတစ်ဆင့် ချဲ့ထွင်ရာတွင် ယခုချိန်၌ ကျောင်းသားများအနေဖြင့် ကိန်းစစ်များကိုပင် သိရှိသည့်အခြေအနေသို့ရောက်ရှိခဲ့ပြီဖြစ်သည်။ သို့ဖြစ်၍အပေါင်းကိန်းစစ်များ၏ထပ်ကိန်းများကို လေ့လာနိုင်ခြေရှိပေပြီ။ရာရှင်နယ်ကိန်းများမှာကဲ့သို့ပင် ကိန်းစစ်တစ်ခုကို ထိုကိန်းနှင့် ပင်ပြန်လည်မြှောက်လျှင် ထိုကိန်းစစ်၏ နှစ်ထပ်ကိန်း သို့မဟုတ် ဒုတိယဆင့် ထပ်ကိန်းကိုရရှိပေမည်။

ဥပမာအားဖြင့် $\sqrt{2}\times\sqrt{2}$ သည် $\sqrt{2}$ ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းဖြစ်ပြီး $(\sqrt{2})^2$ ဖြင့် ဖော်ပြ၍ တန်ဖိုးအားဖြင့်မူ 2 ဖြစ်၏။ ကိန်းစစ်တစ်ခု၏ အဆင့်မြင့်ထပ်ကိန်းများကို အလားတူပင် အစိပ္ပာယ်သတ် မှတ်သည်။

ထို့ကြောင့်

$$(\sqrt{5})^3 = \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$$
$$= (\sqrt{5} \times \sqrt{5}) \times \sqrt{5}$$
$$= 5\sqrt{5}$$
$$(\sqrt{3})^4 = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}$$
$$= (\sqrt{3} \times \sqrt{3}) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{3})$$
$$= 3 \times 3$$
$$= 9$$

ယေဘုယျအားဖြင့် ဖော်ပြရလျှင် b သည်အပေါင်းကိန်းစစ်တစ်ခုဖြစ်၍ m သည် သဘာဝကိန်း တစ်ခု ဖြစ်လျှင် b^m သည် ကိန်း b ကို ဆက်တိုက်အကြိမ်ပေါင်း m မြှောက်ခြင်း ဖြစ်သည်။ တစ်နည်းဆိုသော်

$$b^m = \underbrace{b \times b \times \ldots \times b}_{m \text{ အကြိမ်မြှောက်ထားခြင်း}}$$

ရာရှင်နယ်ကိန်းများ လေ့လာစဉ်ကအတိုင်းပင် ကိန်းစစ် b အတွက် $b^0 = 1$ ဟု အဓိပ္ပာယ် သတ်မှတ်မည်။ ဤတွင် b သည် သုညမဖြစ်စေရ။

ထို့ကြောင့် $(\sqrt{2})^0 = 1$, $(\sqrt{3})^0 = 1$, $(\sqrt{5})^0 = 1$, $a^0 = 1$ စသည်ဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။

ကိန်းစစ်တစ်ခု၏ ထပ်ကိန်းတွင် ထပ်ညွှန်းသည် 1 ဖြစ်လျှင် မူလကိန်းကို ပြန်လည်ရရှိမည် ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် $(\sqrt{2})^1 = \sqrt{2}$, $(\sqrt{3})^1 = \sqrt{3}$, $(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}})^1 = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ စသည့်ဖြင့် ဖော်ပြနိုင် သည်။ 3^{-1} ကို $\frac{1}{3}$ အတွက်လည်းကောင်း 3^{-2} ကို $\frac{1}{3^2}$ အတွက်လည်းကောင်း $(\frac{2}{3})^{-4}$ ကို $\frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^4}$ အတွက်လည်းကောင်း ရေးသားနိုင်ကြောင်းတွေ့ရှိပြီးဖြစ်သည့်အတိုင်းပင် $(\sqrt{2})^{-1}$ ကို $\frac{1}{\sqrt{2}}$ အတွက်လည်းကောင်း $(\sqrt{2})^{-4}$ ကို $\frac{1}{(\sqrt{2})^4}$ အတွက်လည်းကောင်း ရေးသားမည်ဖြစ်သည်။

ဤသို့ဖြင့် ရာရှင်နယ်ကိန်းများမှာကဲ့သို့ပင် အကယ်၍ b သည် သုညမဟုတ်သော ကိန်းစစ်တစ်ခုဖြစ်ပြီး r သည်သဘာဝကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင် $\frac{1}{b^r}$ ကို b^{-r} အတွက်ရေးနိုင်၏။တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုသော် ကိန်းတန်း $\frac{1}{\underbrace{b \times b \times \ldots \times b}_{\text{ပိုင်းခြေတွင် ဆခွဲကိန်း r အကြိမ်ရှိသည်။}}}$ ကို b^{-r} ဖြင့် ဖော်ပြနိုင်၏။

လေ့ကျင့်ခန်း (2.1)

1. အောက်ပါကိန်းများတွင် အခြေနှင့် ထပ်ညွှန်းတို့ကို ရေးပြပါ။

(a) $(\sqrt{2})^3$ (b) $(\sqrt{3})^2$ (c) 2

(d) $(a^2)^{-3}$ (e) $(a^{-3})^2$ (f) $(\sqrt{2})^1$

(g) a^{-b} (h) 1

2. အောက်ပါတို့ကို ထပ်ညွှန်းပုံစံသို့ ပြောင်းရေးပါ။

(a) $\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times 2$ (b) $\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}$

(c) 4 (d) $\frac{3}{4}$

(e) $a^{-2} \times a^{-2} \times a^{-2}$

3. $\frac{1}{2}$ နှင့် $\frac{1}{3}$ တို့ကို ထပ်ညွှန်းပုံစံနှစ်မျိုးနှစ်စားဖြင့် ဖော်ပြပါ။

4. အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

(a) $(3a^2)^0$ (b) $3(a^2)^0$

(c) $(\sqrt{2})^{-4}$ (d) $(\sqrt{3})^5$ (e) $(\frac{\sqrt{2}}{2})^0$

2.2 ရာရှင်နယ်ကိန်းကို ထပ်ညွှန်းအဖြစ်ထားရှိသောကိန်းများ

$2^2 = 4$ ဖြစ်သည့်အတွက် $4^{\frac{1}{2}} = 2$ ဟူ၍ ရေးမည်။

ထိုနည်းတူ $3^2 = 9$ ဖြစ်သည့်အတွက် $9^{\frac{1}{2}} = 3$ ဟု ရေးမည်။

$3^3 = 27$ ဖြစ်သည့်အတွက် $27^{\frac{1}{3}} = 3$ ဟုရေးမည်။

ယေဘုယျအားဖြင့် " a နှင့် b တို့သည် အပေါင်းကိန်းစစ်နှစ်ခုဖြစ်လျက် n သည် သဘာဝ ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး $b^n = a$ ဖြစ်လျှင် $a^{\frac{1}{n}} = b$ ဟုရေးမည်။"

ဥပမာအားဖြင့် $(\sqrt{2})^2 = 2$ ဖြစ်၍ $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$ ဟုရေးနိုင်သည်။

ထိုနည်းတူ $5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$

ရှေ့တွင် တွေ့ရှိမည့် အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်တစ်ခုကို သဘောပေါက်နားလည်စေရန် ဥပမာ နှစ်ခုကို လေ့လာကြည့်ကြစို့။

ဥပမာ(1) $(\sqrt{2})^6$ ကို လေ့လာပါ။

$$\begin{aligned}(\sqrt{2})^6 &= \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \\ &= (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \\ &= 2 \times 2 \times 2 \\ &= 2^3 = 2^{\frac{6}{2}} = 2^{\frac{1}{2} \times 6}\end{aligned}$$

သို့ရာတွင် $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$ ဟု ရေးနိုင်သဖြင့်

$$(2^{\frac{1}{2}})^6 = 2^{\frac{1}{2} \times 6} = 2^{\frac{6}{2}}$$

ဥပမာ(2) $(\sqrt{3})^{-4} = \dfrac{1}{\sqrt{3}^4}$

$$= \frac{1}{(\sqrt{3} \times \sqrt{3}) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{3})} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{3^2}$$

$$= \frac{1}{3^{\frac{4}{2}}}$$

$$= 3^{\frac{-4}{2}} = 3^{\frac{1}{2}(-4)}$$

သို့ရာတွင် $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$ ဖြစ်၍

$$(3^{\frac{1}{2}})^{-4} = 3^{\frac{-4}{2}} = 3^{\frac{1}{2} \times (-4)}$$

အထက်ပါဥပမာများသည် အောက်ပါထပ်ညွှန်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်တစ်ခုကို ဖော်ထုတ်ပေးသည်။

a သည် အပေါင်းကိန်းစစ်တစ်ခုဖြစ်ပြီး m နှင့် n တို့သည် ကိန်းပြည့်များဖြစ်လျက် n သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်လျှင်

$$(a^{\frac{1}{n}})^m = a^{\frac{1}{n} \times m} = a^{\frac{m}{n}}$$

တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုသော် $a^{\frac{1}{n}}$ ၏ m ထပ်ကိန်းသည် $a^{\frac{m}{n}}$ ဖြစ်၏

ဥပမာ(3) $(8^{\frac{2}{3}})$ ၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

$8^{\frac{2}{3}} = (8^{\frac{1}{3}})^2$; $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ မှ $8^{\frac{1}{3}} = 2$ ဖြစ်ကြောင်း သိရသည်။

ထို့ကြောင့် $8^{\frac{2}{3}} = (8^{\frac{1}{3}})^2 = 2^2 = 2 \times 2 = 4$

ဥပမာ(4) $(16^{\frac{3}{4}})$ ၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

$16^{\frac{3}{4}} = (16^{\frac{1}{4}})^3$; $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ မှ $16^{\frac{1}{4}} = 2$ ကိုရသည်။

ထို့ကြောင့် $16^{\frac{3}{4}} = (16^{\frac{1}{4}})^3 = 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

လေ့ကျင့်ခန်း (2.2)

1. အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

(a) $(64)^{\frac{5}{6}}$ (b) $(32)^{\frac{2}{5}}$ (c) $(27)^{\frac{-2}{3}}$

(d) $(25)^{\frac{-3}{2}}$ (e) $(256)^{\frac{5}{4}}$ (f) $(81)^{\frac{1}{4}}$

(g) $8^{-\frac{1}{3}}$ (h) $(\frac{1}{4})^{\frac{-3}{2}}$

2. အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

(a) $4^{\frac{1}{2}} + (64)^{\frac{3}{2}}$ (b) $10 - (8)^{\frac{-1}{3}}$

2.3 ထပ်ညွှန်းဆိုင်ရာဥပဒေများ

2.3.1 ရာရှင်နယ်ကိန်းများ လေ့လာစဉ်က **အခြေတူသော ထပ်ကိန်းများဖြစ်သည့်** $(\frac{2}{3})^3$ နှင့် $(\frac{2}{3})^5$ တို့ကို မြှောက်လျှင် $(\frac{2}{3})^{3+5}$ ကို ရရှိကြောင်း တွေ့ရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယေဘုယျအားဖြင့် ဤပုံစံအတိုင်းပင် အီရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု၏ **ထပ်ကိန်းနှစ်ခု** ကိုမြှောက်လျှင် အခြေတူသော ထပ်ကိန်းတစ်ခုကို ရရှိမည်ဖြစ်ပြီး **ထပ်ညွှန်းသည်** မူရင်းထပ်ညွှန်းတို့၏ ပေါင်းလဒ်ပင်ဖြစ်သည်။ အခြေများသည် **တူညီသော** အီရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်သည့် ဥပမာအချို့ကို လေ့လာကြပါစို့။

ဥပမာ(1) $(\sqrt{3})^4$ နှင့် $(\sqrt{3})^3$ ကို မြှောက်၍ ရရှိသော မြှောက်လဒ်ကို ထပ်ညွှန်းပုံစံဖြင့် ရေးပါ။

$(\sqrt{3})^4 = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}$ (ဆခွဲကိန်းလေးခု)

$$(\sqrt{3})^3 = \sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3} \qquad \text{(ဆခွဲကိန်းသုံးခု)}$$

ထို့ကြောင့်

$$(\sqrt{3})^4 \times (\sqrt{3})^3 = \sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}$$

$$= (\sqrt{3})^7 \qquad \text{(ဆခွဲကိန်းခုနှစ်ခု)}$$

$$= (\sqrt{3})^{4+3}$$

သို့ဖြစ်၍

$$(\sqrt{3})^4 \times (\sqrt{3})^3 = (\sqrt{3})^{4+3}$$

အောက်ဖော်ပြပါအချက်သည် မှန်သည်ဟု သင်ပြောနိုင်ပါ၏လော။

$$(\sqrt{3})^{4+3} = (\sqrt{3})^7 = 27\sqrt{3}$$

အဘယ်ကြောင့်နည်း။

ဥပမာ(2) $(\sqrt{2})^3$ နှင့် $(\sqrt{2})^6$ တို့၏မြှောက်လဒ်ကို ထပ်ညွှန်းပုံစံဖြင့် ရေးပါ။

$$(\sqrt{2})^3 = \sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2} \qquad \text{(ဆခွဲကိန်းသုံးခု)}$$

$$(\sqrt{2})^6 = \sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2} \qquad \text{(ဆခွဲကိန်းခြောက်ခု)}$$

ထို့ကြောင့်

$$(\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{2})^6 = \sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\dots \text{(ဆခွဲကိန်းအရေအတွက် } (3+6=9) \text{ ကိုးခုအထိ)}$$

$$= (\sqrt{2})^9$$

$$= (\sqrt{2})^{3+6}$$

ဤသို့ဖြင့်

$$(\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{2})^6 = (\sqrt{2})^{3+6}$$

အောက်ဖော်ပြပါအချက်သည် မှန်သည်ဟု သင်ပြောနိုင်ပါ၏လော။

$$(\sqrt{2})^{3+6} = (\sqrt{2})^9 = 16\sqrt{2}$$

အဘယ်ကြောင့်နည်း။

အထက်ပါဥပမာများတွင်ထပ်ညွှန်းများသည်အပေါင်းကိန်းများဖြစ်သည်။ယခုဆက်လက်၍ ထပ်ညွှန်းများသည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်သောအခြေအနေများကို လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ (3) $(\sqrt{2})^5$ နှင့် $(\sqrt{2})^{-3}$ ကိုမြှောက်ပါ။

$$(\sqrt{2})^5 = \sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2} \qquad \text{(ဆခွဲကိန်းငါးခု)}$$

$$(\sqrt{2})^{-3} = \frac{1}{(\sqrt{2})^3} = \frac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}} \qquad \text{(ပိုင်းခြေတွင်ဆခွဲကိန်းသုံးခု)}$$

ထို့ကြောင့် $(\sqrt{2})^5 \times (\sqrt{2})^{-3}$

$$= \sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$ (ပိုင်းဝေတွင်ဆခွဲကိန်းငါးခုရှိ၍ပိုင်းခြေတွင် ဆခွဲကိန်းသုံးခုရှိသည်။)

ပိုင်းခြေနှင့် ပိုင်းဝေတို့မှ ဆခွဲကိန်းသုံးခုစီချေပစ်လျှင် ပိုင်းဝေတွင်ဆခွဲကိန်း 2 = (5 – 3) လုံးသာကျန်မည်။

ထို့ကြောင့် $(\sqrt{2})^5 \times (\sqrt{2})^{-3} = \sqrt{2}\times\sqrt{2}$

$$= (\sqrt{2})^2 = (\sqrt{2})^{5-3}$$

$$(\sqrt{2})^5 \times (\sqrt{2})^{-3} = (\sqrt{2})^{5-3}$$

5 – 3 ကို 5 + (-3) ဟု ရေးနိုင်သည့်အတွက်

$$(\sqrt{2})^5 \times (\sqrt{2})^{-3} = (\sqrt{2})^{5+(-3)}$$

အောက်ဖော်ပြပါအချက်သည် မှန်ပါ၏လော။

$$(\sqrt{2})^5 \times (\sqrt{2})^{-3} = 2$$

အဘယ်ကြောင့်နည်း။

ဥပမာ(4) $(\sqrt{3})^4$ နှင့် $(\sqrt{3})^{-7}$ တို့ကို မြှောက်ပါ။

$(\sqrt{3})^4 = \sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}$ (ဆခွဲကိန်းလေးခု)

$$(\sqrt{3})^{-7} = \frac{1}{(\sqrt{3})^7}$$

$= \dfrac{1}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ (ပိုင်းခြေတွင် ဆခွဲကိန်းခုနစ်ခု)

ထို့ကြောင့် $(\sqrt{3})^4 \times (\sqrt{3})^{-7}$

$$= \sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$

ပိုင်းဝေတွင်ရှိသည့် ဆခွဲကိန်း $\sqrt{3}$ အရေအတွက် 4 ခုနှင့် ပိုင်းခြေတွင်ရှိသည့် ဆခွဲကိန်း $\sqrt{3}$ အရေအတွက် 4 ခုတို့ကို ချေပစ်လျှင် ဆခွဲကိန်း 3 = (7 – 4) ခု ပိုင်းခြေတွင် ကျန်နေမည်။ ထို့ကြောင့်

$$(\sqrt{3})^4 \times (\sqrt{3})^{-7} = \frac{1}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{1}{(\sqrt{3})^3} = (\sqrt{3})^{-3}$$

တစ်နည်းဆိုသော်

$(\sqrt{3})^4 \times (\sqrt{3})^{-7} = (\sqrt{3})^{-3} = (\sqrt{3})^{-(7-4)} = (\sqrt{3})^{4-7}$

ဤအချက်ကိုပြင်ဆင်၍ တစ်မျိုးရေးသားနိုင်ပြန်သည်။

$(\sqrt{3})^4 \times (\sqrt{3})^{-7} = (\sqrt{3})^{4+(-7)}$

အောက်ဖော်ပြချက် မှန်ကန်ကြောင်း သင်မြင်ပါ၏လော။

$(\sqrt{3})^4 \times (\sqrt{3})^{-7} = \dfrac{1}{3(\sqrt{3})}$ အဘယ်ကြောင့်နည်း။

ယခုဆက်လက်၍ မြှောက်လဒ် $b^m \times b^n$ ကို လေ့လာကြမည်။ ဤတွင် b သည် အပေါင်းကိန်းစစ်ဖြစ်ပြီး m နှင့် n တို့သည် အပေါင်းကိန်းပြည့်များ ဖြစ်သည်။

$b^m = b \times b \times b \times \ldots$ ဆခွဲကိန်းအရေအတွက် m အထိ

$b^n = b \times b \times b \times \ldots$ ဆခွဲကိန်းအရေအတွက် n အထိ

ထို့ကြောင့်

$b^m \times b^n$ = ($b \times b \times \ldots$ ဆခွဲကိန်းအရေအတွက် m အထိ) $\times$ ($b \times b \times \ldots$ ဆခွဲကိန်း အရေအတွက် n အထိ)

= $b \times b \times \ldots$ ဆခွဲကိန်းအရေအတွက် $m+n$ အထိ

$= b^{m+n}$

သို့ဖြစ်၍

$$\mathbf{b^m \times b^n = b^{m+n}}$$

ဤအချက်သည် m နှင့် n တို့သည် သုညဖြစ်လျှင်လည်း မှန်ကန်ကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။ ဆိုလိုသည်မှာ n သို့မဟုတ် m တစ်ခုတည်းသော်လည်းကောင်း၊ m နှင့် n နှစ်ခုစလုံးသော်လည်း ကောင်း သုညတန်ဖိုး ဖြစ်နိုင်သည်။

ယခုဆက်လက်၍ m နှင့် n တို့၏တန်ဖိုးသည် အပေါင်းကိန်းပြည့်ဖြစ်ပြီး $m \geq n$ ဖြစ်သည့် အခြေအနေတစ်ရပ်ကို စဉ်းစားမည်။

$b^m \times b^{-n} = b^m \times \dfrac{1}{b^n}$

$= \dfrac{b \times b \times \ldots \text{ ဆခွဲကိန်းအရေအတွက် } m \text{ အထိ}}{b \times b \times \ldots \text{ ဆခွဲကိန်းအရေအတွက် } n \text{ အထိ}}$

= $b \times b \times \ldots$ ဆခွဲကိန်းအရေအတွက် $(m-n)$ အထိ

$m \geq n$ ဖြစ်၍ $m - n \geq 0$ ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့်

$b^m \times b^{-n} = b^{m-n}$

$m \leq n$ အတွက်လည်း အထက်ပါအတိုင်း

$$b^m \times b^{-n} = \frac{1}{b^{n-m}} = \frac{1}{b^{-(m-n)}} = b^{m-n}$$

ဖြစ်ကြောင်း သက်သေပြနိုင်သည်။

$$b^m \times b^{-n} = \frac{b^m}{b^n}$$ ဟု ရေးနိုင်ကြောင်း သတိပြုသင့်ပေသည်။

$$b^{-m} \times b^{-n} = b^{-m+(-n)}$$

ဖြစ်ကြောင်း သတိပြုနိုင်သည်။

အထက်ပါလေ့လာချက်များအရ ယေဘုယျဥပဒေတစ်ခုကို ဖော်ထုတ်နိုင်ပေသည်။

b သည် အပေါင်းကိန်းစစ်တစ်ခုဖြစ်၍

m , n တို့သည် ကိန်းပြည့်များဖြစ်လျှင်

$$b^m \times b^n = b^{m+n}$$

$$\frac{b^m}{b^n} = b^m \times b^{-n} = b^{m-n}$$

ဤထပ်ညွှန်းဥပဒေကို စာဖြင့်လည်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

တူညီသောအခြေရှိသည့် ထပ်ကိန်းနှစ်ခုကို မြှောက်လျှင် ထပ်ညွှန်းများပေါင်းရပြီး ထိုကိန်းများမှကိန်းတစ်ခုကို အခြားတစ်ခုဖြင့်စားလျှင် ပိုင်းဝေထပ်ညွှန်းမှပိုင်းခြေထပ်ညွှန်းကိုနုတ်ရသည်။

ဤထပ်ညွှန်းဥပဒေသည် ထပ်ညွှန်း m နှင့် n တို့၏ ကိန်းပြည့်တန်ဖိုးအတွက်သာမကဘဲ ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်ဖိုးအတွက်ပါ မှန်သည်ဟုထားမည်။ r, s တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ကြလျှင်

$$b^r \times b^s = b^{r+s}$$

$$\frac{b^r}{b^s} = b^{r-s}$$

အထက်ပါထပ်ကိန်းများ မြှောက်ခြင်းဆိုင်ရာဥပဒေကို အရေအတွက်အားဖြင့် အကန့်အသတ်ရှိသော ဆခွဲကိန်းများအတွက်လည်း မှန်ကန်ကြောင်းတွေ့ရှိနိုင်သည်။

$$b^m \times b^n \times b^p \times \ldots \times b^r = b^{m+n+p+\ldots+r}$$

ဤတွင် b သည် အပေါင်းကိန်းစစ်တစ်ခုဖြစ်ပြီး m , n , p, ... r တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ(5) $(\sqrt{2})^{\frac{5}{2}} \times (\sqrt{2})^{\frac{-9}{2}}$ ၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

ထပ်ကိန်း၏အခြေများတူညီသဖြင့် ထပ်ကိန်းဆိုင်ရာ မြှောက်ခြင်းဥပဒေကို အသုံးပြုလျက် ထပ်ညွှန်းများပေါင်းရမည်။

$$(\sqrt{2})^{\frac{5}{2}} \times (\sqrt{2})^{\frac{-9}{2}} = (\sqrt{2})^{\frac{5}{2}-\frac{9}{2}}$$

$$= (\sqrt{2})^{\frac{-4}{2}} = (\sqrt{2})^{-2}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{2})^2} = \frac{1}{2}$$

ဥပမာ(6) $(\sqrt{5})^{\frac{-5}{2}} \times (\sqrt{5})^{\frac{-3}{2}}$ ၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

ထပ်ကိန်းများ၏ အခြေများတူညီနေကြသည်။ ထို့ကြောင့် မြှောက်ရာတွင် ထပ်ညွှန်းများ ပေါင်းရမည်။

$$(\sqrt{5})^{\frac{-5}{2}} \times (\sqrt{5})^{\frac{-3}{2}} = (\sqrt{5})^{\frac{-5}{2}-\frac{3}{2}} = (\sqrt{5})^{-\frac{8}{2}} = (\sqrt{5})^{-4}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{5})^4}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{5} \times \sqrt{5}) \times (\sqrt{5} \times \sqrt{5})}$$

$$= \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{25}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (2.3)

1. အောက်ပါတို့ကို အပေါင်းထပ်ညွှန်းများရသည်အထိ ရှင်းပါ။ ဤတွင် a နှင့် b တို့သည် အပေါင်းကိန်းများဖြစ်သည်ဟု ထားပါ။

(a) $\dfrac{3^{-2} a^{-2} b^{-3}}{3^{-3} a^{-4} b}$ (b) $[\dfrac{a^5}{a^{-3}}]^{-2}$

(c) $\left[\dfrac{a^0 b^{-1} a^{-2} ba^{-3}}{ab^{-1}}\right]^{-2}$ (d) $(\dfrac{a^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{2}{3}}})$

2. အောက်ဖော်ပြပါတို့တွင် မည်သည်တို့သည် မှန်သနည်း။

(a) $3^2 \times 2^3 = 3^{2+3}$

(b) $3^2 \times 2^3 = 2^{2+3}$

(c) $(\sqrt{2})^3 \times 2 = (\sqrt{2})^{3+1}$

(d) $(\sqrt{2})^3 \times 2 = (2)^{3+2}$

(e) $(\sqrt{5})^3 \times (\sqrt{25}) = (\sqrt{5})^{3+1}$

(f) $(\sqrt{5})^3 \times (\sqrt{25}) = (\sqrt{5})^{3+2}$

(g) $3^2 \times 2^2 = 6^2$

(h) $a^{-3} + a^{-3} = a^{-6}$ ဤတွင် a သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။

(i) $(\sqrt{2})^4 + (\sqrt{2})^0 = (\sqrt{2})^3$

(j) $(\sqrt{3})^3 \times (\sqrt{3})^0 = (\sqrt{3})^4$

3. အောက်ပါတို့တွင် k ၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

(a) $(\sqrt{2})^6 \div (\sqrt{2})^3 = (\sqrt{2})^{k-1}$

(b) $(\sqrt{3})^5 \div (\sqrt{3})^{-4} = (\sqrt{3})^{2k+1}$

(c) $(\sqrt{2})^{-3} \times (\sqrt{2})^7 = 2^k$

2.3.2 ယခုဆက်လက်၍ ထပ်ကိန်းပုံစံဖြင့် ပေးထားသောကိန်းစစ်တစ်ခု၏ ထပ်ကိန်းများဆိုင်ရာ ဥပဒေကိုရရှိအောင် ကြိုးစားကြရမည်။

$$[(\sqrt{2})^3]^2 = (\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{2})^3$$

ဤတွင် အခြေများတူညီကြောင်း တွေ့ရသည်။ ထို့ကြောင့် မြှောက်ရာတွင် ထပ်ညွှန်းများကို ပေါင်းရမည်။

$$[(\sqrt{2})^3]^2 = (\sqrt{2})^{3+3} = (\sqrt{2})^6 = (\sqrt{2})^{3\times 2}$$

ဥပဒေအချို့ကို ဆက်လက်လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ(1) $(x^4)^5$ ကို လေ့လာပါ။

$(x^4)^5 = x^4 \times x^4 \times x^4 \times x^4 \times x^4$

အခြေများတူညီသဖြင့် ထပ်ကိန်းများမြှောက်ရာတွင် ထပ်ညွှန်းများကို ပေါင်းရမည်။

$(x^4)^5 = x^{4+4+4+4+4} = x^{20} = x^{4\times 5}$

ဥပမာ(2) $[(\sqrt{5})^{\frac{2}{3}}]^{-6}$

ထပ်ညွှန်းဆိုင်ရာ ဥပဒေများကို အသုံးပြု၍ အောက်ပါအတိုင်း တွက်ယူနိုင်သည်။

$[(\sqrt{5})^{\frac{2}{3}}]^{-6}$

$$= \frac{1}{[(\sqrt{5})^{\frac{2}{3}}]^6}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{5})^{\frac{2}{3}} \times (\sqrt{5})^{\frac{2}{3}} \times (\sqrt{5})^{\frac{2}{3}} \times (\sqrt{5})^{\frac{2}{3}} \times (\sqrt{5})^{\frac{2}{3}} \times (\sqrt{5})^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{5})^{\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{5})^4} = (\sqrt{5})^{-4}$$

$$= (\sqrt{5})^{\frac{2}{3}\times(-6)}$$

အထက်ပါဥပမာများမှ အောက်ပါထပ်ညွှန်းဥပဒေတစ်ခုကို တွေ့ရှိရပေမည်။

b သည် အပေါင်းကိန်းစစ် တစ်ခုဖြစ်၍ m နှင့် n တို့သည် ကိန်းပြည့်များဖြစ်ကြလျှင်

$$(b^m)^n = b^{mn}$$

အောက်ပါဥပမာများ လေ့လာမှုမှတစ်ဆင့် ထပ်ညွှန်းဥပဒေ နောက်တစ်ခုကို ဖော်ထုတ်ကြမည်။

ဥပမာ(3) $2^{\frac{3}{2}}$

$$2^{\frac{3}{2}} = (2^{\frac{1}{2}})^3 = (\sqrt{2})^3 = (\sqrt{2}\times\sqrt{2})\times\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$(2^3)^{\frac{1}{2}} = 8^{\frac{1}{2}} = \sqrt{8} = \sqrt{4\times 2} = 2\sqrt{2}$$

$(2^3)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}}$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရှိရသည်။

ဥပမာ(4) $(27)^{\frac{2}{3}}$ ကို လေ့လာပါ။

$$(27)^{\frac{2}{3}} = (27^{\frac{1}{3}})^2$$

$27 = 3\times 3\times 3 = 3^3$ မှ $(27)^{\frac{1}{3}} = 3$ ကိုရသည်။

ထို့ကြောင့်

$$(27)^{\frac{2}{3}} = (3)^2 = 9$$

$$[(27)^2]^{\frac{1}{3}} = [27\times 27]^{\frac{1}{3}}$$

$$= [3^{2+2+2}]^{\frac{1}{3}} = [3^2\times 3^2\times 3^2]^{\frac{1}{3}}$$

$$= 3^2$$

$$= 9$$

နောက်ဆုံးတွင် $[(27)^2]^{\frac{1}{3}} = (27)^{\frac{2}{3}}$ ကို ရရှိသည်။

အထက်ပါဥပမာများသည် အောက်ပါထပ်ညွှန်းဥပဒေတစ်ခုကို ညွှန်ပြနေကြောင်း တွေ့ ရသည်။

b သည် အပေါင်းကိန်းစစ် m သည် ကိန်းပြည့်

n သည် သဘာဝကိန်း (အပေါင်းကိန်းပြည့်) အသီးသီးဖြစ်လျှင်

$$(b\ )^{\frac{1}{2}} = b^{\frac{m}{n}}$$

ဥပမာ(5) $(4^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$ ကိုလေ့လာပါ။

$$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

$$(4^{\frac{1}{2}})^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{3}{2}}$$

$$4^{\frac{3}{4}} = (4^{3})^{\frac{1}{4}} = (64)^{\frac{1}{4}} = (2^{6})^{\frac{1}{4}}$$

$$= (4^{\frac{6}{4}}) = 2^{\frac{3}{2}}$$

$$(4^{\frac{1}{2}})^{\frac{3}{2}} = 4^{\frac{3}{4}}$$

အထက်ပါဥပမာကို လေ့လာခြင်းမှ အောက်ပါထပ်ညွှန်းဥပဒေတစ်ခုကို ရယူနိုင်သည်။

b သည် အပေါင်းကိန်းစစ်ဖြစ်၍ r နှင့် s တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင်

$$(b^{r})^{s} = b^{rs}$$

ဥပမာ(6) $[(\sqrt{2})^{3}]^{\frac{5}{2}} = (\sqrt{2})^{2a+1}$ ဖြစ်လျှင် a တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

အထက်ပါထပ်ညွှန်းဥပဒေများကို အသုံးပြု၍ တွက်နိုင်သည်။

ဝဲဘက် $= [(\sqrt{2})^{3}]^{\frac{5}{2}} = (\sqrt{2})^{\frac{3\times 5}{2}} = (\sqrt{2})^{\frac{15}{2}}$

$$(\sqrt{2})^{\frac{15}{2}} = (\sqrt{2})^{2a+1}$$

ထို့ကြောင့် ထပ်ကိန်းများတူညီရမည်ဖြစ်၍

$\frac{15}{2} = 2a + 1$ (သို့မဟုတ်) $15 = 4a + 2$

$$4a = 13$$

$$a = \frac{13}{4}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (2.4)

1. အောက်ပါတို့တွင်မည်သည်တို့သည် မှန်သနည်း။အဘယ်ကြောင့်နည်း။(ဤတွင် a သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။)

(a) $(a^{2} \times a^{-1})^{2} = a^{3}$

(b) $(a^{4} \times a^{-1})^{2} = a^{6}$

(c) $(\sqrt{2})^{3} \times (\sqrt{2})^{-5} = (\sqrt{2})^{15}$

(d) $(\sqrt{2})^{3} \times (\sqrt{2})^{-5} = \frac{1}{2}$

2. အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။ အဖြေကို အပေါင်းထပ်ညွှန်းပုံစံဖြင့် ဖော်ပြပါ။

(a) $\{(\sqrt{2})^{3} \times (\sqrt{2})^{-5}\}^{6}$ (b) $\{(\sqrt{2})^{4} \times (\sqrt{2})^{-1}\}^{5}$

(c) $\{(\sqrt{3})^5 \quad (\sqrt{3})^2\}^{-2}$ (d) $\left\{\dfrac{(\sqrt{5})^6 \times (\sqrt{5})^{-3}}{(\sqrt{5})^{-2}}\right\}^{\frac{1}{2}}$

3. $3 \times (\sqrt{3})^a \times (\sqrt{3})^{\frac{1}{2}} = 3 \times \sqrt{3}$ ဖြစ်လျှင် a ကိုရှာပါ။

4. $2 \times (\sqrt{2})^5 \times (\sqrt{2})^{\frac{-2}{3}} = (\sqrt{2})^{a+1}$ ဖြစ်လျှင် a ကိုရှာပါ။

2.4 ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှင်းနည်း

$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$ ကို 2 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဟုလည်းကောင်း $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$ ကို 3 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဟုလည်းကောင်း ခေါ်ဆိုကြောင်း သိရှိခဲ့သည်။ $8^{\frac{1}{3}} = 2$ မှ 2 သည် 8 ၏ သုံးထပ်ကိန်းရင်းဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိနိုင်သည်။ ထိုနည်းအတိုင်းပင် $(81)^{\frac{1}{4}} = 3$ မှ 81 ၏ လေးထပ်ကိန်းရင်းသည် 3 ဖြစ် သည်ဟု ဆိုသည်။

ယေဘုယျအားဖြင့် အောက်ပါအဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်တစ်ခုကို ဖော်ထုတ်နိုင်သည်။

" a " သည် အပေါင်းကိန်းစစ်၊ n သည် သဘာဝကိန်း အသီးသီးဖြစ်လျှင် အပေါင်းကိန်းစစ် $a^{\frac{1}{n}}$ ကို a ၏ n ထပ်ကိန်းရင်း (n^{th} root of a) ဟုခေါ်သည်။ထိုကိန်းကို $\sqrt[n]{a}$ ဖြင့်လည်း ဖော်ပြသည်။ ဤ $\sqrt{\ }$ သင်္ကေတကို ထပ်ကိန်းရင်းသင်္ကေတဟုခေါ်ပြီး n ကိုမူ ထပ်ကိန်းရင်း အဆင့်ဟုခေါ်သည်။ " a " ကိုမူ ထပ်ကိန်းရင်းပြုခံရသောကိန်း (radicand) ဟုခေါ်သည်။

မှတ်ရန် (1) n = 1 ဖြစ်လျှင် $a^{\frac{1}{n}} = a^1 = a$ ဖြစ်၍ n = 1 အတွက် $\sqrt[n]{a} = a$ ဖြစ်သည်။

(2) n = 2 ဖြစ်လျှင် ထပ်ကိန်းရင်းသင်္ကေတနှင့်တွဲပြီးအဆင့်ကို ဖော်ပြသော ကိန်းကိုမရေးချေ။" $\sqrt{\ }$ "ကိုသူ့ချည်းသက်သက်အသုံးပြုလျှင်နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း တစ်ခုကို ဖော်ပြကြောင်းသတိပြုပါ။

ယခုဆက်လက်၍ဥပမာနှစ်ခုကို လေ့လာပြီး ထိုမှတစ်ဆင့် အဆင့်တူသော ထပ်ကိန်းရင်း များမြှောက်ခြင်းဆိုင်ရာ ဥပဒေတစ်ခုကို ဖော်ထုတ်မည်။

ဥပမာ(1) $\sqrt{9} \times \sqrt{16}$ ကိုရှင်းပါ။

$3^2 = 9$ ဖြစ်၍ $\sqrt{9} = 3$ ဖြစ်၏။

$4^2 = 16$ ဖြစ်၍ $\sqrt{16} = 4$ ဖြစ်၏။

ထို့ကြောင့်

$\sqrt{9} \times \sqrt{16} = 3 \times 4 = 12$

$\sqrt{9 \times 16}$ ၏ တန်ဖိုးကို ရှာကြည့်ကြစို့။

$9 \times 16 = 144 = (12)^2$

ထို့ကြောင့်

$$\sqrt{9\times 16} = 12$$

သို့ဖြစ်၍ $\sqrt{9}\times\sqrt{16} = \sqrt{9\times 16}$

ဥပမာ(2) $\sqrt[3]{27}\times\sqrt[3]{8}$ ကိုရှင်းပါ။

$$27 = 3\times 3\times 3 = 3^3 \text{ မှ } \sqrt[3]{27} = (27)^{\frac{1}{3}} = 3$$

$$8 = 2\times 2\times 2 = 2^3 \text{ မှ } \sqrt[3]{8} = 8^{\frac{1}{3}} = 2$$

ထို့ကြောင့်

$$\sqrt[3]{27}\times\sqrt[3]{8} = 3\times 2 = 6$$

$\sqrt[3]{27\times 8}$ ကို ရှာကြည့်ကြစို့။

$$27\times 8 = 216 = 6\times 6\times 6 = 6^3$$

ထို့ကြောင့် $\sqrt[3]{27\times 8} = (27\times 8)^{\frac{1}{3}} = 6$

သို့ဖြစ်၍ $\sqrt[3]{27}\times\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{27\times 8}$

အထက်ပါတွေ့ရှိချက်များမှ အဆင့်တူသော ထပ်ကိန်းရင်းနှစ်ခုကို မြှောက်ခြင်းဆိုင်ရာ ဥပဒေကို တွေ့ရှိနိုင်သည်။ မြှောက်လဒ်သည်လည်း အဆင့်တူသော ထပ်ကိန်းရင်းတစ်ခုဖြစ်၍ ထပ်ကိန်းရင်းပြုခံရသော ကိန်းသည် မူလထပ်ကိန်းရင်းပြုခံရသော ကိန်းများမြှောက်လဒ်နှင့်တူညီသည်။ သင်္ကေတဖြင့် အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

a နှင့် b တို့သည် အပေါင်းကိန်းစစ် n သည် သဘာဝကိန်း အသီးသီးဖြစ်လျှင်

$$\sqrt[n]{a}\times\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a\times b}$$

ဆက်လက်၍ ထပ်ကိန်းရင်းတစ်ခုကို အခြားအဆင့်တူသော ထပ်ကိန်းရင်းတစ်ခုဖြင့် စားခြင်း ဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိတစ်ခုကို တွေ့ရှိရန် ဥပမာနှစ်ခုကို လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ(3) $\sqrt{25}\div\sqrt{4}$ ကိုရှင်းပါ။

$$25 = 5\times 5 = 5^2$$

$\sqrt{25} = 5$ ကိုရသည်။

တဖန် $4 = 2\times 2 = 2^2$ မှ

$\sqrt{4} = 2$ ကိုရသည်။

ထို့ကြောင့်

$$\sqrt{25}\div\sqrt{4} = 5\div 2 = \frac{5}{2}$$

$\sqrt{\frac{25}{4}}$ ကို ရှင်းကြည့်မည်။

$\frac{25}{4} = \frac{5}{2}\times\frac{5}{2} = (\frac{5}{2})^2$ မှ $\sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$ ကို ရသည်။

ထို့ကြောင့်

$$\sqrt{25} \div \sqrt{4} = \sqrt{25 \div 4}$$

ဥပမာ(4) $\sqrt[3]{27} \div \sqrt[3]{125}$ ကိုရှင်းပါ။

$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$ မှ

$\sqrt[3]{27} = 3$ ကိုရသည်။

$125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$ မှ

$\sqrt[3]{125} = 5$ ကို ရသည်။

ထို့ကြောင့်

$$\sqrt[3]{27} \div \sqrt[3]{125} = 3 \div 5 = \frac{3}{5}$$

$\sqrt[3]{27 \div 125}$ ကို ရှင်းကြည့်မည်။

$$27 \div 125 = \frac{27}{125} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = (\frac{3}{5})^3$$

ထို့ကြောင့်

$$\sqrt[3]{27 \div 125} = (27 \div 125)^{\frac{1}{3}} = \frac{3}{5}$$

သို့ဖြစ်၍ $\sqrt[3]{27} \div \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{27 \div 125}$

ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

အထက်ပါဥပမာများမှ တစ်ဆင့် အောက်ပါထပ်ညွှန်းဥပဒေကို တွေ့ရှိနိုင်သည်။

a နှင့် b တို့သည် အပေါင်းကိန်းစစ်ဖြစ်၍ n သည် သဘာဝကိန်းဖြစ်လျှင်

$$\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \div b}$$

အောက်ပါဥပမာတို့ကို ဆက်လက်လေ့လာကြည့်ကြပါစို့။

ဥပမာ(5) $\sqrt{72}$ ကို ရှင်းပါ။

$72 = 8 \times 9 = 2 \times 4 \times 9$ တွင်

$$\sqrt{72} = \sqrt{8 \times 9} = \sqrt{2 \times 4 \times 9} = \sqrt{2} \times \sqrt{4} \times \sqrt{9}$$

တစ်ဖန်

$$\sqrt{4} = 2, \qquad \sqrt{9} = 3, \qquad \sqrt{27} = 2 \times 3 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

တစ်နည်းအားဖြင့် $\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2}$ ဟုတိုက်ရိုက်ရေးခြင်းဖြင့် $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ ဖြစ်ကြောင်းမြင်နိုင်၏။

ဥပမာ(6) $\sqrt{\frac{63}{5}}$ ကိုရှင်းပါ။

$$\frac{63}{5} = \frac{9\times 7}{5} = \frac{9\times 7\times 5}{5^2} = \frac{9\times 35}{5^2}$$ မှ

ထပ်ညွှန်းဥပဒေကို အသုံးပြုလျှင်

$$\sqrt{\frac{63}{5}} = \sqrt{\frac{9\times 35}{5^2}} = \frac{\sqrt{9}\times\sqrt{35}}{\sqrt{5^2}} = \frac{\sqrt{9}\times\sqrt{35}}{5} = \frac{3\sqrt{35}}{5}$$

ဥပမာ(7) $\sqrt[10]{1024} \div \sqrt[5]{32}$ ကို ရှင်းပါ။

$1024 = 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2 = 2^{10}$

$\sqrt[10]{1024} = 2$

တစ်ဖန်

$32 = 2\times 2\times 2\times 2\times 2 = 2^5$ မှ

$\sqrt[5]{32} = 2$

ထို့ကြောင့် $\sqrt[10]{1024} \div \sqrt[5]{32} = 2 \div 2 = 1$

လေ့ကျင့်ခန်း (2.5)

1. လေ့လာတွေ့ရှိပြီးခဲ့သော ဥပဒေများကို အသုံးပြုလျက် အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $32 - \frac{1}{3}\sqrt{18}$ (b) $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{20}}$

(c) $\sqrt{11}(\sqrt{11} - \sqrt{44})$ (d) $\frac{\sqrt{98}\times\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$

(e) $\frac{\sqrt{75}\times\sqrt{60}\times\sqrt{63}}{\sqrt{200}}$ (f) $\frac{\sqrt{98}\times\sqrt{12}\times\sqrt{27}}{\sqrt{49}\times\sqrt{32}}$

(g) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{3}$ (h) $2 - \frac{1}{4}\sqrt{48}$

2. a နှင့် b တို့သည် အပေါင်းကိန်းပြည့်များ ဖြစ်သည်ဟု ထား၍ အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(a) $\frac{1}{\sqrt{ab}}\times\sqrt{a^5 b^2}$ (b) $\sqrt[3]{\frac{a^2}{b^3}}\times\sqrt[3]{\frac{b^2}{b^{-1}a^{-1}}}\times\sqrt{\frac{a}{b}}\times\sqrt{\frac{a^{-1}}{b^{-1}}}$

(c) $\{\sqrt[3]{a^2 b}\times\frac{1}{\sqrt[3]{ab^2}}\}^{-3}$ (d) $\{(\sqrt{a}\times\sqrt{b})\div(\sqrt[3]{a}\times\sqrt[3]{b})\}^3$

(e) $\frac{\sqrt{ab}+\sqrt{2b}}{\sqrt{b}}$ (f) $\sqrt{3a}\times(\sqrt{3a}+\sqrt{27a^3})$

(g) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})$ (h) $\frac{\sqrt{a^3 b^4}}{\sqrt[3]{b^3 a^2}}$

အခန်း(3)

ပုံသေနည်းများ တည်ဆောက်ခြင်းနှင့် အသုံးပြုခြင်း

ပုံသေနည်းများတည်ဆောက်ခြင်းနှင့် ၎င်းတို့ကို အသုံးပြု၍ တွက်ချက်ခြင်းတို့မှာအက္ခရာ သင်္ချာနှင့် သိပ္ပံဆိုင်ရာဘာသာရပ်များတွင် မည်မျှအရေးပါကြောင်းကို သတ္တမတန်းတွင် လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခုသင်ခန်းစာတွင် ပိုမို၍ အဆင့်မြင့်သောပုံသေနည်းများကို တည်ဆောက်ခြင်းနှင့် ၎င်းတို့ကို အသုံးပြုပုံတို့ကို လေ့လာကြမည်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ(1) (a) တစ်နာရီလျှင် u မိုင်ဖြင့် သွားနေသောကားတစ်စီး၏ t နာရီတွင် ရောက်ရှိမည့်ခရီးအကွာအဝေး မိုင်ပေါင်းကိုရှာရန် ပုံသေနည်းတစ်ခုတည်ဆောက်ပါ။

(b) တစ်နာရီလျှင် 30 မိုင်နှုန်းသွားသော ကားတစ်စီးသည် 3 နာရီအတွင်း ရောက်နိုင်သောခရီးကိုရှာပါ။

(c) လူတစ်ယောက်သည် တစ်နာရီ 4 မိုင်နှုန်းနှင့် ခရီးအကွာအဝေး 20 မိုင် ကို မည်မျှ ကြာအောင် လျှောက်ရမည်နည်း။

(d) ကားတစ်စီးသည် မိုင် 100 ဝေးသော A မှ B သို့သွားရာ 4 နာရီကြာသော် ထိုကား၏ အသွားနှုန်းကို ရှာပါ။

ပုစ္ဆာအရ

(a) ရောက်ရှိမည့်ခရီးအကွာအဝေး = တစ်နာရီအသွားနှုန်း × ကြာသောအချိန်

ရောက်ရှိသော ခရီးအကွာအဝေးမိုင်ပေါင်း $= \ell$

တစ်နာရီအသွားနှုန်းမိုင် $= u$

ကြာသောအချိန်နာရီ $= t$ ဟု မှတ်ယူပါ။

$\ell = u \times t$ ဟူသော ပုံသေနည်းကို ရမည်။

(b) ပုစ္ဆာအရ

$u = 30, \quad t = 3,$

$\ell = u \times t$

$= 30 \times 3$ မိုင်

$= 90$ မိုင်

$\therefore$ ရောက်ရှိမည့် ခရီးအကွာအဝေး $= 90$ မိုင်

(c) မူလပုံသေနည်း $\ell = u \times t$ မှ အချိန် t ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းအဖြစ် ပြောင်းသော်

$t = \dfrac{\ell}{u}$ ဖြစ်မည်။

ပုစ္ဆာအရ

$$\ell = 20$$

$$u = 4$$

$$t = \frac{20}{4}$$

$$= 5$$

∴ ကြာမည့်အချိန် = 5 နာရီ

(d) မူလပုံသေနည်း $\ell = u \times t$ မှ u ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ပြောင်းသော် $u = \frac{\ell}{t}$ ဖြစ်မည်။

ပုစ္ဆာအရ

$$\ell = 100$$

$$t = 4$$

$$u = \frac{100}{4}$$

$$= 25$$

∴ အသွားနှုန်း = 25 မိုင်

ဥပမာ(2) (a) ပုံတွင်ပြထားသောထောင့်မှန်စတုဂံမှ မှောင်ရိပ်ပေးသော ဧရိယာ (A) ရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

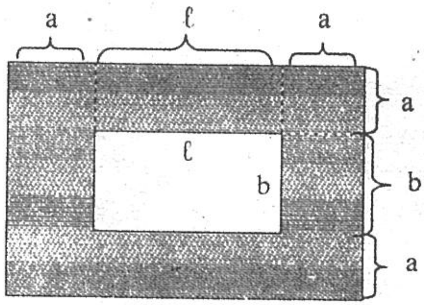
(b) အကယ်၍

ℓ = 100 ပေ

b = 25 ပေနှင့်

a = 10 ပေ ဖြစ်လျှင်

A ကိုရှာပါ။



ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ဧရိယာ x ရှာရန်ပုံသေနည်းမှာ

$$x = m \times n$$

ဤတွင် x = ဧရိယာ

m = အလျား

n = အနံဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် အတွင်းထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ဧရိယာမှာ

ပုစ္ဆာအရ

$m = \ell$

$n = b$

အတွင်းဧရိယာ $= m \times n$

$= \ell \times b = \ell b$

ထိုနည်းတူ အပြင်ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ဧရိယာမှာ

ပုစ္ဆာအရ $m = \ell + 2a$

$n = b + 2a$

အပြင်ဧရိယာ $= m \times n$

$= (\ell + 2a) \times (b + 2a)$

$= \ell b + 2a\ell + 2ab + 2a \times 2a$

$= \ell b + 2a(\ell + b) + 4a^2$ ဖြစ်သည်။

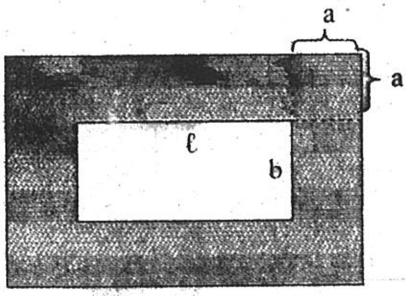
လိုအပ်သောဧရိယာ = အပြင်ဧရိယာ - အတွင်းဧရိယာ

$= \ell b + 2a(\ell + b) + 4a^2 - \ell b$

$= 2a(\ell + b) + 4a^2$

$= 2a(\ell + b + 2a)$

လိုအပ်သောဧရိယာကို A ဖြင့် ဖော်ပြသော် လိုသောပုံသေနည်းမှာ



$A = 2a(\ell + b + 2a)$

A = မှောင်ရိပ်ဧရိယာ

a = အပြင်စတုဂံနှင့် အတွင်းစတုဂံပတ်လည် အကွာအဝေး

b = အတွင်း ∠ မှန်စတုဂံ၏ အနံ

ℓ = အတွင်း∠မှန်စတုဂံ၏အလျားဖြစ်သည်။

ပုစ္ဆာအရ

$a = 10$ ပေ

$\ell = 100$ ပေ

$b = 25$ ပေ

∴ ပုံသေနည်းအရ

$A = 2a(\ell + b + 2a)$

$= 2 \times 10(100 + 25 + 2 \times 10)$

$= \quad 20\ (125 + 20)$

$= \quad 20\ (145)$

$= \quad 2900$ စတုရန်းပေ ဖြစ်သည်။

ချိန်ကိုက်ပုံ

အပြင်စတုဂံ၏ ဧရိယာ $= (\ell + 2a) \times (b + 2a)$

$= (100 + 2 \times 10) \times (25 + 2 \times 10)$

$= 120 \times 45$

$= 5400$ စတုရန်းပေ

အတွင်းစတုဂံ၏ဧရိယာ $= \ell \times b$

$= 100 \times 25$

$= 2500$ စတုရန်းပေ

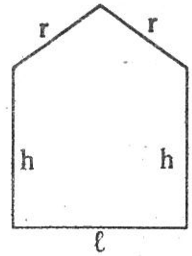
$\therefore$ လိုသောဧရိယာ $= 5400 - 2500$

$= 2900$ စတုရန်းပေ

လေ့ကျင့်ခန်း (3.1)

1. $A = \frac{1}{2}(a + b)$ ပုံသေနည်းမှ a ကို ရှာရန်ပုံသေနည်းသို့ပြောင်းပါ။
2. $A = b(b + 2a)$ ပုံသေနည်းမှ a ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ပြောင်းပါ။
3. $d = \frac{180(n-2)}{n}$ ပုံသေနည်းမှ n ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ပြောင်းပါ။
4. $A = 2a(\ell + b + 2a)$ ပုံသေနည်းမှ
   (a) b ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းနှင့်
   (b) ℓ ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းများကိုရေးပါ။
5. တြိဂံတစ်ခု၏ဧရိယာ A ကိုရှာရန် ၎င်း၏အမြင့် h နှင့် အခြေအနား b တို့ဖြင့် ဖော်ပြသော ပုံသေနည်းမှာ $A = \frac{1}{2}hb$ ဖြစ်သည်။ ဤပုံသေနည်းမှ
   (a) h ကိုရှာရန် ပုံသေနည်း
   (b) b ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းများကို ရေးပါ။
6. အနားအရေအတွက် n ရှိသော ဗဟုဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့်များပေါင်းလျှင် ထောင့်မှန် r ခုနှင့် ညီမျှသည်ဖြစ်သော် r ကိုရှာရန်ပုံသေနည်းမှာ $r = 2n - 4$ ဖြစ်၏။
   (a) ၎င်းပုံသေနည်းမှ n ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။
   (b) $n = 10$ ဖြစ်လျှင် r မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။
   (c) $r = 20$ ဖြစ်လျှင် n မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

7. (a) ပုံတွင်ပြထားသော ဗဟုဂံပုံ၏ ပတ်လည်အနား p ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

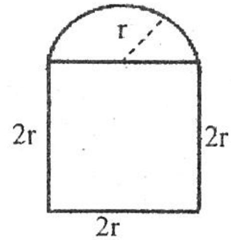


(b) $r = 35$, $h = 15$ နှင့် $\ell = 12$ ဖြစ်လျှင် p ကိုရှာပါ။

(c) $p = 64$, $r = 12$ နှင့် $h = 10$ ဖြစ်လျှင် ℓ ကိုရှာပါ။

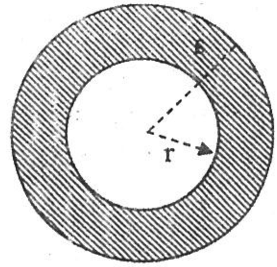
(d) $p = 36$, $h = 5$ နှင့် $\ell = 12$ ဖြစ်လျှင် r ကိုရှာပါ။

8. (a) ပုံတွင်ပြထားသော ပုံ၏ပတ်လည်အနားနှင့် ဧရိယာကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။ (စက်ဝိုင်း တစ်ခု၏ အဝန်း $= 2 \times 3.14 \times$ အချင်းဝက်၊ စက်ဝိုင်း၏ဧရိယာ $= 3.14 \times$ အချင်းဝက်^{2})



(b) အကယ်၍ $r = 10$ စင်တီမီတာ ဖြစ်လျှင် ပတ်လည်အနားနှင့် ဧရိယာကိုရှာပါ။

9. (a) ပုံတွင် ပုံရိပ်ပြထားသော အပိုင်း၏ ဧရိယာကို ရှာရန်ပုံသေနည်းရေးပါ။ (စက်ဝိုင်းဟစ်ခု၏ ဧရိယာ $= 3.14 \times$ အချင်းဝက်^{2})



(b) $r = 2$ စင်တီမီတာ $s = 4$ စင်တီမီတာဖြစ်လျှင် ပုံရိပ်၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။

(c) အကယ်၍ အချင်းဝက် 5 လက်မရှိသော စက်ဝိုင်းအတွင်းဘက်တွင်ပုံရိပ်ပြထားသော ဧရိယာ 28.26 စတုရန်းလက်မရှိရန် လိုအပ်ပါက အတွင်းစက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်ကို ရှာပါ။

10. အပူချိန်တိုင်းရာတွင် အသုံးပြုသော စကေးနှစ်မျိုးရှိသည်။ ၎င်းတို့မှာ စင်တီဂရိတ် စကေးနှင့်ဖာရင်ဟိုက်စကေးတို့ဖြစ်သည်။ဖာရင်ဟိုက်အပူချိန်မှ စင်တီဂရိတ် အပူချိန်သို့ ပြောင်းရန် ပုံသေနည်းမှာ

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

C = စင်တီဂရိတ်စကေးအပူချိန်

F = ဖာရင်ဟိုက်စကေးအပူချိန်

(a) စင်တီဂရိတ်အပူချိန်မှ ဖာရင်ဟိုက်အပူချိန်သို့ ပြောင်းရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

(b) F = 104 ဖြစ်လျှင် C မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

(c) C = 35 ဖြစ်လျှင် F မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

11. ရေပိုက်တစ်ခုဖြင့် ရေစည်ထဲသို့ ရေသွင်းရာစည်၌ ရေမည်မျှတိုးလာသည်ကို အောက်ပါဇယားတွင် ဖော်ပြထား၏။

ကြာသောအချိန် (မိနစ်)	1	2	3	4	5	6
တိုးလာသောရေ (ဂါလန်)	2	4	6	8	10	12

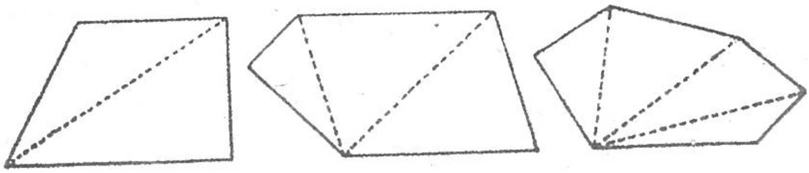
(a) n မိနစ်ကြာသောအခါ ရေမည်မျှတိုးလာမည်နည်း။

(b) ရေစည်တွင် မူလကရေဂါလန်ပေါင်း g ရှိလျှင် n မိနစ်ကြာသောအခါ စည်တွင်ရှိမည့် ရေဂါလံပေါင်း t ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

(i) g = 15 , n = 13 ဖြစ်လျှင် t ကိုရှာပါ။

(ii) t = 35 , g = 16 ဖြစ်လျှင် n ကိုရှာပါ။

12.



ဗဟုဂံတစ်ခုအား ပုံတွင်ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း ထောင့်တစ်ခုကို ပုံသေပြု၍ တြိဂံများ ပိုင်းနိုင်၏။ ဗဟုဂံအနားနှင့် ၎င်းအတွင်းတွင် ပိုင်းနိုင်သော တြိဂံအရေ အတွက်ကို အောက်ပါဇယားဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။

အနားပေါင်း	4	5	6	7	8
တြိဂံပေါင်း	2	3	4	5	6
ဗဟုဂံအတွင်းထောင့်များ ပေါင်းခြင်း (∠ မှန်ပေါင်း)	4	6	8	10	12

(တြိဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့်ပေါင်း = 2 × ထောင့်မှန်)

(a) ဤသို့ဖြစ်လျှင်အနားပေါင်း n ရှိသောဗဟုဂံတစ်ခုအတွင်း အထက်ပါနည်းအတိုင်း ပိုင်းဖြတ်နိုင်သောတြိဂံအရေအတွက်နှင့် ၎င်းဗဟုဂံအတွင်း ထောင့်များပေါင်းခြင်းဖြင့်ရရှိသော ထောင့်မှန်အရေအတွက် (r) ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းများရေးပါ။

(b) အနားပေါင်း 100 ရှိသောဗဟုဂံ၏အတွင်းထောင့်များပေါင်း၍ရသောထောင့်မှန်အရေအတွက်ကို ရှာပါ။

13. လူတစ်ယောက်သည် A မှ B သို့ တစ်နာရီ r မိုင်နှုန်းဖြင့် လမ်းလျှောက်သွားရာ t နာရီကြာ သော် A နှင့် B အကွာအဝေးကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

(a) $r = 5$ မိုင် , $t = 3$ နာရီဖြစ်ပါက A နှင့် B အကွာအဝေးကိုရှာပါ။

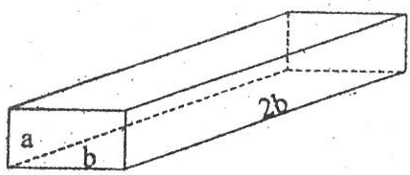
(b) $r = 4$ မိုင်နှုန်းဖြစ်၍ A နှင့် B သည် 20 မိုင်ဝေးပါက မည်မျှကြာအောင်လျှောက်ရမည်နည်း။

14. လူတစ်ယောက် A မှ B သို့ တစ်နာရီ r မိုင်နှုန်းဖြင့် လမ်းလျှောက်သွားရာ t နာရီကြာ၏။ တစ်ဖန် B မှ C သို့ s မိုင်နှုန်းဖြင့် စက်ဘီးစီးသွားရာ n နာရီကြာ၏။ A မှ C သို့ ခရီး အကွာအဝေးရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

(a) $r = 5$ မိုင် , $t = 4$ နာရီ , $s = 10$ မိုင် , $n = 2$ နာရီဖြစ်လျှင် A နှင့် C အကွာ အဝေးကို ရှာပါ။

(b) အကယ်၍ A မှ C သို့ရောက်ရန် 10 နာရီကြာပြီး စက်ဘီးစီးသွားသောနှုန်းမှာ တစ်နာရီ 15 မိုင်ဖြစ်ပြီး လမ်းလျှောက်သောနှုန်းမှာ တစ်နာရီ 3 မိုင်ဖြစ်၏။ လမ်းလျှောက်သောအချိန်မှာ 6 နာရီကြာလျှင် A မှ C အကွာအဝေးကိုရှာပါ။

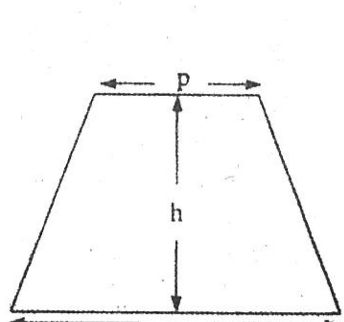
15. (a) ပုံတွင်ပြထားသောကုဗတုံး၏ အနားအားလုံးပေါင်းအရှည်ကိုရှာရန်ပုံသေနည်းရေးပါ။



(b) $a = 15$, $b = 20$ ဖြစ်လျှင် အနားအားလုံးပေါင်း အရှည်မည်မျှရှိမည်နည်း။

16. ပြထားသောပုံမှာ တြာပီဇီယမ်ပုံတစ်ခုဖြစ်၏။

ပြိုင်လျက်ရှိသော အနားများသည် p စင်တီမီတာနှင့် q စင်တီမီတာအသီးသီးဖြစ်ကြလျှင် ထိုအနားနှစ်ခု၏ အကွာအဝေးသည် h စင်တီမီတာ၊ ယင်းတြာပီဇီယမ် ဧရိယာ စတုရန်း စင်တီမီတာပေါင်း A ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းမှာ



$$A = \frac{h(p+q)}{2}$$

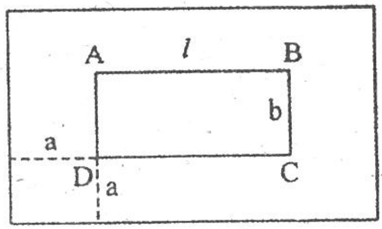
(a) ယင်းပုံသေနည်းမှာ (i) p (ii) q (iii) h ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းများရေးပါ။

(b) $p = 3$, $q = 5.5$, $h = 2$ ဖြစ်လျှင် A ကိုရှာပါ။

(c) $p = 1.5$, $q = 2.5$, $A = 2$ ဖြစ်လျှင် h ကိုရှာပါ။

(d) $A = 5$, $h = 2$, $q = 3$ ဖြစ်လျှင် p ကိုရှာပါ။

17. ABCD သည် အလျား ℓ မီတာ၊ အနံ b မီတာ ရှိသော ကစားကွင်းတစ်ခုဖြစ်၏။ ယင်းကစားကွင်း၏ ပြင်ပပတ်လည်အကျယ် a မီတာ ရှိသော နေရာကိုချန်၍ ဝင်းကာထားလျှင် ကစားကွင်းနှင့် ဝင်းခြံအကြားရှိ နေရာ၏ ဧရိယာ A ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။



ယင်း ပုံသေနည်းတွင် $\ell = 150$, $b = 120$, $a = 10$ ဖြစ်လျှင် A ကိုရှာပါ။

18. $d = \dfrac{180^{\circ}(n-2)}{n}$ ပုံသေနည်းသည် အနားအရေအတွက် n ရှိသော ဉသုံညီ (အနားအား လုံးညီသော) ဗဟုဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့်တစ်ခု၏ ဒီဂရီ d ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းဖြစ်သည်။ အနား 9 ဖက်ရှိသော ဉသုံညီဗဟုဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့် တစ်ခု၌ရှိသော ဒီဂရီကို ရှာပါ။

19. ဆန့်ထွက်တတ်သော သားရေကြိုးတစ်ခု၏မူလအလျားသည် ℓ မီတာဖြစ်၏။ ယင်းကြိုးတွင် အလေးချိန် 1 ပေါင်ဆွဲလျှင် s မီတာ ပို၍ရှည်လာ၏။

(a) အလေးချိန် w ပေါင်ဆွဲသောအခါ ဖြစ်ပေါ်လာမည့်ကြိုးအလျား m မီတာကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

(b) ယင်းပုံသေနည်းမှ s ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းကို ထုတ်နုတ်ပါ။

(c) (i) $\ell = 2$, $s = 13$, $w = 5$ ဖြစ်လျှင် m ကိုရှာပါ။

(ii) $m = 1.2$, $\ell = 1$, $w = 5$ ဖြစ်လျှင် s ကို ရှာပါ။

20. တစ်ပေါင် k ကျပ်တန်သော ဓာတ်မြေသြဇာ n ပေါင်နှင့် တစ်ပေါင်လျှင် ℓ ကျပ် တန်သော ဓာတ်မြေသြဇာ m ပေါင်ရောပြီးလျှင် ရောပြီးဓာတ်မြေသြဇာတစ်ပေါင်၏ ပျမ်းမျှ တန်ဖိုး ကျပ် ၄ပေါင်း p ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

အခန်း (4)

အက္ခရာကိန်းတန်းများ

ရာရှင်နယ်မြှောက်ဖော်ကိန်းများဖြင့် ဖွဲ့စည်းထားသော ကိန်းများကိုသာ လေ့လာခဲ့သည်။ ဤအခန်းတွင် ယေဘုယျအကျဆုံးဖြစ်သော ကိန်းစစ်မြှောက်ဖော်ကိန်းများဖြင့် ဖွဲ့စည်းထားသည့် ကိန်းတန်းများကိုလေ့လာမည်။ ဝိသေသအားဖြင့် မသိကိန်းတစ်လုံးသာပါသည့် ကိန်းတန်းနှစ်ခုကိုပေါင်းခြင်း၊နုတ်ခြင်း စသည့်အခြေခံသင်္ချာလုပ်ထုံးများကို လေ့လာကြမည်။ ထပ်ကိန်းရင်းများပါသော ကိန်းတန်း (ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်း) များအတွက်လည်း လုပ်ထုံးများကို လေ့လာမည်။

4.1 ပြန်လည်သတိပြုရန် အချက်များ

ရာရှင်နယ်မြှောက်ဖော်ကိန်းများ ပါဝင်သော အက္ခရာကိန်းတန်းများအကြောင်း လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ အထူးသဖြင့် ကိန်းရှင်တစ်ခုပါသော ပိုလီနိုမီယယ်များပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းကို လေ့လာခဲ့ သည်။

အက္ခရာကိန်းတန်းတစ်ခုဆိုသည်မှာ ယေဘုယျအက္ခရာများ ကိန်းဂဏန်းများကို သင်္ချာ၏ အခြေခံလုပ်ထုံးဖြစ်သော အပေါင်း၊ အနုတ်၊ အမြှောက်၊ အစားတို့ကို အသုံးပြု၍ ပေါင်းစည်းထားခြင်းဖြစ်သည်။

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \ldots + a_nx^n \qquad (1)$$

ကဲ့သို့သော အက္ခရာကိန်းတစ်ခုကို ပိုလီနိုမီယယ် (Polynomial) ဟုခေါ်သည်။ ကိန်းစုတန်းတွင် ပါဝင်သောကိန်းလုံးတို့တွင် x ၏ထပ်ညွှန်းသည်ကိန်းပြည့်ဖြစ်၍မြှောက်ဖော်ကိန်း $a_0, a_1, a_2, \ldots a_n$ တို့သည် ကိန်းစစ်များဖြစ်သည်။

ဤတွင် အရေအတွက် (n + 1) ရှိသောမြှောက်ဖော်ကိန်းတို့ကိုသင်္ကေတ $a_0, a_1, a_2, \ldots a_n$ ဖြင့်ဖော်ပြလေ့ရှိသည်။ပိုလီနိုမီယယ် (1)တွင်ပါရှိသည့်ကိန်းလုံးတိုင်း၌ x ၏ ထပ်ညွှန်းသည် a ၏ အောက်ညွှန်း (suffix) နှင့် တူညီသည်ကို သတိပြုသင့်သည်။

ကိန်းလုံးတစ်ခုတည်းပါသော မိုနိုမီယယ် (monomial) တစ်ခု၏ အဆင့်ကို မိုနိုမီယယ်တွင်ပါဝင်သည့် x ၏ ထပ်ညွှန်းဖြင့် သတ်မှတ်သည်။ ယေဘုယျကိန်းစုတန်း (polynomial) တစ်ခု၏အဆင့်ကိုမူ ထိုကိန်းစုတန်းတွင် ပါဝင်သည့်ကိန်းလုံး (terms) များ၏ထပ်ညွှန်းတို့မှ အကြီးဆုံးထပ်ညွှန်း ဖြင့်သတ်မှတ်သည်။

သို့ဖြစ်၍မိုနိုမီယယ် $\frac{5}{2}x^3$ ၏အဆင့်သည် 3 ဖြစ်၍ပိုလီနိုမီယယ် $\frac{2}{9}x - \frac{5}{3}x^5 + \frac{2}{7}x^2$ ၏ အဆင့်သည် 5 ဖြစ်၏။

ပြီးခဲ့သောသင်ခန်းစာများတွင် ရာရှင်နယ်မြှောက်ဖော်ကိန်းများ ပါဝင်သောပိုလီနိုမီယယ်များပေါင်းခြင်း (သို့မဟုတ်) နုတ်ခြင်းတို့ကို လေ့လာခဲ့ပြီးပေပြီ။ ထပ်ညွှန်းတူသော ကိန်းလုံးများကို အတူတကွ စုပေါင်းထားရှိပြီး ပေါင်းခြင်း (သို့မဟုတ်) နုတ်ခြင်းတို့ကို ပြုလုပ်ရသည်။

ပြန်လည်သတိရစေခြင်းငှာ အောက်ပါဥပမာတစ်ခုကို လေ့လာကြပါစို့။

$(\frac{8}{9}x^2 - \frac{2}{5}x^4 + \frac{3}{7}x^5) - (\frac{1}{9}x + \frac{2}{9}x^2 - \frac{3}{9}x^4 + \frac{4}{9}x^5)$

$= \quad \frac{8}{9}x^2 - \frac{2}{5}x^4 + \frac{3}{7}x^5 - \frac{1}{9}x - \frac{2}{9}x^2 + \frac{3}{9}x^4 - \frac{4}{9}x^5$

$= \quad -\frac{1}{9}x + (\frac{8}{9}x^2 - \frac{2}{9}x^2) + (-\frac{2}{5}x^4 + \frac{3}{9}x^4) + (\frac{3}{7}x^5 - \frac{4}{9}x^5)$

$= \quad -\frac{1}{9}x + \frac{6}{9}x^2 - \frac{3}{45}x^4 - \frac{1}{63}x^5$

$= \quad -\frac{1}{9}x + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{15}x^4 - \frac{1}{63}x^5$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.1)

အောက်ပါ ပိုလီနိုမီယယ်များ၏ အဆင့်ကို ဖော်ပြပါ။

(a) $\frac{1}{3}x^9 - \frac{2}{7}x^4 + \frac{17}{19}x$

(b) $\frac{8}{11}x^2 - \frac{13}{17}x^5 + \frac{9}{13}x^{11} + \frac{12}{19}x^{25}$

(c) $\frac{-3}{8}y - \frac{5}{6}y^3 + \frac{8}{15}y^4$

အောက်ပါမိုနိုမီယယ်များကို ၎င်းတို့၏ အဆင့်အလိုက် ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စဉ်ပေးပါ။

$-\frac{8}{9}x, \ \frac{2}{11}x^2, \frac{99}{100}x^7, \frac{101}{10}x^5$

ပေးထားသော ပိုလီနိုမီယယ်နှစ်ခုကို ပေါင်းပါ။

(a) $\frac{2}{7}y^3 - \frac{1}{7}y^2 + \frac{6}{7}y, \ \frac{7}{8}y - \frac{5}{4}y^2 - \frac{3}{2}y^3$

(b) $6 + \frac{5}{6}z + \frac{2}{5}z^2 - \frac{80}{9}z^3, \ \frac{3}{5}z^2 + \frac{10}{11}z^3 + \frac{100}{3}z^5$

ပိုလီနိုမီယယ် $\frac{83}{7}y + \frac{18}{5}y^2 - \frac{6}{7}y^3$ ကို ပိုလီနိုမီယယ်

$\frac{6}{5}y^2 + \frac{1}{7}y^3 - \frac{2}{7}y^5$ မှ နုတ်ပါ။

အောက်ပါအက္ခရာကိန်းတန်းများမှ x ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းတို့ကို ဖော်ပြပါ။

$\frac{7}{8}xy, \ \frac{9}{4}xyz, \ -\frac{15}{11}txz$

ပိုလီနိုမီယယ် $3x^2 - 7x + 7$ ကို ရရန် ပိုလီနိုမီယယ် $7x^2 - 5x + 6$ တွင် မည်သည့် ပိုလီနိုမီယယ်ကို ပေါင်းရမည်နည်း။

7. ပိုလီနိုမီယယ် $10x^2 - 3x + 8$ ကို ရရန် ပိုလီနိုမီယယ် $8x^2 - 2x + 5$ မှ မည်သည့် ပိုလီနိုမီယယ်ကို နုတ်ရမည်နည်း။

4.2 ကိန်းစစ်မြှောက်ဖော်ကိန်းများဖြင့် ပိုလီနိုမီယယ်များ ပေါင်းခြင်း နုတ်ခြင်း

ဤအခန်းမှစ၍မြှောက်ဖော်ကိန်းများကို ကိန်းစစ်များဖြစ်သည်ဟုထားမည်။ ကိန်းစစ်မြှောက်ဖော်ကိန်းများပါဝင်သော ပိုလီနိုမီယယ်များပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းဆိုင်ရာ ဥပဒေသည် ရာရှင်နယ်မြှောက်ဖော်ကိန်းများ ပါဝင်သော ပိုလီနိုမီယယ်အတွက် သတ်မှတ်ခဲ့သော ဥပဒေနှင့် တူညီသည်ဟုထားမည်။ ဥပမာအားဖြင့် ဖော်ပြရလျှင် $\sqrt{2}\,x$ သည် မြှောက်ဖော်ကိန်း $\sqrt{2}$ ပါရှိသောမိုနိုမီယယ်ဖြစ်သည်။ ၎င်းကို အခြားမိုနိုမီယယ်ဖြစ်သော $3x$ တွင် ပေါင်းလျှင်

$$\sqrt{2}\,x + 3x = (\sqrt{2} + 3)\,x$$

ဖြစ်သည်။ ဤတွင် x ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းသည် $(\sqrt{2} + 3)$ ဖြစ်သည်။ ကိန်းစစ်မြှောက်ဖော်ကိန်း များပါရှိသော ပိုလီနိုမီယယ်များ ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းဆိုင်ရာ ဥပမာအချို့ကို ဆက်လက်လေ့လာကြ ပါစို့။

ဥပမာ(1) ပိုလီနိုမီယယ် $\frac{1}{3}x + \sqrt{2}\,x^2 - \frac{1}{\sqrt{3}}x^3$ နှင့်

$\frac{2}{3}x - \sqrt{2}\,x^2 - \frac{1}{\sqrt{3}}x^3$ တို့ကို ပေါင်းပါ။

$$\begin{aligned}
&(\tfrac{1}{3}x + \sqrt{2}\,x^2 - \tfrac{1}{\sqrt{3}}x^3) + (\tfrac{2}{3}x - \sqrt{2}\,x^2 - \tfrac{1}{\sqrt{3}}x^3)\\
= \;&(\tfrac{1}{3}x + \tfrac{2}{3}x) + (\sqrt{2}\,x^2 - \sqrt{2}\,x^2) + (\tfrac{-1}{\sqrt{3}}x^3 - \tfrac{1}{\sqrt{3}}x^3)\\
= \;&(\tfrac{1}{3} + \tfrac{2}{3})x + (\sqrt{2} - \sqrt{2})x^2 + (\tfrac{-1}{\sqrt{3}} - \tfrac{1}{\sqrt{3}})x^3\\
= \;&x - \tfrac{2}{\sqrt{3}}x^3
\end{aligned}$$

ဥပမာ(2) ပိုလီနိုမီယယ် $\frac{2}{3}x - \sqrt{2}\,x^2 - \frac{1}{\sqrt{3}}x^3$ မှ

$\frac{1}{3}x + \sqrt{2}\,x^2 - \frac{1}{\sqrt{3}}x^3$ ကို နုတ်ပါ။

$$\begin{aligned}
&(\tfrac{2}{3}x - \sqrt{2}\,x^2 - \tfrac{1}{\sqrt{3}}x^3) - (\tfrac{1}{3}x + \sqrt{2}\,x^2 - \tfrac{1}{\sqrt{3}}x^3)\\
= \;&\tfrac{2}{3}x - \sqrt{2}\,x^2 - \tfrac{1}{\sqrt{3}}x^3 - \tfrac{1}{3}x - \sqrt{2}\,x^2 + \tfrac{1}{\sqrt{3}}x^3\\
= \;&(\tfrac{2}{3}x - \tfrac{1}{3}x) + (-\sqrt{2}\,x^2 - \sqrt{2}\,x^2) + (\tfrac{-1}{\sqrt{3}}x^3 + \tfrac{1}{\sqrt{3}}x^3)\\
= \;&(\tfrac{2}{3} - \tfrac{1}{3})x + (-\sqrt{2} - \sqrt{2})x^2 + (\tfrac{-1}{\sqrt{3}} + \tfrac{1}{\sqrt{3}})x^3\\
= \;&\tfrac{1}{3}x - 2\sqrt{2}\,x^2
\end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.2)

1။ အောက်ပါ မိုနိုမီယယ်များကို ၎င်းတို့၏ အဆင့်အလိုက် ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် စီစဉ်ပေးပါ။

$\sqrt{2}\,x^5$, $-\frac{1}{3}x^4$, $\frac{3}{17}x^{11}$, $\frac{6}{1.5}x^7$

2။ အောက်ပါအက္ခရာကိန်းတန်းများတွင် x ၏မြှောက်ဖော်ကိန်းတို့ကို ဖော်ပြပါ။

$1.2\,ax$, $-\frac{1}{\sqrt{3}}bx$, $\frac{\sqrt{2}}{-\sqrt{5}}cdx$

3. အောက်ပါပိုလီနိုမီယယ် အတွဲများကို ပေါင်းပါ။

(a) $\frac{6}{5}x - \frac{2}{\sqrt{7}}x^2 + \frac{1}{3}x^3$, $\sqrt{5} + \frac{1}{3}x^2 - 1.2x^3$

(b) $\frac{-1}{7}y + \frac{2}{\sqrt{7}}y^2 + \sqrt{11}\,y^4$, $8 - y^{11} - \frac{-1}{\sqrt{7}}y^2$

4.3 ပိုလီနိုမီယယ်များမြှောက်ခြင်း

x သည် အက္ခရာကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး n သည် သဘာဝကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင် x^n သည် x ကိုဆက် တိုက် n ကြိမ်မြှောက်ထားသော အက္ခရာကိန်းတန်း $\underbrace{x \times x \times x \times x \times \ldots \times x}_{\text{ကိန်းအရေအတွက် } n}$ ကို ဖော်ပြကြောင်း တွေ့ရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။

သတ်မှတ်ချက်အရ $x^0 = 1$ ဖြစ်သည်။

သဘာဝကိန်းပြည့်များဖြစ်သော m နှင့် n တို့အတွက် x^m နှင့် x^n တို့၏မြှောက်လဒ် $x^m \times x^n = x^{m+n}$ ဖြစ်ကြောင်းလည်း တွေ့ရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ဝိသေသအားဖြင့် ဖော်ပြရလျှင်

$$x^3 \times x^4 = x^{3+4} = x^7$$
$$x^2 \times x^{10} = x^{2+10} = x^{12}$$
$$x^6 \times x^0 = x^{6+0} = x^6$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.3)

1. အောက်ပါမြှောက်လဒ်များကိုရှာပါ။

(a) $x^4 \times x^7$ (b) $x^2 \times x^6$

(c) $x^0 \times x^3$ (d) $x^6 \times x^{14}$

2. ကွက်လပ်ဖြည့်ပါ။

(a) $x^2 \times x^3 = \ldots$ (b) $x^2 \times \ldots = x^8$

(c) $x^6 + \ldots = x^6$ (d) $x^0 \times \ldots = x^5$

4.3.1 မိုနိုမီယယ်နှစ်ခု၏ မြှောက်လဒ်

ကိန်းစစ်မြှောက်ဖော်ကိန်း a နှင့် b တို့ပါရှိသော မိုနိုမီယယ် ax^m နှင့် bx^n တို့ မြှောက်လဒ်ကို အောက်ပါအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်မည်။

$$(ax^m) \times (bx^n) = (a \times b)\, x^{m+n}$$

မှတ်ချက်။ x^{m+n} ၏မြှောက်ဖော်ကိန်း $(a \times b)$ သည် မူရင်းမိုနိုမီယယ်တို့ရှိမြှောက်ဖော်ကိန်းများမြှောက်လဒ်ဖြစ်ပြီး ထပ်ညွှန်း $m+n$ သည် x ၏ ထပ်ညွှန်းများ ပေါင်းလဒ်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ(3) $2x^3$ နှင့် $\frac{1}{3}x^7$ တို့ကို မြှောက်ပါ။

$$(2x^3) \times (\frac{1}{3}x^7)$$

$$= (2 \times \frac{1}{3})\, x^{3+7} = \frac{2}{3}x^{10}$$

ဥပမာ(4) $\frac{-1}{\sqrt{7}}x^5$ နှင့် $\frac{10}{11}x^{13}$ တို့ကို မြှောက်ပါ။

$$(\frac{-1}{\sqrt{7}}x^5) \times (\frac{10}{11}x^{13})$$

$$= (\frac{-1}{\sqrt{7}} \times \frac{10}{11})\, x^{5+13}$$

$$= \frac{-10}{11\sqrt{7}}x^{18}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.4)

အောက်ပါတို့ကို မြှောက်ပါ။

1. $(\frac{1}{2}x^4) \times (\frac{3}{4}x^4)$
2. $(\frac{\sqrt{3}}{7}x^0) \times (\frac{\sqrt{5}}{6}x^8)$
3. $(\frac{-1}{\sqrt{6}}x) \times (\frac{1}{7}x^6)$
4. $(\frac{\sqrt{10}}{11}x^{11}) \times (\frac{9}{\sqrt{10}}x^4)$
5. $(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}})x^{10} \times (\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}})x^2$
6. $(4 + \sqrt{2})x^6 \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}x^2$

4.3.2 ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုနှင့် မိုနိုမီယယ်တစ်ခုတို့၏ မြှောက်လဒ်

ယခုဆက်လက်၍ ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို မိုနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့် မည်သို့မြှောက်ရသည်ကို လေ့လာကြမည်။

ax^n သည် မိုနိုမီယယ်တစ်ခုဖြစ်ပြီး $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_mx^m$ သည် ပိုလီနိုမီယယ် တစ်ခုဖြစ်ပါစေ။ ဤတွင် မြှောက်ဖော်ကိန်း $a_0, a_1, \ldots, a_m$ တို့သည် ကိန်းစစ်များဖြစ်ပါစေ။

ကိန်းစစ်များမြှောက်ခြင်းသည် ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိကို ပြေလည်သကဲ့သို့ ပိုလီနိုမီယယ်များ မြှောက်ခြင်းသည်လည်း ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိကို ပြေလည်သည်။
ထို့ကြောင့်

$$ax^n \times (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_m x^m)$$

$$= (ax^n) \times a_0 + (ax^n) \times (a_1x) + (ax^n) \times (a_2x^2) + \ldots + (ax^n) \times (a_mx^m)$$

$$= (a \times a_0) x^n + (a \times a_1)x^{n+1} + (a \times a_2) x^{n+2} + \ldots + (a \times a_m) x^{n+m}$$

$$(aa_0)x^n + (aa_1) x^{n+1} + (aa_2) x^{n+2} + \ldots + (aa_m)x^{n+m}$$

ဥပမာ(5) $4x$ ကို $(\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4})$ ဖြင့် မြှောက်ပါ။

$$(4x) \times (\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4})$$

$$= (4x) \times (\frac{3}{2}x^2) + (4x) \times (\frac{3}{4})$$

$$= (4 \times \frac{3}{2}) x^{1+2} + (4 \times \frac{3}{4})x^{1+0}$$

$$= 6x^3 + 3x$$

ဥပမာ(6) $\frac{1}{\sqrt{2}}x^3$ ကို $(3x^2 + 4x)$ ဖြင့် မြှောက်ပါ။

$$(\frac{1}{\sqrt{2}}x^3) \times (3x^2 + 4x)$$

$$= (\frac{1}{\sqrt{2}}x^3) \times (3x^2) + (\frac{1}{\sqrt{2}}x^3) \times (4x)$$

$$= (\frac{1}{\sqrt{2}} \times 3)x^{3+2} + (\frac{1}{\sqrt{2}} \times 4)x^{3+1}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{2}}x^5 + 2\sqrt{2}x^4$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{2}x^5 + 2\sqrt{2}x^4$$

ဥပမာ(7) $(-\frac{1}{\sqrt{3}}x^2) \times (\frac{2}{3}x^3 + 7x)$ ကို ရှာပါ။

$$(-\frac{1}{\sqrt{3}}x^2) \times (\frac{2}{3}x^3 + 7x)$$

$$= (-\frac{1}{\sqrt{3}}x^2) \times (\frac{2}{3}x^3) + (-\frac{1}{\sqrt{3}}x^2) \times (7x)$$

$$= -\frac{2}{3\sqrt{3}}x^5 - \frac{7}{\sqrt{3}}x^3$$

ဥပမာ(8) $(-\frac{\sqrt{2}}{3}x^2) \times (x^4 - \frac{x^3}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{3}}x^2 - 22)$ ကိုရှာပါ။

$$(-\frac{\sqrt{2}}{3}x^2) \times (x^4 - \frac{x^3}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{3}}x^2 - 22)$$

$$= (-\frac{\sqrt{2}}{3}x^2) \times (x^4) + (-\frac{\sqrt{2}}{3}x^2) \times (-\frac{x^3}{\sqrt{2}}) + (-\frac{\sqrt{2}}{3}x^2)$$

$$\times (\frac{2}{\sqrt{3}}x^2) + (-\frac{\sqrt{2}}{3}x^2) \times (-22)$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{3}x^6 + \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}x^5 - \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}x^4 + \frac{22\sqrt{2}}{3}x^2$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{3}x^6 + \frac{x^5}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{9}x^4 + \frac{22\sqrt{2}}{3}x^2$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.5)

အောက်ပါတို့ကို မြှောက်ပါ။

1. $(\sqrt{2}\ x) \times (\frac{1}{2}x^2 + 4x)$

2. $(\frac{3}{8}x^2) \times (4x^2 + \frac{2}{\sqrt{3}}x)$

3. $(\frac{1}{6}x^5) \times (x^3 + \frac{\sqrt{8}}{11})$

4. $(-\frac{10}{11}x) \times (\frac{3}{2}x^3 + \frac{7}{6})$

5. $(-\sqrt{3}\ x^2) \times (-x^2 + \frac{\sqrt{5}}{2}x)$

6. $(-\frac{11}{2\sqrt{2}}x) \times (-x^4 + \frac{1}{\sqrt{2}}x^3 - \frac{\sqrt{3}}{7}x^2 + \frac{2}{5}x - \frac{21}{8})$

4.3.3 ပိုလီနိုမီယယ်နှစ်ခုတို့၏ မြှောက်လဒ်

ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို မိုနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့် မည်သို့မြှောက်ရသည်ကို သိရှိနားလည်ခဲ့ပြီးသည့်နောက် ဆက်လက်၍ ကိန်းစစ်မြှောက်ဖော်ကိန်းများ ပါဝင်သော ပိုလီနိုမီယယ်နှစ်ခု မြှောက်နည်းကိုလေ့လာကြမည်။ ကိန်းစစ်မြှောက်ဖော်ကိန်းများပါရှိသော ပိုလီနိုမီယယ်နှစ်ခုကို ပေးထားသည့်ဆိုပါစို့။ နောင်တွင် ၎င်းပိုလီနိုမီယယ်တို့ကို P နှင့် Q ဟုခေါ်ဝေါ်သုံးစွဲကြမည်။ P သည်ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုဖြစ်သည့်အလျောက် မိုနိုမီယယ်များပေါင်းလဒ်ဖြစ်သည်။ထိုမိုနိုမီယယ်တစ်ခုစီဖြင့် ပိုလီနိုမီယယ် Q ကို မြှောက်နိုင်သည်။ ဤသို့ရရှိသော မြှောက်လဒ်များကို ပေါင်း၍ရရှိသော ပိုလီနိုမီယယ်သည် P နှင့် Q တို့၏ မြှောက်လဒ်ပင်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ(1) $2x + 3$ ကို $7x - 4$ ဖြင့် မြှောက်ပါ။

$$
\begin{aligned}
& (2x + 3) \times (7x - 4) \\
= \ & (2x) \times (7x - 4) + 3 \times (7x - 4) \\
= \ & 2x \times 7x + (2x) \times (-4) + 3 \times (7x) + 3 \times (-4) \\
= \ & 2 \times 7 \times x^{1+1} + 2 \times (-4) \times x + 3 \times 7 \times x + 3 \times (-4) \\
= \ & 14x^2 - 8x + 21x - 12 \\
= \ & 14x^2 + 13x - 12
\end{aligned}
$$

ဥပမာ (2) $a - bx$ ကို $a + bx$ ဖြင့် မြှောက်ပါ။ ဤတွင် a နှင့် b တို့သည် ကိန်းစစ်များဖြစ် သည်။

$$(a - bx) \times (a + bx)$$

$$= a \times (a + bx) + (-bx) \times (a + bx)$$

$$= a \times a + a \times (bx) + (-bx) \times a + (-bx) \times (bx)$$

$$= a^2 + abx - abx - b^2x^2$$

$$= a^2 - b^2x^2$$

ဥပမာ (3) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + 1$ ကို $\frac{4}{5}x^4 - \frac{2}{3}x + \frac{2}{9}$ ဖြင့် မြှောက်ပါ။

$$(\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + 1) \times (\frac{4}{5}x^4 - \frac{2}{3}x + \frac{2}{9})$$

$$= \frac{1}{2}x^2(\frac{4}{5}x^4 - \frac{2}{3}x + \frac{2}{9}) + \frac{1}{3}x(\frac{4}{5}x^4 - \frac{2}{3}x + \frac{2}{9})$$

$$+ 1(\frac{4}{5}x^4 - \frac{2}{3}x + \frac{2}{9})$$

$$= (\frac{1}{2}x^2) \times (\frac{4}{5}x^4) + (\frac{1}{2}x^2) \times (-\frac{2}{3}x) + (\frac{1}{2}x^2) \times (\frac{2}{9}) +$$

$$(\frac{1}{3}x) \times (\frac{4}{5}x^4) + (\frac{1}{3}x) \times (-\frac{2}{3}x) + (\frac{1}{3}x) \times (\frac{2}{9}) + 1 \times (\frac{4}{5}x^4)$$

$$+ 1 \times (-\frac{2}{3}x) + 1 \times \frac{2}{9}$$

$$= \frac{4}{10}x^6 - \frac{2}{6}x^3 + \frac{1}{9}x^2 + \frac{4}{15}x^5 - \frac{2}{9}x^2 + \frac{2}{27}x + \frac{4}{5}x^4 - \frac{2}{3}x + \frac{2}{9}$$

$$= \frac{2}{5}x^6 + \frac{4}{15}x^5 + \frac{4}{5}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{9}x^2 - \frac{16}{27}x + \frac{2}{9}$$

ဥပမာ(4) $\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}y - y^2$ ကို $6 - \sqrt{5}y$ ဖြင့် မြှောက်ပါ။

$$(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}y - y^2) \times (6 - \sqrt{5}y)$$

$$= (6 - \sqrt{5}y) \times (\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}y - y^2) \qquad \text{(ဖလှယ်ရဂုဏ်သတ္တိ)}$$

$$= 6 \times (\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}y - y^2) + (-\sqrt{5}y) \times (\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}y - y^2)$$

$$= \quad 6\sqrt{2} + \frac{6}{\sqrt{3}}y - 6y^2 - \sqrt{5}\sqrt{2}\,y - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}y^2 + \sqrt{5}\,y^3$$

$$= \quad 6\sqrt{2} + 2\sqrt{3}\,y - 6y^2 - \sqrt{10}\,y - \sqrt{\frac{5}{3}}\,y^2 + \sqrt{5}\,y^3$$

$$= \quad 6\sqrt{2} + (2\sqrt{3} - \sqrt{10})y - (6 + \sqrt{\frac{5}{3}})\,y^2 + \sqrt{5}\,y^3$$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.6)

အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

1. $(x + a) \times (x + 1)$
2. $(\frac{1}{\sqrt{2}}x^2 + x) \times (\frac{1}{3}x + 1)$
3. $(x - 1) \times (x^2 + x + 1) + (2.5x^2 + 1.7x - 1)$
4. $(x + \frac{2}{3}) \times (x - \sqrt{5}) - (8x + \frac{1}{\sqrt{11}}x^2)$
5. $(\frac{3}{4}x - \frac{13}{18}) \times (\frac{3}{4}x + \frac{13}{18}) + (\frac{7}{8}x^2 + \frac{3}{4}x) \times (\frac{7}{8}x - \frac{3}{4})$
6. $(\frac{1}{3}z^2 + z + 1) \times (z^2 - \frac{1}{2}z + \frac{1}{9})$
7. $(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}z - z^2) \times (\frac{1}{\sqrt{2}} + z)$

4.4 ပိုလီနိုမီယယ်များစားခြင်း

ကိန်းဂဏန်းစားခြင်းနှင့် ပတ်သက်၍ အတွေ့အကြုံရှိခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။ ဥပမာအားဖြင့် 15 ကို 3 ဖြင့် စားလိုသည့်အခါ ဤသို့မေးနိုင်ပေသည်။ 15 ရရှိရန် 3 ကို မည်သည့်ကိန်းဖြင့် မြှောက်ရမည် နည်း။ အဖြေသည် 5 ဖြစ်ကြောင်း လွယ်ကူစွာတွေ့မြင်နိုင်သည့်အတွက် $15 \div 3 = 5$ ဟု ပြော သည်။

ပိုလီနိုမီယယ်များ စားခြင်းနှင့် ပတ်သက်ပြီး အလားတူမင် အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ပါသည်။ ဥပမာအားဖြင့် ပိုလီနိုမီယယ်နှစ်ခု $14x^2 + 13x - 12$ နှင့် $2x + 3$ တို့ကို လေ့လာကြည့်ကြပါစို့။ $2x + 3$ ကို $7x - 4$ ဖြင့်မြှောက်လျှင် $14x^2 + 13x - 12$ ရရှိသဖြင့် $14x^2 + 13x - 12$ ကို $2x + 3$ ဖြင့်စားလျှင် $7x - 4$ ဖြစ်သည်ဟုဆိုသည်။ ဤအကြောင်းကိုအောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြ နိုင်သည်။

$$(14x^2 + 13x - 12) \div (2x + 3) = 7x - 4$$

အကယ်၍ $2x + 3$ နှင့် $7x - 4$ တို့ကို မြှောက်လျှင် $14x^2 + 13x - 12$ ရရှိကြောင်းကို ကြိုတင် မသိရှိထားပါမူ $14x^2 + 13x - 12$ ကို $2x + 3$ ဖြင့်မည်သို့စားမည်နည်းဟု မေးဖွယ်ရာရှိပေသည်။ ၎င်းတို့၏ အဆင့်အမြင့်ဆုံးကိန်းများဖြစ်သော $14x^2$ နှင့် $2x$ တို့ကို စဉ်းစားသော် $14x^2$ ရရှိရန် $2x$ ကို မည်သည့်ကိန်းဖြင့် မြှောက်ရမည်နည်း။ $7x$ ဖြစ်ကြောင်း ထင်ရှားသည်။ သို့ဖြစ်၍ $2x + 3$ ကို $7x$ ဖြင့် မြှောက်မည်။ ပိုလီနိုမီယယ်

$(7x) \times (2x + 3) = 14x^2 + 21x$ ကိုရရှိမည်။

ဤပိုလီနိုမီယယ်ကို $14x^2 + 13x - 12$ မှ နုတ်လျှင်

$(14x^2 + 13x - 12) - (14x^2 + 21x) = -8x - 12$ ကို ရသည်။

$-8x - 12$ နှင့် $2x + 3$ တို့သည်အဆင့် 1 ရှိသော ပိုလီနိုမီယယ်များဖြစ်သည်။ $2x + 3$ ကို -4 ဖြင့် မြှောက်သော် $-8x - 12$ ကိုရသည်။ ထို့ကြောင့် $14x^2 + 13x - 12$ ရရှိရန် $2x + 3$ ကိုမြှောက်ရမည့် ပိုလီနိုမီယယ်သည် $7x - 4$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရှိရသည်။

ဥပမာ အချို့ကို ဆက်လက်လေ့လာကြပါစို့။

ဥပမာ (1) ပိုလီနိုမီယယ် $x^2 + 7x + 12$ ကို $x + 4$ ဖြင့်စားပါ။

ထိုပိုလီနိုမီယယ်နှစ်ခု၏ အဆင့်အမြင့်ဆုံးကိန်းလုံးများဖြစ်သော x^2 နှင့် x တို့ကို စဉ်းစား သော် x ကို x ဖြင့် မြှောက်လျှင် x^2 ရမည်။

ထို့ကြောင့် $x + 4$ ကို x ဖြင့် မြှောက်မည်။

$(x+4) \times x = x^2 + 4x$ ကို ရသည်။

$x^2 + 7x + 12$ မှ $x^2 + 4x$ ကို နုတ်သော်

$$\begin{aligned} & (x^2 + 7x + 12) - (x^2 + 4x) \\ = \;& x^2 + 7x + 12 - x^2 - 4x \\ = \;& 3x + 12 = 3(x + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x + 4) \times (x + 3) &= x^2 + 4x + 3(x + 4) \\ &= x^2 + 7x + 12 \end{aligned}$$

တစ်နည်းဆိုသော် $(x^2 + 7x + 12) \div (x + 4) = x + 3$

အထက်တွင် ဖော်ပြခဲ့သောတွက်နည်းကို သဘာဝကိန်းများအတွက် အသုံးပြုခဲ့သော အရှည်စားနည်းဖြင့်လည်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

$$\begin{array}{r} x + 4 \,\big)\; x^2 + 7x + 12 \;\big(\; x + 3 \\ \underline{-x^2 \pm 4x \qquad\qquad} \\ 3x + 12 \\ \underline{-3x \pm 12} \\ 0 \end{array}$$

ကိန်းများစားခြင်းမှာကဲ့သို့ $x^2 + 7x + 12$ ကို တည်ကိန်း(dividend), $x + 4$ ကိုစားကိန်း (divisor), $x + 3$ ကို စားလဒ် (quotient) ဟု အသီးသီးခေါ်သည်။

အထက်တွင်ပြထားသော စားနည်းပုံစံတွင် တည်ကိန်းကို ကွင်းများ) နှင့် (အတွင်း၌ ရေး၍စားကိန်းကို ဝဲဘက်အပြင်ဘက်တွင်ရေးသည်။ ပထမမြှောက်ကိန်း x ကိုယာဘက်အပြင်၌ ရေးသည်။ $x + 4$ နှင့် x တို့၏ မြှောက်လဒ်ဖြစ်သော $x^2 + 4x$ ကို $x^2 + 7x$ အောက်တည့်တည့်တွင်ရေးသည်။ ထို့နောက် $x^2 + 4x$ ကို တည်ကိန်းမှနုတ်ပြီး အကြွင်း$3x + 12$ ကိုရသည်။ ဒုတိယမြှောက်ကိန်း $+ 3$ ကို ယာဘက်အပြင်၌ ရေးပြီး $x + 4$ နှင့် $+ 3$ တို့၏ မြှောက်လဒ် $3x + 12$ ကို အကြွင်း $3x + 12$ အောက်တွင် ရေးသည်။ တစ်ခုကို တစ်ခုမှနုတ်သော် အကြွင်း 0 (သုည)ရရှိပြီး စားလဒ်သည် $x + 3$ ဖြစ်၏။

စားလဒ်နှင့် စားကိန်းတို့၏ မြှောက်လဒ်ကို တည်ကိန်းအဆင့်ဆင့်မှ နုတ်ရာတွင် မြှောက်လဒ်၏ ကိန်းလုံးများကို လက္ခဏာပြောင်းပြီး မူရင်းလက္ခဏာအောက်တည့်တည့်တွင် ရေးရသည်။

ဥပမာ(2) ပိုလီနိုမီယယ် $y^5 - 2y^4 + 4y^3 - y^2 - 2y + 6$ ကို $y^3 - y^2 + 2$ ဖြင့် စားပါ။

$$
\begin{array}{r|l}
 & y^2 - y + 3 \\
\hline
y^3 - y^2 + 2 & y^5 - 2y^4 + 4y^3 - y^2 - 2y + 6 \\
 & -y^5 \mp y^4 \qquad \pm 2y^2 \\
\cline{2-2}
 & -y^4 + 4y^3 - 3y^2 - 2y + 6 \\
 & \mp y^4 \pm y^3 \qquad \mp 2y \\
\cline{2-2}
 & 3y^3 - 3y^2 \qquad + 6 \\
 & -3y^3 \mp 3y^2 \qquad \pm 6 \\
\cline{2-2}
 & 0
\end{array}
$$

ရလဒ်သည် $y^2 - y + 3$ ဖြစ်၏။

$$(y^5 - 2y^4 + 4y^3 - y^2 - 2y + 6) \div (y^3 - y^2 + 2) = y^2 - y + 3$$

အထက်ပါဥပမာများတွင် အကြွင်းမရှိစားနိုင်သည့် အခြေအနေတို့ကိုသာ တွေ့ရသည်။ တည်ကိန်းကို စားကိန်းဖြင့် အတိအကျစား၍ ပြတ်သည်ဟုခေါ်သည်။ ဤသို့ အပြတ်စား ပုစ္ဆာမျိုးကိုအမြဲတွေ့ရမည် မဟုတ်ပေ။

ဥပမာ(3) $4x^2 + 3x + 4$ ကို $x + 1$ ဖြင့် စားပါ။

$$
\begin{array}{l}
x + 1)\, 4x^2 + 3x + 4\, (\, 4x - 1 \\
\quad\; -4x^2 \pm 4x \\
\hline
\qquad\quad -x + 4 \\
\qquad\quad \mp x \mp 1 \\
\hline
\qquad\qquad 5
\end{array}
$$

ဤပုစ္ဆာတွင် အစားသည်မပြတ်ဘဲအကြွင်း 5 ရှိနေသည်။ အကြွင်းတွင်အဆင့် 0 သာရှိ၍ ဆက်မစားနိုင်တော့ဘဲရပ်လိုက်ရသည်။စားလဒ်သည် $4x - 1$ ဖြစ်၍ အကြွင်းသည် 5 ဖြစ်သည်။

ဥပမာ(4) $5y^3 + 7y - 6$ကို $y^2 + y + 1$ ဖြင့်စား၍ ရရှိသောစားလဒ်နှင့် အကြွင်းတို့ကိုရှာပါ။

$$
\begin{array}{r|rrrr|l}
y^2+y+1 & 5y^3 & & +7y & -6 & 5y-5 \\
 & \underline{-5y^3} & \underline{\pm 5y^2} & \underline{\pm 5y} & & \\
 & & -5y^2 & +2y & -6 & \\
 & & \underline{\mp 5y^2} & \underline{\mp 5y} & \underline{\mp 5} & \\
 & & & 7y & -1 &
\end{array}
$$

စားလဒ်သည် $5y - 5$ ဖြစ်၍ အကြွင်းသည် $7y - 1$ ဖြစ်သည်။

မှတ်ချက် 1. တည်ကိန်းနှင့်စားကိန်းတို့ကို ကိန်းရှင် x သို့မဟုတ် y ၏ ထပ်ညွှန်းအရ ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် စီစဉ်ထားရသည်။

2. အကြွင်း၏အဆင့်သည် စားကိန်း၏ အဆင့်အောက် ငယ်သည်။ ယေဘုယျအားဖြင့် တည်ကိန်း၏အဆင့်သည် စားကိန်း၏အဆင့်ထက် ကြီးလျှင်သော်လည်းကောင်း၊ အဆင့်များတူညီလျှင်သော်လည်းကောင်း ဆက်လက်စားနိုင်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (4.7)

1. ပိုလီနိုမီယယ် $x^2 - x - 42$ ကို $x - 7$ ဖြင့် စားပါ။
2. ပိုလီနိုမီယယ် $4y^2 - 13y - 12$ ကို $4y - 3$ ဖြင့်စားလျှင် ပြတ်ပါသလား။
3. အောက်ပါတို့၏ အဖြေကို ရှာပါ။

   (a) $(y^3 + 1) \div (y + 1)$

   (b) $(y^3 + 1) \div (y^2 - y + 1)$
4. ပိုလီနိုမီယယ် $15x^4 - 16x^3 + 8x - 17$ ကို $3x^2 + x + 1$ ဖြင့် စား၍ ရရှိသောစားလဒ်နှင့် အကြွင်းတို့ကို ရှာပါ။
5. ပိုလီနိုမီယယ် $2x^4 + 8x^3 + 7x^2 + 4x + 3$ ကို $x^2 + 4x + 3$ ဖြင့် စားပါ။
6. ဖော်ပြထားသော လုပ်ထုံးအတိုင်း ဆောင်ရွက်ပါ။

   (a) $(x^3 + 3x^2 - 5) \div (x + 2)$

   (b) $(3x^5 - 2x^4 + x^2 - 2) \div (x^2 + x + 1)$
7. ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ မြေကွက်တစ်ခု၏ ဧရိယာသည် $(x^2 - 7x + 12)$ စတုရန်းမီတာ ဖြစ်၏။အကယ်၍အနားတစ်ဖက်သည် $(x - 3)$မီတာဖြစ်လျှင်ကျန်အနား တစ်ဖက်ကိုရှာပါ။

အခန်း (5)

ဆခွဲကိန်းများခွဲခြင်းနှင့် ထပ်တူညီခြင်း

အမြောက်ပုံသေနည်းများကိုအသုံးပြု၍ အက္ခရာကိန်းတန်းများ ဆခွဲကိန်းခွဲခြင်းကိုလေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ယခုသင်ခန်းစာတွင် အမြောက်ပုံသေနည်းများကို ရောနှောအသုံးပြု၍ နှစ်ထပ်ကိန်းပါအက္ခရာကိန်းတန်းများ ဆခွဲကိန်းခွဲခြင်းနှင့် အသုံးပြုပုံတို့ကို ဆက်လက် လေ့လာမည်။ ထိုကဲ့သို့မလေ့လာမီအောက်ပါပုံသေနည်းများသုံး၍ဆခွဲကိန်းခွဲခြင်းကိုရှေးဦးစွာလေ့လာမည်။

1. $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$
2. $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$
3. $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$

ဥပမာ(1) $4a^4 - 64\,y^4$ ကို ဆခွဲကိန်းများ ခွဲပါ။

$$\begin{aligned}
4a^4 - 64b^4 &= 4(a^4 - 16b^4) \\
&= 4(a^2)^2 - (4b^2)^2 \\
&= 4\{(a^2 + 4b^2)(a^2 - 4b^2)\} \\
&= 4[\{(a^2 + 4b^2)\{(a)^2 - (2b)^2\}] \\
&= 4[\{(a^2 + 4b^2)\{a + 2b)(a - 2b)\} \\
&= 4(a^2 + 4b^2)(a + 2b)(a - 2b) \\
4a^4 - 64b^4 &= 4(a^2 + 4b^2)(a + 2b)(a - 2b)
\end{aligned}$$

ဥပမာ (2) $25y^4 - 40y^2 + 16$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned}
25y^4 - 40y^2 + 16 &= (5y)^2 + 2(5y^2)(4) + (4)^2 \\
&= (5y^2 + 4)^2 \\
25y^4 - 40y^2 + 16 &= (5y^2 + 4)^2
\end{aligned}$$

ဥပမာ (3) $16x^2 - 40xy + 25y^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned}
&16x^2 - 40xy + 25y^2 \\
= \; &(4x)^2 - 2(4x)(5y) + (5y)^2 \\
= \; &(4x - 5y)^2 \\
\therefore \; &16x^2 - 40xy + 25y^2 = (4x - 5y)^2
\end{aligned}$$

ဥပမာ (4) $16x^2 - 4a^2 - 4ab - b^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned}
&16x^2 - 4a^2 - 4ab - b^2 \\
= \; &16x^2 - (4a^2 + 4ab + b^2) \\
= \; &(4x)^2 - (2a + b)^2 \\
= \; &\{4x + (2a + b)\}\{4x - (2a + b)\} \\
= \; &(4x + 2a + b)(4x - 2a - b)
\end{aligned}$$

5.1 သုံးထပ်ကိန်းနှစ်ခု၏ပေါင်းခြင်း၊ခြားနားခြင်းပါသော ကိန်းတန်းကို ဆခွဲကိန်းခွဲခြင်း

အမြှောက်ပုံသေနည်းတွင် $(x+y)(x^2-xy+y^2) = x^3 + y^3$ ဖြစ်ကြောင်းသိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ အကယ်၍ x^3+y^3 ကို ဆခွဲကိန်းခွဲလျှင် $(x+y)(x^2-xy+y^2)$ ကို ရသည်။

$\therefore x^3+y^3 = (x+y)(x^2-xy+y^2)$

ထိုနည်းတူပင် $(x-y)(x^2+xy+y^2) = x^3-y^3$ ဖြစ်သဖြင့် x^3-y^3 ၏ဆခွဲကိန်းများ $(x-y)$ နှင့် (x^2+xy+y^2) ဖြစ်သည်။

$\therefore x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$

ဥပမာ(1) x^3+1 ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} x^3+1 &= x^3+1^3 \\ &= (x+1)(x^2-x+1) \end{aligned}$$

ဥပမာ(2) $8a^3+27b^3$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} 8a^3+27b^3 &= (2a)^3+(3b)^3 \\ &= (2a+3b)\{(2a)^2-(2a)(3b)+(3b)^2\} \\ &= (2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2) \end{aligned}$$

ဥပမာ(3) $64x^7 - xa^6$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} 64x^7-xa^6 &= x\{64x^6-a^6\} \\ &= x\{(4x^2)^3-(a^2)^3\} \\ &= x(4x^2-a^2)\{(4x^2)^2+(4x^2)(a^2)+(a^2)^2\} \\ &= x(2x+a)(2x-a)(16x^4+4x^2a^2+a^4) \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.1)

အောက်ပါကိန်းတန်းတို့ကို ဆခွဲကိန်းများခွဲပါ။

1. $x^6 - 36y^4$
2. $P^2a^2x^2 - r^2s^2$
3. $\frac{1}{9}x^2y^2 - \frac{9}{25}y^2z^2$
4. $\frac{4}{9}x^2 - \frac{z^2}{16}$
5. $a^4-4a^2b^2+4b^4$
6. $a^4 - 8a^2b^2+16b^4$
7. x^2+9y^2-6xy
8. $(m+3n)^2 - 14(m+3n)+49$
9. $25x^2-4a^2-12ab-9b^2$
10. $36x^2-25a^2+10ab-b^2$
11. $4a^2-9x^2-6xy-y^2$
12. $b^2-x^2-4ax-4a^2$
13. $27y^3-1$
14. $x^3y^3+z^3$
15. $64-p^3q^3$
16. $125p^3-8$
17. $x^3+1000y^3$
18. $343-y^3$
19. $729p^3-8q^3$

5.2 ပေးထားသောနှစ်ထပ်ကိန်းပါကိန်းတန်းကိုနှစ်ထပ်ကိန်းတိပြောင်း၍ဆခွဲကိန်းခွဲခြင်း

$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$ နှင့် $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$ ဖြစ်ကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။

အကယ်၍နှစ်ထပ်ကိန်းပါကိန်းတန်းတွင် ပါဝင်သောပထမကိန်းနှစ်လုံးဖြစ်သည့် x^2 နှင့် x ကိုပေးထားသောအခါတွင် x ၏မြှောက်ဖော်ကိန်းထက်ဝက်၏နှစ်ထပ်ကို ပေါင်းထည့်ပေးခြင်းဖြင့် နှစ်ထပ်ကိန်းတိဖြစ်အောင်ပြုလုပ်နိုင်သည်။

ထို့ကြောင့် $x^2 + 6x$ တွင် $(\frac{6}{2})^2$ သို့မဟုတ် 9 ကို ပေါင်းထည့်ပေးပါက $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ ဖြစ်မည်။

ထိုနည်းတူ $x^2 - 7x$ ကို နှစ်ထပ်ကိန်းတိဖြစ်စေရန်အတွက် $(\frac{7}{2})^2$ သို့မဟုတ် $\frac{49}{4}$ ကို ပေါင်းထည့်ပေးရမည်။

ထိုအခါ $x^2 - 7x + \frac{49}{4} = (x - \frac{7}{2})^2$ ဖြစ်မည်။

ဥပမာ(1) $x^2 + 6x + 5$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

နှစ်ထပ်ကိန်းတိဖြစ်စေရန် $x^2 + 6x$ တွင် $(\frac{6}{2})^2$ ကို ပေါင်းထည့်ပြီး ပြန်နုတ်လိုက်သော်

$$\begin{aligned}
x^2 + 6x + 5 &= \{x^2 + 6x + (\frac{6}{2})^2\} + 5 - (\frac{6}{2})^2 \\
&= (x^2 + 6x + 9) + 5 - 9 \\
&= (x + 3)^2 - 4 \\
&= (x + 3 + 2)(x + 3 - 2) \\
&= (x + 5)(x + 1)
\end{aligned}$$

ဥပမာ(2) $3x^2 - 13x + 14$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned}
3x^2 - 13x + 14 &= 3(x^2 - \frac{13}{3}x + \frac{14}{3}) \\
&= 3\{x^2 - \frac{13}{3}x + (\frac{13}{6})^2 + \frac{14}{3} - (\frac{13}{6})^2\} \\
&= 3\{x^2 - \frac{13}{3}x + (\frac{13}{6})^2 + \frac{14}{3} - \frac{169}{36}\} \\
&= 3\{(x - \frac{13}{6})^2 - \frac{1}{36}\} \\
&= 3\{(x - \frac{13}{6})^2 - (\frac{1}{6})^2\}
\end{aligned}$$

$$= 3\{(x - \frac{13}{6} + \frac{1}{6})(x - \frac{13}{6} - \frac{1}{6})\}$$

$$= 3\{(x - 2)(x - \frac{7}{3})\}$$

$$= 3(x - \frac{7}{3})(x - 2)$$

$$= (3x - 7)(x - 2)$$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.2)

အောက်ပါတို့ကို နှစ်ထပ်ကိန်းတိပြောင်းနည်း အသုံးပြု၍ ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

1.	$a^2 + 7a + 12$	2.	$m^2 - 14m + 33$
3.	$x^2 - 16x + 64$	4.	$n^2 + 12n + 27$
5.	$y^2 - 13y + 42$	6.	$2x^2 + 11x + 15$
7.	$3a^2 - 13a + 14$	8.	$5m^2 - 6m - 8$
9.	$7a^2 + 8a - 12$	10.	$5c^2 - 24c + 27$

5.3 ဆခွဲကိန်းများကို အသုံးပြုခြင်း

ကိန်းများကို လေ့လာရာ၌ ကိန်းနှစ်လုံး၏မြှောက်လဒ်သည် သုညဖြစ်ခဲ့သော် မည်ကဲ့သို့ ကောက်ချက်ချနိုင်သည်ကို ပြန်လည်ဖော်ပြရပါမူ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်၏။

အကယ်၍ $a \cdot b = 0$ ဖြစ်ပြီး $a \neq 0$ ဖြစ်ပါက $b = 0$ ဖြစ်ကြောင်းကို သက်သေပြနိုင်၏။ အသေးစိတ်သက်သေပြကြည့်ကြပါစို့။ $a \neq 0$ ဖြစ်သောကြောင့် a ၏ပြောင်းပြန် ($\frac{1}{a}$) သည် သုညမဟုတ်ပေ။ $ab = 0$ ၏နှစ်ဖက်စလုံးကို $\frac{1}{a}$ ဖြင့် မြှောက်သော်

$$\frac{1}{a}(ab) = \frac{1}{a} \cdot 0$$

ဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြုလျှင်

$$(\frac{1}{a} \cdot a) \cdot b = \frac{1}{a} \cdot 0$$

$$1 \cdot b = 0$$

$$b = 0$$ ဖြစ်သည်။

ထို့အတူ $ab = 0$ နှင့် $b \neq 0$ ဖြစ်ပါက $a = 0$ ဖြစ်ကြောင်း သက်သေပြနိုင်၏။

ထို့ကြောင့် အောက်ပါအတိုင်း ယေဘုယျဂုဏ်သတ္တိတစ်ခုကို ဖော်ပြနိုင်၏။

a နှင့် b ကိန်းစစ်အားလုံးအတွက်

$ab = 0$ ဖြစ်လျှင် $a = 0$ သို့မဟုတ်

$b = 0$ ဖြစ်ပြီး အပြန်အလှန်အားဖြင့်

$a = 0$ သို့မဟုတ် $b = 0$ ဖြစ်ပါကလည်း

$ab = 0$ ဖြစ်၏။

အထက်ပါဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြုပြီး ညီမျှခြင်း၏ တစ်ဖက်တွင် သုညရှိပြီး အခြားတစ်ဖက်တွင် ဆခွဲကိန်းများပါဝင်သော အက္ခရာညီမျှခြင်း၏အဖြေများကို ရှာနိုင်ပေသည်။

ဥပမာ(1) $(x-3)(x+4) = 0$ ကို ပေးထားသည် ဆိုပါစို့။

ထိုအခါ အထက်ပါဂုဏ်သတ္တိအရ

$x - 3 = 0$ (သို့မဟုတ်) $x + 4 = 0$ ဖြစ်၏။

ထိုမှ $x = 3$ (သို့မဟုတ်) $x = -4$ ရ၏။

ထို့အပြင် $x = 3$ နှင့် $x = -4$ တို့သည် ပေးထားသောညီမျှခြင်းတွင် ပြေလည်ကြောင်း အစားသွင်းကြည့်နိုင်၏။ ထို့ကြောင့် ပေးထားသော ညီမျှခြင်း၏ အဖြေများသည် $x = 3$ နှင့် $x = -4$ ဖြစ်၏။

ဥပမာ(2) $x(x-2) = 0$ ညီမျှခြင်းကို ပြေလည်သော x တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$x(x-2) = 0$ ဖြစ်သောကြောင့်

$x = 0$ သို့မဟုတ် $x - 2 = 0$ ဖြစ်၏။

ထိုမှ $x = 0$ သို့မဟုတ် $x = 2$ ရ၏။

ထို့ကြောင့် $x = 0$ နှင့် $x = 2$ တို့သည် ပေးထားသော ညီမျှခြင်းကို ပြေလည်၏။

ဥပမာ(3) $\left(\frac{1}{x} - \frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{x} + \frac{1}{2}\right) = 0$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

ပေးထားချက်အရ

$\frac{1}{x} - \frac{2}{3} = 0$ (သို့မဟုတ်) $\frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 0$ ဖြစ်၏။

ထို့ကြောင့် $\frac{1}{x} - \frac{2}{3} = 0$ မှ $\frac{1}{x} = \frac{2}{3}$ ဖြစ်၏။

ထိုမှ $x = \frac{3}{2}$ ရ၏။

တစ်ဖန် $\frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 0$ မှ $\frac{3}{x} = -\frac{1}{2}$ ဖြစ်၏။

ထိုမှ $\frac{x}{3} = -2$ ရ၏။ $x = -6$ ရ၏။

ထို့ကြောင့် ပေးထားသောညီမျှခြင်း၏ အဖြေများမှာ

$x = \frac{3}{2}$ နှင့် $x = -6$ ဖြစ်၏။

လေ့ကျင့်ခန်း (5.3)

အောက်ပါ ညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

1. $x(x-5) = 0$
2. $3z(z+7) = 0$
3. $(2r-1)(3r-7) = 0$
4. $(4a-3)(7a-2) = 0$
5. $(2b+7)(2b+5) = 0$
6. $(9d+2)(6d+1) = 0$
7. $2x(x-1)(x+3) = 0$
8. $3r(r+6)(r-5) = 0$
9. $4\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{t}\right) = 0$
10. $-3\left(\frac{5}{4} + \frac{3}{k}\right) = 0$
11. $\left(\frac{2}{v} - 3\right)\left(\frac{1}{v} + 4\right) = 0$
12. $\left(\frac{3}{x} - 7\right)\left(\frac{1}{x} + 6\right) = 0$
13. $\left(\frac{2}{y} - \frac{1}{7}\right)\left(\frac{1}{y} + \frac{3}{8}\right) = 0$

5.4 မသိကိန်းတစ်လုံးပါ နှစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းများ

ညီမျှခြင်းတစ်ခုတွင် ပါဝင်သော မသိကိန်း၏အကြီးဆုံးထပ်ညွှန်းသည် 2 ဖြစ်လျှင် ယင်းညီမျှ ခြင်းကို နှစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းဟု ခေါ်သည်။

မသိကိန်းတစ်လုံးပါ နှစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းများ၏ ယေဘုယျပုံစံမှာ $ax^2 + bx + c = 0$ ဖြစ်သည်။ ဤပုံစံတွင် ပါဝင်သော a, b နှင့် c တို့သည် ကိန်းသေများဖြစ်ကြသည်။

ဥပမာ(1) $x^2 - 2x - 3 = 0$ သည် နှစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းတစ်ခုဖြစ်သည်။

ယင်းညီမျှခြင်းတွင် ယေဘုယျပုံစံမှ ကိန်းသေအသီးသီးမှာ

$a = 1$

$b = -2$

$c = -3$ ဖြစ်သည်။

တစ်နည်းဆိုရသော် ယေဘုယျပုံစံ

$ax^2 + bx + c = 0$ ညီမျှခြင်းတွင်

$a = 1$

$b = -2$

$c = -3$ ကိုအစားထိုးပါက

$x^2 - 2x - 3 = 0$ ဟူသော နှစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းကို ရရှိမည်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ(2)　$3x^2 - 6x = 0$ ညီမျှခြင်းတွင် ယေဘုယျပုံစံမှ ကိန်းသေအသီးသီးမှာ $a = 3$, $b = -6$ နှင့် $c = 0$ ဖြစ်ကြသည်။

ယင်းကိန်းသေများ၏ တန်ဖိုးများကို ယေဘုယျပုံစံ

$$ax^2 + bx + c = 0$$

အစားသွင်းသော်

$$3x^2 + (-6)x + 0 = 0$$

$3x^2 - 6x = 0$ ဟူသော ညီမျှခြင်းကိုရမည်။

ဥပမာ(3)　$9x^2 - 25 = 0$ ညီမျှခြင်းတွင်

$a = 9$

$b = 0$

$c = -25$ ဖြစ်မည်။

ယေဘုယျပုံစံ $ax^2 + bx + c = 0$ ၌ကွင် အစားသွင်းသော်

$$9x^2 + 0x + (-25) = 0$$

$9x^2 - 25 = 0$ ညီမျှခြင်းကိုရ၏။

5.5 နှစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းနည်း

နှစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းရာတွင် ဆခွဲကိန်းခွဲခြင်းကို အသုံးပြု၍ အောက်ပါအတိုင်းဖြေရှင်းနိုင်၏။

ဥပမာ $x^2 - 2x - 3 = 0$ ညီမျှခြင်းကို ဖြေရှင်းပါ။

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

ညီမျှခြင်း၏ လက်ဝဲဘက်ကို ဆခွဲကိန်းခွဲသော်

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

ထိုမှ　$x - 3 = 0$ (သို့မဟုတ်)　$x + 1 = 0$ ဖြစ်မည်။

$x = 3$ (သို့မဟုတ်)　$x = -1$

ထို့ကြောင့် မူလညီမျှခြင်း၏ အဖြေများမှာ

$x = 3$ နှင့် $x = -1$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ(1)　$3x^2 - 6x = 0$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

ပေးရင်းညီမျှခြင်း၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 3 ဖြင့် စားသော်

$$(3x^2 - 6x) \div 3 = 0 \div 3$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

ဤတွင်　$x = 0$ (သို့မဟုတ်) $x - 2 = 0$ ဖြစ်၏။

$x = 0$ (သို့မဟုတ်) $x - 2 = 0$

$x = 0$ (သို့မဟုတ်) $x = 2$ ဖြစ်သည်။

ချိန်ကိုက်ပုံ

$$3x^2 - 6x = 0$$

$x = 0$ ဖြစ်လျှင်　$3 \times (0)^2 - 6 \times (0) = 0$

$0 - 0 = 0$

$x = 2$ ဖြစ်လျှင်　$3 \times (2)^2 - 6 \times (2) = 0$

$3 \times 4 - 6 \times 2 = 0$

$12 - 12 = 0$

$\therefore x = 0$ နှင့် $x = 2$ တို့သည် မူလညီမျှခြင်းကို ပြေလည်စေသောကြောင့် ညီမျှခြင်း၏ ကိန်းရင်းများဖြစ်သည်။

ဥပမာ(2)　$9x^2 - 25 = 0$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$9x^2 - 25 = 0$$

ညီမျှခြင်း၏ လက်ဝဲဘက်ကို ဆခွဲကိန်းခွဲသော်

$(3x - 5)(3x + 5) = 0$

$\therefore 3x - 5 = 0$ (သို့မဟုတ်) $3x + 5 = 0$

$\therefore 3x = 5$ (သို့မဟုတ်) $3x = -5$

$\therefore x = \frac{5}{3}$ (သို့မဟုတ်) $x = -\frac{5}{3}$ ဖြစ်မည်။

ချိန်ကိုက်ပုံ

$$9x^2 - 25 = 0$$

$x = \frac{5}{3}$ ဖြစ်လျှင် $9 \times (\frac{5}{3})^2 - 25 = 0$ ဖြစ်သည်။

$9 \times \frac{25}{9} - 25 = 0$

$25 - 25 = 0$

$x = -\frac{5}{3}$ ဖြစ်လျှင် $9 \times (-\frac{5}{3})^2 - 25 = 0$ ဖြစ်သည်။

$9 \times \frac{25}{9} - 25 = 0$

$25 - 25 = 0$

$\therefore x = \frac{5}{3}$ နှင့် $x = -\frac{5}{3}$ တို့သည် မူလညီမျှခြင်းကို ပြေလည်စေသောကြောင့် ညီမျှခြင်း၏ ကိန်းရင်းများဖြစ်ကြသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (5.4)

1. အောက်ဖော်ပြပါ နှစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

(a) $3x - 4x^2 = 0$ (b) $3t^2 - 4t = 0$

(c) $7p^2 + 21p = 0$ (d) $6n - 2n^2 = 0$

(e) $5x^2 - 15x = 0$

2. အောက်ပါ နှစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

(a) $x^2 - 9 = 0$ (b) $4x^2 - 1 = 0$

(c) $1 - y^2 = 0$ (d) $9 - 4t^2 = 0$

(e) $16 - x^2 = 0$ (f) $9p^2 - 4 = 0$

(g) $4m^2 - 4 = 0$ (h) $25w^2 = 100$

(i) $36 = \frac{1}{4}x^2$ (j) $\frac{1}{9}x^2 = 25$

3. အောက်ပါ နှစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းများ၏ ကိန်းရင်းကိုရှာပါ။

(a) $9x^2 - 12x + 4 = 0$ (b) $2a^2 + 5a - 3 = 0$

(c) $3y^2 - 8y - 3 = 0$ (d) $12 - 19x + 4x^2 = 0$

(e) $12 + 7x - 12x^2 = 0$ (f) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

(g) $14 + 17x - 6x^2 = 0$ (h) $4x^2 + 8x + 3 = 0$

(i) $6p^2 + 19p - 7 = 0$ (j) $21 - 8m - 4m^2 = 0$

4. အောက်ပါညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်း၍ အဖြေမှန် မမှန် ချိန်ကိုက်ပါ။

(a) $x^2 - 12x - 45 = 0$

(b) $x^2 + 12x + 27 = 0$

(c) $x^2 - 4 = 0$

(d) $10x^2 + x - 2 = 0$

(e) $12x^2 + 20x + 3 = 0$

(f) $5x^2 - 75x = 0$

အချို့သောနှစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းများမှာယေဘုယျပုံစံ(သို့မဟုတ်)စံပုံစံ $ax^2 + bx + c = 0$ အတိုင်း မဟုတ်ကြပေ။ ထိုကဲ့သို့ စံပုံစံမဝင်သော နှစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းရာတွင် ရှေးဦးစွာ မူလညီမျှခြင်းအား စံပုံစံရောက်အောင် ပြောင်းပြီးမှ ဖြေရှင်းရမည်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ(3) $2x^2 - 10x = 3x - 15$ ကို ရှင်းပါ။

ပုစ္ဆာအရ $2x^2 - 10x = 3x - 15$

$\therefore$ $2x^2 - 10x - 3x + 15 = 0$

$2x^2 - 13x + 15 = 0$

ဆခွဲကိန်းခွဲသော်

$(2x - 3)(x - 5) = 0$

$2x - 3 = 0$ (သို့မဟုတ်) $x - 5 = 0$

$2x = 3$ (သို့မဟုတ်) $x = 5$

$x = \frac{3}{2}$ (သို့မဟုတ်) $x = 5$

ချိန်ကိုက်ပုံ

$$2x^2 - 13x + 15 = 0$$

$x = \frac{3}{2}$ ဖြစ်သောအခါ $2 \times (\frac{3}{2})^2 - 13 \times (\frac{3}{2}) + 15 = 0$

$$2 \times \frac{9}{4} - 13 \times \frac{3}{2} + 15 = 0$$

$$\frac{9}{2} - \frac{39}{2} + 15 = 0$$

$$-\frac{30}{2} + 15 = 0$$

$$-15 + 15 = 0$$

$x = 5$ ဖြစ်သောအခါ $2(5)^2 - 13(5) + 15 = 0$

$$2 \times 25 - 65 + 15 = 0$$

$$50 - 65 + 15 = 0$$

$$-15 + 15 = 0$$

$\therefore x = \frac{3}{2}$ နှင့် $x = 5$ တို့သည် မူလညီမျှခြင်းကို ပြေလည်စေသော ကိန်းရင်းများ ဖြစ်ကြသည်။

ဥပမာ(4) $3(x^2 - 2) = 4(x - 1\frac{1}{2})$ ကို ရှင်းပါ။

$$3(x^2 - 2) = 4(x - \frac{3}{2})$$

$$3x^2 - 6 = 4(\frac{2x - 3}{2})$$

$$3x^2 - 6 = 2(2x - 3)$$

$$3x^2 - 6 = 4x - 6$$

$$\therefore 3x^2 - 6 - 4x + 6 = 0$$

$$\therefore 3x^2 - 4x = 0$$

$$x(3x - 4) = 0$$

$\therefore x = 0$ (သို့မဟုတ်) $3x - 4 = 0$

$\therefore x = 0$ (သို့မဟုတ်) $x = \frac{4}{3}$

ချိန်ကိုက်ပုံ

$$3(x^2-2) = 4\left(x-\frac{3}{2}\right)$$

$x = 0$ ဖြစ်သော် $3((0)^2-2) = 4\left(0-\frac{3}{2}\right)$

$$-6 = -4 \times \frac{3}{2} = -6$$

$x = \frac{4}{3}$ ဖြစ်သော် $3(x^2-2) = 4\left(x-\frac{3}{2}\right)$

$$3\left(\left(\frac{4}{3}\right)^2 - 2\right) = 4\left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right)$$

$$3\left(\frac{16}{9} - 2\right) = 4\left(\frac{8-9}{6}\right)$$

$$\frac{16}{3} - 6 = \frac{3}{2}(-1)$$

$$\frac{16-18}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$-\frac{2}{3} = -\frac{2}{3}$$

$\therefore x = 0$ နှင့် $x = \frac{4}{3}$ တို့သည် မူလညီမျှခြင်းကို ပြေလည်စေသော ကိန်းရင်းများဖြစ်ကြ သည်။

ဥပမာ(5) $\left(2x-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}(4x+1)\left(4x-\frac{5}{2}\right)$ ကို ရှင်းပါ။

ပုစ္ဆာအရ $\left(2x-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}(4x+1)\left(4x-\frac{5}{2}\right)$

$$\therefore \left(2x-\frac{1}{2}\right)\left(2x-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}(4x+1)\left(4x-\frac{5}{2}\right)$$

$$4x^2 - x - x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}\left(16x^2 + 4x - 10x - \frac{5}{2}\right)$$

$$4x^2 - 2x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}\left(16x^2 - 6x - \frac{5}{2}\right)$$

$$\frac{16x^2 - 8x + 1}{4} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{32x^2 - 12x - 5}{2}\right)$$

$$16x^2 - 8x + 1 = 32x^2 - 12x - 5$$

$$16x^2 - 8x + 1 - 32x^2 + 12x + 15 = 0$$

$$-16x^2 + 4x + 6 = 0$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို -2 ဖြင့်စားသော်

$\therefore\ 8x^2 - 2x - 3 = 0$

ဆခွဲကိန်းခွဲသော်

$$(4x-3)(2x+1) = 0$$

$$\therefore\ 4x - 3 = 0 \text{ (သို့မဟုတ်) } 2x + 1 = 0$$

$$\therefore\ x = \frac{3}{4} \text{ (သို့မဟုတ်) } x = -\frac{1}{2}$$

ချိန်ကိုက်ပုံ

$$x = \frac{3}{4} \text{ ဖြစ်လျှင်}$$

မူလညီမျှခြင်း၏ ဝဲဘက် $= (2x - \frac{1}{2})^2$

$$= (2 \times \frac{3}{4} - \frac{1}{2})^2$$

$$= (\frac{3}{2} - \frac{1}{2})^2$$

$$= (1)^2 = 1$$

ယာဘက် $= \frac{1}{2}(4x+1)(4x - \frac{5}{2})$

$$= \frac{1}{2}(4 \times \frac{3}{4} + 1)(4 \times \frac{3}{4} - \frac{5}{2})$$

$$= \frac{1}{2} \times (3+1)(3 - \frac{5}{2})$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{2}$$

$$= 1$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ ဖြစ်သော်}$$

မူလညီမျှခြင်း၏ ဝဲဘက် $= (2x - \frac{1}{2})^2$

$$= (2 \times (-\frac{1}{2}) - \frac{1}{2})^2$$

$$= (-1 - \frac{1}{2})^2$$

$$= (-\frac{3}{2})^2$$

$$= \frac{9}{4}$$

ယာဘက် $= \frac{1}{2}(4x+1)(4x - \frac{5}{2})$

$$\frac{1}{2}(4 \times (-\frac{1}{2}) + 1)(4 \times (-\frac{1}{2}) - \frac{5}{2})$$

$$= \frac{1}{2}(-2+1)(-2-\frac{5}{2})$$

$$= \frac{1}{2}(-1)(-\frac{9}{2})$$

$$= \frac{9}{4}$$

$\therefore$ $x = -\frac{1}{2}$ နှင့် $x = \frac{3}{4}$ တို့သည် မူလညီမျှခြင်းကို ပြေလည်စေသော ကိန်းရင်းများဖြစ်ကြသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (5.5)

1. အောက်ပါနှစ်ထပ်ကိန်း ညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

(a) $2x^2 + 5x = 7$ (b) $y^2 = 10y + 24$

(c) $t(t-5) = 24$ (d) $4x(x+1) = 15$

(e) $(3b-1)^2 = 4$ (f) $x^2 + (x-1)^2 = 1$

(g) $(3x-2)(x+1) = 2$ (h) $(y+1)(y-1) = 3$

(i) $(x+2)(x+3) = x+3$ (j) $2(x-3) = (2x+3)(3-x)$

(k) $(x+1)^2 = 6(x+1)$ (l) $3 + 7(x-3) = 6(x-3)^2$

(m) $(2x+5)^2 + (2x+5) = 2$

2. အောက်ပါနှစ်ထပ်ကိန်းပါညီမျှခြင်းများ၏ ကိန်းရင်းအသီးသီးကို ရှာပါ။

(a) $x + \frac{2}{x} = 3$ (b) $x - \frac{2}{x} = 1$

(c) $x - \frac{9}{x} = 8$ (d) $\frac{1}{2}x(x+1) = 15$

5.6 နှစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းနှင့် သက်ဆိုင်သော ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ

ဥပမာ(1)

ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ အခန်းတစ်ခု၏ ကြမ်းပြင်ဧရိယာသည် 144 စတုရန်းပေ ဖြစ်၏။ ၎င်းအခန်း၏အလျားသည် အနံထက်10 ပေပို၍ ရှည်သော် အခန်း၏အလျားနှင့်အနံကို ရှာပါ။

အလျားကို x ပေ ဟု ဆိုကြပါစို့။

ပုစ္ဆာအရ

အနံ $= x - 10$ ပေ ဖြစ်မည်။

ထို့အပြင် $x(x-10) = 144$ စတုရန်းပေ

$\therefore x^2 - 10x = 144$

$\therefore x^2 - 10x - 144 = 0$

ဆခွဲကိန်းခွဲသော်

$(x+8)(x-18) = 0$

$\therefore x + 8 = 0$ (သို့မဟုတ်) $x - 18 = 0$

$x = -8$ (သို့မဟုတ်) $x = 18$

အလျားသည် -8 ပေ မဖြစ်နိုင်။ ထို့ကြောင့် အခန်း၏အလျားသည် 18 ပေ ဖြစ်သည်။

အနံ = 18 - 10 = 8 ပေ

မှတ်ရန် အထက်ဖော်ပြပါ ပုစ္ဆာတွင် မူလနှစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်း၌ အဖြေနှစ်ခုရှိသော်လည်း အဖြေတစ်ခုမှာ ပုစ္ဆာအတွက် မဖြစ်နိုင်သော အဖြေဖြစ်သဖြင့် ပယ်ပစ်ရသည်ကို သတိပြုရမည်။

ဥပမာ (2)

ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု၏ ထောင့်မှန်ခံအနားသည် 25 လက်မရှိပြီး ကျန်အနားနှစ်ဖက် ခြားနားခြင်းသည် 5 လက်မဖြစ်လျှင် အနားများ၏ အလျားတို့ကိုရှာပါ။

အနားတစ်ဖက် $= x$ လက်မဖြစ်ပါစေ

ပုစ္ဆာအရ

ကျန်အနားတစ်ဖက် $= x + 5$ လက်မ

ထောင့်မှန်ခံအနား $= 25$ လက်မ

ပိုက်သာကိုရသီအိုရမ်အရ

$$x^2 + (x+5)^2 = (25)^2$$

$$\therefore x^2 + x^2 + 10x + 25 = 625$$

$$2x^2 + 10x + 25 = 625$$

$$2x^2 + 10x + 25 - 625 = 0$$

$$2x^2 + 10x - 600 = 0$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 2 ဖြင့်စားသော်

$$x^2 + 5x - 300 = 0$$

ဆခွဲကိန်းခွဲသော်

$(x+20)(x-15) = 0$

$\therefore x + 20 = 0$ (သို့မဟုတ်) $x - 15 = 0$

$x = -20$ (သို့မဟုတ်) $x = 15$

တြိဂံတစ်ခု၏ အနားသည် အနုတ်မဖြစ်နိုင်။

အနားတစ်ဖက် = 15 လက်မဖြစ်သည်။

ကျန်အနားတစ်ဖက် = $15 + 5 = 20$ လက်မ

ချိန်ကိုက်ပုံ

$$x^2 + (x + 5)^2 = 25^2$$
$$(15)^2 + (20)^2 = 25^2$$
$$625 = 625$$

တြိဂံတစ်ခု၏အနားများမှာ 15 လက်မ၊ 20 လက်မ၊ 25 လက်မ

ဥပမာ(3)

1 မှစ၍ဆက်တိုက်ဖြစ်သော ကိန်းလုံးပေါင်း n တို့၏ပေါင်းလဒ် S ကို $S = \frac{1}{2}n(n+1)$ ဟူသော ပုံသေနည်းဖြင့် ဖော်ပြနိုင်၏။ 1 မှစ၍ ကိန်းလုံးမည်မျှပေါင်းလျှင် 66 ရမည်နည်း။

$$\frac{1}{2}n(n+1) = 66$$
$$\therefore n(n+1) = 132$$
$$\therefore n^2 + n = 132$$
$$\therefore n^2 + n - 132 = 0$$

ဆခွဲကိန်းခွဲသော်

$$\therefore (n+12)(n-11) = 0$$

$\therefore n + 12 = 0$ (သို့မဟုတ်) $n - 11 = 0$

$n = -12$ (သို့မဟုတ်) $n = 11$

n သည် အနုတ်မဖြစ်နိုင်။

$\therefore n = 11$ ဖြစ်မည်။

ချိန်ကိုက်ပုံ

$n = 11$ ဖြစ်သော် $S = \frac{1}{2}n \times (n+1)$

$$= \frac{1}{2} \times 11 \times (11 + 1)$$
$$= \frac{11 \times 12}{2} = 66$$

$\therefore n = 11$ သည် အဖြေမှန်ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (5.6)

1. အစဉ်လိုက်ဖြစ်သော ကိန်းနှစ်လုံး၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများပေါင်းလဒ်သည် 145 ဖြစ်လျှင် ထိုကိန်း တို့ကိုရှာပါ။

2. ကိန်းနှစ်ခုခြားနားခြင်းသည် 2 ဖြစ်၍ ၎င်းတို့၏မြှောက်လဒ်မှာ 168 ဖြစ်လျှင် ထိုကိန်းတို့ကို ရှာပါ။

3. ကိန်းနှစ်ခု၏ ပေါင်းလဒ်သည် 25 ဖြစ်ပြီး ၎င်းတို့၏မြှောက်လဒ်မှာ 136 ဖြစ်သော် ထိုကိန်း တို့ကိုရှာပါ။

4. ထောင့်မှန်စတုဂံကြမ်းပြင်တစ်ခု၏ ဧရိယာမှာ 180 စတုရန်းပေဖြစ်၏။ ၎င်းကြမ်းပြင်၏ အနံသည် အလျားအောက် 3 ပေ လျော့နည်းသော် အလျားနှင့်အနံ အသီးသီးကိုရှာပါ။

5. မှန်ချပ်တစ်ခု၏ ဧရိယာမှာ 1500 စတုရန်းလက်မဖြစ်ပြီး ပတ်လည်အနားမှာ 160 လက်မ ဖြစ်လျှင် အလျားနှင့်အနံကိုရှာပါ။

6. တြိဂံတစ်ခု၏ အမြင့်သည် အခြေအနားထက် 5 စင်တီမီတာ ပို၍ရှည်၏။ တြိဂံ၏ ဧရိယာမှာ 75 စတုရန်း စင်တီမီတာရှိသော် အမြင့်ကိုရှာပါ။

7. ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု၏ အနားများသည် n, $n + 1$ နှင့် $n + 2$ စင်တီမီတာ အသီးသီးရှိကြ၏။ ပိုက်သာဂိုရသီအိုရမ်ကို အသုံးပြု၍ n ကိုရှာပါ။

8. 1 မှစ၍ ဆက်တိုက်ဖြစ်သော ကိန်းလုံးရေ n ကိုပေါင်းလျှင် ပေါင်းလဒ် S ကိုရှာရန် ပုံသေ နည်းမှာ $S = \frac{1}{2}n(n + 1)$ ဖြစ်၏။ ပေါင်းလဒ် 210 ရရှိရန် 1 မှစ၍ ကိန်းလုံးရေ မည်မျှကို ပေါင်းရမည်နည်း။

9. ကိန်းတစ်ခုကို 4 ဖြင့်ပေါင်း၍ ရလဒ်ကို မူလကိန်းဖြင့် မြှောက်သော် 77 ဖြစ်လျှင် ထိုကိန်းကို ရှာပါ။

10. စတုရန်းနှစ်ခု၏ အလျားများ၏ ခြားနားခြင်းသည် 5 လက်မဖြစ်ပြီး ဧရိယာနှစ်ခု ပေါင်းလဒ်သည် 97 စတုရန်းလက်မဖြစ်လျှင် အလျားများကိုရှာပါ။

11. 2 ပေရှည်သော မျဉ်းတစ်ကြောင်းကို နှစ်ပိုင်းပိုင်းရာ ယင်းအပိုင်းတို့၏ မြှောက်လဒ်သည် 108 စတုရန်းလက်မဖြစ်လျှင် တစ်ပိုင်းစီ၏အလျားကို ရှာပါ။

12. စတုရန်းပုံရှိသော မြက်ခင်းပတ်လည်ကို 6 ပေကျယ်သော လမ်းခင်းထား၏။ လမ်း၏ ဧရိယာသည် မြက်ခင်းဧရိယာ၏ $1\frac{1}{4}$ ဆရှိလျှင် မြက်ခင်း၏ အလျားကို ပေဖြင့်ဖော်ပြပါ။

13. ကိန်းတစ်ခုနှင့် ၎င်း၏လှန်ကိန်းပေါင်းလဒ်သည် $\frac{29}{10}$ ဖြစ်၏။ ထိုကိန်းကို ရှာပါ။

14. A ၏ အသက်သည် 12 နှစ်ဖြစ်ပြီး B ၏အသက်သည် 15 နှစ်ဖြစ်သည်။ နှစ်ပေါင်းမည်မျှကြာလျှင် ၎င်းတို့နှစ်ယောက်၏ အသက်များမြှောက်လဒ်သည် 460 ဖြစ်မည်နည်း။

5.7 ထပ်တူညီချက်များနှင့် ကန့်သတ်ချက်ပါ ထပ်တူညီချက်များ

(Identities and Conditional Identities)

ပုံသေနည်း $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ .....(1) ကို လေ့လာကြည့်ကြပါစို့။

x နှင့် y တို့ကို တန်ဖိုးတစ်ခုခုပေးကြည့်လျှင် (ဥပမာအားဖြင့် $x = 1$, $y = 1$ ဆိုပါစို့။)

ညီမျှခြင်း (1) ၏ဝဲဘက် $= (1 + 1)^2 = 4$

ညီမျှခြင်း (1) ၏ယာဘက် $= 1^2 + 2 \times 1 \times 1 + 1^2 = 4$

ထို့ကြောင့် ဝဲဘက်နှင့် ယာဘက် တူညီကြသည်။ အခြားတန်ဖိုးများဖြစ်သော $x = 1, y = 2$; $x = 2$, $y = 1$; $x = 3$, $y = -5$ စသည်တို့ဖြင့် စမ်းသပ်ကြည့်လျှင်လည်း ဝဲဘက်နှင့် ယာဘက်တို့၏ တန်ဖိုး တူညီသည်ကို တွေ့ရသည်။ ဆက်လက်၍ အခြားအခြားသောတန်ဖိုးများဖြင့်လည်း စမ်းသပ် ကြည့်နိုင်သည်။ အားလုံးသော x နှင့် y တန်ဖိုးတို့အတွက် (1) ၏ ဝဲဘက်၊ ယာဘက် တန်ဖိုးတို့ တူညီကြသည်ကို တွေ့ရသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုလျှင် အားလုံးသော x နှင့် y တန်ဖိုးသည် ညီမျှ ခြင်း (1) ကိုပြေလည်သည်။ ဤသို့သော ညီမျှခြင်းကို ထပ်တူညီချက်ဟု ခေါ်သည်။ ထို့ကြောင့် ထပ်တူညီချက်ကို အောက်ပါအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်ဖွင့်ဆိုနိုင်သည်။

" ထပ်တူညီချက်သည် မသိကိန်းများပါဝင်သော ညီမျှခြင်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး အားလုံးသော မသိ ကိန်းတန်ဖိုးတို့သည် ထိုညီမျှခြင်းကို ပြေလည်သည်။ "

မသိကိန်းနှစ်ခုပါသော ထပ်တူညီချက်အချို့ကို တွေ့ရှိခဲ့ပြီးလေပြီ။

တွေ့ရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သော ပုံသေနည်းများတွင် ပါဝင်သော ညီမျှခြင်းများသည် ထပ်တူညီချက်များ ဖြစ်သည်။

မြှောက်လဒ် $(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy)$ ကို လေ့လာကြမည်။

$$
\begin{aligned}
& (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy) \\
= \ & x(x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy) + y(x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy) \\
& \quad + (z(x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy) \\
= \ & x^3 + xy^2 + xz^2 - xyz - x^2z - x^2y + yx^2 + y^3 + yz^2 - y^2z - yzx - xy^2 + zx^2 + zy^2 \\
& + z^3 - yz^2 - z^2x - xyz \\
= \ & x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz
\end{aligned}
$$

ထို့ကြောင့်

$$
\begin{aligned}
& (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy) \\
= \ & x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \text{ ....(2)}
\end{aligned}
$$

ညီမျှခြင်း (2) ကို တည်ဆောက်ရာတွင် x, y , z တို့၏ မည်သည့်တန်ဖိုးကိုမျှ အသုံးမပြုခဲ့ သဖြင့် ထိုညီမျှခြင်းသည် အားလုံးသော x, y , z တန်ဖိုးအတွက် မှန်သည်။ ထို့ကြောင့် (2) သည် ထပ်တူညီချက်တစ်ခု ဖြစ်သည်။

$x + y + z = 0$ ဖြစ်အောင် x, y , z အတွက် တန်ဖိုးများပေးကြည့်ကြပါစို့။ ဥပမာအားဖြင့် $x = 1$, $y = 2$, $z = -3$ ဖြစ်ပါစေ။ သို့ဖြစ်လျှင် (2) ၏ ဝဲဘက်တွင် ရှိသော ခွဲမြှောက်ကိန်း $x + y + z$ သည် သုညဖြစ်မည်။ သို့ဖြစ်၍ (2) ၏ ယာဘက်သည်လည်း သုညဖြစ်မည်။

ဤသို့ဖြင့် အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

အကယ်၍သာ $x + y + z = 0$ ဖြစ်လျှင်

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0 \;\ldots\ldots\ldots\; (3)$$

သို့မဟုတ် $$x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (3')$$

ဖြစ်မည်။

သတိပြုရန်မှာ အားလုံးသော x, y, z တန်ဖိုးအတွက်ညီမျှခြင်း(3) သို့မဟုတ် (3') သည် မမှန်ပေ။ဥပမာအားဖြင့် $x = 1$, $y = 1$, $z = 2$ ကို (3')တွင်အစားသွင်းလျှင် ဝဲဘက် $1 + 1 + 8 = 10$ ဖြစ်၍ ယာဘက် $= 3 \times 1 \times 1 \times 2 = 6$ ဖြစ်မည်။ထိုတန်ဖိုးများသည်ညီမျှခြင်း (3') တွင် မပြေလည်ကြပေ။

ညီမျှခြင်း $x + y + z = 0$ ကို ပြေလည်စေသော x , y , z တို့၏ တန်ဖိုးများသည် ညီမျှခြင်း (3) နှင့် (3') တို့တွင် ပြေလည်စေသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုလျှင် ကန့်သတ်ချက် $x + y + z = 0$ ကိုပြေလည်သော x , y , z တို့၏ တန်ဖိုးများသာလျှင် ညီမျှခြင်း (3) နှင့်(3') တို့တွင် ပြေလည် သည်။ ထို့ကြောင့် (3) သို့မဟုတ် (3') ကို ကန့်သတ်ရှိထပ်တူညီချက်များဟု ခေါ်သည်။

အထက်ပါနည်းတူ (2) တွင် $x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy = 0$ ဖြစ်သည်ဟု ယူလိုက်လျှင် (2) ၏ လက်ဝဲဘက်သည် သုညဖြစ်၍ လက်ယာဘက်သည်လည်း သုညဖြစ်မည်။ ဤသို့ဖြင့် ဒုတိယ ကန့်သတ်ရှိထပ်တူညီချက်တစ်ခုကို ရရှိသည်။

" အကယ်၍သာ $x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy = 0$ ဖြစ်လျှင်

$x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ ဖြစ်မည်။ "

ကန့်သတ်ချက်ဖြစ်သော ညီမျှခြင်း $x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy = 0$ တွင် ပြေလည်သော x , y , z တို့၏ တန်ဖိုးမှာ $x = 1$, $y = 1$, $z = 1$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့မြင်နိုင်ပြီး ထိုတန်ဖိုးတို့သည် ညီမျှခြင်း $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ ကို ပြေလည်ကြောင်း လွယ်ကူစွာ တွေ့ရှိနိုင်သည်။

အခြားလွယ်ကူသော ကန့်သတ်ရှိ ထပ်တူညီချက်တစ်ခုမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည်။

" အကယ်၍ $x + y = 0$ ဖြစ်လျှင် $x^2 - y^2 = 0$ ဖြစ်မည်။"

အောက်ပါ အဆိုတစ်ရပ်သည်လည်း မှန်ကန်ကြောင်း သင်ပြနိုင်ပါသလား။

" အကယ်၍ $x - y = 0$ ဖြစ်လျှင် $x^2 - y^2 = 0$ ဖြစ်မည်။ "

အထက်ပါလေ့လာချက်အရကန့်သတ်ရှိထပ်တူညီချက်ကိုဤသို့အဓိပ္ပာယ်ဖွင့်ဆိုနိုင်သည်။

" ကန့်သတ်ရှိထပ်တူညီချက်ဆိုသည်မှာ မသိကိန်းနှစ်လုံး သို့မဟုတ် နှစ်လုံးထက်ပို၍ပါရှိသော ညီမျှခြင်းတစ်ခုဖြစ်၍ ထိုညီမျှခြင်းတွင် ပြေလည်သော မသိကိန်းများသည် သတ်မှတ်ထားသော ကန့်သတ်ချက်တစ်ခုကို ပြေလည်ရမည်ဖြစ်သည်။ "

ကန့်သတ်ရှိ ထပ်တူညီချက် ($3'$) ကို အသုံးပြုသော ပုစ္ဆာတစ်ပုဒ်ကို ဖြေရှင်းကြည့်ကြစို့။

ဥပမာ (1) a, b, c တို့၏ မည်သည့်ကိန်းစစ်တန်ဖိုးအတွက်မဆို

$$(b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3 = 3(b-c)(c-a)(a-b)$$

ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

$b - c = x,\ c - a = y,\ a - b = z$ ထားပါ။

$x + y + z = b - c + c - a + a - b = 0$

ညီမျှခြင်း ($3'$) အရ

$$(b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3$$

$= x^3 + y^3 + z^3$ ဤတွင် $x + y + z = 0$

$= 3xyz$

$= 3(b-c)(c-a)(a-b)$

လေ့ကျင့်ခန်း (5.7)

1. $a^3(b-c)^3 + b^3(c-a)^3 + c^3(a-b)^3 = 3abc(a-b)(b-c)(c-a)$ ဖြစ်ကြောင်း သက်သေပြပါ။
2. $(x-2y)^3 + (2y-3z)^3 + (3z-x)^3 = 3(x-2y)(2y-3z)(3z-x)$ ဖြစ်ကြောင်း သက်သေပြပါ။
3. $(1+a^2)(1+b^2) - (1+ab)^2 = (a-b)^2$ ဖြစ်ကြောင်း ပြပါ။
4. အကယ်၍ $a + b + c = 0$ ဖြစ်လျှင် $a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ca)$ ဖြစ်ကြောင်း ပြပါ။
5. အကယ်၍ $a + b + c = 0$ ဖြစ်လျှင် $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ ဖြစ်ကြောင်း ပြပါ။

အခန်း (6)

အက္ခရာအပိုင်းကိန်း (သို့မဟုတ်) ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများ

6.1 ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများ

$\dfrac{x+1}{2x-3}$ ကဲ့သို့သော ကိန်းတန်းများကို တွေ့ရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုနှင့်မတူဘဲ ထိုကိန်းတန်းတွင် ပိုလီနိုမီယယ် x + 1 ကို ပိုလီနိုမီယယ် 2x - 3 ဖြင့် စားထားခြင်းဖြစ်သည်။ဤသို့ ပိုလီနိုမီယယ်နှစ်ခုကို အချိုးအနေဖြင့်ဖော်ပြထားသော ကိန်းတန်းတစ်ခုကို အက္ခရာအပိုင်းကိန်း သို့မဟုတ် ရာရှင်နယ်ကိန်းဟုခေါ်သည်။ ကိန်းပြည့်များမှ ရာရှင်နယ်ကိန်းများတည်ဆောက်ရယူခဲ့သည့်နည်းအတိုင်း ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများကို ပိုလီနိုမီယယ်များမှရယူခဲ့ခြင်းဖြစ်ပေသည်။ ရာရှင်နယ် ကိန်းတန်းအချို့ကို နမူနာအဖြစ် ဆက်လက်လေ့လာကြပါစို့။

$$\frac{2x-1}{3x+1},\ \frac{x^2-x+1}{x^3-1},\ \frac{2y+3y^2-1}{4-y+y^2}$$

တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများဖြစ်သည်။ ၎င်းတို့တွင် ပထမနှင့်ဒုတိယ ကိန်းတန်းတို့သည် x ပါသော ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများဖြစ်၍ တတိယကိန်းတန်းသည် y ပါသောကိန်းတန်းဖြစ်သည်။

မှတ်ချက်။ ကိန်းပြည့်များကို ရာရှင်နယ်ကိန်းများအဖြစ် ကြည့်နိုင်သကဲ့သို့ ပိုလီနိုမီယယ်များကိုလည်း ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများအဖြစ် ကြည့်နိုင်ပေသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း(6.1)

1. အောက်ပါအက္ခရာကိန်းတန်းများတွင်မည်သည်တို့သည်ပိုလီနိုမီယယ်များဖြစ်၍မည်သည်တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများဖြစ်သနည်း။

(a) $\dfrac{x^3-1}{x^2+2}$

(b) $y^2+\sqrt{2}\,y-1$

(c) $\dfrac{x^2+\frac{1}{\sqrt{2}}x+1}{x^2-\frac{1}{\sqrt{2}}x+1}$

(d) $\dfrac{1}{3}z^2+\dfrac{\sqrt{2}}{5}z$

(e) $\dfrac{14x^2+1}{3x-1}$

2. ပိုင်းဝေသည် အဆင့် 4 ရှိသော ပိုလီနိုမီယယ်ဖြစ်၍ ပိုင်းခြေသည် အဆင့် 3 ရှိသော ပိုလီနို မီယယ်ဖြစ်သည့် x ပါသော ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းတစ်ခုကို ရေးပြပါ။

3. ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်း $\dfrac{3x^2+4x^3-2x+\dfrac{1}{2}}{5x-\dfrac{3}{7}x^2+14x^3-1}$ တွင် ပိုင်းဝေနှင့် ပိုင်းခြေတို့၏ ခြားနားချက်ကို ရှာပါ။

4. ပိုင်းဝေနှင့် ပိုင်းခြေတို့သည် အဆင့် 3 ရှိသော ပိုလီနိုမီယယ်များဖြစ်ပြီး ပိုင်းဝေသည် ပိုင်းခြေ ၏ 5 ဆ ဖြစ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းတစ်ခုကို ရေးပြပါ။

6.2 ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများ ပေါင်းခြင်း

ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများ မည်သို့ပေါင်းသည်ကိုလေ့လာရန်ရာရှင်နယ်ကိန်းများပေါင်းပုံကို ပြန်လည်စဉ်းစားကြပါစို့။

$\dfrac{a}{b}$ နှင့် $\dfrac{c}{d}$ တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင်

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$$

ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများကိုလည်း အလားတူပင် ပေါင်းနိုင်သည်။

ဥပမာအားဖြင့် $\dfrac{x-1}{x+2}$ နှင့် $\dfrac{2x+1}{3x-2}$ တို့ကို ပေါင်းကြည့်ကြပါစို့။

$$\begin{aligned}&\frac{x-1}{x+2}+\frac{2x+1}{3x-2}\\ =\;&\frac{(x-1)\times(3x-2)+(x+2)\times(2x+1)}{(x+2)\times(3x-2)}\\ =\;&\frac{3x^2-2x-3x+2+2x^2+x+4x+2}{3x^2-2x+6x-4}\\ =\;&\frac{5x^2+4}{3x^2+4x-4}\end{aligned}$$

ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများ ပေါင်းခြင်းဆိုင်ရာဥပဒေ

A, B, C, D တို့သည် x ပါသော ပိုလီနိုမီယယ်များဖြစ်လျှင်

$$\frac{A}{B}+\frac{C}{D}=\frac{A\times D+B\times C}{B\times D}$$

ဖြစ်သည်။ ဤတွင် $B \neq 0, D \neq 0$

ဥပမာအချို့ကို လေ့လာကြည့်ကြစို့။

ဥပမာ(1) ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်း $\frac{5x-1}{5x+1}$ နှင့် $\frac{2x+1}{1-2x}$ တို့ကို ပေါင်းပါ။

$$\frac{5x-1}{5x+1}+\frac{2x+1}{1-2x}$$

$$= \frac{(5x-1)\times(1-2x)+(5x+1)\times(2x+1)}{(5x+1)\times(1-2x)}$$

$$= \frac{5x-10x^2-1+2x+10x^2+5x+2x+1}{5x-10x^2+1-2x}$$

$$= \frac{14x}{-10x^2+3x+1}$$

ဥပမာ(2) $\frac{2y+y^2-1}{1-y}+\frac{2y-3y^2}{1+y}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{2y+y^2-1}{1-y}+\frac{2y-3y^2}{1+y}$$

$$= \frac{(2y+y^2-1)\times(1+y)+(1-y)\times(2y-3y^2)}{(1-y)\times(1+y)}$$

$$= \frac{2y+2y^2+y^2+y^3-1-y+2y-3y^2-2y^2+3y^3}{1-y^2}$$

$$= \frac{4y^3-2y^2+3y-1}{1-y^2}$$

ဥပမာ(3) $\frac{1}{1-\sqrt{2}x}+\frac{1}{1+\sqrt{2}x}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{1}{1-\sqrt{2}x}+\frac{1}{1+\sqrt{2}x}$$

$$= \frac{1+\sqrt{2}x+1-\sqrt{2}x}{(1-\sqrt{2}x)\times(1+\sqrt{2}x)}$$

$$= \frac{2}{1-(\sqrt{2}x)^2}$$

$$= \frac{2}{1-2x^2}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (6.2)

1. အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $\frac{x+4}{2}+\frac{2x-1}{2}$ (b) $\frac{3z}{5}+\frac{z+4}{5}$

(c) $\frac{4x}{x+y}+\frac{4y}{x+y}$ (d) $\frac{2a-3b}{3ab}+\frac{4a+2b}{3ab}+\frac{3a+b}{3ab}$

(e) $\frac{3ab}{a+2b}+\frac{a^2+2b^2}{a+2b}$ (f) $\frac{k^2+k}{k^2-9}+\frac{k-3}{k^2-9}$

2. အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}$ (b) $\frac{5c+1}{6c}+\frac{3}{2c}$

(c) $\frac{x+7}{ax}+\frac{3}{a}$ (d) $\frac{5}{6r+6}+\frac{3}{2r+2}$

(e) $\frac{2}{c^2+d^2}+\frac{3}{c+d}$ (f) $\frac{6}{5x-10}+\frac{7}{3x-6}$

(g) $\frac{y}{y+2}+\frac{y}{y-2}$ (h) $\frac{2}{t+2}+\frac{3}{t+3}$

(i) $\frac{3}{3b-4}+\frac{5}{5b+6}$ (j) $\frac{y+1}{y+2}+\frac{y+2}{y+3}$

(k) $\frac{z-1}{z+1}+\frac{z+1}{z-1}$ (l) $\frac{3x}{x^2-4x+3}+\frac{2}{x-3}$

(m) $\frac{3z-4}{z^2-z-20}+\frac{2}{z-5}$

6.3 ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများနုတ်ခြင်း

ရာရှင်နယ်ကိန်းများနုတ်ခြင်းနှင့်ပတ်သက်ပြီး ပြန်လည်သတိရခြင်းသည်ကျွန်ုပ်တို့အတွက် များစွာအထောက်အကူဖြစ်ပေသည်။ $\frac{a}{b}$ နှင့် $\frac{c}{d}$ တို့သည်ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင် $\frac{a}{b}$ မှ $\frac{c}{d}$ ကိုနုတ်ရန် $\frac{a}{b}$ တွင် $-\frac{c}{d}$ (အနုတ် $\frac{c}{d}$ သို့မဟုတ် $\frac{c}{d}$ ၏ အပေါင်းပြောင်းပြန်) ကိုပေါင်းရသည်။

ထို့ကြောင့် $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a}{b}+(-\frac{c}{d})$

သို့ဖြစ်၍ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းတစ်ခု၏အပေါင်းပြောင်းပြန်ကို အဓိပ္ပာယ်ဖွင့်ဆိုရန်လိုအပ် လာပေသည်။ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းတစ်ခုကို ပေးထားသောကိန်းတန်းတစ်ခုတွင် ထည့်ပေါင်းသော် သုညရရှိလျှင် ထိုရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းသည် ပေးရင်းကိန်းတန်း၏ အပေါင်းပြောင်းပြန်ဖြစ်သည်။

ဥပမာအားဖြင့် ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်း $\frac{x+1}{x-1}$ ကို ပေးထားသည်ဆိုပါစို့။ ထိုကိန်းတန်းတွင် ထည့်ပေါင်းရာ၌ ပေါင်းလဒ်သုညဖြစ်စေမည့် ကိန်းတန်းတစ်ခုကို ရှာကြည့်ကြပါစို့။

$$\frac{x+1}{x-1}+\frac{-(x+1)}{x-1} = \frac{x+1}{x-1}+\frac{-x-1}{x-1}$$

$$= \frac{x+1-x-1}{x-1}$$

$$= \frac{0}{x-1} = 0$$

ထို့ကြောင့် $\frac{x+1}{x-1}$ ၏ အပေါင်းပြောင်းပြန်သည် $\frac{-(x+1)}{x-1}$ ဖြစ်၏။

ယေဘုယျအားဖြင့် $\frac{P}{Q}$ သည် ကိန်းရှင် x ပါသော ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းဖြစ်လျှင် $\frac{P}{Q}$ ၏ အပေါင်းပြောင်းပြန်ကိန်းသည် $\frac{-P}{Q}$ ဖြစ်သည်။

ဆက်လက်၍ ရာရှင်ကိန်းတန်းတစ်ခုကို အခြားကိန်းတန်းတစ်ခုမှ နုတ်ခြင်းဆိုင်ရာ ဥပဒေကို သတ်မှတ်မည်။

$\frac{A}{B}$ နှင့် $\frac{C}{D}$ တို့သည် ကိန်းရှင် x ပါသော ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများဖြစ်လျှင်

$$\frac{A}{B}-\frac{C}{D} = \frac{A}{B}+\frac{-C}{D}$$

$$= \frac{(A\times D)+B\times(-C)}{B\times D} = \frac{(A\times D)-(B\times C)}{B\times D}$$ ဖြစ်သည်။

ဤတွင် $B \neq 0, D \neq 0$

ရာရှင်နယ်ကိန်းများ နုတ်ခြင်းဆိုင်ရာဥပဒေ

A, B, C, D တို့သည် x ပါသော ပိုလီနိုမီယယ်များဖြစ်လျှင်

$\frac{A}{B}-\frac{C}{D} = \frac{(A\times D)-(B\times C)}{B\times D}$ ဖြစ်သည်။

ဤတွင် $B \neq 0, D \neq 0$

ဥပမာ(1) ရာရှင်နယ်ကိန်း $\frac{x-1}{x+1}$ မှ ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်း $\frac{x+1}{x-1}$ ကို နုတ်ပါ။

$$\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1}{x+1} + \frac{-(x+1)}{x-1}$$

$$= \frac{x-1}{x+1} + \frac{-x-1}{x-1}$$

$$= \frac{(x-1)(x-1)+(x+1)(-x-1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{x^2-x-x+1-x^2-x-x-1}{x^2-1}$$

$$= \frac{-4x}{x^2-1}$$

ဥပမာ(2) $\frac{4y-y^2+1}{1-y} - \frac{2y+y^2-1}{2+y}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{4y-y^2+1}{1-y} - \frac{2y+y^2-1}{2+y}$$

$$= \frac{(4y-y^2+1)\times(2+y)-(1-y)\times(2y+y^2-1)}{(1-y)\times(2+y)}$$

$$= \frac{8y+4y^2-2y^2-y^3+2+y-(2y+y^2-1-2y^2-y^3+y)}{2+y-2y-y^2}$$

$$= \frac{8y+4y^2-2y^2-y^3+2+y-2y-y^2+1+2y^2+y^3-y}{2+y-2y-y^2}$$

$$= \frac{3y^2+6y+3}{2-y-y^2}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (6.3)

အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

1. $\frac{y}{y-7} - \frac{7}{y-7}$

2. $\frac{r^2}{r+3} - \frac{9}{r+3}$

3. $\frac{r^2-3s^2}{r+s} - \frac{2rs}{r+s}$

4. $\frac{3z}{z^2-2z-15} - \frac{2z+5}{z^2-2z-15}$

5. $\frac{b^2+2b}{b^2+4b-12} - \frac{b+6}{b^2+4b-12}$

6. $\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} - \frac{1}{x^3}$

7. $\frac{2}{b^2} - \frac{6x+5}{b^2x}$

8. $\frac{5}{6r+6} - \frac{3}{2r+2}$

9. $\dfrac{1}{z^2+z-2} - \dfrac{3}{z^2-2z+1}$ 10. $\dfrac{2}{a^2-9} - \dfrac{3}{a^2-1} + \dfrac{1}{a^2-2a-3}$

6.4 ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများမြှောက်ခြင်း

ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ကျွန်ုပ်တို့ မည်ကဲ့သို့ မြှောက်ခဲ့ကြသနည်း။ $\frac{a}{b}$ နှင့် $\frac{c}{d}$ တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်လျှင် ၎င်းတို့၏ မြှောက်လဒ်သည် $\dfrac{a\times c}{b\times d}$ ဖြစ်သည်။

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$$

ဟုရေးသည်။

ဤနည်းအတိုင်းပင် x ပါသော ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်း $\dfrac{A}{B}$ နှင့် $\dfrac{C}{D}$ တို့၏ မြှောက်လဒ်မှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည်။

$$\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{A\times C}{B\times D}$$

ရာရှင်နယ်ကိန်းများ မြှောက်ခြင်းဆိုင်ရာဥပဒေ

A, B, C, D တို့သည် x ပါသော ပိုလီနိုမီယယ်များဖြစ်လျှင်

$$\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{A\times C}{B\times D}$$

ဖြစ်သည်။ ဤတွင် $B \neq 0, D \neq 0$

ဥပမာ(1) ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်း $\dfrac{x+1}{x-1}$ နှင့် $\dfrac{2x-1}{x-\frac{1}{2}}$ တို့ကို မြှောက်ပါ။

$$\frac{x+1}{x-1}\times\frac{2x-1}{x-\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{(x+1)\times(2x-1)}{(x-1)\times(x-\frac{1}{2})}$$

$$=\frac{2x^2-x+2x-1}{x^2-\frac{1}{2}x-x+\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}}$$

ဥပမာ(2) $\frac{y^2 - y + 2}{y - 3}$ ကို $\frac{y+4}{y^2 + y - 1}$ ဖြင့် မြှောက်ပါ။

$$\frac{y^2 - y + 2}{y - 3} \times \frac{y+4}{y^2 + y - 1} = \frac{(y^2 - y + 2) \times (y + 4)}{(y - 3) \times (y^2 + y - 1)}$$

$$= \frac{y^3 + 4y^2 - y^2 - 4y + 2y + 8}{y^3 + y^2 - y - 3y^2 - 3y + 3}$$

$$= \frac{y^3 + 3y^2 - 2y + 8}{y^3 - 2y^2 - 4y + 3}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (6.4)

အောက်ပါတို့ကို မြှောက်လဒ်ကိုရှာပါ။

1. $\frac{2z - 4}{3z + 6} \times \frac{2z + 3}{z - 2}$
2. $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - 16} \times \frac{a + 4}{a + b}$
3. $\frac{x^2 + 5x + 6}{2x - 2} \times \frac{x^2 - x}{x + 3}$
4. $\frac{n^2 - 3n - 4}{n^2 - 2n} \times \frac{n - 2}{n + 1}$
5. $\frac{p^2 + p - 2}{p^2 - 3p + 2} \times \frac{p^2 - p - 2}{p^2 - 5p + 6}$
6. $\frac{x - y}{x^2 + xy} \times \frac{x^2 - y^2}{x^2 - xy}$
7. $\frac{r^2 + s^2}{r^2 - s^2} \times \frac{r - s}{r + s}$
8. $\frac{n^2 - 11n + 30}{n^2 - 6n + 9} \times \frac{n^2 - 3n}{n^2 - 5n}$
9. $\frac{t^2 - 2t - 3}{t^2 - 9} \times \frac{t^2 + 5t + 6}{t^2 - 1}$
10. $\frac{a^2 - 4}{a^2 - 5a + 6} \times \frac{a^2 - 2a - 3}{a^2 + 3a + 2}$

11. $\dfrac{z^2 - z - 6}{z^3 - 9z} \times \dfrac{z+3}{3z+9}$

12. $\dfrac{b^2 + 5bc + 4c^2}{bc + 4c^2} \times \dfrac{b^2 + 5bc}{b^2 + 6bc + 5c^2}$

13. $\dfrac{3t^2 - 27}{t^2 + t - 6} \times \dfrac{t^2 + 3t}{6} \times \dfrac{2t - 4}{t - 3}$

14. $\dfrac{20 + y - y^2}{y^2 - 6y + 5} \times \dfrac{6 - 5y - y^2}{y^2 + 7y + 12} \times \dfrac{y^2 - 9}{36 - y^2}$

15. $\dfrac{12 + r - r^2}{9 - r^2} \times \dfrac{r + 2}{r^2 + r} \times \dfrac{3 + 2r - r^2}{8 + 2r - r^2}$

6.5 ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းတစ်ခု၏ လှန်ကိန်း

ပြီးခဲ့သည့်သင်ခန်းစာတွင် ကိန်းရှင် x ပါသော ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းနှစ်ခုမြှောက်ခြင်းကို တွေ့ ရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။

$\dfrac{x - 1}{2x + 1} \times \dfrac{2x + 1}{x - 1}$ ၏ တန်ဖိုးကို ရှာကြည့်ကြစို့။

မြှောက်ခြင်းဥပဒေအရ

$$\frac{x - 1}{2x + 1} \times \frac{2x + 1}{x - 1} = \frac{(x - 1) \times (2x + 1)}{(2x + 1) \times (x - 1)}$$

ပိုင်းခြေနှင့် ပိုင်းဝေတွင်ပါရှိသည့် ကိန်းတန်းများကို မမြှောက်ဘဲ ၎င်းတို့သည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခုတူညီကြောင်း လွယ်ကူစွာတွေ့မြင်နိုင်သည်။ $\frac{5}{5}, \frac{7}{7}, \frac{3}{3}$ စသည်တို့၏ တန်ဖိုးများသည် 1 ဖြစ်ကြောင်းသိရှိကြသည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများအတွက်လည်း ပိုင်းခြေနှင့်ပိုင်းဝေတူညီလျှင် ထို ကိန်းတန်းများ၏ တန်ဖိုးသည် 1 ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့်

$$\frac{x - 1}{2x + 1} \times \frac{2x + 1}{x - 1} = 1 \text{ ဖြစ်သည်။}$$

ရာရှင်နယ်ကိန်းများလေ့လာခဲ့စဉ်က $\dfrac{b}{a}$ ကို $\dfrac{a}{b}$ ၏ လှန်ကိန်းဟုခေါ်ဆိုခဲ့သည်။

အလားတူပင် $\dfrac{2x + 1}{x - 1}$ သည် $\dfrac{x - 1}{2x + 1}$ ၏ လှန်ကိန်းဖြစ်သည်။

ထိုနည်းတူ $\dfrac{x^2 + x + 1}{2x + 3}$ သည် $\dfrac{2x + 3}{x^2 + x + 1}$ ၏ လှန်ကိန်းဖြစ်သည်။

$\dfrac{5y^2 - 2y + 7}{3y^2 + 4y + 9}$ သည် $\dfrac{3y^2 + 4y + 9}{5y^2 - 2y + 7}$ ၏ လှန်ကိန်းဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (6.5)

1. အောက်ပါ ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများ၏ လှန်ကိန်းကိုရေးပါ။

(a) $\dfrac{0.5x+0.7}{3x+0.1}$

(b) $\dfrac{8x^2+7x+0.1}{7x^2-2x+0.3}$

(c) $\dfrac{20y-8y^2+5}{3y+0.8}$

2. ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်း $\dfrac{x^2+20x+5}{x+1}$ နှင့် ၎င်း၏ လှန်ကိန်းတို့ ပေါင်းလဒ်ကို ရှာပါ။

3. ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းတစ်ခု၏ လှန်ကိန်း၌ ပိုင်းဝေတွင် အဆင့် 2 ရှိ၍ ပိုင်းခြေတွင် အဆင့် 3 ရှိ၏။ ထိုရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းကို ရှာပါ။

4. အောက်ပါတို့၏ လှန်ကိန်းများသည် မည်သည်တို့ဖြစ်သနည်း။

(a) $2x+3$ (b) $\dfrac{1}{n+1}$

6.6 ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများစားခြင်း

ရာရှင်နယ်ကိန်းများလေ့လာစဉ်က ရာရှင်နယ်ကိန်း $\dfrac{a}{b}$ ကို ရာရှင်နယ်ကိန်း $\dfrac{c}{d}$ ဖြင့် စားခြင်း သည် $\dfrac{a}{b}$ ကို $\dfrac{c}{d}$ ၏ လှန်ကိန်းဖြင့် မြှောက်ခြင်းနှင့် တူညီကြောင်း တွေ့ပြီးဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် $\dfrac{a}{b}\div\dfrac{c}{d}=\dfrac{a}{b}\times\dfrac{d}{c}$ ဖြစ်သည်။

အလားတူပင် ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းတစ်ခုကို အခြားတစ်ခုဖြင့် စားနိုင်သည်။

$\dfrac{A}{B}$ နှင့် $\dfrac{C}{D}$ တို့သည် x ပါသော ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများဖြစ်လျှင်

$\dfrac{A}{B}\div\dfrac{C}{D}=\dfrac{A}{B}\times\dfrac{D}{C}=\dfrac{A\times D}{B\times C}$ ဖြစ်သည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများစားခြင်းဆိုင်ရာဥပဒေ

A,B,C,D တို့သည် x ပါသောပိုလီနိုမီယယ်များ ဖြစ်လျှင်

$$\frac{A}{B}\div\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\times\frac{D}{C}=\frac{A\times D}{B\times C}$$

ဖြစ်သည်။ ဤတွင် $B\neq 0$, $C\neq 0$

ဥပမာ(1) ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်း $\frac{x^2+x+1}{x-1}$ ကို $\frac{x^2-1}{x+2}$ ဖြင့်စားပါ။

$$\frac{x^2+x+1}{x-1} \div \frac{x^2-1}{x+2}$$

$$= \frac{x^2+x+1}{x-1} \times \frac{x+2}{x^2-1}$$

$$= \frac{(x^2+x+1)\times(x+2)}{(x-1)\times(x^2-1)}$$

$$= \frac{x^3+x^2+x+2x^2+2x+2}{x^3-x-x^2+1}$$

$$= \frac{x^3+3x^2+3x+2}{x^3-x^2-x+1}$$

ဥပမာ(2)

$\frac{x^2-16}{x+4} \div \frac{x^2-8x+16}{4-x}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{x^2-16}{x+4} \div \frac{x^2-8x+16}{4-x} = \frac{x^2-16}{x+4} \times \frac{4-x}{x^2-8x+16}$$

$$= \frac{(x+4)(x-4)}{(x+4)} \times \frac{(4-x)}{(x-4)(x-4)}$$

$$= \frac{(x+4)(x-4)(-1)(x-4)}{(x+4)(x-4)(x-4)}$$

$$= \frac{(-1)(x+4)(x-4)(x-4)}{(x+4)(x-4)(x-4)}$$

$$= -1$$

ဥပမာ(3) $\frac{x^2-x-2}{x^2+2x+1} \div \frac{x-2}{7} \times \frac{4}{x}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{x^2-x-2}{x^2+2x+1} \div \frac{x-2}{7} \times \frac{4}{x}$$

$$= \frac{x^2-x-2}{x^2+2x+1} \times \frac{7}{x-2} \times \frac{4}{x}$$

$$= \frac{(x+1)(x-2)(7)(4)}{(x+1)(x+1)(x-2)x}$$

$$= \frac{28}{x(x+1)} \text{ (သို့မဟုတ်) } \frac{28}{x^2+x}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (6.6)

1. အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(a) $\dfrac{81k}{28k} \div \dfrac{9k}{7k^3}$ (b) $\dfrac{3ab}{4} \div (-12b^3)$

(c) $\dfrac{9-a^2}{3a-3b} \div \dfrac{9-6a+a^2}{b^2-a^2}$ (d) $\dfrac{4z^2+8z+3}{2z^2-5z+3} \div \dfrac{1-4Z^2}{6z^2-9z}$

(e) $\dfrac{1-4t^2}{t^2-4} \div \dfrac{4t+2}{t^2+2t}$ (f) $\dfrac{c^2+2c^3}{9-c^2} \div \dfrac{c-4c^3}{3c+c^2}$

(g) $\dfrac{2n^2-18}{n^2+6n-7} \div \dfrac{8n^2+4n-24}{n^2-1}$ (h) $\dfrac{20+r-r^2}{r^2+7r+12} \div \dfrac{(r-5)^2}{(r+3)^2}$

(i) $\dfrac{3s^2-14s+8}{2s^2-3s-20} \div \dfrac{6-25s+24s^2}{15-34s-16s^2}$ (j) $\dfrac{2x^2-5x-5}{3x^2-10x-8} \div \dfrac{9-x^2}{12+x-x^2}$

(k) $\dfrac{x-3y}{3x} \div \dfrac{8x-24y}{9x^2} \times \dfrac{16y}{3x}$ (l) $\dfrac{p^2}{p^2-q^2} \times \dfrac{p+q}{p-q} \div \dfrac{p}{(p-q)^2}$

(m) $\dfrac{x}{x+3} \div \dfrac{3x^2}{3x+9} \times \dfrac{x^2+4x+3}{x^2-9}$ (n) $\dfrac{2y-1}{4y^2} \div \dfrac{4y+2}{y^3} \times \dfrac{4y^2+4y+1}{4y^2-1}$

(o) $\dfrac{x^2+9x+14}{x^2-3x} \times \dfrac{2x^2+2x}{x^2+6x-7} \div \dfrac{x+2}{x-3}$

2. $P = \dfrac{x}{x+1}$, $Q = \dfrac{1}{x}$ ဖြစ်လျှင် အောက်ပါတို့ကို ရှာပါ။

(a) $P+Q$ (b) $P-Q$

(c) $P \times Q$ (d) $P \div Q$

6.7. ပိုမိုခက်ခဲသော ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများ

ပိုမိုခက်ခဲသော ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းတစ်ခုတွင် ပိုင်းဝေ (သို့မဟုတ်) ပိုင်းခြေတို့၌အပိုင်းကိန်းတစ်ခု (သို့မဟုတ်) တစ်ခုထက်ပို၍ ပါဝင်သည်။ ခက်ခဲသော ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများကို လွယ်ကူသော ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများအဖြစ်သို့ အောက်ပါနည်းနှစ်မျိုးဖြင့် ပြောင်းလဲနိုင်သည်။

ပထမနည်း ပေးထားသော ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းမှ ပိုင်းဝေနှင့်ပိုင်းခြေတို့ကို ၎င်းတို့၏ပိုင်းခြေများမှ ရရှိသော အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းဖြင့် မြှောက်ပါ။

ဒုတိယနည်း ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းကို (÷)လက္ခဏာအသုံးပြု၍ ပြန်လည်ရေးသားပြီးအပိုင်းကိန်းဆိုင်ရာအစားဥပဒေကို အသုံးပြုပါ။

ဥပမာ $\dfrac{\frac{x+3y}{2y}}{\frac{2x-y}{4y^2}}$ ကို ရှင်းပါ။

ပထမနည်း

$$\frac{\frac{x+3y}{2y}}{\frac{2x-y}{4y^2}} = \frac{\frac{x+3y}{2y}(4y^2)}{\frac{2x-y}{4y^2}(4y^2)}$$

$$= \frac{2y(x+3y)}{2x-y}$$

ဒုတိယနည်း

$$\frac{\frac{x+3y}{2y}}{\frac{2x-y}{4y^2}} = \frac{x+3y}{2y} \div \frac{2x-y}{4y^2}$$

$$= \frac{x+3y}{2y} \times \frac{4y^2}{2x-y}$$

$$= \frac{4y^2(x+3y)}{2y(2x-y)}$$

$$= \frac{2y(x+3y)}{(2x-y)}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (6.7)

အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

1. $\dfrac{\frac{x}{y}}{\frac{x}{y}}$

2. $\dfrac{\frac{a}{b^2}}{\frac{a}{b}}$

3. $\dfrac{\frac{10x^2y^2}{z^2}}{\frac{5xy^2}{3z}}$

4. $\dfrac{\frac{18a^2}{5ab^2}}{\frac{9ab}{25b^4}}$

5. $\dfrac{\frac{x+y}{x}}{\frac{x-y}{y}}$

6. $\dfrac{\frac{a+3}{ba}}{\frac{a-2}{3a^2}}$

7. $\dfrac{\frac{y^2-9}{y}}{y+3}$

8. $\dfrac{t^2-4}{\frac{t-2}{t}}$

9. $\dfrac{\frac{x+3}{x-3}}{\frac{3x+9}{x^2-9}}$

10. $\dfrac{\frac{cy-cz}{y^2-z^2}}{\frac{y-c}{y+c}}$

အခန်း (7)

အကျွရာအပိုင်းကိန်းများပါရှိသော ရိုးရိုးညီမျှခြင်းများ

ဤအခန်းတွင် ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်း သို့မဟုတ် အကျွရာအပိုင်းကိန်းများပါသော ရိုးရိုးညီမျှခြင်းများဖြေရှင်းခြင်းကို လေ့လာမည်။

ဥပမာ (1) $\frac{2x}{3} - \frac{x}{8} = 3\frac{1}{2} + \frac{x}{4}$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{2x}{3} - \frac{x}{8} = 3\frac{1}{2} + \frac{x}{4}$$

$$\frac{2x}{3} - \frac{x}{8} = \frac{7}{2} + \frac{x}{4}$$

ဤညီမျှခြင်း၏ လက်ဝဲဘက်နှင့် လက်ယာဘက်တွင် ပါဝင်သော အပိုင်းကိန်းများ၏ ဘုံပိုင်း ခြေသည် 24 ဖြစ်၏။ ထို့ကြောင့် ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်စလုံးကို 24 ဖြင့် မြှောက်လျှင် အပိုင်းကိန်းများ ရှင်းသွားမည်ဖြစ်သည်။

$$24 \times (\frac{2x}{3} - \frac{x}{8}) = 24 \times (\frac{7}{2} + \frac{x}{4})$$

$$16x - 3x = 84 + 6x$$

$$13x = 84 + 6x$$

$$13x - 6x = 84$$

$$7x = 84$$

$$x = 12$$

ချိန်ကိုက်ပုံ

$$\text{လက်ဝဲဘက်} = \frac{2x}{3} - \frac{x}{8}$$

$$= \frac{2 \times 12}{3} - \frac{12}{8}$$

$$= 8 - 1\frac{1}{2}$$

$$= 6\frac{1}{2}$$

$$\text{လက်ယာဘက်} = 3\frac{1}{2} + \frac{x}{4}$$

$$= 3\frac{1}{2} + \frac{12}{4}$$

$$= 3\frac{1}{2} + 3$$

$$= 6\frac{1}{2}$$

ဥပမာ(2)

$$\frac{x-9}{3} = \frac{x-3}{9}$$ ကိုရှင်းပါ။

$$\frac{x-9}{3} = \frac{x-3}{9}$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို ဘုံပိုင်းခြေ 27 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$27 \times \left(\frac{x-9}{3}\right) = 27 \times \left(\frac{x-3}{9}\right)$$

$$9 \times (x-9) = 3 \times (x-3) \quad .....(1)$$

$$9x - 81 = 3x - 9$$

$$9x = 3x - 9 + 81$$

$$9x - 3x = -9 + 81$$

$$6x = 72$$

$$\therefore \quad x = 12$$

မှတ်ရန်။ ညီမျှခြင်း(1)သည်မူလညီမျှခြင်းမှကိန်းများကိုထောင့်ဖြတ်မြှောက်ထားခြင်းဖြစ်သည်။

ဥပမာ(3)

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{7}$$

$7x = 5y$ ဟုရေးနိုင်၏။

ဥပမာ(4)

$$\frac{x}{7} = \frac{6}{9}$$

$9x = 6y$ ဟု ရေးနိုင်၏။

ဤကဲ့သို့ ပြုလုပ်ခြင်းကို ဖြတ်မြှောက်ခြင်း ဟုခေါ်သည်။

ဖြတ်မြှောက်ခြင်းနည်းကို ညီမျှခြင်းလက္ခဏာ၏ တစ်ဖက်တစ်ချက်စီတွင် အပိုင်းကိန်း တစ်ခုစီသာရှိသောအခါမှသာလျှင် အသုံးပြုနိုင်ကြောင်း သတိပြုပါ။

ဥပမာ(5)

$$\frac{7x-5}{2} = \frac{8x+5}{3}$$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{7x-5}{2} = \frac{8x+5}{3}$$

ဖြတ်မြှောက်ခြင်းနည်းအရ

$$3 \times (7x - 5) = 2 \times (8x + 5)$$
$$21x - 15 = 16x + 10$$
$$21x - 16x = + 10 + 15$$
$$5x = 25$$
$$x = 5$$

ဥပမာ(6)

$\dfrac{5x+1}{3} + \dfrac{8-x}{4} = \dfrac{x+16}{2} - 2$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{5x+1}{3} + \frac{8-x}{4} = \frac{x+16}{2} - 2$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို ဘုံပိုင်းခြေ 12 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$12 \times \left(\frac{5x+1}{3}\right) + 12 \times \left(\frac{8-x}{4}\right) = 12 \times \left(\frac{x+16}{2}\right) - 2 \times 12$$
$$4(5x + 1) + 3(8 - x) = 6(x + 16) - 24$$
$$20x + 4 + 24 - 3x = 6x + 96 - 24$$
$$17x + 28 = 6x + 72$$
$$17x - 6x = 72 - 28$$
$$11x = 44$$
$$x = 4$$

လေ့ကျင့်ခန်း(7.1)

အောက်ပါတို့ကို ဖြေရှင်းပါ။

1. $\dfrac{2x}{5} = \dfrac{x}{10} + \dfrac{3}{5}$
2. $\dfrac{x}{2} - \dfrac{(x-1)}{3} = \dfrac{1}{2}$
3. $\dfrac{7a}{8} - 5 = \dfrac{9a}{6} - 8$
4. $\dfrac{a}{2} + \dfrac{a+1}{7} = a - 2$
5. $2a - \dfrac{19-2a}{2} = \dfrac{2a - 11}{2}$
6. $\dfrac{a+3}{3} - \dfrac{2a-3}{2} = a - \dfrac{5}{6}$
7. $\dfrac{a+2}{4} + \dfrac{2a-3}{6} = \dfrac{a+3}{3}$
8. $\dfrac{2y-1}{5} - \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{3y-5}{5}$
9. $\dfrac{y+7}{4} + \dfrac{3y-22}{5} - \dfrac{2(y+1)}{10} = 1$
10. $\dfrac{5-2x}{4} - \dfrac{8-6x}{2} = x - 2$
11. $3x - \dfrac{5(x-2)}{4} = \dfrac{2(x-4)}{3} + 3$

12. $\dfrac{x+19}{6} + \dfrac{x+1}{5} = \dfrac{x+9}{4} + 1$

13. $\dfrac{3(y-1)}{5} - \dfrac{2y-5}{2} = 1 - \dfrac{3(y-3)}{6}$

14. $\dfrac{10y+3}{3} + 2 = y + \dfrac{3y-1}{5}$

15. $\dfrac{1}{3}(5y-12) + y = 11 - \dfrac{1}{5}(3y-9)$

7.1 ပိုမိုခက်ခဲသော မသိကိန်းတစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်းများ

ဥပမာ(1)

$$\frac{5}{x+4} = \frac{4}{4x-8}$$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{5}{x+4} = \frac{4}{4x-8}$$

ဖြတ်မြှောက်နည်းအရ

$$5 \times (4x-8) = 4 \times (x+4) \ldots\ldots (1)$$
$$20x - 40 = 4x + 16$$
$$20x - 4x = 16 + 40$$
$$16x = 56$$
$$x = 3\frac{1}{2}$$

မှတ်ရန် ညီမျှခြင်း(1) ရရှိစေရန် မူလညီမျှခြင်း၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို ပိုင်းခြေများ၏ အငယ်ဆုံး ဘုံဆတိုးကိန်းဖြစ်သော (x + 4) (4x – 8) ဖြင့် မြှောက်၍လည်း ရရှိနိုင်ကြောင်း သတိ ပြုပါ။

ဥပမာ(2)

$$\frac{3(y-1)}{y^2-8y+15} = \frac{y+2}{y-5} - \frac{y+3}{y-3}$$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{3(y-1)}{y^2-8y+15} = \frac{y+2}{y-5} - \frac{y+3}{y-3}$$

လက်ဝဲဘက် ပိုင်းဝေကို ဆခွဲကိန်းခွဲသော်

$$\frac{3(y-1)}{y^2-8y+15} = \frac{y+2}{y-5} - \frac{y+3}{y-3}$$

ညီမျှခြင်း၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို ပိုင်းခြေများ၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းဖြစ်သော $(y-5)(y-3)$ ဖြင့် မြှောက်သော်

$$\frac{3(y-1)(y-5)(y-3)}{(y-5)(y-3)} = \frac{(y+2)(y-5)(y-3)}{(y-5)} - \frac{(y+3)(y-5)(y-3)}{(y-3)}$$

ရှင်းသော် အောက်ပါအတိုင်းရ၏။

$$\begin{aligned}
3(y-1) &= (y+2)(y-3)-(y+3)(y-5) \\
3y-3 &= \{y^2+2y-3y-6\}-\{y^2+3y-5y-15\} \\
3y-3 &= \{y^2-y-6\}-\{y^2-2y-15\} \\
3y &= y^2-y-6-y^2+2y+15 \\
3y &= y+9 \\
3y-y &= 9+3 \\
2y &= 12 \\
y &= 6
\end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း(7.2)

အောက်ပါတို့ကို ဖြေရှင်းပါ။

1. $\frac{2x-6}{5x} = \frac{6}{x} - \frac{4}{5}$
2. $\frac{6-8x}{x} + \frac{6x+2}{3x} = \frac{2}{3}$
3. $\frac{4y}{3y+2} = \frac{8}{9}$
4. $\frac{4y}{y-2} = 4 + \frac{10}{y}$
5. $\frac{2x-12}{x} = \frac{2x-2}{x+6}$
6. $\frac{2x-14}{x} - \frac{2x-6}{x-7} = \frac{6}{x}$
7. $\frac{4x+10}{3x+7} = \frac{4x-6}{3x-2}$
8. $\frac{8x+2}{x+3} + \frac{18}{x+1} = 8$
9. $\frac{10}{x+2} = \frac{12x}{x^2-4}$
10. $\frac{6}{x+1} = \frac{2}{x+3} + \frac{4}{x+2}$
11. $\frac{12x^2-10x+14}{4x^2-2x+10} = 3$
12. $\frac{9}{2x+10} - \frac{3}{2x+8} = \frac{6}{2x+12}$

7.2 ဥာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ

ဥပမာ (1)

ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ အလျားသည် အနံထက် 9 စင်တီမီတာပိုရ်၏။ ယင်းပုံ၏ အလျားကို 6 စင်တီမီတာလျှော့၍ အနံကို 4 စင်တီမီတာတိုးလိုက်သောအခါ ပုံသစ်၏ဧရိယာသည် မူလပုံ၏ ဧရိယာအောက် 28 စတုရန်းစင်တီမီတာ လျှော့သွား၏။ မူလပုံ၏ အလျားနှင့် အနံကို ရှာပါ။

မူလပုံ၏အလျား $= x$ စင်တီမီတာ ဖြစ်ပါစေ။

မူလပုံ၏အနံ $= x - 9$ စင်တီမီတာ

ထို့ကြောင့် မူလပုံ၏ဧရိယာ $= x(x-9)$ စတုရန်းစင်တီ ဖြစ်၏။

ပုံသစ်၏အလျား $= x - 6$ စင်တီမီတာ

ပုံသစ်၏အနံ $= (x-9) + 4$ စင်တီမီတာ

$= x - 5$ စင်တီမီတာ

ထို့ကြောင့် ပုံသစ်၏ဧရိယာ $= (x-6)(x-5)$ စတုရန်းစင်တီမီတာ ဖြစ်၏။

ပုစ္ဆာအရ

မူလဧရိယာ - ပုံသစ်ဧရိယာ $= 28$ စတုရန်းစင်တီ

$$x(x-9) - (x-6)(x-5) = 28$$
$$x^2 - 9x - \{x^2 - 5x - 6x + 30\} = 28$$
$$x^2 - 9x - x^2 + 11x - 30 = 28$$
$$2x - 30 = 28$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 2 ဖြင့်စားသော်

$$x - 15 = 14$$
$$x = 14 + 15$$

$= 29$ စင်တီမီတာ

ပုံ၏အလျား $= 29$ စင်တီမီတာ

ပုံ၏အနံ $= 29 - 9 = 20$ စင်တီမီတာ

ဥပမာ(2)

မော်တော်ကားတစ်စီးသည် 85 မိုင်ခရီးကို တစ်နာရီ 30 မိုင်နှုန်းဖြင့် မောင်းသွားရာ အတန်ကြာသွားပြီးနောက် စက်ချွတ်ယွင်းသဖြင့် 20 မိနစ်ကြာရပ်၍ ပြုပြင်ရ၏။ ထို့နောက် တစ်နာရီ 20 မိုင်နှုန်းဖြင့် ဆက်လက်မောင်းသွားရာ မူလနှုန်းဖြင့်သွားလျှင်ရောက်မည့် အချိန်ထက် 1 နာရီနောက်ကျ၍ ခရီးလမ်းဆုံးသို့ရောက်၏။မည်သည့်နေရာ၌ စက်ပျက်သနည်း။

စထွက်သည့်နေရာမှ x မိုင်တွင် ကားပျက်သည်ဆိုပါစို့။

ကားပြင်ပြီးမှ ဆက်သွားရသောမိုင်ပေါင်း $= 85 - x$ မိုင်

ပုစ္ဆာအရ

စက်မပျက်မီ မော်တော်ကား၏ တစ်နာရီသွားနှုန်း $= 30$ မိုင်

စက်မပျက်မီ မော်တော်ကား သွားသော နာရီပေါင်း $= \dfrac{\text{သွားသောခရီး}}{\text{တစ်နာရီသွားနှုန်း}}$

$= \dfrac{x}{30}$ နာရီ

စက်ပြင်ပြီးမော်တော်ကား၏ တစ်နာရီသွားနှုန်း $= 20$ မိုင်

စက်ပြင်ပြီးမှ သွားသောနာရီပေါင်း $= \dfrac{85 - x}{20}$ နာရီ

ခရီးမဆုံးမီ မော်တော်ကားသွားရသော နာရီပေါင်း

$= \dfrac{x}{30} + \dfrac{85 - x}{20}$ နာရီ

လမ်းတွင် ရပ်သောအချိန် $= 20$ မိနစ် $= \dfrac{1}{3}$ နာရီ

စုစုပေါင်းကြာသောအချိန် $= \dfrac{x}{30} + \dfrac{85 - x}{20} + \dfrac{1}{3}$ နာရီ

မူလသတ်မှတ်ထားသော အချိန် $= \dfrac{85}{30}$ နာရီ $= \dfrac{17}{6}$ နာရီ

ပုစ္ဆာအရ

စုစုပေါင်းကြာသောအချိန် $= \dfrac{\text{သတ်မှတ်သော}}{\text{အချိန်}} + 1$ နာရီ

$= \dfrac{x}{30} + \dfrac{85 - x}{20} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{17}{6} + 1$

နှစ်ဖက်စလုံးကို ဘုံပိုင်းခြေ 60 (30 , 20 , 3 နှင့် 6 တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း)ဖြင့် မြှောက်သော်

$$
\begin{aligned}
60\left(\frac{x}{30} + \frac{85 - x}{20} + \frac{1}{3}\right) &= 60\left(\frac{17}{6} + 1\right) \\
2x + 3(85 - x) + 20 \times 1 &= 10 \times 17 + 60 \times 1 \\
2x + 255 - 3x + 20 &= 170 + 60 \\
-x &= 230 - 20 - 255 \\
-x &= -45 \\
x &= 45
\end{aligned}
$$

စထွက်သည်မှ 45 မိုင်တွင် မော်တော်ကားပျက်သည်။

ဉပမာ (3)

ကိန်း 4 ခုပေါင်းလဒ်သည် 100 ဖြစ်၏။ ပထမကိန်းမှ 4 နုတ်ခြင်းသည် ဒုတိယကိန်းတွင် 9 ပေါင်းခြင်းနှင့်လည်းကောင်း၊တတိယကိန်း၏ 4 ဆနှင့်လည်းကောင်း၊စတုတ္ထကိန်း၏ $\frac{1}{3}$ နှင့်လည်းကောင်းတူညီ၏။ ကိန်းအသီးသီးကို ရှာပါ။

ပုစ္ဆာအရ

(1) ပထမကိန်း + ဒုတိယကိန်း + တတိယကိန်း + စတုတ္ထကိန်း $= 100$

(2) ပထမကိန်း $- 4 =$ ဒုတိယကိန်း $+ 9 =$ တတိယကိန်း $\times 4 =$ စတုတ္ထကိန်း $\times \frac{1}{3}$

ပထမကိန်း $= x$ ဖြစ်ပါစေ။

ထိုအခါ ဒုတိယကိန်း $+ 9 = x - 4$

ဒုတိယကိန်း $= x - 4 - 9 = x - 13$

ထို့အတူ တတိယကိန်း $\times 4 = x - 4$

တတိယကိန်း $= \frac{x-4}{4}$

တစ်ဖန် စတုတ္ထကိန်း $\times \frac{1}{3} =$ ပထမကိန်း $- 4$ ဖြစ်၍

စတုတ္ထကိန်း $\times \frac{1}{3} = x - 4$

စတုတ္ထကိန်း $= 3 \times (x - 4)$

ပုစ္ဆာအရ

ပထမကိန်း + ဒုတိယကိန်း + တတိယကိန်း + စတုတ္ထကိန်း $= 100$

$$x + (x - 13) + \frac{x-4}{4} + 3(x - 4) = 100$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 4 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$4x + 4(x - 13) + x - 4 + 12(x - 4) = 400$$

$$4x + 4x - 52 + x - 4 + 12x - 48 = 400$$

$$21x - 104 = 400$$

$$21x = 400 + 104$$

$$21x = 504$$

$$x = 24$$

ထို့ကြောင့် အောက်ပါတို့ကို ရ၏။

ပထမကိန်း $= 24$

ဒုတိယကိန်း $= x - 13 = 24 - 13 = 11$

တတိယကိန်း $= \dfrac{x-4}{4} = \dfrac{24-4}{4} = 5$

စတုတ္ထကိန်း $= 3(x-4) = 3(24-4) = 3 \times 20$

$= 60$

ချိန်ကိုက်ပုံ

ပထမကိန်း $-4 = 24 - 4 = 20$

ဒုတိယကိန်း $+9 = 11 + 9 = 20$

တတိယကိန်း $\times 4 = 5 \times 4 = 20$

စတုတ္ထကိန်း $\times \dfrac{1}{3} = \dfrac{60}{3} = 20$

ဥပမာ(4)

ခြံရှင်တစ်ယောက်သည် သူ၏ခြံတွင် ပက်ဖျန်းရန်အတွက် ပိုးသတ်ဆေး 2% သာပါသော ဆေးရည်ကို အလိုရှိရာ ပိုးသတ်ဆေး 5% ပါသော ဆေးရည် 2 ဂါလန်တွင် ရေမည်မျှ ထပ်ရော ရမည်နည်း။

ရောစပ်ရမည့် ရေဂါလန်ပေါင်း $= g$ ဖြစ်ပါစေ။

ရောစပ်ပြီးဆေးရည် $= (g + 2)$ ဂါလန်

မူလဆေးရည်တွင် ဆေး 5% ပါဝင်၏။

မူလဆေးရည် 2 ဂါလန်တွင် ပါဝင်သောဆေးရည် $= 2 \times \dfrac{5}{100}$ ဂါလန်ပါဝင်၏။

$= \dfrac{10}{100}$

$= \dfrac{1}{10}$ ဂါလန်

ရောစပ်ပြီးဆေးရည်တွင် ဆေး 2% ပါဝင်ရမည်ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် ရောစပ်ပြီးဆေးရည် $(g + 2)$ ဂါလန်တွင် ပါဝင်သော

ဆေးရည် $= (g + 2) \times \dfrac{2}{100}$ ဂါလန်

မူလဆေးရည်တွင် ရေသာထပ်၍ရောသဖြင့် မူလဆေးရည်တွင်ပါဝင်သောဆေးပမာဏမှာ ရောပြီးဆေးရည်တွင်ပါဝင်သော ဆေးပမာဏနှင့် အတူတူပင်ဖြစ်၏။

ထို့ကြောင့်

$$(g+2) \times \frac{2}{100} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{2(g+2)}{100} = \frac{1}{10}$$

ဖြတ်မြှောက်ခြင်းနည်းအရ

$$20(g+2) = 100$$

$$g+2 = 5$$

$$g = 3$$

ရောရမည့်ရေ = 3 ဂါလန်

ဥပမာ (5)

ဆား 25% ပါဝင်သော ဆားရည် 15 အောင်စမှ ဆား 50 % ပါဝင်သော ဆားရည်ရရှိရန် ရေမည်မျှလျော့သွားအောင် ကျိုချက်ရမည်နည်း။

လျော့သွားရန်ရေ = x အောင်စဖြစ်ပါစေ။

ကျိုပြီးသောအခါရှိမည့်ဆားရည် = 15 - x အောင်စ

မူလဆားရည် 15 အောင်စတွင် ပါဝင်သော ဆား $= 15 \times \frac{25}{100}$

$= \frac{15}{4}$

$= 3\frac{3}{4}$ အောင်စ

ကျိုပြီးဆားရည်တွင် ဆား 50% ပါဝင်၏။

ကျိုပြီးဆားရည် (15 – x) အောင်စတွင် ပါဝင်သောဆား $= (15-x) \times \frac{50}{100}$

$= \frac{50(15-x)}{100}$

$= \frac{1}{2}(15-x)$ အောင်စ

မူလဆားရည်ကိုကျိုချက်သောအခါရေသာလျှင်အငွေ့ပျံသွားပြီးဆားပမာဏမှာမူလအတိုင်းပင်ရှိနေမည်ဖြစ်သည်။

မူလဆားပမာဏ = ကျိုပြီးသောဆားရည်တွင် ပါဝင်သော ဆားပမာဏ

$$3\frac{3}{4} = \frac{1}{2}(15-x)$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 4 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$15 = 2(15 - x)$$
$$15 = 30 - 2x$$
$$2x = 30 - 15$$
$$2x = 15$$
$x = 7\frac{1}{2}$ အောင်စ

မူလဆားရည်တို့မှ ရေ $7\frac{1}{2}$ အောင်စလျော့သွားအောင် ကျိုချက်ရမည်။

ဥပမာ (6)

အပိုင်းကိန်းတစ်ခု၏ပိုင်းဝေသည် 1 ဖြစ်၏။ ပိုင်းခြေမှ 4 နုတ်၍ရသော အပိုင်းကိန်းအသစ်သည် ပိုင်းဝေတွင် 2 ပေါင်း၍ရသော အပိုင်းကိန်းနှင့်ညီလျှင် မူလအပိုင်းကိန်းကိုရှာပါ။

မူလအပိုင်းကိန်း ပိုင်းဝေ = 1

ပိုင်းခြေ = x ဖြစ်ပါစေ။

မူလအပိုင်းကိန်း $= \frac{1}{x}$

မူလအပိုင်းကိန်း၏ ပိုင်းခြေတွင် 4 နုတ်သော် $= \frac{1}{x-4}$

မူလအပိုင်းကိန်း၏ ပိုင်းဝေတွင် 2 ပေါင်းသော် $= \frac{1+2}{x} = \frac{3}{x}$

ပုစ္ဆာအရ

$$\frac{1}{x-4} = \frac{3}{x}$$

ဖြတ်မြှောက်နည်းအရ

$$x = 3(x - 4)$$
$$x = 3x - 12$$
$$x - 3x = -12$$
$$-2x = -12$$
$$x = 6$$

မူလအပိုင်းကိန်း $= \frac{1}{6}$

လေ့ကျင့်ခန်းများ (7.3)

1. ထောင့်မှန်စတုဂံပုံမြေတစ်ကွက်၏အနံသည် အလျားတစ်ဝက်ထက် 23 ပေပို၏။ပတ်လည်အနားသည် အလျား 4 ဆ အောက် 75 ပေလျော့လျှင် အလျားနှင့်အနံကို ရှာပါ။
2. ကိန်းတစ်ခုတွင် ၎င်း၏ 20% ကို ပေါင်းသော် 42 ရ၏။ ၎င်းကိန်းကို ရှာပါ။

3. ဆေး 60% ပါသော ဆေးရည် 12 ပေါင်တွင် ရေမည်မျှ ရောလျှင် ဆေး 25% ပါသော ဆေးရည်ရနိုင်မည်နည်း။

4. သကြား 15% ပါဝင်သောသကြားရည်ကို အလိုရှိရာသကြား 10% ပါသော သကြားရည် 12 အောင်စကို ရေမည်မျှခန်းသွားအောင် ကျိုရမည်နည်း။

5. တင်ချာအိုင်အိုဒင်းဆေးရည် ဖော်စပ်ရာ အိုင်အိုဒင်းနှင့် အရက်ပြန်ရော၍ ဖော်စပ်ရ၏။ အိုင်အိုဒင်း 20% ပါသော ဆေးရည် 30 အောင်စတွင် အရက်ပြန် မည်မျှရောစပ်လျှင် အိုင်အိုဒင်း 5% ပါသော ဆေးရည်ရမည်နည်း။

6. လူတစ်ယောက်သည် နံနက် 6 နာရီတွင် ခရီးတစ်ခုကို တစ်နာရီ 4 မိုင်နှုန်းလမ်းလျှောက်သွား၍ ခရီးအဆုံး၌ နာရီဝက်နား၏။ အပြန်ခရီးတွင် တစ်နာရီ 5 မိုင်နှုန်းဖြင့် ပြန်လာရာ အိမ်သို့ နံနက် 11 နာရီတွင် ပြန်ရောက်၏။ ခရီးမိုင်မည်မျှ သွားခဲ့သနည်း။

7. မောင်ပုသည်ရမည်းသင်းမှပျော်ဘွယ်မြို့သို့တစ်နာရီ 10 မိုင်နှုန်းဖြင့် စက်ဘီးစီး၍သွား၏။ အပြန်တွင် တစ်နာရီ 20 မိုင်နှုန်းကားဖြင့်ပြန်လာ၏။ အသွားနှင့်အပြန် ခရီးကြာသော အချိန်တို့ကွာခြားခြင်းသည် 45 မိနစ်ဖြစ်လျှင် ရမည်းသင်းနှင့်ပျော်ဘွယ်အကွာအဝေးကို ရှာပါ။

8. မောင်ဝင်းသည် 1 မိနစ်တွင် မီတာ 300 ပြေးနိုင်၏။ မောင်သန်းသည် 1 မိနစ်တွင် မီတာ 200 ပြေးနိုင်၏။အပြေးပြိုင်ပွဲတစ်ခုတွင် မောင်ဝင်းသည်မောင်သန်းအား 50 မီတာ အသာပေးသဖြင့် နှစ်ဦးစလုံး တစ်ပြိုင်နက်ပန်းဝင်၏။ တာ၏အကွာအဝေးကိုရှာပါ။

9. လူတစ်ယောက်သည် အိမ်တစ်ဆောင်ဆောက်ရန် ပုံစံရေးဆွဲရာ အလျားကို အနံထက် 20 ပေ ပို၍ထား၏။ ကုန်ကျမည့်စရိတ်ကို တွက်ကြည့်ရာ များလွန်းသဖြင့် အလျားနှင့် အနံကို 5 ပေစီလျှော့လိုက်ရာ ဧရိယာအကျယ်အဝန်း 375 စတုရန်းပေ လျော့နည်းသွားသည်ကို တွေ့ရ၏။ မူလအလျားနှင့် အနံကို ရှာပါ။

10. စတုရန်းပုံတစ်ခု၏အလျားကို 3 လက်မတိုး၍ အနံကို 2 လက်မလျှော့လျှင် ပုံသစ်၏ ဧရိယာသည် မူလစတုရန်း၏ဧရိယာထက် 18 စတုရန်းလက်မ ပိုလာ၏။ ပုံသစ်၏ အလျားနှင့်အနံကိုရှာပါ။

11. ကိန်းတစ်ခုတွင် ခုဂဏန်းသည်ဆယ်ဂဏန်းထက် 2 ကြီး၏။ ထိုကိန်းသည် ဆယ်ဂဏန်းနှင့်ခုဂဏန်းတို့၏ ပေါင်းလဒ် 5 ဆ အောက် 5 လျော့၏။ ထိုကိန်းကိုရှာပါ။
(ဆယ်ကိန်းတစ်ခု၏တန်ဖိုး = ဆယ်ဂဏန်း × 10 + ခုဂဏန်း)

12. မောင်ထွေးသည် 6 မိုင်ဝေးသော အရပ်မှ စက်ဘီးကို တစ်နာရီ 8 မိုင်နှုန်းစီး၍ နေ့စဉ် ကျောင်းသို့လာ၏။တစ်နေ့၌ လမ်းတွင် စက်ဘီးချွတ်ယွင်းမှုကြောင့် 10 မိနစ်ကြာ ပြင်ဆင်ရ၏။ကျန်ခရီးကို 12 မိုင်နှုန်းဖြင့် ဆက်သွားရာ နေ့စဉ်ရောက်နေကျအချိန်မှာပင် ကျောင်းသို့ရောက်၏။ ကျောင်းမှမိုင်မျှအကွာတွင် စက်ဘီးပျက်သနည်း။

13. ကိန်းလေးခုပေါင်းလဒ်သည် 36 ဖြစ်၏။ ပထမကိန်းကို 4 ပေါင်းခြင်းသည် ဒုတိယကိန်းမှ 2 နုတ်ခြင်းနှင့်လည်းကောင်း၊ တတိယကိန်း၏ 3 ဆနှင့်လည်းကောင်း စတုတ္ထကိန်း၏ $\frac{1}{4}$ နှင့်လည်းကောင်း တူညီကြသည်။ ထိုကိန်းလေးခုကို ရှာပါ။

14. ဂဏန်းနှစ်လုံးပါသော ကိန်းတစ်ခုတွင် ဆယ်ဂဏန်းသည် ခုဂဏန်းထက် 3 ကြီး၏။ ၎င်း ဂဏန်းနှစ်ခုတို့ ပေါင်းလဒ်၏ 6 ဆ သည် မူလကိန်းအောက် 10 ငယ်လျှင် ထိုကိန်းကို ရှာပါ။

15. အပိုင်းကိန်းတစ်ခု၏ပိုင်းခြေသည် ပိုင်းဝေထက် 4 ကြီး၏။ပိုင်းဝေနှင့် ပိုင်းခြေနှစ်ခုစလုံးမှ 5 နုတ်၍ရသော အပိုင်းကိန်းအသစ်သည် $\frac{1}{3}$ ဖြစ်၏။ မူလအပိုင်းကိန်းကို ရှာပါ။

7.3 ပိုမိုခက်ခဲသော မသိကိန်းတစ်လုံးပါ ညီမျှခြင်း ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ

ဥပမာ (1)

စက်လှေတစ်စင်းသည် ချောင်းတစ်ခုအတွင်း ခုတ်မောင်းရာ ရေဆန်တွင် 5 မိုင်ခရီး မောင်းနိုင်သည့်အချိန်အတွင်း ရေစုန်၌ 9 မိုင်ခရီးမောင်းနိုင်၏။ ထိုချောင်း၏ရေစီးနှုန်းမှာ တစ်နာရီ 2 မိုင်ဖြစ်လျှင် ရေငြိမ်၌ထိုစက်လှေသည် တစ်နာရီမိုင်မည်မျှ ခုတ်မောင်းနိုင် သနည်း။

စက်လှေသည် ရေငြိမ်တွင် တစ်နာရီ x မိုင်သွားနိုင်သည် ဆိုပါစို့။

ပုစ္ဆာအရ

ရေစီးနှုန်း တစ်နာရီလျှင် 2 မိုင်

ရေဆန်တွင် စက်လှေအသွားနှုန်း တစ်နာရီလျှင် $(x - 2)$ မိုင်

ထို့အတူ

ရေစုန်တွင် စက်လှေအသွားနှုန်း တစ်နာရီလျှင် $(x + 2)$ မိုင်

ရေဆန် 5 မိုင်ခရီးအတွက် ကြာသောအချိန် $= \dfrac{5}{x-2}$ နာရီ

ထို့အတူ ရေစုန် 9 မိုင်ခရီးအတွက် ကြာသောအချိန် $= \dfrac{9}{x+2}$ နာရီ

ပုစ္ဆာအရ

$$\frac{\text{ရေဆန် 5 မိုင်ခရီးအတွက် ကြာသောအချိန်}}{} = \frac{\text{ရေစုန် 9 မိုင် ခရီးအတွက် ကြာသောအချိန်}}{}$$

ရေဆန် 5 မိုင်ခရီးအတွက် ကြာသောအချိန် = ရေစုန် 9 မိုင် ခရီးအတွက် ကြာသောအချိန်

$$\frac{5}{x-2} = \frac{9}{x+2}$$

ဖြတ်မြှောက်ခြင်းနည်းအရ

$$5 \times (x+2) = 9 \times (x-2)$$
$$5x + 10 = 9x - 18$$
$$5x - 9x = -18 - 10$$
$$-4x = -28$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို - 4 ဖြင့် စားသော်

$$x = 7$$

ထို့ကြောင့် ရေငြိမ်အသွားနှုန်း 7 မိုင်ဖြစ်၏။

ဥပမာ (2)

မောင်ထွန်းသည် လယ်တစ်ကွက်ကို ရိတ်ရန် 24 နာရီကြာ၏။ မောင်ခင်ကပါကူ၍ ရိတ်ပေးသောအခါ သူတို့နှစ်ယောက်သည် ထိုလယ်ကွက်ကို 15 နာရီကြာတွင် အလုပ်ပြီးစီး၏။ မောင်ခင်တစ်ယောက်တည်းသာ ထိုလယ်ကို ရိတ်ပါက အချိန်ပည်မျှကြာမည်နည်း။

မောင်ခင်တစ်ယောက်တည်းရိတ်လျှင် x နာရီကြာမည် ဆိုပါစို့။

ပုစ္ဆာအရ

မောင်ထွန်းတစ်ယောက်တည်းရိတ်လျှင် 24 နာရီကြာ၏။

မောင်ထွန်း + မောင်ခင်ရိတ်လျှင် 15 နာရီ ကြာ၏။

မောင်ထွန်း 1 နာရီ လုပ်နိုင်စွမ်းအား = လယ်ကွက်၏ $\frac{1}{24}$

ထိုအတူ မောင်ခင် 1 နာရီလုပ်နိုင်စွမ်းအား = လယ်ကွက်၏ $\frac{1}{x}$

သူတို့နှစ်ဦး 1 နာရီ လုပ်နိုင်စွမ်းအား = လယ်ကွက်၏ $(\frac{1}{24} + \frac{1}{x})$ ပြီးစီးမည်။

သူတို့နှစ်ဦးပေါင်း 15 နာရီအတွင်း = $15 \times (\frac{1}{24} + \frac{1}{x})$

ပြီးသောအလုပ် = $\frac{15}{24} + \frac{15}{x}$

ပုစ္ဆာအရ

15 နာရီအတွင်းတွင် လယ်တစ်ကွက်လုံးပြီးစီး၏။

$$\frac{15}{24} + \frac{15}{x} = 1$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 24x ဖြင့် မြှောက်သော်

$$15x + 15 \times 24 = 24x$$

$$15x - 24x = -360$$

$$-9x = -360$$

$$x = \frac{360}{9} = 40 \text{ နာရီ}$$

မောင်ခင်တစ်ယောက်တည်းရိတ်လျှင် 40 နာရီ ကြာမည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (7.4)

1. မောင်ပိုသည်ရေစီးလျက်ရှိသော မြစ်တစ်ခုတွင်ရေကူးကျင့်ရာ ရေစုန် 1 မိုင်ကူးပြီးနောက် လှည့်၍ရေဆန်ပြန်ကူးလာရာ ရေစုန် 1 မိုင် ကူး၍ကြာသောအချိန်တွင် ရေဆန် 0.5 မိုင် သာရောက်ခဲ့၏။သူသည် ရေငြိမ်တွင် တစ်နာရီ 1.5 မိုင် ကူးနိုင်လျှင် ရေစီးနှုန်းကိုရှာပါ။

2. လေယာဉ်ပျံတစ်စင်းသည် အရှေ့မြောက် 430 မိုင်ကွာဝေးသောအရပ်သို့ ပျံသန်းသွား၏၊ ထိုအချိန်၌ အနောက်တောင်လေတိုက်လျက်ရှိ၏။ အပြန်ခရီး၌လည်း လေသည် မူလ အတိုင်းပင်ဆက်၍တိုက်လျက်ရှိသည်။ အသွားခရီးအတွက် ကြာသောအချိန်အတွင်း အပြန်ခရီး၌ 370 မိုင်သာ ရောက်သည်ကိုတွေ့ရ၏။ လေယာဉ်သည် လေငြိမ်နေစဉ် တစ်နာရီ 200 မိုင် ပျံသန်းနိုင်သော် လေတိုက်နှုန်းကိုရှာပါ။

3. လက်နှိပ်စက်စာရေး စုစုသည် ရီရီထက်တစ်မိနစ်တွင် စာလုံးရေ 35 လုံးပို၍ ရိုက်နိုင် သဖြင့်စာလုံးရေ 675 ပါသော စာပိုဒ်တစ်ခုကို ရီရီရိုက်ရန်ကြာသောအချိန်တွင် စုစုသည် စာလုံးရေ 1200 ကို ရိုက်နိုင်၏။သူတို့တစ်ဦးစီ၏တစ်မိနစ်တွင်ရိုက်နိုင်သောနှုန်းကိုရှာပါ။

4. လေယာဉ်ပျံတစ်စင်းသည် လေစုန်၌ 530 မိုင် ပျံသည့် အချိန်တွင် လေဆန်၌ 430 မိုင် ပျံနိုင်၏။ လေယာဉ်၏ စက်အားသည် တစ်နာရီ 240 မိုင်ဖြစ်သော် လေတိုက်နှုန်းကို ရှာပါ။

5. လှည်းနှစ်စီးရှိရာ ပထမလှည်း၏ ဘီးအဝန်းသည် ဒုတိယလှည်း၏အဝန်းထက် 6 ပေ ပို၏။ပထမလှည်းသည် 4.8 မိုင်သွားရာ၌ ဘီးလည်သောအပတ်ပေါင်းသည် ဒုတိယလှည်း 3.0 မိုင်သွားရာ၌ ဘီးလည်သောအပတ်ပေါင်းနှင့်ညီ၏။ လှည်းနှစ်စီးတို့၏ ဘီးအဝန်းများ ကိုရှာပါ။

6. လေယာဉ်ပျံတစ်စီး၏အသွားနှုန်းသည် မီးရထားတစ်စင်း အသွားနှုန်း၏ 5 ဆဖြစ်၏။ ယင်းလေယာဉ်ပျံဖြင့် 375 မိုင်သွားလျှင် မီးရထားဖြင့် 95 မိုင်သွားသည့် အချိန်ထက် 98 မိနစ်သက်သာ၏။ မီးရထားနှင့် လေယာဉ်ပျံတို့၏ အသွားနှုန်းအသီးသီးကိုရှာပါ။

7. မီးရထားတစ်စင်း၏ သွားနှုန်းသည် ရေလမ်းမှ သင်္ဘောတစ်စင်း၏ သွားနှုန်းထက် တစ်နာရီလျှင် 20 မိုင်ပို၏။သင်္ဘောဖြင့် 45 မိုင်သွားနိုင်သည့်အချိန်အတွင်း မီးရထားသည် 135 မိုင် သွားနိုင်၏။ မီးရထားနှင့် သင်္ဘောတို့၏ တစ်နာရီ အသွားနှုန်းများကို ရှာပါ။

8. မောင်နီနှင့်မောင်ထွေးတို့ ရေတွင်းတူးကြရာ 8 ရက်နှင့် ပြီး၏။ထိုရေတွင်းကို မောင်ထွေး တစ်ယောက်တည်းတူးလျှင် 12 ရက်ကြာမှပြီးမည်ဖြစ်၏။ မောင်နီတစ်ယောက်တည်း တူးလျှင် ရက်ပေါင်းမည်မျှကြာမည်နည်း။

9. သားအဖနှစ်ယောက်သည် လယ်တစ်ကွက်ကို ရိတ်ကြရာ 2 ရက်အတွင်းပြီး၏။ အဖ၏ လုပ်အားသည် သား၏လုပ်အားနှစ်ဆဖြစ်လျှင် တစ်ယောက်စီ ထိုလယ်ကို ရိတ်ပါက ရက်မည်မျှစီ ကြာမည်နည်း။

အခန်း (8)

မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းများ

မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက်ရိုးရိုးညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းခြင်းကို သတ္တမတန်းတွင် တွေ့ရှိပြီးဖြစ်ပေသည်။ ဤအခန်းတွင် အကၡရာအပိုင်းကိန်းများဖြင့် တည်ဆောက်ထားသော မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းများကို လေ့လာသွားပါမည်။

$$\frac{x+y}{3}+\frac{x-y}{2} = 3$$

$$\frac{x}{6}-\frac{y}{4} = \frac{1}{6}$$ ကို ရှင်းမည်ဆိုပါစို့။

ပုစ္ဆာအရ

$$\frac{x+y}{3}+\frac{x-y}{2} = 3 \qquad \text{..............(1)}$$

$$\frac{x}{3}-\frac{y}{2} = \frac{1}{3} \qquad \text{..............(2)}$$

ညီမျှခြင်း (1) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 6 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$2(x+y)+3(x-y) = 18$$

$$2x+2y+3x-3y = 18$$

$$5x-y = 18 \qquad \text{..............(3)}$$

တစ်ဖန်

ညီမျှခြင်း (2) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 6 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$2x-3y = 2 \qquad \text{..............(4)}$$

y ကို ခြေရန်ညီမျှခြင်း (3) ကို 3 ဖြင့် မြှောက်၍ ညီမျှခြင်း (4) ကိုနုတ်သော်

ညီမျှခြင်း (3) × 3 $\qquad 15x-3y = 54$

ညီမျှခြင်း (4) $\qquad 2x-3y = 2$

$$13x = 52$$

$$x = \frac{52}{13}$$

$$x = 4$$

ညီမျှခြင်း (3) တွင် x တန်ဖိုး 4 အစားသွင်းသော်

$$5x-y = 18 \qquad \text{........(3)}$$

$$5\times 4-y = 18$$

$$-y = 18-20$$

$$y = 2$$

$$x = 4$$

$$y = 2$$

ဥပမာ (1)

$$\frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1$$

$$\frac{3}{x} + \frac{5}{y} = 3\frac{1}{6}$$ ကိုရှင်းပါ။

ပုစ္ဆာအရ

$$\frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\frac{3}{x} + \frac{5}{y} = 3\frac{1}{6} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

ဤတွင် အပိုင်းများကို မရှင်းဘဲ $\frac{1}{x}$ နှင့် $\frac{1}{y}$ တို့၏ တန်ဖိုးကို ရှေးဦးစွာရှာပြီးမှ x နှင့် y တို့၏ တန်ဖိုးများကို ရှာနိုင်၏။

$\frac{1}{x}$ ကို ခြေရန်

ညီမျှခြင်း (1) × 3 $\quad \frac{12}{x} - \frac{27}{y} = -3 \qquad \ldots\ldots (3)$

ညီမျှခြင်း (2) × 4 $\quad \frac{12}{-x} \pm \frac{20}{y} = \frac{19}{-6} \times 4 \qquad \ldots\ldots (4)$

နုတ်သော် $\quad -\frac{47}{y} = -3 - \frac{38}{3}$

$$-\frac{47}{y} = -\frac{47}{3}$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို -47 ဖြင့် စားသော်

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore y = 3$$

ညီမျှခြင်း (1) အရ

$$\frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

y တန်ဖိုး 3 ကို အစားသွင်းသော်

$$\frac{4}{x} - 3 = -1$$

$$\therefore \frac{4}{x} = 2$$

၄ စ်ဖက်စလုံးကို 4 ဖြင့် စားသော်

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \quad x = 2$$

$$x = 2$$
$$y = 3$$

မှတ်ရန်

$\frac{1}{x}$ ကို x ၏ လှန်ကိန်းဟု ခေါ်၏။

ထိုနည်းတူ $\frac{1}{y}$ ကို y ၏ လှန်ကိန်းဟု ခေါ်သည်။

အပြန်အလှန်အားဖြင့်

x ကို $\frac{1}{x}$ ၏ လှန်ကိန်းဟု လည်းကောင်း

y ကို $\frac{1}{y}$ ၏ လှန်ကိန်းဟု လည်းကောင်း ခေါ်၏။

လှန်ကိန်းနှစ်ခုမြှောက်လဒ်သည် အစဉ် 1 ဖြစ်၏။

$$\therefore \; x \times \frac{1}{x} = 1$$

$$y \times \frac{1}{y} = 1 \qquad \text{ဖြစ်၏။}$$

ဥပမာ (2) $\frac{1}{3x} - \frac{1}{7y} = \frac{2}{3}$

$\frac{1}{2x} - \frac{1}{3y} = \frac{1}{6}$ ကို ရှင်းပါ

$$\frac{1}{3x} - \frac{1}{7y} = \frac{2}{3} \qquad \ldots\ldots (1)$$

$$\frac{1}{2x} - \frac{1}{3y} = \frac{1}{6} \qquad \ldots\ldots (2)$$

ညီမျှခြင်း (1) × 21 $\quad \frac{7}{x} - \frac{3}{y} = 14 \qquad \ldots\ldots (3)$

ညီမျှခြင်း (2) × 6 $\quad \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 1 \qquad \ldots\ldots (4)$

$\frac{1}{y}$ ကို ခြေရန်

ညီမျှခြင်း (3) $\times$ 2 $\quad \dfrac{14}{x} - \dfrac{6}{y} = 28$

ညီမျှခြင်း (4) $\times$ 3 $\quad \dfrac{9}{-x} \,\overset{-}{+}\, \dfrac{6}{y} = \overset{-}{+}3$

နုတ်သော် $\quad \dfrac{5}{x} = 25$

နှစ်ဖက်စလုံးကို x ဖြင့် မြှောက်သော်

$$5 = 25x$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 25 ဖြင့် စားသော်

$$x = \frac{1}{5}$$

ညီမျှခြင်း (4) အရ

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 1$$

x တန်ဖိုး $\frac{1}{5}$ ကို အစားသွင်းသော်

$$\left(\frac{3}{\frac{1}{5}}\right) - \frac{2}{y} = 1$$

$$\therefore 15 - \frac{2}{y} = 1$$

$$\therefore \frac{2}{y} = 14$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို $\frac{y}{14}$ ဖြင့် မြှောက်သော်

$$y = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

$$x = \frac{1}{5}$$

$$y = \frac{1}{7}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (8.1)

အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

1. $\dfrac{x+y}{2} - \dfrac{2x+y}{7} = 5$

$x = \dfrac{2y-7}{3}$

2. $\dfrac{9}{x} - \dfrac{4}{y} = 1$

$\dfrac{9}{x} + \dfrac{10}{y} = 8$

3. $\dfrac{x-7}{5} - \dfrac{y-15}{5} = 4$

$\dfrac{x+y}{7} + \dfrac{y-x}{6} = 3$

4. $\dfrac{a-b}{4} + \dfrac{a+b}{3} = 3$

$\dfrac{a+3b}{8} - \dfrac{a-3b}{4} = \dfrac{1}{2}$

5. $x + \dfrac{3y+1}{5} = 4$

$5x - \dfrac{y-1}{2} = 9$

6. $\dfrac{8}{x} + \dfrac{9}{y} = 5$

$\dfrac{12}{x} - \dfrac{6}{y} = 1$

7. $\dfrac{20}{x} = \dfrac{12}{y}$

$\dfrac{15}{x} + \dfrac{18}{y} = 9$

8. $\dfrac{11}{x} - \dfrac{7}{y} = 37$

$\dfrac{8}{x} + \dfrac{9}{y} = 41$

၉.၁ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါတစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းများနှင့်သက်ဆိုင်သောဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ

အောက်ပါဥပမာများကို လေ့လာကြည့်ကြပါစို့။

ဥပမာ (1)

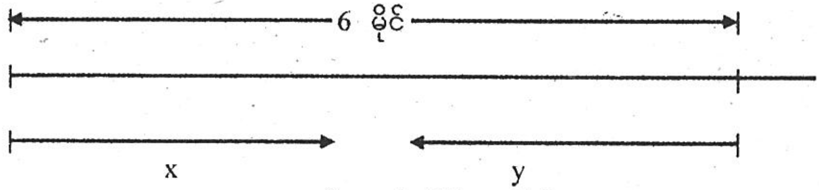
လူနှစ်ယောက်တို့သည်လမ်းမကြီးပေါ်ရှိ 6 မိုင်ကွာဝေးသောနေရာနှစ်နေရာမှအသွားနှုန်းမှန်မှန်ဖြင့်တပြိုင်နက်စတင်ထွက်ခဲ့ကြ၏။ တစ်ယောက်နှင့်တစ်ယောက်တွေ့ဆုံကြရန် မျက်နှာချင်းဆိုင်လာကြလျှင် 48 မိနစ်အကြာ၌ဆုံ၏။ တစ်ဖက်တည်းသို့ မျက်နှာမူ၍ တစ်ယောက်နောက်တစ်ယောက် အမီလိုက်ပါက လိုက်သောသူသည် ရှေ့မှသွားသူအား 4 နာရီကြာမှ မီနိုင်၏။ ၎င်းတို့နှစ်ဦး၏ အသွားနှုန်းအသီးသီးကိုရှာပါ။

ပုစ္ဆာအရ

(1) ခရီးအကွာအဝေး 6 မိုင်

(2) မျက်နှာချင်းဆိုင်လာလျှင် $\dfrac{48}{60}$ နာရီတွင် ဆုံ၏။

(3) တစ်ဖက်တည်းသွားလျှင် 4 နာရီကြာမှ မြန်သောသူက မီ၏။



မျက်နှာချင်းဆိုင်သွားခြင်း

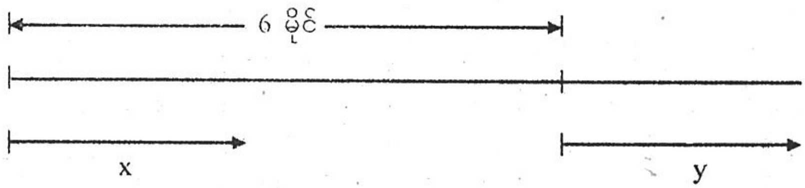
မြန်သောသူ အသွားနှုန်း = x မိုင် ဟု မှတ်ပါ။

နှေးသောသူ အသွားနှုန်း = y မိုင် ဟုမှတ်ပါ။

မျက်နှာချင်းဆိုင်လာသောအခါ
တစ်ဦးနှင့်တစ်ဦး ချဉ်းကပ်နှုန်း = $(x + y)$ မိုင် / တစ်နာရီ

$\frac{48}{60}$ နာရီအကြာတွင် တွေ့ဆုံ၏။

$$\frac{48}{60}(x + y) = 6 \qquad ......(1)$$



တစ်ဖက်တည်းသို့သွားခြင်း

တစ်ဖက်တည်းသို့သွားသောအခါ
တစ်ဦးနှင့်တစ်ဦး ချဉ်းကပ်နှုန်း = $(x - y)$ မိုင် / တစ်နာရီ

4 နာရီကြာသောအခါ မြန်သောသူက နှေးသောသူကို မီ၏။

$\therefore \quad 4(x - y) =$ မူလတစ်ဦးနှင့်တစ်ဦး အကွာအဝေး

$\therefore \quad 4(x - y) = 6 \qquad ....(2)$

ညီမျှခြင်း (1) နှစ်ဖက်စလုံးကို $\frac{48}{60}$ ဖြင့် စားသော်

$$x + y = 6 \times \frac{60}{48} = \frac{15}{2} \qquad ...... (3)$$

ညီမျှခြင်း (2) နှစ်ဖက်စလုံးကို 4 ဖြင့် စားသော်

$$x - y = \frac{3}{2} \qquad ....(4)$$

y ကို ခြေရန် ညီမျှခြင်း (3) နှင့် (4) ကိုပေါင်းသော်

$$x + y = \frac{15}{2} \quad \ldots\ldots(3)$$

$$x - y = \frac{3}{2} \quad \ldots\ldots(4)$$

$$2x = \frac{18}{2}$$

$$\therefore \quad x = 4\frac{1}{2}$$

ညီမျှခြင်း (3) တွင် x တန်ဖိုး $4\frac{1}{2}$ အစားသွင်းသော်

$$4\frac{1}{2} + y = \frac{15}{2}$$

$$y = \frac{15}{2} - \frac{9}{2} = \frac{6}{2}$$

$$y = 3$$

မြန်သောသူ တစ်နာရီနှုန်း $= 4\frac{1}{2}$ မိုင်

နှေးသောသူ တစ်နာရီနှုန်း = 3 မိုင်

ဥပမာ (2)

လူတစ်ယောက်သည် ရေစီးသောချောင်းတစ်ခုကိုစုန်ဆင်းရာ 1 နာရီ 30 မိနစ် ကြာသောအခါခရီး 12 မိုင်သို့ရောက်၏။ထိုနေရာမှလှည့်၍ ဆန်တက်ရာ 4 နာရီအကြာတွင် စထွက်သောနေရာသို့ပြန်ရောက်၏။ ထိုချောင်းတွင် ရေစီးနှုန်းသည်မည်မျှဖြစ်သနည်း။ထိုလူသည် ရေသေတွင် တစ်နာရီ မိုင်မည်မျှလှော်နိုင်မည်နည်း။

ပုစ္ဆာအရ

(1) ရေစုန် $1\frac{1}{2}$ နာရီတွင် 12 မိုင်ရောက်သည်။

(2) ရေဆန် 4 နာရီတွင် 12 မိုင်ရောက်သည်။

ရေစီးနှုန်း = တစ်နာရီ x မိုင် ဖြစ်ပါစေ။

လှေလှော်နှုန်း = တစ်နာရီ y မိုင် ဖြစ်ပါစေ။

∴ ရေဆန်အသွားနှုန်း = တစ်နာရီ $(y - x)$ မိုင်

ရေစုန်အသွားနှုန်း = တစ်နာရီ $(y + x)$ မိုင်

∴ ရေစုန်တွင် $1\frac{1}{2}$ နာရီ သွားသောအခါ 12 မိုင်ရောက်၏။

$$\therefore 1\frac{1}{2} \times (y+x) = 12 \qquad \text{........(1)}$$

ရေဆန်တွင် 4 နာရီသွားသောအခါ 12 မိုင် ရောက်၏။

$$4(y-x) = 12$$

$$y - x = 3 \qquad \text{........(2)}$$

ညီမျှခြင်း (1) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို $1\frac{1}{2}$ ဖြင့် စားသော်

$$y+x = 12 \times \frac{2}{3} = 8 \qquad \text{........(3)}$$

x ကို ခြေရန် ညီမျှခြင်း (2) နှင့် (3) ကို ပေါင်းသော်

$$\begin{aligned} y - x &= 3 & \text{......... (2)} \\ y + x &= 8 & \text{..........(3)} \\ \hline 2y &= 11 & \\ \therefore \quad y &= 5\frac{1}{2} & \end{aligned}$$

ညီမျှခြင်း (2) တွင် y တန်ဖိုး $5\frac{1}{2}$ အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} y - x &= 3 \qquad \text{......... (2)} \\ \therefore \quad 5\frac{1}{2} - x &= 3 \\ -x &= 3 - 5\frac{1}{2} \\ \therefore \quad x &= 2\frac{1}{2} \end{aligned}$$

ရေစီးနှုန်း = တစ်နာရီ $2\frac{1}{2}$ မိုင်

လှေလှော်နှုန်း = တစ်နာရီ $5\frac{1}{2}$ မိုင်

ဥပမာ (3)

စခန်းနှစ်ခု A နှင့် B အကြားရှိ ခရီးအချို့မှာ မြေပြန့်၊ အချို့ တောင့်တက်၊ အချို့ တောင်ဆင်းဖြစ်၏။ မြေပြန့်ခရီးသည်ခရီးတစ်ခုလုံး၏ထက်ဝက်ဖြစ်၏။မောင်စိန်သည် A မှ B သို့ သွားရာ 2 နာရီ 40 မိနစ်ကြာ၏။ တစ်ဖန် B မှ A သို့ပြန်လာရာ 2 နာရီ ကိတိကြာ ၏။ အသွားအပြန်ခရီးနှစ်ခုစလုံး၌ သူ၏အသွားနှုန်းများမှာ မြေပြန့်တွင် တစ်နာရီ 4 မိုင် တောင်တက်တွင် 2 မိုင် တောင်ဆင်းတွင် 6 မိုင် ဖြစ်လျှင် ခရီးတစ်ပိုင်းစီ၌ မိုင်မည်မျှစီ ရှိသနည်း။

ပုစ္ဆာအရ

(1) မြေပြန့်ခရီး = ခရီးတစ်ခုလုံး၏ တစ်ဝက်

(2) A မှ B သို့ကြာချိန် = $2\frac{2}{3}$ နာရီ

(3) B မှ A သို့ ကြာချိန် = 2 နာရီ

(4) မြေပြန့်နှုန်း = တစ်နာရီ 4 မိုင်

တောင်တက်နှုန်း = တစ်နာရီ 2 မိုင်

တောင်ဆင်းနှုန်း = တစ်နာရီ 6 မိုင်

မြေပြန့်ခရီး = x မိုင်ဖြစ်ပါစေ။

တောင်တက်ခရီး = y မိုင်ဖြစ်ပါစေ။

(1) အရ တောင်တက်ခရီး + တောင်ဆင်းခရီး = မြေပြန့်ခရီး

∴ တောင်ဆင်းခရီး = x - y မိုင် ဖြစ်မည်။

∴ အသွားခရီး $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{x-y}{6} = 2\frac{2}{3}$ .... (1)

အပြန်ခရီး $\frac{x}{4} + \frac{y}{6} + \frac{x-y}{2} = 2$ ....(2)

မှတ်ရန် ဤတွင် အသွားခရီးအတွက် တောင်တက်ခရီးမှာ အပြန်ခရီးအတွက် တောင်ဆင်းခရီးဖြစ်၍ အသွားခရီးအတွက် တောင်ဆင်းခရီးမှာ အပြန်ခရီးအတွက် တောင်တက်ခရီး ဖြစ်ကြောင်း သတိပြုပါ။

ညီမျှခြင်း (1) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 12 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$3x + 6y + 2(x - y) = 4 \times 8$$

$$3x + 6y + 2x - 2y = 32$$

$$5x + 4y = 32 \quad ......(3)$$

ညီမျှခြင်း (2) ၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို 12 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$3x + 2y + 6(x - y) = 24$$

$$\therefore 3x + 2y + 6x - 6y = 24$$

$$9x - 4y = 24 \quad ......(4)$$

y ကို ခြေရန် ညီမျှခြင်း (3) နှင့် (4) ကို ပေါင်းသော်

$$5x + 4y = 32 \quad ......(3)$$

$$9x - 4y = 24 \quad ......(4)$$

$$14x = 56$$

$$\therefore x = 4$$

ညီမျှခြင်း (3) တွင် $x = 4$ တန်ဖိုး အစားသွင်းသော်

$$5x + 4y = 32 \quad \text{.......(3)}$$
$$20 + 4y = 32$$
$$\therefore \quad 4y = 32 - 20$$
$$\therefore \quad 4y = 12$$
$$\therefore \quad y = 3$$

ပုစ္ဆာအရ

မြေပြန့်ခရီး = တောင်တက်ခရီး + တောင်ဆင်းခရီး

4 = 3 + တောင်ဆင်းခရီး

တောင်ဆင်းခရီး = 4 - 3

= 1

မြေပြန့်ခရီး = 4 မိုင်
တောင်တက်ခရီး = 3 မိုင်
တောင်ဆင်းခရီး = 1 မိုင် } အသွားခရီးအတွက်

ဥပမာ (4)

ကြက် 5 ကောင်နှင့် ဝမ်းဘဲ 2 ကောင်၏တန်ဖိုးသည် 360 ကျပ်ဖြစ်၍ ကြက် 3 ကောင်နှင့် ဝမ်းဘဲ 1 ကောင်၏ တန်ဖိုးသည် 200 ကျပ် 50 ပြား ဖြစ်၏။

(a) ကြက်တစ်ကောင်နှင့် ဝမ်းဘဲတစ်ကောင်တို့၏ တန်ဖိုးအသီးသီးကို ရှာပါ။

(b) ဝမ်းဘဲ 6 ကောင်နှင့် ကြက် 6 ကောင်တို့၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

(a) ကြက် 5 ကောင်တန်ဖိုး + ဝမ်းဘဲ 2 ကောင်တန်ဖိုး = 360 ကျပ်

ကြက် 3 ကောင်တန်ဖိုး + ဝမ်းဘဲ 1 ကောင်တန်ဖိုး = 200 ကျပ် 50 ပြား

= 200.5 ကျပ်

ကြက်တစ်ကောင်တန်ဖိုး = c ကျပ်

ဝမ်းဘဲတစ်ကောင်တန်ဖိုး = d ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

ပုစ္ဆာအရ

$$5c + 2d = 360 \quad \text{......(1)}$$
$$3c + d = 200.5 \quad \text{......(2)}$$

d ကို ခြေရန် ညီမျှခြင်း (2) ကို 2 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$2(3c + d) = 200.5$$
$$6c + 2d = 401 \quad \text{......(3)}$$

ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (3) ကို ရှင်းသော်

$$5c + 2d = 360 \quad \text{......(1)}$$

$$6c + 2d = 401 \qquad \text{......(3)}$$
$$-c = -41$$
$$\therefore c = 41$$

ညီမျှခြင်း (1) တွင် c တန်ဖိုး 41 ကျပ်ကို အစားသွင်းသော်

$$5c + 2d = 360 \qquad \text{......(1)}$$
$$5 \times 41 + 2d = 360$$
$$205 + 2d = 360$$
$$\therefore 2d = 360 - 205$$
$$2d = 155$$
$$\therefore d = 77.50$$

= 77 ကျပ် 50 ပြား

(အဖြေကို ချိန်ကိုက်ကြည့်ပါ။)

(b) ကြက်တစ်ကောင်တန်ဖိုး = 41 ကျပ်

ဝမ်းဘဲတစ်ကောင်တန်ဖိုး = 77.50 ကျပ်

ကြက် 6 ကောင်နှင့် ဝမ်းဘဲ 6 ကောင်တန်ဖိုး

$$= 6c + 6d$$
$$= 6 \times 41 + 6 \times 77.50$$
$$= 246 + 465$$
$$= 711$$

(a) ကြက်တစ်ကောင်တန်ဖိုး = 41 ကျပ်

ဝမ်းဘဲတစ်ကောင်တန်ဖိုး = 77.50 ကျပ်

(b) ကြက် 6 ကောင်နှင့် ဝမ်းဘဲ 6 ကောင်

တန်ဖိုး = 711 ကျပ်

ဥပမာ (5)

ကိန်းနှစ်ခုခြားနားခြင်းသည် 12 ဖြစ်၏။ ယင်းတို့၏ အချိုးသည် 5 : 4 ဖြစ်သော် ယင်းကိန်း များကို ရှာပါ။

ပထမကိန်း - ဒုတိယကိန်း = 12

ပထမကိန်း : ဒုတိယကိန်း = 5 : 4

ပထမကိန်း = f

ဒုတိယကိန်း = s ဖြစ်ပါစေ။

$$\therefore f - s = 12 \qquad \text{......(1)}$$
$$\frac{f}{s} = \frac{5}{4} \qquad \text{......(2)}$$

ညီမျှခြင်း (2) အရ

$$\frac{f}{s} = \frac{5}{4} \qquad \text{......(2)}$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို s ဖြင့် မြှောက်သော်

$$f = \frac{5s}{4} \qquad \text{..... (3)}$$

ယင်း f တန်ဖိုး $\frac{5}{4}$s ကို ညီမျှခြင်း (1) တွင် အစားသွင်းသော်

$$f - s = 12 \qquad \text{.....(1)}$$

$$\frac{5}{4}s - s = 12$$

ညီမျှခြင်းနှစ်ဖက်စလုံးကို 4 ဖြင့် မြှောက်သော်

$$4\left(\frac{5}{4}s - s\right) = 12 \times 4$$

$$5s - 4s = 48$$

$$\therefore \quad s = 48$$

s ၏ တန်ဖိုး 48 ကို ညီမျှခြင်း (1) တွင် အစားသွင်းသော်

$$f - s = 12 \qquad \text{.....(1)}$$

$$\therefore \quad f - 48 = 12$$

$$f = 12 + 48$$

$$= 60$$

ပထမကိန်း = 60

ဒုတိယကိန်း = 48

ချိန်ကိုက်ပုံ

$$f - s = 60 - 48$$

$$= 12$$

$$f : s = 60 : 48$$

$$= 5 : 4$$

လေ့ကျင့်ခန်း (8.2)

1. လူတစ်ယောက်သည် ရေစီးသောချောင်းတစ်ခုကို ဆန်တက်ရာ 2 နာရီ 20 မိနစ်ကြာသောအခါ ခရီး 7 မိုင်ရောက်၏။ ထိုနေရာမှ ပြန်လည်၍ စုန်ဆင်းရာ 1 နာရီအကြာတွင် စထွက်သောနေရာသို့ပြန်ရောက်၏။ တစ်နာရီလျှင် ရေစီးနှုန်းမည်မျှဖြစ်သနည်း။ ရေငြိမ်တွင် သူသည်တစ်နာရီ မိုင်မည်မျှလှော်နိုင်သနည်း။

2. သင်္ဘောတစ်စီးသည် ရန်ကုန်မှ 46 မိုင်ကွာဝေးသော မအူပင်မြို့သို့သွားရာ ရေစုန်ဖြစ်၍ $3\frac{5}{6}$ နာရီကြာ၏။ အကယ်၍ ရေဆန်ဖြစ်ပါမူ $5\frac{3}{4}$ နာရီကြာမည်ဖြစ်သော် ထိုအချိန်၌ တစ်နာရီရေစီးနှုန်းနှင့် ရေငြိမ်တွင် သင်္ဘော၏ ပျမ်းမျှအသွားနှုန်းကို ရှာပါ။

3. လူငယ်တစ်ဦးသည် လှေလှော်၍ မြစ်ကိုဆန်တက်ရာ 21 မိုင်ခရီးကို 7 နာရီသွားရ၏။ အပြန်တွင် ရေစုန်ဖြစ်သဖြင့် 3 နာရီသာကြာ၏။ ရေငြိမ်တွင် သူသည်တစ်နာရီမိုင် မည်မျှလှော်နိုင်သနည်း။ ရေစီးနှုန်းတစ်နာရီ မိုင်မည်မျှဖြစ်သနည်း။

4. မောင်မြသည် တောင်ကုန်းတစ်ခုကို ဖြတ်ကျော်၍ သွား၏။ အသွားတွင် တောင်တက်ခရီးမှာ 2 မိုင် တောင်ဆင်းခရီးမှာ 1 မိုင်ဖြစ်၍ အချိန်အားလုံး 50 မိနစ်ကြာ၏။ အပြန်တွင် ထိုလမ်း အတိုင်း ပြန်လာရာ 40 မိနစ်ကြာ၏။ အသွားနှင့် အပြန်တွင် သူ၏ တောင်တက်နှုန်းနှင့်တောင်ဆင်းနှုန်းအသီးသီးတူညီကြလျှင် တောင်တက်နှင့် တောင်ဆင်း သွားနှုန်းများကို ရှာပါ။

5. ကျောင်းတစ်ကျောင်းတွင် သတ္တမတန်းနှင့် အဋ္ဌမတန်းရှိ ကျောင်းသားဦးရေနှစ်ရပ်၏ အချိုးသည် 4 : 5 ဖြစ်၏။ သတ္တမတန်းကျောင်းသား 40 ကို အဋ္ဌမတန်းသို့ တင်လိုက်သောအခါ ကျောင်းသားဦးရေနှစ်ရပ်၏ အချိုးသည် 1 : 2 ဖြစ်၏။ မူလကကျောင်းသား မည်မျှစီရှိကြ သနည်း။

6. ကမ်းခြေအပန်းဖြေစခန်းဟိုတယ်တစ်ခုတွင်သကြ်နိပိတ်ရက်အထူးအစီအစဉ်ဖြင့် 2 ညအိပ် ထမင်း 4 နပ်အတွက် 5000 ကျပ် 3 ရက်အိပ် ထမင်း 8 နပ်အတွက် 8500 ကျပ် ဟု ကြေငြာထားသည်။ တည်းခိုခ တစ်ညမည်မျှကျသနည်း။ ထမင်းတစ်နပ်ကုန်ကျစရိတ် မည်မျှနည်း။

7. ဆရာတစ်ယောက်သည် စာအုပ် 4 အုပ်နှင့် ခဲတံ 4 ချောင်းကို ဝယ်ရာ ငွေ 150 ကျပ် ကုန်ကျ၏။ အကယ်၍ သူသည် စာအုပ် 8 အုပ်နှင့် ခဲတံ 6 ချောင်း ဝယ်လျှင် 270 ကျပ် ကုန်ကျမည်ဖြစ်၏။ စာအုပ်နှင့် ဖောင်တိန်တစ်ချောင်း၏ တန်ဖိုးအသီးသီးကိုရှာပါ။

8. အလျား 2 မီတာ 50 စင်တီမီတာရှိသော ခုံတန်းရှည်ပေါ်တွင် လူကြီး 4 ယောက်နှင့် ကလေး 3 ယောက် သို့မဟုတ် လူကြီး 1 ယောက်နှင့် ကလေး 7 ယောက်ထိုင်နေ၏။ လူကြီး 1 ယောက်နှင့် ကလေး 2 ယောက် ထိုင်နိုင်ရန် ခုံတန်းအရှည်မည်မျှရှိရမည်နည်း။

9. ကိန်း 2 ခု၏ ခြားနားခြင်းသည် 6 ဖြစ်၏။ ယင်းကိန်း 2 ခု၏ အချိုးသည် 7 : 5 ဖြစ်သော် ယင်းကိန်းများကို ရှာပါ။

10. လုပ်သား 2 ယောက်သည် လုပ်အားခငွေ 126 ကျပ်ကို ယင်းတို့၏ လုပ်အားအချိုးအရ ခွဲဝေယူကြရာ ရသောငွေများသည် 3 : 4 ဖြစ်လျှင် တစ်ယောက်လျှင် မည်မျှစီရကြသနည်း။

အခန်း (9)
ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတွင် ဂရပ်များဆွဲခြင်း

9.1 ကိန်းရှင်တစ်ခုပါ တစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းတစ်ခု၏ ဂရပ်ပုံ

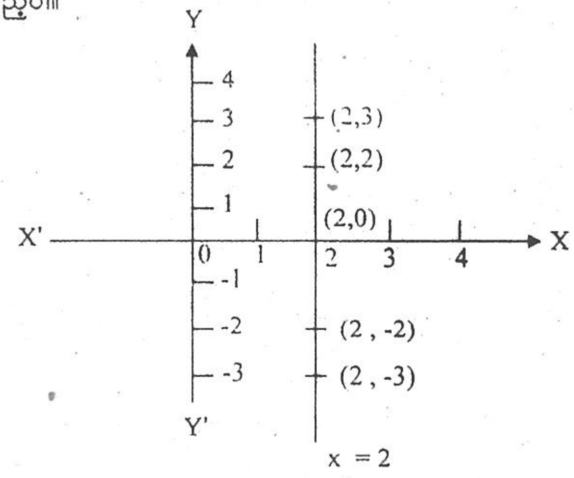
ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတွင် အမှတ်များနေရာချခြင်းအကြောင်းကို သင်ကြားခဲ့ကြပြီးဖြစ်သည်။ ယခုသင်ခန်းစာတွင် တစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းများ၏ ဂရပ်ကို လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ (1)

ညီမျှခြင်း $x = 2$ ၏ ဂရပ်ကိုဆွဲပါ။

ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင် အက်ဗ်စစ္စာ 2 ရှိသော အမှတ်အချို့ကိုနေရာချပါ။ ဆိုလိုသည်မှာ x ကိုဩဒိနိတ် 2 ရှိသော အမှတ်အချို့ကို နေရာချမည်ဖြစ်သည်။ (2,0), (2,2), (2, - 2) တို့သည်နေရာချပြီးသော အမှတ်သုံးခုဖြစ်ပါစေ။ ထိုအမှတ်သုံးခုသည် OY နှင့် ပြိုင်နေသော မျဉ်းတစ်ကြောင်း တည်းပေါ်၌ ကျရောက်နေကြောင်း တွေ့ရသည်။

ပုံ (9.1) တွင် ကြည့်ပါ။



ပုံ (9.1)

တစ်ဖန် ထိုမျဉ်းဖြောင့်ပေါ်ရှိ အမှတ်တိုင်း၏ x ကိုဩဒိနိတ်သည် 2 ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရလိမ့်မည်။

x ကိုဩဒိနိတ် 2 ဖြစ်သော အမှတ်တိုင်းသည် ထိုမျဉ်းပေါ်တွင်ရှိပြီး တစ်ဖန်ထိုမျဉ်းပေါ်တွင် ရှိသော အမှတ်တိုင်း၏ x ကိုဩဒိနိတ်သည် 2 ဖြစ်၏။

∴ ထိုမျဉ်းပေါ်ရှိ x ၏ အမှတ်တိုင်းသည် ညီမျှခြင်း $x = 2$ ကိုပြေလည်သည်။ ထိုမျဉ်းဖြောင့်သည် ညီမျှခြင်း $x = 2$ ၏ ဂရပ်ဖြစ်သည်။

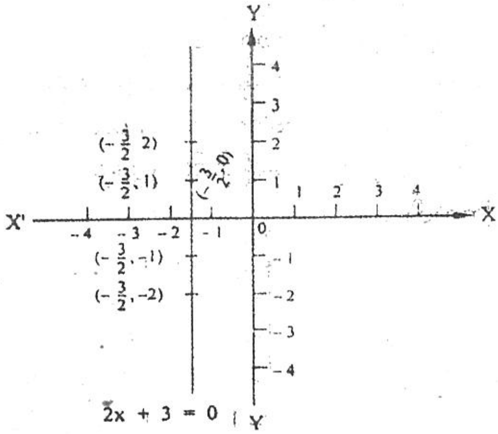
ဥပမာ (2) ညီမျှခြင်း $2x + 3 = 0$ ၏ ဂရပ်ကိုဆွဲပါ။

$$2x + 3 = 0$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

ထိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင် x ကိုဩဒိနိတ် $-\frac{3}{2}$ ရှိသော အမှတ်အချို့ $(-\frac{3}{2}, 0)$, $(-\frac{3}{2}, 1)$, $(-\frac{3}{2}, -1)$, $(-\frac{3}{2}, -2)$ တို့ကို နေရာချမည်။ ထိုအမှတ်များသည် OY နှင့် ပြိုင်သော မျဉ်းတစ်ကြောင်းပေါ်၌ ကျရောက်နေကြောင်း တွေ့ရသည်။

ပုံ (9.2) တွင် ကြည့်ပါ။



ပုံ(9.2)

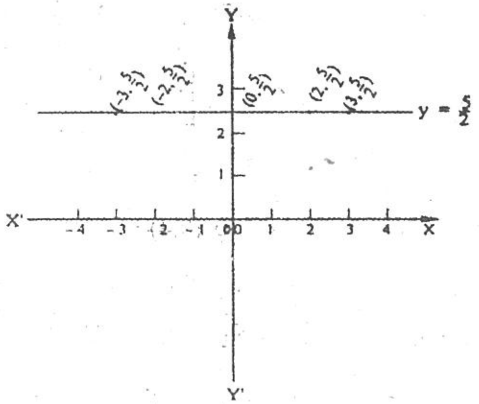
တစ်ဖန် ထိုမျဉ်းဖြောင့်ပေါ်ရှိ အမှတ်တိုင်း၏ x ကိုဩဒိနိတ်သည် $-\frac{3}{2}$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရလိမ့်မည်။

x ကိုဩဒိနိတ် $-\frac{3}{2}$ ဖြစ်သော အမှတ်တိုင်းသည် ထိုမျဉ်းပေါ်တွင်ရှိပြီး တစ်ဖန် ထိုမျဉ်းပေါ်တွင်ရှိသော အမှတ်တိုင်း၏ x ကိုဩဒိနိတ်သည် $-\frac{3}{2}$ ဖြစ်၏။

ထိုမျဉ်းဖြောင့်သည် ညီမျှခြင်း $x = -\frac{3}{2}$ ကိုကိုယ်စားပြု၏။ ထိုမျဉ်းဖြောင့်သည် ညီမျှခြင်း $x = -\frac{3}{2}$ ၏ ဂရပ်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (3)　　ညီမျှခြင်း $y = \frac{5}{2}$ ၏ ဂရပ်ကို ဆွဲပါ။

ကိုသြဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင်သြဒိနိတ် $\frac{5}{2}$ ရှိသော တစ်နည်း y ကိုသြဒိနိတ် $\frac{5}{2}$ ရှိသော အမှတ်အချို့ $(0, \frac{5}{2})$, $(2, \frac{5}{2})$, $(3, \frac{5}{2})$, $(-2, \frac{5}{2})$ $(-3, \frac{5}{2})$ တို့ကို နေရာချမည်။ ထိုအမှတ်လေးခုသည် OX နှင့် ပြိုင်သောမျဉ်းတစ်ကြောင်းတည်းပေါ်၌ ကျရောက်နေကြောင်းတွေ့ရသည်။ ပုံ (9.3) တွင် ကြည့်ပါ။



ပုံ (9.3)

တစ်ဖန် ထိုမျဉ်းဖြောင့်ပေါ်ရှိအမှတ်တိုင်း၏ y ကိုသြဒိနိတ်သည် $\frac{5}{2}$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရလိမ့်မည်။

y ကိုသြဒိနိတ် $\frac{5}{2}$ ဖြစ်သော အမှတ်တိုင်းသည် ထိုမျဉ်းပေါ်တွင်ရှိပြီး တစ်ဖန်ထိုမျဉ်းပေါ်တွင်ရှိသော အမှတ်တိုင်း၏ y ကိုသြဒိနိတ်သည် $\frac{5}{2}$ ဖြစ်၏။

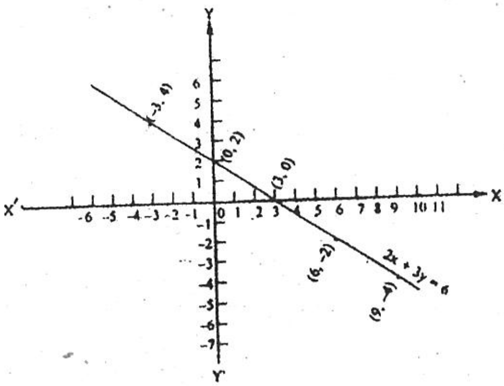
$\therefore$ ထိုမျဉ်းဖြောင့်သည် ညီမျှခြင်း $y = \frac{5}{2}$ ကို ကိုယ်စားပြုသည်။ ထိုမျဉ်းဖြောင့်သည် $y = \frac{5}{2}$ ၏ ဂရပ်ဖြစ်သည်။

အထက်ပါပုံစံများအရ ကိန်းရှင်တစ်ခု (x သို့မဟုတ် y) ပါဝင်သော တစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်း တစ်ခု၏ဂရပ်သည် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းဖြစ်ပေသည်။

9.2　ကိန်းရှင်နှစ်ခုပါ တစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းတစ်ခု၏ ဂရပ်

ထောင့်မှန်ပြင်ညီတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ပေးထားသော ညီမျှခြင်း $2x + 3y = 6$ ၏ အဖြေများဖြစ်မည့်ကိုသြဒိနိတ်များကိုဦးစွာစဉ်းစားကြမည်။ ($x = 0$, $y = 2$), ($x = 3$, $y = 0$), ($x = -3$, $y = 4$) ဖြစ်သဖြင့် $(0,2)$, $(3,0)$, $(-3, 4)$ တို့သည် ညီမျှခြင်း၏ အဖြေများဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

ထိုအမှတ်များကို ပြင်ညီပေါ်တွင်နေရာချပါ။ အမှတ်များသည် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်တွင် ကျနေကြောင်းတွေ့ရမည်ဖြစ်သည်။ ပုံ (9.4) တွင် ကြည့်ပါ။



ပုံ (9.4)

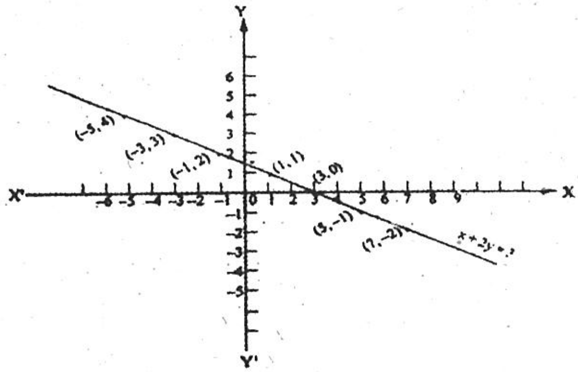
အမှတ်များ (9 , - 4), (6, - 2) တို့သည် ထိုမျဉ်းပေါ်တွင်ရှိသော အမှတ်အချို့ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။စစ်ဆေးကြည့်လျှင် ထိုအမှတ်တို့သည်ပေးထားသောညီမျှခြင်းအဖြေများဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

ဆွဲထားသော မျဉ်းဖြောင့်သည် ညီမျှခြင်း $2x + 3y = 6$ ကို ကိုယ်စားပြုသော ဂရပ်လည်းဖြစ်ပေသည်။

ဥပမာ (2) ညီမျှခြင်း $x + 2y = 3$ ၏ ဂရပ်ကိုဆွဲပါ။

ထောင့်မှန်ပြင်ညီတစ်ခု ဆွဲပါ။ (1,1), (3, 0), (-1 , 2) တို့သည် ညီမျှခြင်း $x + 2y = 3$ ၏ အဖြေအချို့ဖြစ်ကြသည်။

အထက်ပါအမှတ်များကိုပြင်ညီပေါ်တွင်နေရာချပါ။အမှတ်များသည်မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်း ပေါ်တွင်ကျနေကြောင်း တွေ့ရမည်ဖြစ်သည်။ ပုံ (9.5) တွင် ကြည့်ပါ။



ပုံ(9.5)

အမှတ်များ (5, -1), (7, -2), (-3, 3), (-5, 4) တို့သည် မျဉ်းပေါ်တွင်ရှိသော အမှတ်အချို့ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။ စစ်ဆေးကြည့်လျှင် ထိုအမှတ်တို့သည် ပေးထားသောညီမျှခြင်း၏ အဖြေများဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

ဆွဲထားသော မျဉ်းဖြောင့်သည် ညီမျှခြင်း $x + 2y = 3$ ကို ကိုယ်စားပြုသော ဂရပ်ဖြစ်ပေသည်။

တွက်ပြခဲ့ပြီးသော ဥပမာများအားလုံးကို လေ့လာကြည့်ပြီး အောက်ပါအတိုင်း မှတ်ချက်ချနိုင်သည်။

ကိန်းရှင်တစ်ခု သို့မဟုတ် ကိန်းရှင်နှစ်ခုပါဝင်သော တစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းတစ်ခု၏ဂရပ်သည်အမြဲတမ်းမျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။

မျဉ်းဖြောင့်ပေါ်တွင်ရှိသောအမှတ်နှစ်ခု၏ ကိုဩဒိနိတ်များကိုသိလျှင် ထိုမျဉ်းဖြောင့်ကို ပြင်ညီပေါ်တွင်ဆွဲသားနိုင်၏။ထို့ကြောင့်တစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းတစ်ခု၏ဂရပ်ကိုဆွဲရန်ထိုညီမျှခြင်း၏အဖြေနှစ်ခုကိုရလျှင်လုံလောက်သည်။ အဖြေနှစ်ခုမှရသောသက်ဆိုင်ရာအမှတ်နှစ်ခုကို ပြင်ညီပေါ်တွင်နေရာချပေး၍ ဆက်သွယ်ခြင်းဖြင့်ရသောမျဉ်းဖြောင့်သည် ညီမျှခြင်း၏ဂရပ်ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (9.1)

1. အောက်ပါညီမျှခြင်းများ၏ ဂရပ်အသီးသီးကို ဆွဲပါ။

   (a) $2x = -3$ (b) $y = -4$

   (c) $2y = -5$ (d) $3x = 4$

2. ညီမျှခြင်း $y = -x$ ၏ ဂရပ်ကို ဆွဲပါ။

   ထိုဂရပ်မှ $y = 2$ ဖြစ်သောအခါ x ၏ တန်ဖိုးကို ဖတ်ပေးပါ။

   $x = -3$ ဖြစ်သောအခါ y ၏ တန်ဖိုးကို ဖတ်ပေးပါ။

3. ညီမျှခြင်း $x + y = -3$ ၏ ဂရပ်ကိုဆွဲပါ။ ထိုဂရပ်မှ

   $x = -\frac{3}{2}$ ဖြစ်သောအခါ y ၏ တန်ဖိုးကို ဖတ်ပေးပါ။

   $y = \frac{5}{2}$ ဖြစ်သောအခါ x ၏ တန်ဖိုးကို ဖတ်ပေးပါ။

4. အောက်ပါညီမျှခြင်းများ၏ ဂရပ်အသီးသီးကို ဆွဲပါ။

   (a) $3x + 4y = 6$ (c) $y = -2x + 1$

   (b) $y - 3x = 4$ (d) $x - y + 3 = 0$

5. ပြင်ညီတစ်ခုတည်းပေါ်တွင် အောက်ပါညီမျှခြင်းများ၏ဂရပ်များကိုဆွဲပေးပါ။

   (a) $x = 5$ (b) $x = 7$

   (c) $x = 2$ (d) $x = 8$

6. ညီမျှခြင်း $x = 0$ ၏ ဂရပ်ပေါ်တွင်ရှိသော အမှတ် 5 ခု၏ ကိုဩဒိနိတ်များကို ဖော်ပြပါ။

7. ပြင်ညီတစ်ခုတည်းပေါ်တွင် အောက်ပါညီမျှခြင်းများ၏ ဂရပ်များကို ဆွဲပေးပါ။

(a) $y = 2$ (b) $y = 6$

(c) $y = -3$ (d) $y = -4$

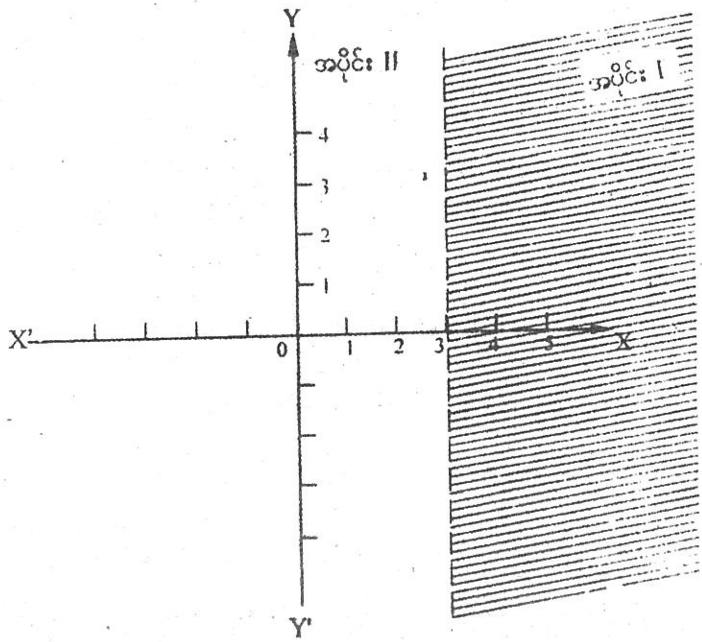
8. ညီမျှခြင်း $y = 0$ ၏ ဂရပ်ပေါ်တွင် ရှိသောအမှတ် 5 ခု၏ ကိုဩဒိနိတ်များကို ဖော်ပြပါ။

9.3 ကိန်းရှင်တစ်ခုပါဝင်သော မညီမျှချက်၏ ဂရပ်

ဥပမာ (1) မညီမျှချက် $x > 3$ ကို ဂရပ်ဆွဲပါ။

ပထမဦးစွာ ညီမျှချက် $x = 3$ ကိုဆွဲပါ။ ထိုဂရပ်သည် y ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းဖြစ်ပြီး မျဉ်းဖြောင့်ပေါ်ရှိ အမှတ်တိုင်း၏ x ကိုဩဒိနိတ်သည် 3 ဖြစ်မည်။ ထိုမျဉ်းဖြောင့်သည် ပြင်ညီကိုနှစ်ပိုင်းပိုင်းထား၏။ အပိုင်း I နှင့် II ဟူ၍ နှစ်ပိုင်းပိုင်းသည်ဟု ပြောမည်။ ပုံ (9.6) တွင်ကြည့်ပါ။ အပိုင်း I ရှိ နှစ်သက်ရာ အမှတ်တစ်ခုကို စဉ်းစားကြည့်ပါ။ ဥပမာ (4,2) ကို စဉ်းစား မည်ဆိုပါစို့။ (4,2) ၏ x ကိုဩဒိနိတ်သည် + ဖြစ်သဖြင့် (4,2) သည် မညီမျှချက် $x > 3$ ကို ပြေလည်စေ၏။ ထို့အတူအပိုင်း I ထဲရှိအမှတ်တိုင်း၏ x ကိုဩဒိနိတ်သည် 3 ထက်ကြီးသဖြင့် $x > 3$ ကိုပြေလည်၏။

$x > 3$ ဖြစ်သောကြောင့် $x = 3$ မျဉ်းဂရပ်ကို ထည့်ခြယ်မှုန်းရန် မလိုပါ။

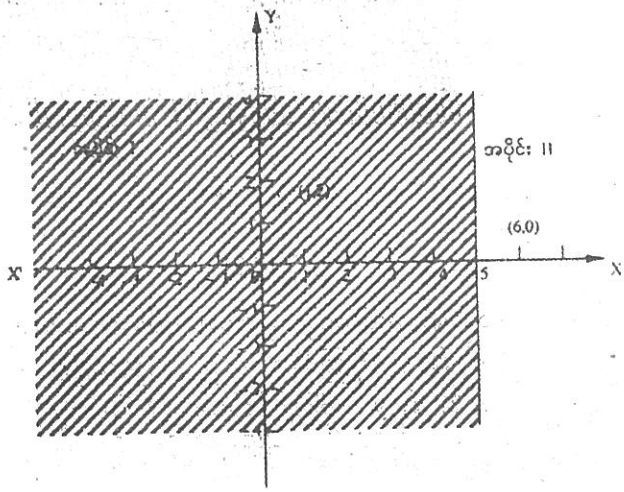


ပုံ (9.6)

ဥပမာ (2)

မညီမျှချက် $x \le 5$ ၏ ဂရပ်ကို ဆွဲပါ။

ပထမဦးစွာ ညီမျှချက် $x = 5$ ၏ ဂရပ်ကိုဆွဲမည်။ ထိုဂရပ်သည် y ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းဖြစ်ပြီး မျဉ်းဖြောင့်ပေါ်ရှိ အမှတ်တိုင်း၏ x ကိုသြဒိနိတ်သည် 5 ဖြစ်မည်။ ထိုမျဉ်းဖြောင့်သည် ပြင်ညီကို နှစ်ပိုင်းထားသည်။ အပိုင်း I နှင့် II ဟူ၍ နှစ်ပိုင်းပိုင်းသည်ဟု ပြောမည်။ ပုံ (9.7) တွင်ကြည့်ပါ။ အပိုင်း I ရှိ နှစ်သက်ရာ အမှတ်တစ်ခုကို စဉ်းစားကြည့်ပါ။ ဥပမာ(1,2) ကို စဉ်းစားမည်ဆိုပါစို့။ (1,2) ၏ x ကိုသြဒိနိတ်သည် 1 ဖြစ်သဖြင့် (1,2) သည် မညီမျှချက် $x \le 5$ ကို ပြေလည်စေ၏။ ထို့အတူ အပိုင်း I ထဲရှိအမှတ်တိုင်း၏ x ကိုသြဒိနိတ်သည် 5 အောက်ငယ်သဖြင့် မညီမျှချက် $x \le 5$ ကိုပြေလည်၏။



ပုံ (9.7)

ထို့နောက် အပိုင်း II ထဲရှိ နှစ်သက်ရာအမှတ်တစ်ခုကို စဉ်းစားကြည့်မည်။ ဥပမာ (6,0) ကိုစဉ်းစားမည်။ (6,0) ၏ x ကိုသြဒိနိတ်သည် 6 ဖြစ်သဖြင့် (6,0) သည် မညီမျှချက် $x \le 5$ ကို မပြေလည်ပါ။ထို့အတူ အပိုင်း II ထဲရှိ အမှတ်တိုင်း၏ x ကိုသြဒိနိတ်သည် 5 ထက်ကြီးသဖြင့် မညီမျှချက် $x \le 5$ ကို မပြေလည်ပါ။

ပြင်ညီကို အပိုင်း I နှင့် အပိုင်း II နှစ်ပိုင်းပိုင်းသော မျဉ်းဖြောင့် $x = 5$ ပေါ်ရှိ အမှတ်တိုင်း၏ x ကိုသြဒိနိတ်သည် 5 ဖြစ်သဖြင့်မျဉ်းပေါ်ရှိအမှတ်တိုင်းသည်မညီမျှချက် $x \le 5$ ကို ပြေလည်၏။

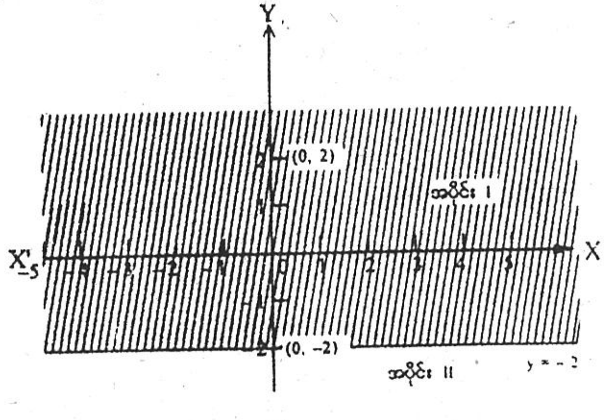
ထို့ကြောင့် (i) အပိုင်း I ထဲရှိ အမှတ်တိုင်းသည် မညီမျှချက်ကို ပြေလည်၏။

(ii) မျဉ်း $x = 5$ ပေါ်ရှိအမှတ်တိုင်းသည်မညီမျှချက် $x \le 5$ ကိုပြေလည်၏။

မညီမျှချက် $x \le 5$ ၏ ဂရပ်သည် အပိုင်း I နှင့် မျဉ်း $x = 5$ တို့ အတူပါဝင်သော အစိတ်အပိုင်းဖြစ်သည်။

ဥပမာ (3) မညီမျှချက် $y \geq -2$ ၏ ဂရပ်ကိုဆွဲပါ။

ပထမဦးစွာ ညီမျှခြင်း $y = -2$ ၏ ဂရပ်ကိုဆွဲမည်။ ဂရပ်သည် အမှတ် $(0, -2)$ ကိုဖြတ်ပြီး x ဝင်ရိုးနှင့် ပြိုင်နေသော မျဉ်းဖြောင့် ဖြစ်မည်။ ထိုမျဉ်းသည် ပြင်ညီကို အပိုင်း I နှင့် အပိုင်း II ဟူ၍ နှစ်ပိုင်းပိုင်းမည်။ ပုံ (9.8) တွင်ကြည့်ပါ။



ပုံ (9.8)

အပိုင်း I မှ နှစ်သက်ရာ မည်သည့်အမှတ်တစ်ခုကိုမဆို စဉ်းစားမည်။ ဥပမာ (0,0) ကို စဉ်းစားမည်ဆိုပါစို့။ $(0, 0)$ ၏ y ကိုဩဒိနိတ်သည် 0 ဖြစ်သဖြင့် မညီမျှချက် $y \geq -2$ ကို ပြေလည်၏။ ထို့အတူ $(0, 2)$ ၏ y ကိုဩဒိနိတ်သည် 2 ဖြစ်သဖြင့် မညီမျှချက် $y \geq -2$ ကို ပြေလည်၏။ အပိုင်း I ထဲရှိ အမှတ်တိုင်း၏ y ကိုဩဒိနိတ်သည် - 2 ထက်ကြီးသဖြင့် မညီမျှချက် $y \geq -2$ ကိုပြေလည်၏။

ထို့နောက် အပိုင်း II ထဲရှိ အမှတ်တစ်ခုကို စဉ်းစားမည်။ ဥပမာ $(3, -4)$ ၏ y ကိုဩဒိနိတ်သည် - 4 ဖြစ်သဖြင့် မညီမျှချက် $y \geq -2$ ကို မပြေလည်ပါ။ အပိုင်း II ထဲရှိ အမှတ်တိုင်း၏ y ကိုဩဒိနိတ်သည် -2 အောက်ငယ်သဖြင့် မညီမျှချက် $y \geq -2$ ကို မပြေလည်။

ပြင်ညီကိုအပိုင်း I နှင့် II နှစ်ပိုင်းပိုင်းထားသောမျဉ်းဖြောင့် $y = -2$ ပေါ်ရှိအမှတ်တိုင်း၏ y ကိုဩဒိနိတ်သည် - 2 ဖြစ်သဖြင့်မျဉ်းပေါ်ရှိအမှတ်တိုင်းသည်မညီမျှချက် $y \geq -2$ ကိုပြေလည်၏။

ထို့ကြောင့် (i) အပိုင်း I ထဲရှိ အမှတ်တိုင်းသည် မညီမျှချက် $y \geq -2$ ကို ပြေလည်၏။

(ii) မျဉ်း $y = -2$ ပေါ်ရှိ အမှတ်တိုင်းသည်မညီမျှချက် $y \geq -2$ ကို ပြေလည်၏။

မညီမျှချက် $y \geq -2$ ၏ ဂရပ်သည် အပိုင်း I နှင့် မျဉ်း $y = -2$ တို့အတူပါဝင်သော အစိတ်အပိုင်းဖြစ်သည်။

အထက်တွင် ပြထားခဲ့သောဥပမာများကို လေ့လာပြီးနောက် အောက်ပါအတိုင်းမှတ်ချက်ချမည်။

မသိကိန်းတစ်ခုပါဝင်သောမညီမျှချက်တစ်ခု၏ ဂရပ်သည် ကိုသြဒိနိတ်ပြင်ညီ၏မျဉ်းဖြောင့် တစ်ကြောင်းဖြင့် ခွဲခြားထားသော အစိတ်အပိုင်းတစ်ခုဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (9.2)

အောက်ပါမညီမျှချက်များ၏ ဂရပ်အသီးသီးကို ဆွဲပါ။

(1)	$x > -3$	(2)	$y < -2$
(3)	$2y + 3 \geq 0$	(4)	$3x + 6 \leq 0$
(5)	$x < 0$	(6)	$x \leq 0$
(7)	$y > 0$	(8)	$y \geq 0$

9.4 ကိန်းရှင်နှစ်ခုပါဝင်သော တစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းများကို ဂရပ်သုံး၍ ဖြေရှင်းခြင်း

ကိန်းရှင်နှစ်ခုပါဝင်သောတစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းတစ်ခု၏ဂရပ်သည်မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်း ဖြစ်ကြောင်းသိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ထို တစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်းများကို အဖြောင့်ညီမျှခြင်းများ (Linear Equations) ဟု ခေါ်သည်။

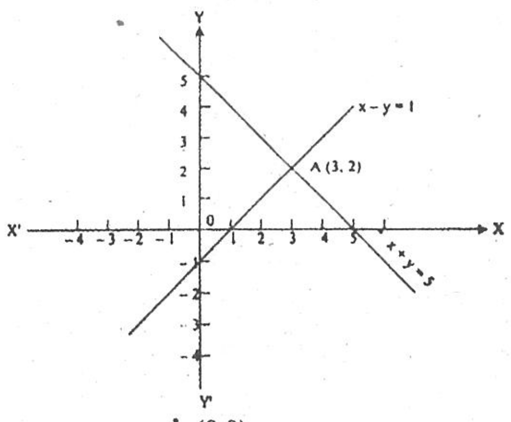
ဥပမာ (1) ညီမျှခြင်း $x + y = 5$

$x - y = 1$ တို့ကို ဂရပ်ဆွဲ၍ ဖြေရှင်းပါ။

$x + y = 5$ .... (1)

$x - y = 1$ ....(2)

ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) တို့ကို တစ်ပြိုင်နက်ပြေလည်သော x နှင့် y တို့၏ တန်ဖိုးများကို ရှာရမည်ဖြစ်သည်။ထို့ကြောင့်ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) တို့၏အဖြေဖြစ်သောအစီအစဉ်တွဲ (x , y) ကိုရှာရမည်။ ထိုကဲ့သို့ရှာရန်အတွက်နည်းလမ်းတစ်ခုမှာ ညီမျှခြင်း(1) နှင့် (2) တို့၏ ဂရပ်များကို ဆွဲရန်ဖြစ်သည်။ ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) တို့သည် အဖြောင့်ညီမျှခြင်းများဖြစ်သဖြင့် ၎င်းတို့ကို မျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်းက ကိုယ်စားပြုပေမည်။ ပုံ (9.9) ကို ကြည့်ပါ။



ပုံ (9.9)

ထိုမျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်းသည် အမှတ် (3,2) တွင် ဖြတ်ကြ၏။

ထိုအမှတ်သည် ညီမျှခြင်း (1) ၏ ဂရပ်ပေါ်တွင်ရှိ၏။ ထို့ကြောင့် ညီမျှခြင်း (1) ၏ အဖြေဖြစ်သည်။ ထို့ပြင် ညီမျှခြင်း (2) ၏ ဂရပ်ပေါ်တွင်လည်း ရှိသောကြောင့် ညီမျှခြင်း (2) ၏ အဖြေလည်းဖြစ်သည်။သို့ဖြစ်၍ (3,2) သည်ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) နှစ်ခုစလုံး၏အဖြေဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် $x = 3$, $y = 2$ သည် ပေးထားသော တစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်း၏အဖြေဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) ဂရပ်ဆွဲခြင်းဖြင့် ညီမျှခြင်း $y = 3$ နှင့် $2x - y = 3$ တို့ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$y = 3 \qquad \text{.......(1)}$$

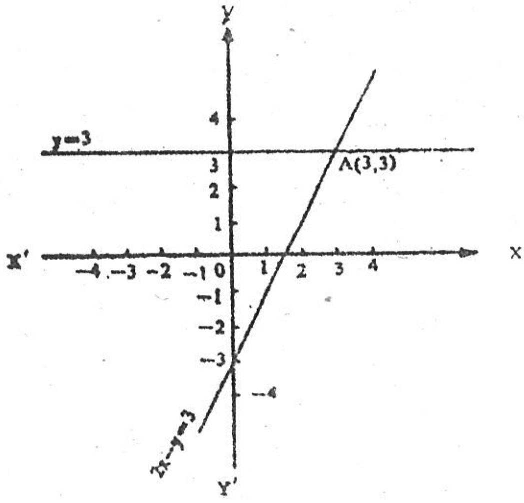
$$2x - y = 3 \qquad \text{.......(2)}$$

ညီမျှခြင်း (1) ၏ ဂရပ်သည် အမှတ် (0,3) ကိုဖြတ်ပြီး x ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့် ဖြစ်သည်။

ညီမျှခြင်း (2) ၏ ဂရပ်ကို ဆွဲရန်အတွက် ယင်းကိုပြေလည်သော အဖြေနှစ်စုံကို နှစ်သက်သလို ရွေးခြင်းဖြင့် အမှတ် (0, -3) နှင့် (2, 1) တို့ကို ရသည်ဆိုပါစို့။

x	0	2
y	- 3	1

ထိုအမှတ်နှစ်ခုကို ဆက်သွယ်သော မျဉ်းဖြောင့်သည် ညီမျှခြင်း (2) ၏ဂရပ်ဖြစ်သည်။ ပုံ(9.10) ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ (9.10)

မျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်း၏ ဖြတ်မှတ်သည် A (3,3) ဖြစ်သည်။သို့ဖြစ်၍ (3,3) သည် ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) နှစ်ခုစလုံး၏ အဖြေဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် $x = 3$, $y = 3$ သည် ပေးထားသော တစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းများ၏ အဖြေဖြစ်သည်။

ဥပမာ (3) $2x - 3y = 1$

$5x + 2y = 12$ တို့ကို ဂရပ်ဆွဲ၍ ဖြေရှင်းပါ။

$2x - 3y = 1$ ....(1)

$5x + 2y = 12$ ....(2)

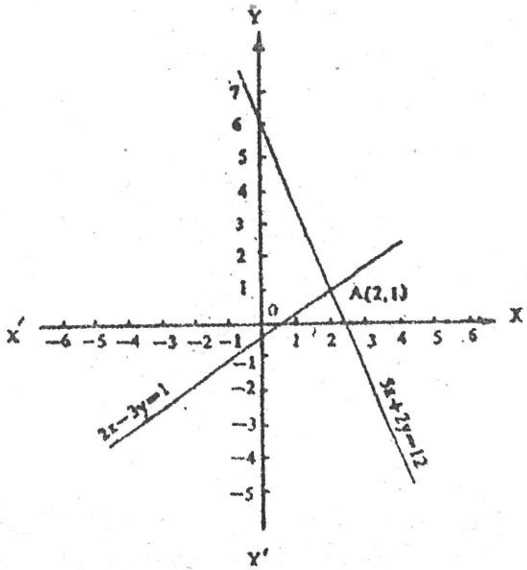
ညီမျှခြင်း (1) ကို ပြေလည်စေသည့် အဖြေနှစ်စုံမှာ

x	2	-1
y	1	-1

အမှတ် (2,1) နှင့် (-1 , -1) တို့ဖြစ်သည်။ ထိုအမှတ်နှစ်ခုကို ဆက်သွယ်သော မျဉ်းဖြောင့်သည် ညီမျှခြင်း (1) ၏ ဂရပ်ဖြစ်သည်။

x	0	2
y	6	1

တစ်ဖန်ညီမျှခြင်း (2) ကို ပြေလည်စေသည့် အဖြေနှစ်စုံမှာ အမှတ် (0,6) နှင့် (2,1) တို့ ဖြစ်သည်။ ထိုအမှတ်နှစ်ခုကို ဆက်သော မျဉ်းဖြောင့်သည် ညီမျှခြင်း (2) ၏ ဂရပ်ဖြစ်သည်။



ပုံ (9.11)

ပုံတွင် မျဉ်းနှစ်ကြောင်း၏ ဖြတ်မှတ်သည် A (2,1) ဖြစ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ (2,1) သည် ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) နှစ်ခုစလုံး၏ အဖြေဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် $x = 2, y = 1$ သည်ပေးထားသော တစ်ပြိုင်နက် ညီမျှခြင်းများ၏အဖြေဖြစ်သည်။

ဥပမာ (4) ဂရပ်ဆွဲသားသောနည်းကို အသုံးပြုခြင်းဖြင့် ညီမျှခြင်းများ $y = x + 4$ နှင့် $y = x - 2$ တို့ကို တစ်ပြိုင်နက်ပြေလည်သော အဖြေမရှိကြောင်းပြပါ။

$y = x + 4$ ....(1)

$y = x - 2$ ....(2)

ညီမျှခြင်း (1) အတွက်

x	0	2
y	4	2

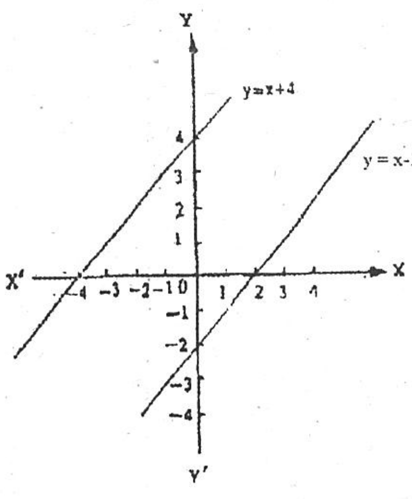
ညီမျှခြင်း (1) ၏ ဂရပ်သည် အမှတ် (0,4) နှင့် (-2, 2) ကိုဆက်သွယ်သော မျဉ်းဖြောင့် ဖြစ်သည်။

တစ်ဖန် ညီမျှခြင်း (2) အတွက်

x	0	2
y	- 2	0

ညီမျှခြင်း (2) ၏ဂရပ်သည် အမှတ် (0, - 2) နှင့် (2, 0) တို့ကို ဆက်သွယ်သော မျဉ်းဖြောင့် ဖြစ်သည်။

ပုံ (9.12) တွင် ကြည့်ပါ။



ပုံ (9.12)

ပေးထားသော ညီမျှခြင်းနှစ်ခု၏ ဂရပ်များဖြစ်သော မျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်းသည် ပြိုင်နေကြောင်းတွေ့ရသည်။ထို့ကြောင့် ဖြတ်မှတ် (ဘုံအမှတ်) မရှိပါ။သို့ဖြစ်၍ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) ကို တစ်ပြိုင်တည်းပြေလည်သော အဖြေမရှိပါ။

မှတ်ချက်။ တစ်ပြိုင်တည်းညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းရာတွင်အထက်ပါဥပမာ(4) ကဲ့သို့အဖြေမရှိသောပုစ္ဆာမျိုးများကို တွေ့နိုင်သည်။ တစ်ပြိုင်တည်း ညီမျှခြင်းတည်ဆောက်၍

ဖြေရှင်းရသောလက်တွေ့ပြဿနာများတွင် အဖြေရှိမရှိ ကြိုတင်စဉ်းစားခြင်းသည် အရေးကြီးပေသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (9.3)

အောက်ပါ တစ်ပြိုင်တည်းညီမျှခြင်းများ၏ အဖြေကို ဂရပ်ဆွဲသားခြင်းဖြင့် ရှာပေးပါ။

(1) $5x + y = 4$, $x - 2y = 3$

(2) $x = 3$, $y = 4$

(3) $x + 3y = 12$, $3x + y = 12$

(4) $x + y = 8$, $y = x$

(5) $x + 2y = -1$, $5x - 4y = 16$

(6) $x - 2y = 3$, $x + y = 0$

(7) $x - 4y = 0$, $5x + 7y = 0$

(8) $2x - 3y = 2$, $x = 4$

9. ဂရပ်ဆွဲသားသောနည်းကို အသုံးပြုခြင်းဖြင့် ညီမျှခြင်းများ $3x - 2y + 6 = 0$ နှင့် $3x - 2y = 0$ တို့ကို တစ်ပြိုင်နက်ပြေလည်စေသော အဖြေမရှိကြောင်းပြပါ။

10. ညီမျှခြင်းများ $x + y = 5$, $3x - y = 3$ နှင့် $3x = 2y$ အသီးသီးတို့၏ ဂရပ်များကို ပြင်ညီတစ်ခုတည်းပေါ်တွင်ဆွဲပါ။ ထို့နောက် ဂရပ်အချင်းချင်း၏ ဖြတ်မှတ်များကို ရှာပေးပါ။

11. $x + y = 2$
$3x - 2y = 11$
$2x - y = 7$ တစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းတို့ကို ဂရပ်ဆွဲ၍ ဖြေရှင်းပါ။

12. $x = 2$
$y = 2$
$x = y$ တစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းတို့ကို ဂရပ်ဆွဲ၍ ဖြေရှင်းပါ။

9.5 ကိန်းရှင်နှစ်ခုပါဝင်သော မညီမျှချက်များ

ဇော်ဇော်၏ အသက်သည် 14 နှစ်ထက် မကြီးနိုင်ဟု ယူဆပါ။ ထို့နောက် ဇော်ဇော်၏ အသက်ကို မသိကိန်း x ဟု ထားလျှင်

$x \leq 14$ ....(1) ဖြစ်သည်။

(1) သည် ကိန်းရှင်တစ်ခုပါဝင်သော မညီမျှချက်ဖြစ်သည်။ မညီမျှချက် (1) ၏ အဖြေများသည် သုညနှင့် 14 ကြားရှိ ကိန်းအားလုံးဖြစ်နိုင်သည်။ 14 လည်း ဖြစ်နိုင်သည်။

တစ်ဖန် ဇော်ဇော်၏ အသက် 4 ဆသည် သူ့အဖေ၏ အသက်ထက် မကြီးနိုင်ဟု ယူဆပါ။

အဖေ၏ အသက်ကို ကိန်းရှင် y ဟုထားလျှင်

$4x \le y$ ဖြစ်မည်။

$4x - y \le y - y$

$4x - y \le 0$ ....(2)

(2) သည် ကိန်းရှင်နှစ်ခု x နှင့် y ပါဝင်သောမညီမျှချက်ဖြစ်သည်။ မညီမျှချက် (2) ၏ အဖြေကို ရှာလိုလျှင် x နှင့် y စုံတွဲကိန်းကို ရှာရမည်။ x နှင့် y တို့၏ တန်ဖိုးများကို မညီမျှချက် (2) တွင် အစားသွင်းခြင်းဖြင့် မညီမျှချက်ကိုပြေလည်လျှင် ၎င်းစုံတွဲ x နှင့် y တို့သည် အဖြေဖြစ်သည်။

ဥပမာအားဖြင့် $x = 6, \quad y = 30$

$x = 7, \quad y = 30$

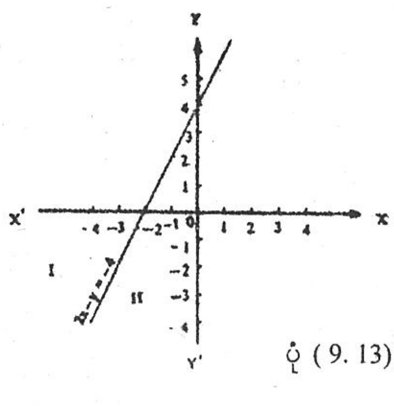
$x = 8, \quad y = 35$

$x = 14, \quad y = 60$ တို့သည်

မညီမျှချက် (2) ၏အဖြေအချို့ဖြစ်ကြသည်။ထိုအဖြေများကိုအစီအစဉ်တွဲအဖြစ် (6, 30), (7, 30), (8 , 35), (14, 60) ဟုရေးမည်။ ဆက်လက်၍ ကိန်းရှင်နှစ်ခုပါဝင်သော မညီမျှချက်တစ်ခု၏ အဖြေအစီအစဉ်အတွဲအားလုံးကို ကိုဩဒိနိတ် (x , y) အဖြစ်မှတ်ယူပြီး မညီမျှချက်ကို အဖြေရှာမည်။ ကိုဩဒိနိတ်စနစ်တွင် ဂရပ်ဆွဲခြင်းဖြင့်မညီမျှချက်၏ အဖြေများကို တွေ့ရမည်ဖြစ်သည်။

9.6 ကိန်းရှင်နှစ်ခုပါဝင်သော မညီမျှချက်များ၏ ဂရပ်များ

ကိန်းရှင်နှစ်ခုပါဝင်သော တစ်ထပ်ကိန်းညီမျှခြင်း၏ ဂရပ်သည် မျဉ်းဖြောင့် တစ်ကြောင်း ဖြစ်ကြောင်းသိပြီးဖြစ်၏။ ပုံ (9.13) သည် ညီမျှခြင်း $2x - y = -4$ ၏ ဂရပ်ဖြစ်၏။



ပုံ (9. 13)

ညီမျှခြင်း $2x - y = -4$ ၏ ဂရပ်ဖြစ်သော မျဉ်းဖြောင့်သည် ပြင်ညီတစ်ခုလုံးကို နှစ်ပိုင်း ပိုင်းထားကြောင်းတွေ့ရသည်။ တစ်ပိုင်းသည် မျဉ်းဖြောင့်ဝဲဘက်တွင်ရှိပြီး ကျန်တစ်ပိုင်းသည် ယာဘက်တွင်ရှိ၏။

ပြင်ညီတွင်းရှိ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းသည် အထက်ပါအတိုင်း ပြင်ညီကို အမြဲနှစ်ပိုင်း ပိုင်းမည်။ ဆက်လက်ရှင်းလင်းရာတွင် လွယ်ကူစေရန် မျဉ်းဖြောင့်၏ ဝဲဘက်ပိုင်းကို အပိုင်း I ယာဘက်ပိုင်းကို အပိုင်း II ဟု မှတ်သားထားမည်။

အပိုင်း I ထဲမှ အမှတ်တစ်ခုကိုရွေး၍ ပေးထားသောညီမျှခြင်း $2x - y = -4$ ထဲတွင် ကိုဩဒိနိတ်များကို အစားသွင်းခြင်းဖြင့် မည်ကဲ့သို့ဖြစ်လာမည်ကို လေ့လာကြည့်မည်။

$(-3, 0)$ သည် အပိုင်း I ထဲရှိ အမှတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။

ထို့နောက် $2x - y = 2(-3) - 0$

$= -6$

$\therefore \quad 2x - y < -4$

အမှတ် $(-3, 0)$ အတွက် $2x - y < -4$ ဖြစ်နေသည်။ ထို့ပြင်အပိုင်း I ထဲရှိ အခြားအမှတ် များ ဖြစ်သော $(-4, 1)$, $(-2, 2)$, $(-6, -1)$, $(-5, 0)$, $(0, 5)$ တို့အတွက်လည်း $2x - y < -4$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။ထို့ကြောင့် ယေဘုယျသဘောဆင်ခြင်၍ ကောက်ချက်ချ မည်ဆိုလျှင် အပိုင်း I ထဲရှိအမှတ်အားလုံးသည် မညီမျှချက် $2x - y < -4$ ကို ပြေလည်နေ သည်။ တစ်ဖန်မညီမျှချက် $2x - y < -4$ ကို ပြေလည်သောအမှတ် (x, y) ကို ရှာလျှင်လည်း အပိုင်း I ထဲတွင်သာတွေ့ရမည်ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် အပိုင်း I သည် မညီမျှချက် $2x - y < -4$ ၏ဂရပ်ဖြစ်သည်။ ထိုနည်းတူ အပိုင်း II သည် မညီမျှချက် $2x - y > -4$ ၏ဂရပ် ဖြစ်ကြောင်း ပြောနိုင်ပေမည်။

အထက်ပါပုံစံအရ ကိန်းရှင်နှစ်ခုပါဝင်သော မညီမျှချက်

$$Ax + By + C > 0 \qquad (\text{သို့}) \quad Ax + By + C < 0$$

(A, B, C တို့သည် ကိန်းပြည့်များ) တို့၏ ဂရပ်ကိုဆွဲလိုလျှင်

(1) ညီမျှခြင်း $Ax + By + C = 0$ ၏ ဂရပ်ဖြစ်သော မျဉ်းဖြောင့်ကို ဆွဲပါ။

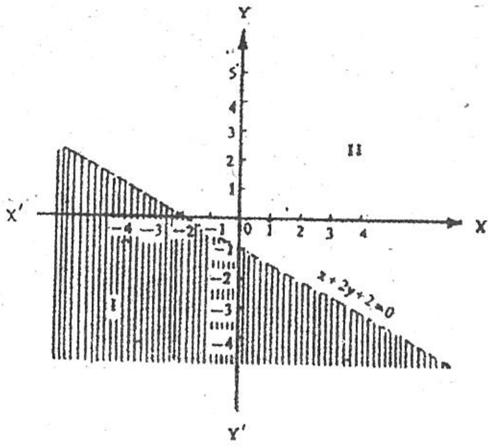
(2) ထို့နောက် ပြင်ညီပေါ်တွင် ရရှိလာမည့် အပိုင်းနှစ်ပိုင်းမှ တစ်ပိုင်းထဲရှိ အမှတ်တစ်ခု ရွေးယူပြီး၊ ၎င်း၏ ကိုဩဒိနိတ်များကို ပေးထားသော မညီမျှချက်
$Ax + By + C < 0$ ထဲတွင် အစားသွင်းပါ။

(3) မညီမျှချက်ကို ပြေလည်လျှင် ရွေးယူထားသော အမှတ်ပါဝင်သော အပိုင်းသည် ပေးထား သော မညီမျှချက်၏ ဂရပ်ဖြစ်သည်။ မပြေလည်လျှင် အခြားအပိုင်းသည် ပေးထားသော မညီ မျှချက်၏ ဂရပ်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1) $x + 2y + 2 < 0$ ၏ ဂရပ်ကို ဆွဲပါ။

$x + 2y + 2 = 0$ အတွက် ဂရပ်ကိုဆွဲလျှင်

x	0	-2
y	-1	0



ပုံ (9.14)

အပိုင်း I ထဲမှ အမှတ် $(-4, 0)$ ကို ရွေးမည်။

$$x + 2y + 2 = -4 + 2(0) + 2$$
$$= -4 + 2$$
$$= -2$$

$x + 2y + 2 < 0$

$\therefore$ $(-4, 0)$သည် ပေးထားသော မညီမျှချက် $x + 2y + 2 < 0$ ကို ပြေလည်သည်။

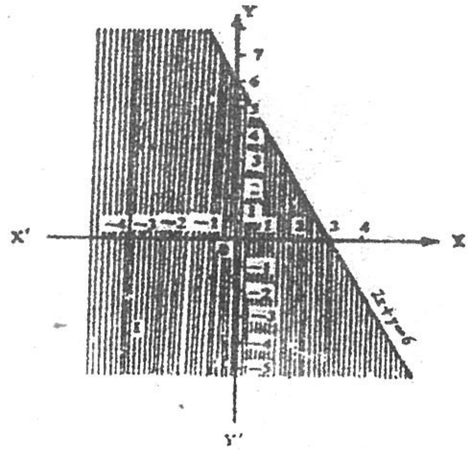
ထို့ကြောင့် အပိုင်း I သည် မညီမျှချက် $x + 2y + 2 < 0$ ၏ ဂရပ်ဖြစ်သည်။

မှတ်ချက်။ ညီမျှခြင်း $x + 2y + 2 = 0$ ၏ ဂရပ်ဖြစ်သော မျဉ်းဖြောင့်ကို မျဉ်းပြတ်များဖြင့် ဆက်၍ပြထားခြင်းမှာ $x + 2y + 2 < 0$ ၏ ဂရပ်ထဲတွင် မျဉ်းဖြောင့်ပါဝင်ခြင်း မရှိကြောင်း ပြလိုသည့်သဘောဖြစ်သည်။ $x + 2y + 2 \leq 0$ ၏ ဂရပ်ပြလိုမှသာ မျဉ်းဖြောင့်ကို အပြတ်ကလေးများ မထားတော့ဘဲ အပြည့်ဆွဲမည်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) မညီမျှချက် $2x + y \leq 6$ အဖြေများကို ဂရပ်ဆွဲခြင်းဖြင့် ဖော်ပြပါ။

$2x + y = 6$ ၏ ဂရပ်ကို ဆွဲလျှင်

x	0	3
y	6	0



ပုံ (9.15)

အပိုင်း I ထဲမှ အမှတ် (0,0) ကို ရွေးမည်။

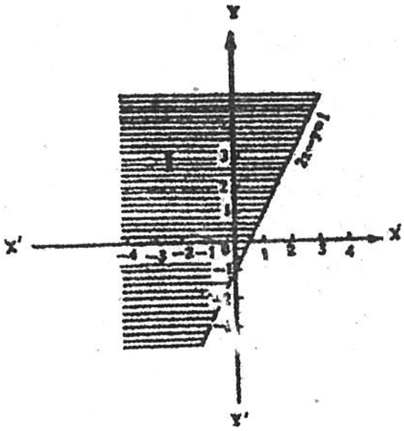
$$2x + y - 6 = 2 \times 0 + 0 - 6$$
$$= -6$$
$$2x + y - 6 \le 0$$
$$2x + y \le 6$$

$\therefore$ (0 , 0) သည် ပေးထားသော မညီမျှချက် $2x + y \le 6$ ကို ပြေလည်သည်။ ထို့ကြောင့် အပိုင်း I နှင့်အတူ ဆွဲထားသော မျဉ်းဖြောင့်တို့သည် မညီမျှချက် $2x + y \le 6$ ၏ ဂရပ်ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် မညီမျှချက် $2x + y \le 6$ ၏ အဖြေများသည် အပိုင်း I ထဲရှိ အမှတ်အားလုံးနှင့် မျဉ်းဖြောင့်ပေါ်ရှိ အမှတ်အားလုံးတို့၏ ကိုဩဒိနိတ်များမှရသော အစီအစဉ်တွဲ x နှင့် y တန်ဖိုးသာ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (3) မညီမျှချက် $2x - y \le 1$ ၏ ဂရပ်ကို ဆွဲပါ။

$2x - y = 1$ ၏ ဂရပ်ကိုဆွဲလျှင်

x	0	1
y	- 1	1



ပုံ (9.16)

အပိုင်း I ထဲမှ အမှတ် (0, 0) ကို ရွေးမည်။

$2x - y - 1 = 2 \times 0 - 0 - 1$

$= -1$

$2x - y - 1 \le 0$

$2x - y \le 1$

(0, 0) သည် ပေးထားသော မညီမျှချက် $2x - y \le 1$ ကို ပြေလည်သည်။

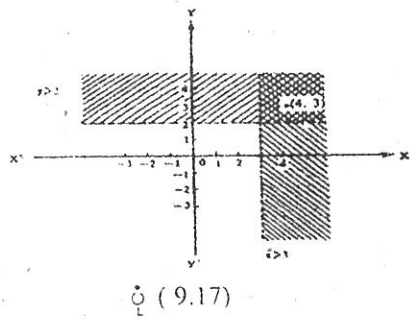
ထို့ကြောင့် အပိုင်း I သည် မညီမျှချက် $2x - y \le 1$ ၏ ဂရပ်ဖြစ်သည်။ ယခုဆက်လက်၍ ကိန်းရှင်နှစ်ခုပါဝင်သော တစ်ပြိုင်နက်မညီမျှချက်နှစ်ခုတို့၏ လွယ်ကူသော ဂရပ်များကို စဉ်းစားမည်။

ဥပမာ (4) $y > 2$

$x > 3$ ၏ ဂရပ် ကိုဆွဲပေးပါ။

ယခုပုစ္ဆာသည်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီထဲတွင်မညီမျှချက်နှစ်ခုဖြစ်သော $y > 2$ နှင့် $x > 3$ တို့ ကိုတစ်ပြိုင်တည်းပြေလည်သော အမှတ်အားလုံးတည်ရှိရာ နယ်မြေကိုရှာပြီး ပေးရမည်ဖြစ်သည်။

ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုတည်းပေါ်တွင် မညီမျှချက် $y > 2$ နှင့် $x > 3$ တို့၏ ဂရပ်များကို ဆွဲလျှင် ပုံ (9.17) အတိုင်း ဝင်ရိုးများနှင့် ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်း ရမည်ဖြစ်သည်။



ပုံ (9.17)

မှုန်းပြထားသော အပိုင်းသည် $y > 2$ ၏ ဂရပ်ဖြစ်၏။

မှုန်းပြထားသော အပိုင်းသည် $x > 3$ ၏ ဂရပ်ဖြစ်၏။

$y > 2$ နှင့် $x > 3$ တို့ကို တစ်ပြိုင်နက်ပြေလည်သော အပိုင်းသည် ဖြင့်မှုန်းပြထားသောအပိုင်းဖြစ်ပေမည်။ အပိုင်းသည် $y > 2$, $x > 3$ ၏ ဂရပ် ဖြစ်ပေသည်။

ထိုအပိုင်းထဲရှိ အမှတ် (4,3) ကိုစစ်ဆေးကြည့်လျှင်မညီမျှချက်များ $y > 2$, $x > 3$ တို့ကို ပြေလည်နေကြောင်း တွေ့ရပေသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (9.4)

1. အောက်တွင်ပေးထားသော မညီမျှချက်များ၏ ဂရပ်များတွင် ယှဉ်တွဲဖော်ပြထားသော အမှတ် အသီးသီးပါဝင်၊ မပါဝင်စစ်ဆေးပေးပါ။ (ဂရပ်များ ဆွဲရန်မလိုပါ။)

   (a) $x + y < 0$; (1, -1), (1, 2)

   (b) $3x + y \leq 2$; (0, 0), (1, -1)

   (c) $x - y \geq 0$; (3, 3), (4, 5)

   (d) $x - 2y > 4$; (1, 2), (0 -3)

   (e) (0, 0), (0, 1), (0, 2), (0,3), (3, 0), (2, 0), (1, 1), (1, 0) တို့၏ အမှတ်အသီးသီးတို့သည် မညီမျှချက် $x + y \leq 2$ ကို ပြေလည်ခြင်း ရှိမရှိ စစ်ဆေးပေးပါ။

2. အောက်ပါမညီမျှချက်အသီးသီး၏ဂရပ်အသီးသီးကို ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင်ဆွဲပေးပါ။

   (a) $x + 2y \geq 4$ (b) $y \geq x$

   (c) $y > x$ (d) $y < -x$

   (e) $y \leq x$ (f) $y \leq x + 2$

   (g) $y \geq 0$
   $x \leq 0$ ၏ ဂရပ်ကို ဆွဲပေးပါ။

   (h) $y < 3$
   $x > -2$ ၏ ဂရပ်ကို ဆွဲပေးပါ။

   (i) $x \geq 0$
   $y \leq x$ ၏ ဂရပ်ကိုဆွဲပေးပါ။

အခန်း (10)

အစုများ

ဤအခန်းတွင်အစုများ၊အစုသင်္ကေတများနှင့်အစုလုပ်ထုံးလုပ်နည်းများကိုလေ့လာကြမည်။ အစုအကြောင်းကိုအခြေခံမျှသာ ဤအခန်းတွင်ဖော်ထုတ်ထားသည်။ အထက်တန်းအဆင့်တွင် အစုသဘောကိုအခြေခံပြီး သင်္ချာဘာသာကို လေ့လာကြမည်ဖြစ်သည့်အတွက် အခြေခံများကို သေသေချာချာ သဘောပေါက်နားလည်ရန် လိုအပ်လှပေသည်။

10.1 အစုများ

အစုများနှင့် အစုကို အခြေခံသော အသုံးအနှုန်း အရေးအသားသည် များမကြာမီအချိန်ကာလကစပြီး သင်္ချာဘာသာလေ့လာရာတွင် အရေးပါအရာရောက်ခဲ့သည်။ ၎င်းတို့ကိုအသုံးပြု၍ သင်္ချာဆိုင်ရာအတွေးအခေါ် အယူအဆများကို တိုတိုနှင့် လိုရင်းရှင်းရှင်းလင်းလင်း စုစုစည်းစည်း ဖော်ပြနိုင်သည်။ကျွန်ုပ်တို့သည် လက်တွေ့ဘဝတွင် အတွေ့အကြုံမှအစုအဝေးအုပ်စု၊အဖွဲ့အစည်း စသည့်တို့ကိုသိရှိနားလည်ခဲ့ရုံမကနေ့စဉ်ပြောဆိုရေးသားရာတွင်လည်း အသုံးပြုလျက်ရှိပေသည်။ ဥပမာအားဖြင့် အောက်ပါအစုအဝေးတို့ကို လေ့လာကြပါစို့။

(1) သင်၏အတန်းတွင်ရှိသော ကျောင်းသူ၊ ကျောင်းသားများ

(2) သားနှစ်ယောက်၊ သမီးတစ်ယောက်၊ ဇနီးသည်နှင့် အိမ်ထောင်ဦးစီးခင်ပွန်းသည် ပါရှိသော မိသားစုတစ်စု

(3) သင်၏ရွာထဲတွင်ရှိသည့် ကွဲများ

(4) အင်္ဂလိပ်စာတွင် ပါရှိသော အက္ခရာများ

(5) နှစ်ထက်ကြီး၍ တစ်ဆယ်အောက်ငယ်သော အပြည့်ကိန်းများ

(6) စုံကိန်းများ

(7) အင်္ဂလိပ်စာလုံး school တွင် ပါရှိသော အက္ခရာများ

(8) အင်္ဂလိပ်စာလုံး committee တွင် ပါရှိသော အက္ခရာများ

ဥပမာ (1) မှ အစုအဝေးကို လေ့လာလျှင် မည်သည်တို့သည် ထိုအစုအဝေးတွင်ပါသည်။ မည်သည်တို့သည် မပါဝင်သည်ကို အသေအချာ အတိအကျပြောနိုင်ပေသည်။

ထိုအစုအဝေးတွင် ပါ/မပါ စဉ်းစားနိုင်ရန်ပထမဦးစွာကျောင်းသားဖြစ်ရန်လိုပေသည်။ထိုမှတစ်ဆင့်၎င်းကျောင်းသားသည်မိမိနှင့်တစ်တန်းတည်းတွင်ရှိနေသောကျောင်းသားဖြစ်ရမည်။ သင်သည်ထိုအစုအဝေးတွင်ပါဝင်ပါသလောဟုမေးရန်ရှိမည်။သင်ပါဝင်သည်မှာသိသာထင်ရှားသည်။

သို့ဖြစ်၍ဥပမာ (1) မှအစုအဝေးတွင်မည်သည်တို့ပါဝင်ပြီး၊ မည်သည်တို့မပါဝင်သည်ကို တိတိကျကျပြောဆိုနိုင်သည်။

ထို့ပြင်၎င်းအစုအဝေးတွင်ပါဝင်သည့်အဖွဲ့ဝင်အားလုံးတို့သည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခုမတူကြဘဲ ကွဲပြားခြားနားကြသည်ကိုသတိပြုသင့်သည်။

ဥပမာအဖြစ် ပေးထားသော အစုအဝေးများနှင့် ပတ်သက်ပြီး အထက်ပါဂုဏ်သတ္တိများ ရှိ/မရှိ ကျွန်ုပ်တို့ပြောနိုင်ပါ၏လော။ ဆန်းစစ်ကြည့်ပါစို့။ဥပမာ (2)မှ အစုအဝေးနှင့်ပတ်သက်ပြီး မည်သူသည် မိသားစုတွင် ပါဝင်သည် / မပါဝင်သည်ကို သေချာတိကျစွာသိရှိနိုင်သည်။ ထို့ပြင် မိသားစုဟူသော အစုအဝေးတွင် ပါဝင်သည့် ပုဂ္ဂိုလ်များသည် တစ်ဦးနှင့်တစ်ဦး ကွဲပြားခြားနားကြသည်။ဥပမာ (3) မှ ဥပမာ (6)အထိ ပေးထားသော အစုအဝေးများနှင့်ပတ်သက်ပြီး အလားတူ ဂုဏ်သတ္တိများရှိကြောင်း တွေ့မြင်နိုင်သည်။

ဆက်လက်၍ ဥပမာ (7) တွင် ပေးထားသော အစုအဝေးကို လေ့လာကြမည်။ အင်္ဂလိပ်စာလုံး school တွင်ပါဝင်သည့်အက္ခရာ s , c, h, o, o, l တို့သည် အရေအတွက်အားဖြင့် ခြောက်ခုရှိသည်။ အင်္ဂလိပ်အက္ခရာ တစ်ခုပေးထားလျှင် ထိုအက္ခရာသည် ဤအစုအဝေးတွင် ပါဝင်သည်/ မပါဝင်သည်ကို လွယ်ကူစွာတွေ့မြင်နိုင်သည်။ အက္ခရာ "0 " အနေဖြင့်မူနှစ်ကြိမ်ပါဝင်နေကြောင်းတွေ့ရသည်။ အကယ်၍ အစုအဝေးတစ်ခုတွင် ပါဝင်သည့်မည်သည့်အရာမဆို တစ်ကြိမ်ထက်ပို၍ပါဝင်နေလျှင် ၎င်းကိုတစ်ကြိမ်သာအသိအမှတ်ပြုရသည်။ ထို့ကြောင့်ကြိမ်ဖန်များစွာပါဝင်နေသည့်မည်သည့်အရာကိုမဆို တစ်ကြိမ်ပါဝင်သည်ဟု သတ်မှတ်သည်။ ဤသို့ယူဆလိုက်လျှင် အစုအဝေးတစ်စု သို့မဟုတ် အဖွဲ့အစည်းတစ်ခုတွင် ပါဝင်သည့်အဖွဲ့ဝင်တို့သည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု ကွဲပြားခြားနားနေပေမည်။

ထို့ကြောင့်အင်္ဂလိပ်စာလုံး school တွင်ပါဝင်သည့်အက္ခရာအစုအဝေးတွင် s , c, h, o, l ဟူသောအက္ခရာငါးလုံးသာပါဝင်မည်။တစ်ဖန် အင်္ဂလိပ်စာလုံး committee တွင်ပါဝင်သည့် အက္ခရာအစုအဝေးတွင် အက္ခရာခြောက်လုံးသာပါဝင်မည်။၎င်းတို့မှာ c, o, m, i, t, e ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် c , o, m, m , i, t, t, e, e ဟူသော အစုအဝေးနှင့် c, o, m, i, t, e ဟူသော အစုအဝေးတို့သည် တူညီကြသည်။

အထက်ပါလေ့လာချက်များမှ "အစု"ဟူသော သင်္ချာဝေါဟာရကို အဓိပ္ပာယ်ဖွင့်ဆိုပေမည်။

" အစု" ဟုဆိုရာတွင် ကျွန်ုပ်တို့သည်သေချာတိကျစွာ သတ်မှတ်ထားသောအစုအဝေးကို ဆိုလိုသည်။

အစုတစ်စုတွင် ပါဝင်သည်တို့ကို အစုဝင်များ သို့မဟုတ် အဖွဲ့ဝင်များဟုခေါ်သည်။ ကျွန်ုပ်တို့အနေဖြင့် " အစုဝင် " ဟူသော အသုံးအနှုန်းကိုသာ အသုံးပြုမည်။

အစုတစ်စုတွင် ပါဝင်သည့်အစုဝင်များသည် များသောအားဖြင့် အမျိုးတူများဖြစ်ကြသော်လည်း ဤသို့အမျိုးတူရန်မှာမူ လိုအပ်ချက်မဟုတ်ပေ။ အမျိုးမတူဘဲလည်း အစုတစ်စု၏ အစုဝင်များဖြစ်နိုင်ပေသည်။ဥပမာအားဖြင့်နွားတစ်ရှဉ်းလှည်းတစ်စီးနှင့်လူတစ်ယောက်ပါဝင်သည့် အစုတစ်စုလည်းရှိနိုင်သည်။ ကျွန်ုပ်တို့အနေဖြင့်မူ ကိန်းဂဏန်းများသည်အစုဝင်အဖြစ်ပါဝင်သော အစုများကို အဓိအားဖြင့်လေ့လာရန်ဖြစ်သည်။ အမှတ်များပါဝင်သည့် အစုများကိုလည်း လေ့လာကြမည်။ အောက်တွင် အစုအချို့ကို ဥပမာများအဖြစ် ဖော်ပြထားသည်။

(9) မြန်မာနိုင်ငံသားများ

(10) ပေးရင်းမျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်တွင်ရှိသည့် အမှတ်များ

(11) ပေးရင်းစက်ဝိုင်းတစ်ခုပေါ်တွင်ရှိသည့် အမှတ်များ

(12) ကိန်းပြည့်များ

(13) သဘာဝကိန်းများ

(14) အင်္ဂလိပ်စာ success တွင် ပါဝင်သည့် အင်္ဂလိပ်အက္ခရာများ

အထက်တွင် ရှင်းလင်းဖော်ပြခဲ့သော အကြောင်းအရာများအရ s, u, c, e အင်္ဂလိပ် အက္ခရာလေးလုံးသာ ပါဝင်မည်ကို သတိပြုသင့်ပေသည်။

10.2 အစုသင်္ကေတ၊ အစုတစ်စုကို ဖော်ပြနည်း

အစုများကို အင်္ဂလိပ်စာလုံးအကြီး A, B, C, X, Y စသည့် သင်္ကေတတို့ဖြင့် အမည်ပေး ဖော်ပြမည်။အစုဝင်များကို အမည်မှည့်ရာ၌မူ a, b, c စသည့် စာလုံးအသေးတို့ကို အသုံးပြုမည်။

A သည် ဂဏန်းတစ်လုံးတည်းသာပါသည့် သဘာဝကိန်းများအစု ဖြစ်ပါစေ။ ဤတွင် 4 သည် အစုဝင်တစ်ခုဖြစ်သည်။တစ်နည်းအားဖြင့် ဖော်ပြရလျှင် 4 သည် အစုထဲတွင် ပါဝင်သည့် ကိန်းတစ်ခု ဖြစ်သည်။ ဤအကြောင်းကို သင်္ကေတအသုံးပြုလျက်

$$4 \in A$$

ဟုရေး၍ " 4 သည် A အစုဝင် " သို့မဟုတ် " 4 သည် A ထဲတွင်ရှိသည် " ဟု ဖတ်သည်။

သင်္ကေတ $\in$ သည် အစုထဲတွင်ပါဝင်သည် သို့မဟုတ် အစုဝင်ဖြစ်သည်ကိုဖော်ပြသည်။ 10 သည် ဂဏန်းနှစ်လုံးပါသည့် သဘာဝကိန်းဖြစ်သည့်အလျောက် အစုထဲတွင် မပါဝင်ကြောင်း သိသာထင်ရှားသည်။ ထိုအကြောင်းအရာကို ဖော်ပြရန် သင်္ကေတ $\notin$ ကိုသုံးသည်။

$10 \notin A$ ဟုရေး၍ " 10 သည် A ၏ အစုဝင်မဟုတ် " သို့မဟုတ် " 10 သည် A ထဲတွင် မရှိ " ဟုဖတ်သည်။

ယေဘုယျအားဖြင့် a သည် အစု A ထဲတွင် ပါဝင်ခဲ့လျှင် သင်္ကေတဖြင့် a I A **ဟုရေးပြီး** မပါဝင်ခဲ့လျှင် သင်္ကေတဖြင့် $a \notin A$ ဟုရေးမည်။

စာရင်းပြုစုနည်းဖြင့် ဖော်ပြခြင်း

အစုတစ်စုတွင် မည်သည့် အစုဝင်တို့ပါရှိသည်ကို ဖော်ပြရန် နည်းတစ်နည်းမှာ အစုဝင်များအားလုံးကို ကွင်းအတွင်းသွင်း၍ရေးရသည်။ အစုဝင်များကိုအင်္ဂလိပ် သင်္ကေတ" , " ဖြင့်ခြားတားရမည်။

ဤသို့ဖြင့် A သည် 0 နှင့် 10 ကြားရှိ မကိန်းများပါဝင်သော အစုဖြစ်လျှင် အစုဝင်များ သည် 1, 3, 5, 7, 9 ဖြစ်၍

$$A = \{ 1, 3, 5, 7, 9\}$$

အစုဥပမာ (2), (4), (5), (7) တို့တွင် ဖော်ပြထားသောအစုများကို ဤနည်းဖြင့်ရေးလျှင်

ဥပမာ (2) အတွက်

{ ခင်ပွန်း , ဇနီး , ပထမသား , ဒုတိယသား , သမီး }

ဥပမာ (4) အတွက်

{ a, b, c, d , ...x , y , z} ဤတွင် အစက်များသည် မဖော်ပြထားသော စာလုံးများကို ကိုယ် စားပြုသည်။

ဥပမာ (5) အတွက်

{ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 }

ဥပမာ (7) အတွက်

{ s, c, h, o, l}

ဤဖော်ပြနည်း၏ အဓိကအကျိုးကျေးဇူးမှာ အစုဝင်များကို မျက်မြင်တွေ့ရှိရခြင်းပင် ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် အစုတစ်စုလုံးကို တွေ့မြင်နိုင်သည်။ သို့ရာတွင် အကယ်၍သာ အစုဝင်အရေအတွက် လွန်စွာများပြားလာလျှင် ၎င်းအစုဝင်အားလုံးကို ရေးချရာ၌ အခက်ကြုံနိုင်သည်။

အစုတစ်ခု၏ အစုဝင်များကိုရေးချရာတွင်မည်သည့်အစီအစဉ်အတိုင်းမဆို ရေးနိုင်သည်။ ထို့ကြောင့် အောက်ပါအစုများသည် အတူတူပင်ဖြစ်သည်။

{ a, b, c} , { c, a, b} , { b, c, a}

လေ့ကျင့်ခန်း (10.1)

1. စာရင်းပြုနည်းကိုသုံး၍ အောက်ပါအစုတို့ကို ဖော်ပြပါ။
   (a) 0 နှင့် 10 ကြားရှိသော စုံကိန်းများပါဝင်သောအစု A
   (b) 1 နှင့်20 ကြားရှိ 3 ဖြင့်စား၍ ပြတ်သော ကိန်းများပါဝင်သည့်အစု B
   (c) အင်္ဂလိပ်စာလုံးများမှ သရ အက္ခရာများပါသောအစု C
   (d) - 5 ထက်ကြီးပြီး 4 အောက်ငယ်သော ကိန်းပြည့်များပါသည့်အစု D
   (e) ဆယ်ကိန်းတွင်ပါသော ဂဏန်းနှစ်လုံး၏ပေါင်းလဒ်သည် 7 ဖြစ်စေမည့်ဆယ်ကိန်းများအစု E
   (f) ညီမျှခြင်း $x^2 = 4$ ကို ပြေလည်သည့် ကိန်းစစ်များပါသောအစု F
   (g) 20 အောက်ငယ်သော သုဒ္ဓကိန်းများပါသည့်အစု G

2. အထက်ပါပုစ္ဆာ (2) တွင် ဖော်ပြထားသောအစု A, B, C တို့အတွက် အောက်ပါတို့ကို သင်္ကေတ ဖြင့်ရေးပါ။

(a) 4 သည် အစု A တွင် ပါဝင်သည်။

(b) 5 သည် အစု A တွင် မပါဝင်။

(c) 13 သည် အစု B တွင် မပါဝင်။

(d) i သည် အစု C တွင် ပါဝင်သည်။

3. အထက်ပါပုစ္ဆာ(2)တွင် ဖော်ပြထားသော အစု A, B, C တို့အတွက် အောက်ပါတို့ များသည် သို့မဟုတ် မှန်သည်ကို ဖော်ပြပါ။

(a)	$3 \in A$	(b)	$12 \in B$
(c)	$13 \in A$	(d)	$e \in C$
(e)	$p \in C$	(f)	$14 \in B$
(g)	$15 \notin B$	(h)	$b \notin C$
(i)	$m \in C$	(j)	$10 \in A$

10.3 ကန့်သတ်ရှိအစုများ၊ ကန့်သတ်မဲ့အစုများ၊ ဗလာစု

အစုများစွာတို့တွင် အစုဝင်အရေအတွက်ကိုရေတွက်ယူနိုင်သည်။ ဥပမာအားဖြင့်ဆိုလျှင် အင်္ဂလိပ်အက္ခရာများဖြစ်သည့် a, b , c, ..., x, y, z တို့ပါဝင်သောအစုတွင် အစုဝင်အရေအတွက် သည် 26 ဖြစ်သည်။အပိုဒ် 10.1 တွင်ပါဝင်သည့် ဥပမာ (2) နှင့် ဥပမာ (5)အဖြစ်ပေးထားသော အစုများတွင်အစုဝင်အရေအတွက်တို့သည် 5 နှင့် 7 အသီးသီးဖြစ်မည်။ဥပမာ (1) နှင့် ဥပမာ (3) အဖြစ်ပေးထားသောအစုများ၏ အစုဝင်အရေအတွက်ကို ချက်ချင်းပြောဆိုရန် ခဲယဉ်းမည်ဖြစ် သော်လည်း ၎င်းအရေအတွက်တို့ကို ရှာဖွေတွေ့ရှိနိုင်မည်ဖြစ်ပေသည်။ ၎င်းတို့ကို အပြည့်ကိန်း များဖြင့်ဖော်ပြနိုင်သည်။ ဤအစုအားလုံးကို ကန့်သတ်ရှိအစုများ (finite sets) ဟု ခေါ်သည်။

ထို့ကြောင့် ကန့်သတ်ရှိအစုကို အောက်ပါအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်ဖွင့်ဆိုနိုင်မည်။ အစုဝင် အရေအတွက်ကို အပြည့်ကိန်းတစ်ခုဖြင့်ဖော်ပြနိုင်လျှင် ထိုအစုကို ကန့်သတ်ရှိအစုဟုခေါ်သည်။

ကန့်သတ်ရှိအစုမဟုတ်သည့် အစုကို ကန့်သတ်မဲ့အစုဟုခေါ်သည်။

သို့ဖြစ်၍ အစုတစ်စုတွင် ၎င်း၏အစုဝင်အရေအတွက် အကန့်အသတ်မရှိအောင်များ နေလျှင်ထိုအစုကို ကန့်သတ်မဲ့အစု (infinite set) ဟုခေါ်မည်။ ကန့်သတ်မဲ့အစုတစ်ခုတွင် ပါဝင်သော အစုဝင်အရေအတွက်ကို အပြည့်ကိန်းတစ်ခုဖြင့်ဖော်ပြနိုင်မည်မဟုတ်ပေ။ ဥပမာ (6) တွင်အစု၏အစုဝင်များကို ပထမ၊ ဒုတိယ၊ တတိယ စသည်ဖြင့် အစဉ်လိုက်ရေတွက်နိုင်မည် ဖြစ်သော်လည်း ဤသို့ရေတွက်ခြင်းဖြင့် နောက်ဆုံးအစုဝင်သို့ ဘယ်သောအခါမှ မရောက်နိုင်ဘဲ အဆုံးမရှိဖြစ်နေပေလိမ့်မည်။သို့ဖြစ်၍ အစုဝင်အရေအတွက်ကို အပြည့်ကိန်းတစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြ၍ မရနိုင်ကြောင်းတွေ့ရှိရသည်။ ဤအစုသည် ကန့်သတ်မဲ့အစုတစ်ခုဖြစ်သည်။ စာရင်းပြုနည်းဖြင့်

ဖော်ပြရလျှင် ဤအစုကို { 2, 4, 6, 8 ,....} ဟုရေးမည်။ ဤတွင် အစက်များသည် ဆက်လက်ဖော်ပြရမည့် စုံကိန်းများကို ကိုယ်စားပြုသည်။

တစ်ခါတစ်ရံ အစုဝင်များကို သတ်မှတ်ပေးသည့် ဂုဏ်သတ္တိများနှင့် ကိုက်ညီသည့် အစုဝင်များတစ်ခုမျှမရှိသည့် အခြေအနေများ ပေါ်ပေါက်တတ်ပါသည်။ ဥပမာအားဖြင့်ဆိုသော် 5 အောက်ငယ် ပြီး 6 ထက်ကြီးသော သဘာဝကိန်းများပါဝင်သည့် အစုတစ်ခုကို ရှာမည်ဆိုပါစို့။ ဤကဲ့သို့သော ဂုဏ်သတ္တိရှိသည့် သဘာဝကိန်းတစ်လုံးမျှပင် မရှိသည့်အတွက် လေ့လာနေသော အစုတွင်အစုဝင်တစ်ခုမျှ မရှိနိုင်သည်ကိုတွေ့ရှိရမည်။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုသော် ပေးထားသော သတ်မှတ်ချက်ကို ပြေလည်သည့် အစုဝင်တစ်ခုမျှမရှိပေ။သို့ရာတွင် လက်တွေ့တွက်ချက်ရေး လုပ်ငန်းများအတွက်အစုဝင် တစ်ခုမျှမရှိသောအစုတစ်ခုကို သတ်မှတ်ထားလျှင် များစွာအသုံးဝင်သည်ကိုတွေ့ရှိရသည်။ ထိုအစုမျိုးကို ဗလာစု (empty set) ဟုခေါ်သည်။ ဗလာစုတစ်ခုကို သင်္ကေတ $\emptyset$ ဖြင့် ဖော်ပြမည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (10.2)

1. အောက်ပါအစုများတွင် မည်သည်တို့သည် ကန့်သတ်ရှိအစုများဖြစ်၍မည်သည်တို့သည် ကန့်သတ်မဲ့အစုများ ဖြစ်ကြသနည်း။
   - (a) 64 ကို စား၍ပြတ်သော စားကိန်းများအစု
   - (b) 4 ၏ ဆတိုးကိန်းများအစု
   - (c) ခုနေရာတွင် 6 ဂဏန်းရှိသော သဘာဝကိန်းများအစု
   - (d) 0 ထက်ကြီးသော ကိန်းစစ်များအစု
   - (e) - 50 နှင့် 50 ကြားရှိ ကိန်းပြည့်များအစု
   - (f) သဘာဝကိန်းတစ်ခု၏သုံးထပ်ကိန်းဖြစ်ပြီး 1000 အောက်ငယ်သောကိန်းများ အစု
2. အောက်ပါအစုများတွင် မည်သည့်အစုသည် ဗလာစုဖြစ်သနည်း။
   - (a) သင်၏ ကျောင်းစာကြည့်တိုက်ရှိ သင်္ချာစာအုပ်များအစု
   - (b) ညီမျှခြင်း $2x = 3$ ကို ပြေလည်စေမည့် ကိန်းပြည့်များပါသောအစု
   - (c) သုဒ္ဓကိန်းလည်းဖြစ်၍ စုံကိန်းလည်းဖြစ်သော ကိန်းများပါသည့်အစု

10.4 တူညီသောအစုများ၊ အစုပိုင်းများ

ယခုဆက်လက်၍ အစုများတစ်ခုနှင့်တစ်ခု ဆက်သွယ်ချက်ကို လေ့လာမည်။

အစုများတူညီခြင်း

အစုတစ်ခုတွင် ပါဝင်သော အစုဝင်များသည် အခြားအစုတစ်ခုတွင် ပါဝင်သော အစုဝင်များနှင့် အချင်းချင်းတူညီနေကြလျှင် ထိုအစုနှစ်ခုသည် တူညီကြသည်ဟုဆိုသည်။ ထို့ကြောင့် တူညီခြင်းသည် ထပ်တူညီခြင်းဖြစ်ပေသည်။သင်္ကေတ " = " ကိုအသုံးပြုမည်။ တူညီသောအစုများကို လေ့လာကြပါစို့။

ဥပမာ (1) $\{a, b, c\} = \{b, a, c\}$

ဥပမာ (2) A သည်သဘာဝကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများအစု

B = { 1, 4, 9, 16, 25,.......}

ထို့ကြောင့် A = B

အောက်ပါအကြောင်းအရာကို သင်တွေ့ရှိမိပါ၏လော။

"အစုနှစ်ခုတူညီလျှင် အစုတစ်ခု၏အစုဝင်တိုင်းသည် အခြားအစုတွင်အစုဝင်ဖြစ်ပြီး အပြန်အလှန်အားဖြင့်လည်းမှန်သည်။"

အစုပိုင်းများ (Subsets)

ကိန်းဂဏန်းများလေ့လာရာတွင် ပို၍ကြီးသည် ပို၍ငယ်သည်ဟူသောကိန်းဂဏန်းတန်ဖိုး ဆက်သွယ်ချက်များရှိသည်ကိုတွေ့ရှိရပြီးဖြစ်သည်။ အစုများတွင်မူ အစုတစ်ခုသည် အခြားအစု တစ်ခု၏အစုပိုင်းဖြစ်သည်ဟူသော ဆက်သွယ်ချက်တစ်ခုရှိနိုင်သည်။

အောက်ပါဥပမာများကို လေ့လာကြည့်ကြပါစို့။

ဥပမာ (3) A = { a, b, c, d, e, f} , B = { a, b, c, d, e, f, g}

ဤတွင် အစု A ၏ အစုဝင်တိုင်းသည် B ၏ အစုဝင်များဖြစ်သည်။

ဥပမာ (4) A = { 1, 3, 5, 7, 9} , B = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,9}

ဤတွင် အစု A ၏ အစုဝင်တိုင်းသည် B ၏ အစုဝင်များဖြစ်သည်။

အထက်ပါဥပမာများတွင် A သည် B ၏ အစုပိုင်းဖြစ်သည်ဟု ခေါ်သည်။

A ၌ မပါဝင်သော အစုဝင်များသည် B ၌ပါဝင်နေသည်ကို သတိပြုသင့်ပေသည်။ သို့ရာတွင် ဤအချက်သည် လိုအပ်ချက်တစ်ခု မဟုတ်ပေ။ A သည် B ၏ အစုပိုင်းတစ်ခုဖြစ်ရန် လိုအပ်ချက်မှာ A ၏ အစုဝင်တိုင်းသည် B ၏ အစုဝင်ဖြစ်ရမည်။

ထို့ကြောင့် အောက်ပါအတိုင်း အစုပိုင်း၏ အဓိပ္ပာယ်ကို ဖွင့်ဆိုနိုင်သည်။

" အကယ်၍ အစု A ၏ အစုဝင်တိုင်းသည် အစု B ၏ အစုဝင်ဖြစ်လျှင် အစု A သည် အစု B ၏ အစုပိုင်းဖြစ်သည်။"

ဤအကြောင်းအရာကို သင်္ကေတဖြင့်

$$A \subset B$$

ဟူ၍ ရေးသားပြီး " A သည် B ၏ အစုပိုင်းဖြစ်သည်" ဟုဖတ်သည်။

မှတ်ချက် 1. မည်သည့်အစု A အတွက်မဆို ၎င်းအစု A ကိုယ်တိုင်၏ အစုပိုင်း တစ်ခုဖြစ်သည်ကို သတိပြုသင့်သည်။ သင်္ကေတဖြင့် ဖော်ပြလျှင်

$A \subset A$ ဖြစ်သည်။

2. ဗလာစုတွင် အစုဝင်မရှိချေ။ ၎င်းသည် အစုတိုင်း၏ အစုပိုင်းဖြစ်သည်ဟု ယူ ဆမည်။

သင်္ကေတဖြင့် မည်သည့်အစု A အတွက်မဆို $\varnothing \subset A$ ဖြစ်သည်။

ဗလာစုသည် အစုတစ်ခု၏ အစုပိုင်းဖြစ်သည်ကို အောက်ပါအတိုင်း လက်တွေ့လုပ်ဆောင်မှုဖြင့် သဘောပေါက်နားလည်နိုင်သည်။

အစုတစ်ခု၏ အစုပိုင်းများရှာခြင်းသည် ထိုအစုတွင် ပါဝင်သော အစုဝင်များကို ပစ္စည်းများသဖွယ် ပုံးတစ်ပုံးထဲတွင် ထည့်ထားပြီး လက်ဖြင့်တစ်ကြိမ် ထိုပစ္စည်းများကို နှိုက်ယူခြင်းနှင့် သဘောသဘာဝအားဖြင့် အတူတူပင်ဖြစ်သည်။လက်ဖြင့်တစ်ကြိမ်စီ နှိုက်၍ပါလာသော ပစ္စည်းများသည်အစုပိုင်းတစ်ခုစီပင်ဖြစ်သည်။ ပစ္စည်းတစ်ခုမှပါမလာသော အကြိမ်လည်းရှိနိုင်သည်။ထိုအစုပိုင်းသည် ဗလာစုပင်ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် ဗလာစုသည် အစုတစ်ခု၏အစုပိုင်းဖြစ်သည်။

3. x သည် အစုဝင်တစ်ခုဖြစ်လျှင် $x \in A$ အစား $x \subset A$ ဟူ၍ မရေးနိုင် ကြောင်း သတိပြုရမည်။

ဥပမာအချို့ကို ဆက်လက်လေ့လာကြစို့။

ဥပမာ (5) အစု $P = \{a, b, c, e, f\}$

$Q = \{c, d, e, f, g, h\}$

တို့ကို လေ့လာကြည့်ပါ။

P ၏ အစုဝင်တိုင်းသည် Q ၏ အစုဝင်ဖြစ်ပါသလော။

မဖြစ်ကြောင်း လွယ်ကူစွာပင် တွေ့မြင်နိုင်သည်။

ထို့ကြောင့်

P သည် Q ၏ အစုပိုင်းမဟုတ်ပေ။

Q သည် P ၏ အစုပိုင်းမဟုတ်သည်ကိုလည်း သင်တွေ့ရှိပါသလား။

မည်သည့်အစု A နှင့် B တို့အတွက်မဆို

အစု A သည် B ၏ အစုပိုင်းတစ်ခု မဖြစ်သောအခါတွင် သင်္ကေတဖြင့် $A \not\subset B$ ဟုရေးပြီး " A သည် B ထဲတွင်မပါဝင်" သို့မဟုတ် " A သည် B ၏ အစုပိုင်းမဟုတ် ဟု ဖတ်လေ့ရှိသည်။

အထက်ပါဥပမာတွင်

$$P \not\subset Q$$

$$Q \not\subset P$$

ဥပမာ (6) မည်သည့်အစု A နှင့် B တို့အတွက်မဆို အကယ်၍ $A \subset B$ နှင့် $B \subset A$ ဖြစ်လျှင် $A = B$ ဖြစ်၏။

အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော်

A ၏ အစုဝင်တိုင်းသည် B ၏ အစုဝင်ဖြစ်ပြီး

B ၏ အစုဝင်တိုင်းသည် A ၏ အစုဝင်ဖြစ်လျှင်

ထိုအစုနှစ်ခုတွင် ထပ်တူဖြစ်သော အစုဝင်များသာ ပါဝင်နေပေသည်။

အပြန်အလှန်အားဖြင့်လည်း $A = B$ ဖြစ်လျှင် $A \subset B$ နှင့် $B \subset A$ ဖြစ်ကြောင်း သင် တွေ့ရှိပါသလား။

ဥပမာ (7) $\{1, 2, 3\}$ ၏ အစုပိုင်းအားလုံးကို ရေးချပါ။

အစုပိုင်းများ တည်ဆောက်ရာတွင် တစ်ကြိမ်လျှင် အစုဝင်တစ်ခုယူ၍သော်လည်းကောင်း တစ်ကြိမ်လျှင် အစုဝင်နှစ်ခုယူ၍သော်လည်းကောင်း စသည်ဖြင့်ဆောင်ရွက်နိုင်ပေမည်။ဤသို့ဖြင့် အောက်ပါအစုပိုင်းများကို ရရှိမည်။

$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$

အားလုံးပေါင်းအစုပိုင်း 7 ခုကိုရရှိမည်။ ထို့ပြင်ဗလာစုကိုလည်း အစုတိုင်း၏အစုပိုင်း တစ်ခုအဖြစ် သတ်မှတ်ထားသဖြင့် အစုပိုင်းစာရင်းတွင် ၎င်းကိုထည့်သွင်းလိုက်လျှင် အစုပိုင်း အားလုံးပေါင်း 8 ခုရရှိမည်ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် $\{1, 2, 3\}$ ၏ အစုပိုင်းများမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည်။

$\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\} \{2,3\}, \{1, 2, 3\}$

လေ့ကျင့်ခန်း (10.3)

1. $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y = \{0, -1, 2, -2, 1\}$
   $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{-3, -1, 2\}$ $C = \{-1, 1, 0)$
   $D = \{-1, 1, 2\}$, $E = \{-2, -1\}$ ဟုထားပါ။

   (a) Y, A, B, C, D, E တို့မှ မည်သည့်အစုသည် A ၏ အစုပိုင်းဖြစ်သနည်း။

   (b) အစု X နှင့် Y တို့သည် တူညီပါသလား။

2. အောက်ပါအစုများ၏ အစုပိုင်းအားလုံးကို ရေးချပါ။

   (a) $\{-1, 1\}$

   (b) $\{0, 1, 2\}$

   (c) $\{x, y, z\}$

   (d) $\{a, b, c, d\}$

3. ပုစ္ဆာ (2) တွင် ပေးထားသောအစုများ၌ အစုပိုင်းမည်မျှစီပါရှိသနည်း။

4. အောက်ပါဖော်ပြချက်များတွင် မည်သည်တို့သည် မှန်၍ မည်သည်တို့သည် မှားသနည်း။

   (a) $a \in \{c, f, j\}$

   (b) $\{a\} \subset \{a, b, c\}$

(c) $\{a\} \subset \{a\}$

(d) $\{0, 1\} \in \{0, 1, 2\}$

(e) $\{x, y, z\} \subset \{x, y\}$

5. အောက်ပါကွက်လပ်များတွင်သင်္ကေတ $\subset$ သို့မဟုတ် $\not\subset$ ကိုမှန်ကန်အောင် ဖြည့်စွက်ပါ။

(a) $\{-1, 0, 1\}$ .... $\{-1, 0, 2\}$

(b) $\{-1, 0, 1\}$ .... $\{0, -1, 1\}$

(c) $\{1, 3, 6, 7\}$ .... $\{3, 5, 7, 9, 6, 11\}$

10.5 အစုလုပ်ထုံးများ

ဤအပိုင်းတွင် အစုများဆိုင်ရာ လုပ်ထုံးနှစ်ခုကို ရှင်းလင်းဖော်ပြမည်။

အစုများထပ်ခြင်း

ပထမဦးစွာ " အစုနှစ်ခုထပ်ခြင်း" ဟူသော အစုလုပ်ထုံးကိုဖော်ပြမည်။ ထပ်ခြင်းဟူသော ဝေါဟာရတွင်နောက်တစ်ကြိမ်ပြန်ပါဝင်ခြင်းဟူသောအဓိပ္ပာယ်သက်ရောက်မှုရှိပေသည်။သို့ဖြစ်၍ အစုတစ်ခုတွင်ပါဝင်ပြီးသောအစုဝင်များအနက် မည်သည့်အစုဝင်များသည် အခြားအစုတွင်ထပ်မံ ပါဝင်နေသည်ကိုရှာရန်ဖြစ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဖော်ပြရလျှင် မည်သည်တို့သည် အစုနှစ်ခု စလုံးတွင် ပါဝင်နေသည်ကို ရှာရန်ဖြစ်သည်။

အောက်ပါဥပမာများကို လေ့လာကြပါစို့။

ဥပမာ (1) $A = \{1,2,4,5,6\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

တွင်မည်သည့် အစုဝင်တို့သည် အစုနှစ်ခုစလုံးတွင် ပါဝင်သနည်း။ တစ်နည်းအားဖြင့် ဆိုသော်မည်သည့်အစုဝင်တို့သည် " ဘုံအစုဝင်များ" ဖြစ်ကြသနည်း။

4, 5, 6 တို့သည် ဘုံအစုဝင်များဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိနိုင်သည်။

ထို့ကြောင့်

$C = \{4, 5, 6\}$ သည် အစု A နှင့် B တို့၏ ဘုံအစုဝင်များဖြင့် ဖွဲ့စည်းထားသော အစု တစ်ခုဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) $A = \{a, b, c, d\}$ နှင့်

$B = \{f, g, h, j, k\}$ တွင် မည်သည့်အစုဝင်တို့သည် ၎င်းတို့၏ ဘုံအစု ဝင်များ ဖြစ်သနည်း။

ဘုံအစုဝင်များမရှိကြောင်းထင်ရှားသည်။ ထို့ကြောင့် ဘုံအစုဝင်များဖြင့် ဖွဲ့စည်းထား သောအစု C သည် ဗလာစု ဖြစ်သည်။

အထက်ပါဥပမာများတွင် လေ့လာထားသော အစု C ကို သာဓကပြုလျက် အစုနှစ်ခု ထပ်ခြင်းနှင့်အစုနှစ်ခုတို့၏ ထပ်စုကို အောက်ပါအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်သည်။

အစု A နှင့် အစု B ထပ်ခြင်းဆိုသည်မှာ A နှင့် B နှစ်ခုစလုံးထဲတွင် ပါဝင်သော ဘုံအစုဝင် အားလုံးဖြင့် ဖွဲ့စည်းထားသည့် အစုကို ရှာယူခြင်းပင်ဖြစ်သည်။ ထိုသို့ A နှင့် B ထပ်ခြင်းဖြင့် ရရှိ သော အစုကို A နှင့် B တို့၏ ထပ်စုဟု ခေါ်သည်။

A နှင့် B တို့၏ ထပ်စုကို $A \cap B$ ဟုရေးလျက်၊ " A ထပ်ခြင်း B " ဟုဖတ်သည်။

အစုများနှောခြင်း

အစုများနှင့် ပတ်သက်၍ အခြားလုပ်ထုံးတစ်ခုမှာ " အစုနှစ်ခုကိုနှောခြင်း" ပင်ဖြစ်ပေသည်။ နှောသည်ဟူသော ဝေါဟာရကို ဝတ္ထုပစ္စည်းများနှောသည်ဟူသော အသုံးအနှုန်းမှ ထုတ်နုတ်ယူခြင်း ဖြစ်ပေသည်။ အစုနှစ်ခုရောနှောခြင်းသဘောကို အောက်ပါဥပမာများမှ တစ်ဆင့် ဖော်ထုတ်ပြမည်။

ဥပမာ (3) အစု $A = \{1, 2, 3\}$ နှင့်

အစု $B = \{4, 5, 6, 7\}$ တို့ကို ယူလိုက်ပါ။

၎င်းတို့၏ အစုဝင်များကို ရောနှောစုစည်းပြီး အစုတစ်ခုဖွဲ့စည်းလိုက်လျှင်

အစု $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ကိုရမည်။

ဤအစု C သည် အစု A နှင့် အစု B တို့ကို ပေါင်းစပ် (သို့မဟုတ်) ရောနှော၍ ရရှိသည့် အစုတစ်ခုပင် ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (4) 1 ထက်ကြီးပြီး 3 အောက်ငယ်သော ကိန်းစစ်များပါသည့် အစုကို A ဟုထားပါ။

2 ထက်ကြီးပြီး 4 အောက်ငယ်သော ကိန်းစစ်များပါသည့် အစုကို B ဟုထားပါ။

အစု A နှင့် အစု B တို့တွင်ပါဝင်သော အစုဝင်များကို ရောနှောစုစည်းပြီး အစုအသစ်တစ်ခုဖွဲ့စည်းမည်ဆိုလျှင် 1 နှင့် 4 ကြားရှိကိန်းစစ်အားလုံးကိုရရှိမည်ဖြစ်ပြီး 2 နှင့် 3 ကြားရှိ ကိန်းစစ်များ အနေဖြင့်မူ တစ်ကြိမ်တစ်ခါသာ ပါဝင်ခွင့်ရသည်ကို သတိပြုသင့်ပေသည်။

ထို့ကြောင့် C သည် 1 နှင့် 4 ကြားရှိ ကိန်းစစ်များပါသော အစုဖြစ်သည်။

အထက်ပါဥပမာများတွင် လေ့လာထားသော အစု C ကို သာဓကပြုလျက် အစုနှစ်ခုနှောခြင်းနှင့် အစုနှစ်ခုတို့၏ နှောစုကို အောက်ပါအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်သည်။

အစု A နှင့် အစု B နှောခြင်းဆိုသည်မှာ A ထဲတွင် ပါဝင်သော အစုဝင်များသို့မဟုတ် B ထဲတွင် ပါဝင်သောအစုဝင်များ သို့မဟုတ် A နှင့် B နှစ်ခုစလုံးထဲတွင် ပါဝင်သောအစုဝင်များ အားလုံးဖြင့်ဖွဲ့စည်းထားသည့်အစုကို ရှာယူခြင်းပင်ဖြစ်သည်။ ထိုသို့ A နှင့် B နှောခြင်းဖြင့် ရရှိသောအစုကို A နှင့် B တို့၏ နှောစုဟု ခေါ်သည်။

A နှင့် B တို့၏ နှောစုကို $A \cup B$ ဟု ရေးလျက် " A နှောခြင်း B " ဟု ဖတ်သည်။

ဆက်လက်၍ ဥပမာအချို့ကို လေ့လာကြည့်ကြမည်။

ဥပမာ (5) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{6, 7, 8\}$ ဖြစ်လျှင်

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$A \cap B = \emptyset$

အကယ်၍ အစုနှစ်ခုတွင် ဘုံအစုဝင်များမရှိခဲ့လျှင် ၎င်းတို့၏ ထပ်စုသည် ဗလာစု ဖြစ်သည်။ ဤအခြေအနေတွင် အစုများသည် အထပ်မဲ့အစုများဖြစ်သည်ဟု ဆိုသည်။ ထို့ကြောင့် အထက်ပါ ဥပမာ (5) တွင် ပါရှိသည့် အစုနှစ်ခုသည် အထပ်မဲ့အစုများဖြစ်ကြသည်။

ဥပမာ (6) 3 ထက်ကြီးပြီး 6 အောက်ငယ်သော ကိန်းပြည့်များအစုကို A ဟုထားပါ။
4 ထက်ကြီးပြီး 8 အောက်ငယ်သော ကိန်းပြည့်များအစုကို B ဟု ထားပါ။

$A = \{4, 5\}$

$B = \{5, 6, 7\}$ ဖြစ်၍

$A \cup B = \{4, 5, 6, 7\}$

$A \cap B = \{5\}$

ဥပမာ (7) ယေဘုယျအားဖြင့်အစုတစ်ခုကို ထိုအစုနှင့်ပင်ပြန်၍နှောလျှင်သော်လည်းကောင်း ထပ်လျှင်သော်လည်းကောင်း မူလအစုပင်ပြန်ရသည်မှာထင်ရှားသည်။

ထို့ကြောင့်

မည်သည့်အစု A အတွက်မဆို $A \cup A = A$

$A \cap A = A$

ဥပမာ (8) $A = \{1, 3, 7, 9, 10\}$

$B = \{2, 3, 6, 7, 10\}$

$C = \{1, 2, 3, 8\}$ ဖြစ်လျှင် အောက်ပါတို့ကို ရှာပါ။

(a) $A \cap B$, $(A \cap B) \cap C$, $B \cap C$, $A \cap (B \cap C)$

(b) $A \cup B$, $(A \cup B) \cup C$, $B \cup C$, $A \cup (B \cup C)$

အရိပ်အမြွက် $(A \cap B) \cap C$ ကို ရှာရန် $X = A \cap B$ ကို ပထမဦးစွာရှာပြီး $X \cap C$ ကို ရှာရသည်။ ထိုနည်းတူပင် $(A \cup B) \cup C$ ကို ရှာရန် $X = A \cup B$ ကို ပထမဦးစွာရှာ ပြီး $X \cup C$ ကိုရှာရသည်။

အခြားနည်းဖြင့်လည်း ရှာနိုင်သည်ကို သင်တွေ့ရှိပါသလား။

(a) $A \cap B = \{1, 3, 7, 9, 10\} \cap \{2, 3, 6, 7, 10\}$

$= \{3, 7, 10\}$

အကြောင်းမူကား 3, 7, 10 တို့သည် အစု A နှင့် အစု B နှစ်ခုစလုံးတွင် ပါဝင်သော အစုဝင်များဖြစ်သည့်အတွက်ကြောင့်ဖြစ်သည်။

$(A \cap B) \cap C = \{3, 7, 10\} \cap \{1, 2, 3, 8\}$
$= \{3\}$

တစ်ဖန် $B \cap C = \{2, 3, 6, 7, 10\} \cap \{1, 2, 3, 8\}$
$= \{2, 3\}$

$A \cap (B \cap C) = \{1, 3, 7, 9, 10\} \cap \{2, 3\}$
$= \{3\}$

(b) $A \cup B = \{1, 3, 7, 9, 10\} \cup \{2, 3, 6, 7, 10\}$
$= \{1, 2, 3, 6, 7, 9, 10\}$

$B \cup C = \{2, 3, 6, 7, 10\} \cup \{1, 2, 3, 8\}$
$= \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 10\}$

$\therefore (A \cup B) \cup C = \{1, 2, 3, 6, 7, 9, 10\} \cup \{1, 2, 3, 8\}$
$= \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$\therefore A \cup (B \cup C) = \{1, 3, 7, 9, 10\} \cup \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 10\}$
$= \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10\}$

မှတ်ချက်

အထက်ပါဥပမာ (8) (a) မှ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ ဖြစ်ကြောင်းနှင့်

(b) မှ $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ ဖြစ်ကြောင်းတို့ကို တွေ့မြင်နိုင်သည်။

ဤအကြောင်းအရာတို့သည် ယေဘုယျအားဖြင့်လည်းမှန်သည်။ အထက်တန်းဆင့် သင်္ချာတွင် ပြည့်ပြည့်စုံစုံ လေ့လာမည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (10.4)

1. $A = \{-1, 0, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5, -3\}$, $C = \{2, 4, 6, 8\}$ ဖြစ်သည်။ အောက်ပါတို့ကို ရှာပါ။

(a) $A \cup B$ (b) $B \cup C$
(c) $C \cup A$ (d) $A \cap B$
(e) $C \cap A$ (f) $B \cap C$
(g) $(A \cup B) \cup C$ (h) $A \cup (B \cup C)$
(i) $(A \cap B) \cap C$ (j) $A \cap (B \cap C)$

2. သဘာဝကိန်းများအစု A နှင့် ကိန်းပြည့်များပါသောအစု B တို့၏ နှောစုနှင့် ထပ်စု တို့ကိုရှာပါ။

3. A သည် ထောင့်မှန်စတုဂံများအစုဖြစ်၍ B သည် အနားပြိုင်စတုဂံများအစုဖြစ်လျှင် $A \cap B$ နှင့် $A \cup B$ တို့ကိုရှာပါ။

4. သဘာဝမကိန်းများအစုနှင့် သဘာဝစုံကိန်းများအစုတို့၏ နှောစုနှင့် ထပ်စုတို့ကို ရှာပါ။

5. အောက်ပါအစုနှစ်ခုတွဲများတွင် မည်သည်တို့သည်အထပ်မဲ့အစုများဖြစ်၍ မည်သည်တို့ သည် အထပ်မဲ့အစုများ မဖြစ်သနည်း။

   (a) { 1, 2, 3, 4} နှင့် { 1, 3, 4, 5, 6}

   (b) { a, e, i, o, u} နှင့် { c, d, e, f}

   (c) စုံကိန်းပြည့်များအစုနှင့် မကိန်းပြည့်များအစု

   (d) သုဒ္ဓကိန်းများအစုနှင့် 2 ထက်ကြီးသော စုံကိန်းများအစု

6. A = 11 အောက်ငယ်သော သဘာဝစုံကိန်းများအစု

   B = 11 အောက်ငယ်သော သဘာဝမကိန်းများအစုဖြစ်လျှင် $A \cup B$ နှင့် $A \cap B$ တို့ကို ရှာပါ။

7. အောက်ပါအစုများမှ မည်သည့်စုံတွဲများသည် အထပ်မဲ့အစုများဖြစ်၍ မည်သည်တို့သည် အထပ်မဲ့အစုများမဖြစ်သနည်း။

   (a) { 1, 4, 9} နှင့် { 2, 4, 6, 7}

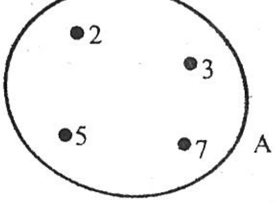
   (b) { 2} နှင့် { 3}

   (c) { a, b, c, f } နှင့် { f, g, h}

10.6 သရုပ်ပြပုံဖြင့် ဖော်ပြခြင်း (Venn Diagrams)

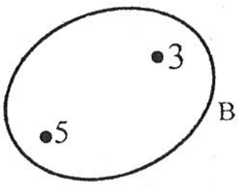
ဗာန်းသရုပ်ပြပုံကို အစုများဖော်ပြရာ၌ သုံးသည်။ အစုတစ်ခုတွင် ပါသောအစုဝင် အရေအတွက်နည်းပါက မျဉ်းကွေးပိတ်တစ်ခုအတွင်း၌ အစုဝင်တစ်ခုစီကို အစက်တစ်ခုစီဖြင့် ကိုယ်စားပြု ဖော်ပြလေ့ရှိသည်။ မျဉ်းကွေးပိတ်၏ ပုံသဏ္ဌာန်မှာ မည်သည့်ပုံစံမျိုးမဆိုဖြစ်နိုင်သော်လည်း ပြဋ္ဌာန်းစာအုပ်အများစုတွင် စက်ဝိုင်းကိုသုံးလေ့ရှိသည်။

ပုံ (10.1) တွင် အစုဝင်လေးခု 2 , 3, 5 နှင့် 7 ပါသော အစု A ကိုဖော်ပြထားသည်။



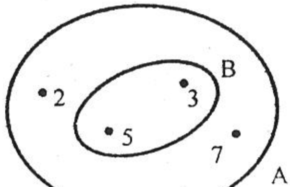
ပုံ (10.1)

ပုံ (10.2) တွင် အစုဝင်နှစ်ခု 3 နှင့် 5 ပါသော အစု B ကိုဖော်ပြထားသည်။



ပုံ (10.2)

ပုံ (10.3) တွင် အထက်ဖော်ပြပါ အစုနှစ်ခု A နှင့် B ကို ပုံတစ်ပုံထဲတွင် ဖော်ပြထားသည်။



ပုံ (10.3)

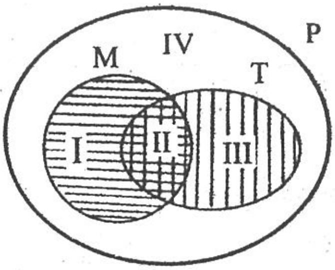
B ထဲရှိအစုဝင်အားလုံးသည် A ထဲတွင်ပါဝင်ကြောင်းတွေ့ရသည်။ထို့ကြောင့် B ကိုယ်စားပြုသည့်မျဉ်းကွေးပိတ်ကို A ကိုယ်စားပြုသည့် မျဉ်းကွေးပိတ်အတွင်း လုံးဝကျရောက်အောင်ဆွဲရန် သတိပြုရမည်။B သည် A ၏ အစုပိုင်းဖြစ်သည်။အကယ်၍အစုဝင်အရေအတွက်များပါက ပုံတွင် အစက်အားလုံးကို ထည့်ဆွဲရန်ခက်ခဲသဖြင့် အချို့(သို့မဟုတ်) လုံးဝမပါဝင်ပဲ ဆွဲလေ့ရှိသည်။

ဥပမာအားဖြင့် P = မြန်မာနိုင်ငံတွင်းရှိ လူများအားလုံး၏ အစု

M = မြန်မာနိုင်ငံတွင်းရှိ ယောကျ်ားအားလုံး၏ အစု

T = မြန်မာနိုင်ငံတွင်းရှိဆရာ၊ဆရာမအားလုံး၏အစုဖြစ်သည်ဟုထားပါ။

P , M , T အစုများ၏ ဆက်သွယ်မှုကို ဗာန်းသရုပ်ပြပုံနှင့် ဖော်ပြလျှင် ပုံ (10.4) အတိုင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။ အစု M နှင့် T ကို အလျားလိုက်မျဉ်းများ (Horizontal Lines) နှင့် ဒေါင်လိုက်မျဉ်းများ (Vertical Lines) အသီးသီးဖြင့် ချယ်မှုန်းဖော်ပြထားသည်။



ပုံ (10.4)

အစု M သည် အစု P ၏ အစုပိုင်းဖြစ်ပြီး အစု T သည်လည်း အစု P ၏ အစုပိုင်း ဖြစ်သည်ကိုတွေ့ရမည်။ အစု M နှင့် အစု T မည်သည့်အတွက်ကြောင့် ထပ်နေသနည်း။

အလျားလိုက်မျဉ်းများ (horizontal lines) နှင့်သာ ခြယ်မှုန်းထားသော နယ်ပယ် I သည် မြန်မာနိုင်ငံတွင်းရှိ ဆရာနှင့်ဆရာမဟုတ်သော ယောက်ျားများသာပါဝင်သော နယ်ပယ်ဖြစ်သည်။ အလျားလိုက်မျဉ်းများ (horizontal lines) နှင့် ဒေါင်လိုက်မျဉ်းများ (vertical lines) နှစ်မျိုးလုံးဖြင့် ခြယ်မှုန်းထားသောနယ်ပယ် II သည် မြန်မာနိုင်ငံတွင်းရှိဆရာဖြစ်သည့်ယောက်ျားများပါဝင်သော နယ်ပယ်ဖြစ်သည်။ဒေါင်လိုက်မျဉ်းများ (vertical lines) ဖြင့်သာ ခြယ်မှုန်းထားသော နယ်ပယ် III သည် မြန်မာနိုင်ငံတွင်းရှိ ယောက်ျားမဟုတ်သည့် ဆရာများသာ ပါဝင်သောနယ်ပယ်ဖြစ်သည်။

ဆိုလိုသည်မှာ နယ်ပယ် III သည် မြန်မာနိုင်ငံတွင်းရှိ ဆရာမများကို ကိုယ်စားပြုသော နယ်ပယ်ဖြစ်သည်။ နယ်ပယ် IV သည် မြန်မာနိုင်ငံတွင်းရှိ ယောက်ျားများမဟုတ်သော ဆရာ၊ ဆရာမများလည်းမဟုတ်သောသူများပါဝင်သော နယ်ပယ်ဖြစ်သည်။ အစု M နှင့် T ဖြတ်ခြင်း (intersection) ကို နယ်ပယ် II ဖြင့်ဖော်ပြထားခြင်းဖြစ်သည်။

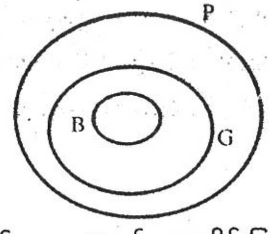
ဥပမာ (1) အောက်ဖော်ပြပါအချက်များကို ဗာန်းသရုပ်ပြပုံဖြင့် တည်ဆောက်ပြပါ။

P = သင်၏ စာသင်ခန်းတွင်းရှိ ကျောင်းသားကျောင်းသူများ အစု

G = သင်၏ စာသင်ခန်းတွင်းရှိ မျက်မှန်တပ်သည့် ကျောင်းသားကျောင်းသူများ အစု

B = သင်၏ စာသင်ခန်းတွင်းရှိ မျက်မှန်တပ်သည့် ယောက်ျားလေးများ အစု

အစု B , G နှင့် P တို့ ဆက်သွယ်မှုကို သင်မည်သို့ ဖော်ပြမည်နည်း။



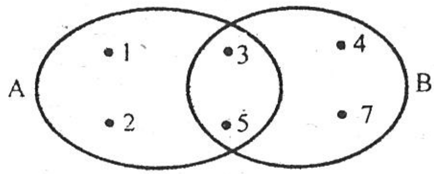
ပုံ (10.5)

အစု B သည် အစု G ၏ အစုပိုင်းဖြစ်သည်။ အစု G သည် အစု P ၏အစုပိုင်းဖြစ်သည်။ အစု B သည် အစု P ၏ အစုပိုင်းဖြစ်သည်။

10.6.1 အစုများထပ်ခြင်းကို သရုပ်ပြပုံဖြင့်ဖော်ပြခြင်း

$A = \{1, 2, 3, 5\}$ နှင့် $B = \{3, 4, 5, 7\}$ ဆိုပါစို့။ မည်သည့်အစုဝင်တို့သည် အစုနှစ်ခုစလုံးတွင် ပါဝင်သနည်း။

ပေးထားသော အစုနှစ်ခု A နှင့် B ကို ဗာန်းသရုပ်ပြပုံဖြင့် ပုံ(10.6) အတိုင်းဖော်ပြနိုင်သည်။



ပုံ (10.6)

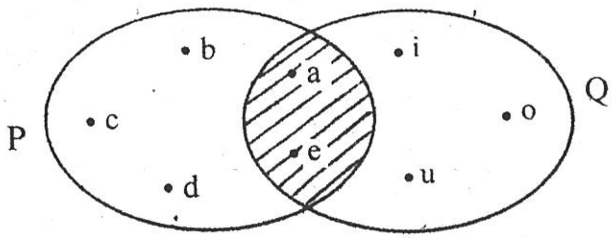
ပုံ (10.6) အရ အစု A နှင့် B နှစ်ခုစလုံးတွင် အစုဝင်နှစ်ခု 3 , 5 ပါဝင်သည်ကို တွေ့ရသည်။

$\therefore A \cap B = \{3, 5\}$ ဖြစ်သည်။ $A \cap B$ ကို " A intersection B " ဟု ဖတ်သည်။

ဥပမာ (1) $P = \{a, b, c, d, e\}$ နှင့်

$Q = \{a, e, i, o, u\}$ တို့ကို ဗာန်းသရုပ်ပြပုံဆွဲ၍ $P \cap Q$ ကိုရှာပါ။

အစု P နှင့် Q ကို ဗာန်းသရုပ်ပြပုံဖြင့် ပုံ (10.7) အတိုင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။



ပုံ (10.7)

$P \cap Q = \{a, e\}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) အစု P သည် 12 အောက်ငယ်သောသုဒ္ဓကိန်းများပါသောအစုနှင့် Q သည် 2 နှင့် 8 ကြားရှိမကိန်းများပါသောအစုဖြစ်သည်ဆိုပါစို့။ (a) $P \cap Q$ ကိုရှာပြီး ဗာန်းသရုပ်ပြပုံဖြင့် ဖော်ပြပါ။

(b) အကယ်၍ $R = \{2, 11\}$ ဖြစ်လျှင် $R \cap Q$ ကိုရှာပါ။

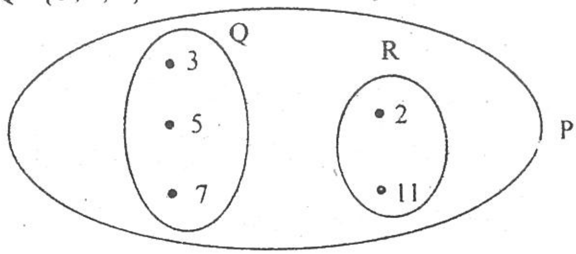
(a) P = 12 အောက်ငယ်သော သုဒ္ဓကိန်းများပါသော အစု

$P = \{2, 3, 5, 7, 11\}$

Q = 2 နှင့် 8 ကြားရှိမကိန်းများပါသော အစု

$Q = \{3, 5, 7\}$

$P \cap Q = \{3, 5, 7\}$



ပုံ (10.8)

ဤဖြစ်ရပ်တွင် $P \cap Q$ သည် အစု Q ကိုယ်တိုင်ဖြစ်နေသည်။

(b) အစု Q နှင့် အစု R တွင် ဘုံအစုဝင်မရှိသည်ကို ထင်ရှားစွာတွေ့မြင်နိုင်သည်။ ထို့ကြောင့် $R \cap Q = \phi$, ဗလာအစု (the empty set) ဖြစ်သည်။ ဤနေရာတွင်အစု Q နှင့် အစု R သည်အဆက်ပြတ် (disjoint)နေသော အစုနှစ်ခုဖြစ်သည်ဟုပြောသည်။

ဥပမာ (3) $A = \{2, 3, 5, 7, 9\}$

$B = \{2, 3, 4, 5\}$

နှင့် $C = \{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$ ဖြစ်လျှင် အောက်ပါတို့ကိုရှာပါ။

(a) $A \cap B$ (b) $B \cap C$ (c) $(A \cap B) \cap C$

(d) $A \cap (B \cap C)$ (e) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ ဖြစ်ပါသလား။

$A = \{2, 3, 5, 7, 9\}$

$B = \{2, 3, 4, 5\}$

$C = \{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$

(a) $A \cap B = \{2, 3, 5\}$

(b) $B \cap C = \{2, 4\}$

(c) $(A \cap B) \cap C = \{2, 3, 5\} \cap \{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$

$= \{2\}$

(d) $A \cap (B \cap C) = \{2, 3, 5, 7, 9\} \cap \{2, 4\}$

$= \{2\}$

(e) (c) နှင့် (d) အရ

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ ဖြစ်သည်။

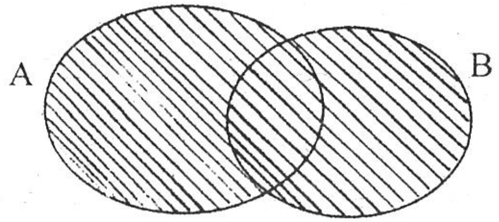
မှတ်ချက်။ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ သည် ယေဘုယျအားဖြင့်မည်သည့် အစု A , B, C တိုင်းအတွက်မဆိုမှန်သည်။

$A \cap (B \cap C)$ နှင့် $(A \cap B) \cap C$ တစ်ခုစီကို $A \cap B \cap C$ ဟုရေးသည်။

10.6.2 **အစုများနှောခြင်းကို သရုပ်ပြပုံဖြင့်ဖော်ပြခြင်း**

အစု A နှင့် အစု B တို့ရောနှော၍ရသောအစုကို $A \cup B$ နှင့်သင်္ကေတ ပြုပြီး

" A union B " ဟုဖတ်သည်။



ပုံ (10.9)

အစု A နှင့် B ရောခြင်းကိုအထက်ပါဗာန်းသရုပ်ပြပုံဖြင့်ဖော်ပြနိုင်သည်။

မှတ်ချက်။ $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ သည်ယေဘုယျအားဖြင့်မည်သည့်အစု A, B, C တိုင်းအတွက်မဆိုမှန်သည်။

$A \cup (B \cup C)$ နှင့် $(A \cup B) \cup C$ တစ်ခုစီကို $A \cup B \cup C$ ဟုရေးသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း 10.5

1. အကယ်၍ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6,\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $C = \{3, 4, 5\}$ နှင့် $D = \{5\}$ ဖြစ်လျှင်အောက်ပါတို့ကိုရှာပါ။

   (a) $A \cap B$ (b) $B \cap C$ (c) $B \cap D$ (d) $A \cap D$

2. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ နှင့် $C = \{3, 6, 9, 12\}$ ဖြစ်လျှင်အောက်ပါတို့ကိုရှာပါ။

   (a) $A \cap B$ (b) $(A \cap B) \cup C$ (c) $A \cup C$ (d) $B \cup C$

   (e) $(A \cup C) \cap (B \cup C)$ (f) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$ ဖြစ်ကြောင်းချိန်ကိုက်ပါ။

3. $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, e, i, o, u\}$ နှင့် $C = \{a, c\}$ ဖြစ်လျှင်

   (a) $A \cap B$, $A \cap C$ နှင့် $B \cap C$ ကိုရှာပါ။

   (b) $(A \cap B) \cap C$ နှင့် $A \cap (B \cap C)$ ကိုရှာပါ။

   (c) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ ဖြစ်ကြောင်းချိန်ကိုက်ပါ။

4. အကယ်၍ A သည် ပထမ အပေါင်းမကိန်း 5 လုံးပါဝင်သောအစု၊ $B = \{7, 9, 11\}$ နှင့် $C = \{1, 2, 3, 4\}$ ဖြစ်လျှင် $A \cap B$ နှင့် $A \cap C$ ကိုရှာပါ။

5. အကယ်၍ p သည် 12 အောက်ငယ်သော သုဒ္ဓကိန်းများပါဝင်သောအစုနှင့် E သည် 12 အောက်ငယ် သော အပေါင်းစုံကိန်းများပါဝင်သောအစုဖြစ်လျှင် $P \cap E$ ကိုရှာပါ။

6. X သည် 9 အောက်ငယ်သောစုံကိန်းများပါဝင်သောအစု

   Y သည် 9 အောက်ငယ်သောမကိန်းများပါဝင်သောအစု

   Z သည် 1နှင့် 10 ကြားရှိ 3 နှင့်စား၍ပြတ်သောကိန်းများပါဝင်သောအစုဖြစ်လျှင်

   (a) X, Y,Z အစုများကိုစာရင်းပြုစုပါ။

   (b) $X \cap Y$, $X \cap Z$ နှင့် $Y \cap Z$ ကိုရှာပါ။

   (c) အစုထပ်ခြင်းများကို ဗာန်းသရုပ်ပြပုံအသုံးပြု၍ဖော်ပြပါ။

7. Aသည် 1 နှင့်19 ကြားရှိ 3 ဖြင့်စား၍ပြတ်သောသဘာဝကိန်းများပါဝင်သောအစုနှင့် B သည် 1 နှင့် 19 ကြားရှိ 2 ဖြင့်စား၍ပြတ်သောသဘာဝကိန်းများပါဝင်သော အစုဖြစ်လျှင်

(a) A နှင့် B ကိုစာရင်းပြုစုပါ။

(b) $A \cap B$ ကိုရှာပါ။

(c) $A \cap B$ သည် 1 နှင့် 19 ကြားရှိ 6 ဖြင့်စား၍ပြတ်သော သဘာဝကိန်းများ ပါဝင်သော အစုဖြစ်ပါသလား။

8. ဖော်ပြပါဇယားတွင် P ={a , b, c, d , e, f, g } သည်သင်္ချာသို့မဟုတ် အင်္ဂလိပ်စာ သို့မဟုတ် နှစ်ခုစလုံးတွင်ဆုရသူများကိုဖော်ပြထားသည်။

ကျောင်းသား ကျောင်းသူများ	သင်္ချာတွင် ဆုရသူ	အင်္ဂလိပ်စာတွင် ဆုရသူ
a	√	–
b	–	√
c	√	√
d	√	–
e	√	√
f	–	√
g	√	–

(a) သင်္ချာတွင် ဆုရသော အစု M ကို စာရင်းပြုစုပါ။

(b) အင်္ဂလိပ်စာတွင် ဆုရသော အစု E ကို စာရင်းပြုစုပါ။

(c) သင်္ချာနှင့် အင်္ဂလိပ်စာနှစ်ခု စလုံးတွင် ဆုရသောအစု $M \cap E$ ကိုစာရင်းပြုစုပါ။

(d) ဖော်ပြချက်များကို ဗာန်းသရုပ်ပြပုံဖြင့် တည်ဆောက်ပြပါ။

9. အောက်ဖော်ပြပါအစုတွဲတစ်ခုစီ၏နှောခြင်းတွင်ပါဝင်သောအစုဝင်များကိုစာရင်းပြုစုပါ။

(a) A = { 2, 3, 5, 7, 11 } , B = { 0, 1, 2, 3, 4, 5 }

(b) P = { p, q, r, s, t } , Q = { m, n, o, p, q }

(c) S = { a, b, c } , T = { a, b }

(d) X = { 0, 1, 2 } , Y = {3, 4, 5 }

အဖြေတစ်ခုစီကိုဗာန်းသရုပ်ပြပုံဖြင့်ဖော်ပြပါ။

10. အောက်ဖော်ပြပါအစုတွဲတစ်ခုစီ၏နှောခြင်းကိုရှာပါ။

(a) A = { 1, 2, 3, ...} = အပေါင်းကိန်းပြည့်များပါဝင်သောအစု

B = {-1, -2, -3,......} = အနုတ်ကိန်းပြည့်များပါဝင်သောအစု

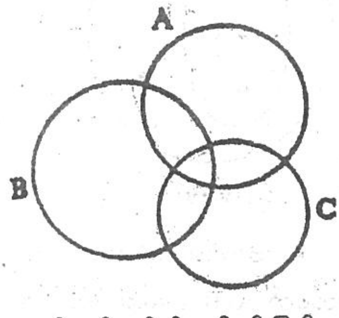
(b) C = {1, 2, 3, 4, ...} = အပေါင်းကိန်းပြည့်များပါဝင်သောအစု

D = { 2, 4, 6, 8 } = အပေါင်းစုံကိန်းပြည့်များပါဝင်သောအစု

(c) E = { 1, 2, 3, 4, ... } = { x | x အပေါင်းကိန်းပြည့်များပါဝင်သောအစု }

E = { 1, 3, 5, 7, ... } = { x | x အပေါင်းမကိန်းများပါဝင်သောအစု }

11. အောက်ဖော်ပြပါပုံသည် အစုသုံးစု A, B နှင့် C တို့၏ထပ်ခြင်းကိုဖော်ပြသောပုံဖြစ်သည်။ ဖော်ပြပါပုံနှင့်ဆင်တူသောပုံ ၅ ပုံကူးဆွဲပါ။



(a) ပထမပုံတွင် $B \cup C$ ၏နယ်ပယ်ကိုချယ်မှုန်းပြပါ။

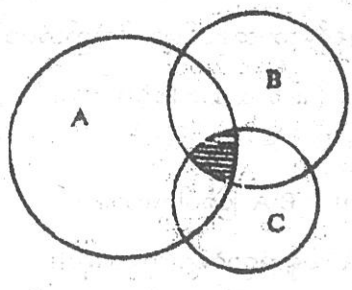
(b) ဒုတိယပုံတွင် $A \cap (B \cup C)$ ၏နယ်ပယ်ကိုခြယ်မှုန်းပြပါ။

(c) ကျန်သုံးပုံတွင် $A \cap B$, $A \cap C$ နှင့် $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ အသီးသီးကိုခြယ်မှုန်းပြပါ။

12. အထက်ပါပုစ္ဆာမှပုံကို ၅ ပုံထပ်ဆွဲပါ၊ ထိုပုံများတွင် $B \cap C$, $A \cup (B \cap C)$, $A \cup B$, $A \cup C$ နှင့် $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ အစုများ၏ နယ်ပယ်များကိုခြယ်မှုန်းပါ။

ထို့နောက် $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ဖြစ်ကြောင်းပုံအရချိန်ကိုက်ပြပါ။

13. အောက်ဖော်ပြပါပုံသည် အစုသုံးစု A, B နှင့် C တို့၏ထပ်ခြင်းကို ဖော်ပြသောပုံဖြစ်သည်။အစုသုံးစုထပ်ခြင်း $A \cap B \cap C$ ၏နယ်ပယ်ကိုခြယ်မှုန်းပြထားသည်။ ခြယ်မှုန်းထားသောနယ်ပယ်သည် အစု A, B, C တို့၏ဘုံအစုဝင်များပါဝင်သောအစုဖြစ်သည်။

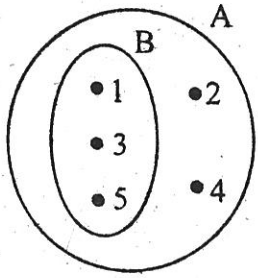


(a) $A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$, $B = \{ 3, 5, 8 \}$ နှင့် $C = \{ 3, 9 \}$ ဖြစ်လျှင် $A \cap B \cap C$ ကိုရှာပါ။

(b) $\{ p, q, r \} \cap \{ p, q, r, s, t \} \cap \{ m, n, p, r\ s \}$ ကိုရှာပါ။

10.6.3 အစုနှစ်ခု၏ခြားနားခြင်း (Difference of Two Sets)

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ နှင့် $B = \{1, 3, 5\}$ အစုနှစ်ခုကိုစဉ်းစားပါ။ ဖော်ပြပါဗာန်းသရုပ်ပြပုံ (Venn diagram) (10.10)ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ(10.10)

အစု A ထဲတွင်ရှိပြီး အစု B ထဲတွင်မပါဝင်သော အစုဝင်များကို ရွေးချယ်ခဲ့လျှင် နောက်ထပ်အစု{ 2, 4 }ကိုရမည်။၎င်းအစုကို A\ B ဟုရေးလျက် " A minus B" ဟုဖတ်သည်။

$\therefore A \setminus B = \{2, 4\}$

ယေဘုယျအားဖြင့် အောက်ပါအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်နိုင်သည်။

အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်။ အစုနှစ်စု A နှင့် B တို့၏ခြားနားခြင်း A\B သည် အစုတစ်ခုဖြစ်ပြီးယင်း၏အစုဝင်များသည် A ၏အစုဝင်များဖြစ်ကြပြီး B ၏အစုဝင်များမဟုတ်ကြပါ။

မှတ်ချက်။ A \ B ကိုအောက်ပါအဆင့်များဖြင့်ရှာနိုင်သည်။

အဆင့်(1) A ထဲရှိအစုဝင်များကိုရေးချပါ။

အဆင့်(2) ၎င်းအစုဝင်များမှ B ထဲတွင်ပါဝင်နေသောအစုဝင်များကိုဖယ်ထုတ်ပါ။

အဆင့်(3) ကျန်ရှိသောအစုဝင်များပါသည့်အစုသည် A \ B ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1) $A = \{a, b, c, d, e\}$ နှင့်$B = \{a, e, i, o, u\}$ဖြစ်လျှင် (a) A \ B (b) B \ A ကိုရှာပါ။

A\B = B\A ဖြစ်ပါသလား။

(a) A \ B ကိုရှာရန် A ထဲရှိအစုဝင်များကိုရေးချပါ။

a, b, c, d, e

၎င်းအစုဝင်များထဲမှ B ထဲတွင်ပါဝင်သောအစုဝင်များကိုဖယ်ထုတ်ပါ။

$\cancel{a}$, b, c, d, $\cancel{e}$

$\therefore$ A\B = { b, c, d } ------------- (1)

(b) ထိုနည်းတူ B \ A ကိုရှာရန် B ထဲရှိအစုဝင်များကိုရေးချပါ။

a, e, i, o, u

၎င်းအစုဝင်များထဲမှ A ထဲတွင်ပါဝင်သောအစုဝင်များကိုဖယ်ထုတ်ပါ။

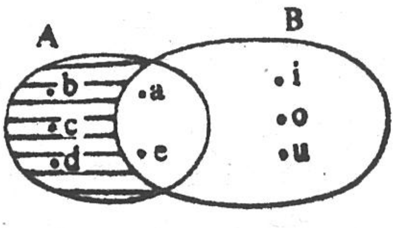
$\cancel{a}$, $\cancel{e}$, i, o, u

$\therefore$ B \ A ={ i, o, u } -------------- (2)

(1) နှင့် (2) အရ

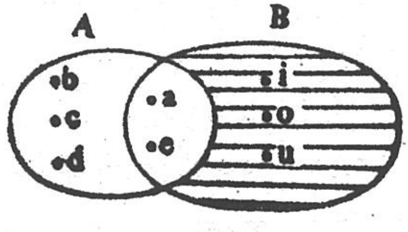
$\therefore$ A \ B $\neq$ B \ A ဖြစ်သည်ကိုတွေ့ရသည်။

အထက်ဖော်ပြပါ ဥပမာမှ A \ B နှင့် B \ A ကိုဗာန်းသရုပ်ပြပုံဖြင့် ပုံ(10.11) နှင့် (10.12) တို့တွင်အသီးသီးဖော်ပြထားသည်။



ပုံ(10.11)

A \ B ကိုခြယ်မှုန်းပြထားသည်။



ပုံ(10.12)

B \ A ကိုခြယ်မှုန်းပြထားသည်။

ဥပမာ (2) A = { 1, 3, 5, 7, 9 } နှင့် B = { 3, 9 } ဖြစ်လျှင်

(a) A \ B (b) B \ A ကိုရှာပါ။

(a) A \ B ကိုရှာရန် A ထဲရှိအစုဝင်များမှာ

1, 3, 5, 7, 9

၎င်းအစုဝင်များထဲမှ B ထဲတွင်ပါဝင်သောအစုဝင်များကို ဖယ်ထုတ်လျှင်

1, $\cancel{3}$, 5 . 7, $\cancel{9}$

$\therefore$ A \ B = { 1, 5, 7 }

(b) B\A ကိုရှာမည်။ B ၏အစုဝင်များမှာ

3, 9

၎င်းအစုဝင်များထဲမှ A ထဲတွင်ပါဝင်သော အစုဝင်များကိုဖယ်ထုတ်ပါ။

ထိုအခါ ~~3~~, ~~4~~

$\therefore B \setminus A = \{\ \} = \phi$, ဗလာအစု

ဥပမာ (3) $P = \{1, 2, 3, 4\}$ နှင့် $Q = \{a, b, c\}$ ဖြစ်လျှင်

(a) $P \setminus Q$ (b) $Q \setminus P$ ကိုရှာပါ။

(a) $P \setminus Q$ ကိုရှာရန်

1, 2, 3, 4

၎င်းအစုဝင်များထဲတွင် Q ၏အစုဝင်များမရှိ၍ဖယ်ထုတ်ရန်မလိုပါ။

$P \setminus Q = \{1, 2, 3, 4\} = P$

(b) ထိုနည်းတူ $Q \setminus P = \{a, b, c\} = Q$

10.6.4 စကြာဝဠာအစု (The Universal Set " S")

သင်အပါအဝင်သင်နေသော ကျောင်းရှိကလေးများ၏အစုများကိုဖော်ပြနိုင်းသည်ဆိုပါစို့၊

ဥပမာ-သင်၏အတန်းတွင်းရှိကျောင်းသားများ၏အစု၊

အစုတစ်စုကိုဖော်ပြရာ၌တိကျသေချာစွာအဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ရမည်ကို သတိပြုရမည်။

ဥပမာအားဖြင့် အသားလှတ်သော ကျောင်းသား၊ကျောင်းသူများအစုသည် သေချာတိကျစွာ **ဖော်ပြထားခြင်းမရှိသောအစုဖြစ်သည်။** အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် အသားအနည်းငယ်ညိုသောကျောင်းသား၊ကျောင်းသူများရှိနိုင်ပြီး ထိုသူများသည် အထက်ဖော်ပြပါအစုတွင် ပါမပါကို မဆုံးဖြတ်နိုင်ပါ။

အောက်တွင်ဖော်ပြထားသောအစုများသည် သင်အစုဝင်အဖြစ်ပါဝင်သော အစုတစ်ချို့ဖြစ်သည်။

ဥပမာ A သည် သင်၏အတန်းတွင်းရှိကျောင်းသားကျောင်းသူများအစု

B သည် သင်၏ကျောင်းရှိကျောင်းသား၊ကျောင်းသူများအစု

C သည် သင်၏မြို့နယ်ရှိ ကျောင်းသား၊ကျောင်းသူများအစု တို့မှာ

သင်ပါဝင်သောအစုများ ဖြစ်သည်။

ထိုအစုသုံးခု၏ဆက်သွယ်ချက်မှာ

$A \subset B \subset C$ ဖြစ်သည်။

မေးခွန်းတစ်ခုအနေနှင့် C သည်အခြားအစုတစ်ခု၏အစုပိုင်းများ ဖြစ်နိုင်သလားဟုမေးနိုင်သည်ဆိုကြပါစို့၊ C သည်လူသားအားလုံးပါဝင်သောအစု၏ အစုပိုင်းဖြစ်နိုင်သလား၊ ဖြစ်နိုင်ပါသည်။ သို့သော် A , B နှင့် C စသည့်အစုများသည် ကျောင်းသား၊ကျောင်းသူတို့နှင့်သာသက်ဆိုင်သောအစုများဖြစ်နေသည်။ ထို့ကြောင့် C သည် " ကျောင်းသား၊ကျောင်းသူများအားလုံးအစု၏ " အစုပိုင်း ဖြစ်သည်ဟုဆိုခြင်းက ပိုမိုသင့်တော်ပါသည်။

အထက်တွင်စဉ်းစားခဲ့သော အစုအားလုံးသည် ဤအစုထဲတွင် ပါဝင်နေသည်။ ဤအစုကို အထက်တွင်စဉ်းစားခဲ့သောအစုအားလုံးအတွက်စကြာဝဠာအစု (Universal Set) ဟုခေါ်သည်။

အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်။ ဆွေးနွေးချက်တစ်ခု(တစ်နည်း)အခြေအနေတစ်ခုတွင်ပါဝင်သောအစုဝင်အားလုံး၏အစုကို စကြာဝဠာအစု (Universal Set) ဟုခေါ်လျက် " S " ဖြင့်သတ်မှတ်၏။

အခြေအနေတစ်ခုတွင် ကျွန်ုပ်တို့စဉ်းစားသော အစုအားလုံးသည် (Universal Set) ၏အစုပိုင်းများဖြစ်သည်။

ဥပမာအားဖြင့် အစု A = { 0, 2, 4, 6 } ကိုစဉ်းစားလျှင်အောက်ဖော်ပြပါ အစုများကို စကြာဝဠာအစုအဖြစ်စဉ်းစားနိုင်သည်။

(i) အနုတ်မဟုတ်သောစုံကိန်းများအစု ={ 0, 2, 4, 6, 8, ...} သို့မဟုတ်

(ii) 8 အောက်ငယ်သောအနုတ်မဟုတ်သည့်စုံကိန်းများအစု ={ 0 , 2 , 4 , 6 }သို့မဟုတ်

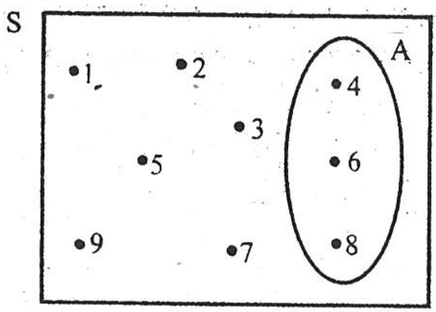
(iii) အပြည့်ကိန်းများအစု = { 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , ...} တို့ဖြစ်နိုင်သည်။

အခြားဥပမာတစ်ခုမှာ အကယ်၍ A = { a , b , c ,d , p , q } ကိုစဉ်းစားပါက စကြာဝဠာအစု(Universal Set) သည်အင်္ဂလိပ်ဗျည်းသရများပါဝင်သောအစု

S = {a, b, c, d, ..., x, y, z} ဖြစ်နိုင်သည်။

ထိုနည်းတူ အကယ်၍ S = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} သည် စကြာဝဠာအစုဖြစ်လျှင် A = {4, 6, 8} သည် S ၏အစုပိုင်းဖြစ်လိမ့်မည်။

အစု A နှင့် S ကိုVenn diagram ဖြင့် ပုံ(10.13)တွင် ဖော်ပြထားသည်။



ပုံ(10.13)

$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ နှင့် $A = \{2, 4, 5\}$ တို့မှ $A' = \{1, 3\}$

မှတ်ချက်။ $A' = S \setminus A$ ဖြစ်သည်ကိုသတိပြုရမည်။

ဥပမာ (1)။ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ နှင့်

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ဖြစ်လျှင်အောက်ပါတို့ကိုရှာပါ။

(a) A' (b) $A' \cap A$ (c) $A' \cup A$

(d) $(A')'$ (e) ϕ' (d) S'

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

(a) $A' = \{2, 4, 6, 8\}$

(b) $A' \cap A = \phi$

(c) $A' \cup A = \{2, 4, 6, 8, 1, 3, 5, 7, 9\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$= S$

(d) $A' = \{2, 4, 6, 8\}$ နှင့်

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ဖြစ်၍

$(A')' = \{1, 3, 5, 7, 9\} = A$

(e) $\phi' = S \setminus \phi = S$

(f) $S' = S \setminus S = \phi$

မှတ်ချက်။ ဤ ဥပမာသည် အစုများနှင့်ပတ်သက်ပြီး ယေဘုယျအနေနှင့် မှန်ကန်သည့် အောက်ပါ ဂုဏ်သတ္တိများချိန်ကိုက်ပြသော ဥပမာတစ်ခုဖြစ်သည်။

(a) $A \cap A' = \phi$

(b) $A \cup A' = S$

(c) $(A')' = A$

လေ့ကျင့်ခန်း 10.6

1. အောက်ပါမှ $A \setminus B$ နှင့် $B \setminus A$ အစုများကိုရှာပါ။

(a) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{3, 5\}$

(b) $A = \{p, q, r, s, t\}$, $B = \{x, y, z\}$

(c) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$

2. S သည် သဘာဝကိန်းများအစုနှင့် T သည်စုံကိန်းများပါဝင်သောအစုဖြစ်လျှင်၊ T ၏ ဖြည့်ဖက်အစုကိုစာသား (in words) ဖြင့်ဖော်ပြပါ။

3. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ နှင့် $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ နှင့် $B = \{2, 4, 6, 8\}$ ဖြစ်လျှင်

(a) A' (b) B' (c) $A' \cap B'$ (d) $A \cup B$ နှင့်

(e) $(A \cup B)'$ တို့ကိုရှာပါ။

4. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$,
$B = \{1, 3, 5, 7\}$, $C = \{2, 4, 6, 8\}$ ဖြစ်လျှင်

(i) A', B' နှင့် C' အစုများကို စာရင်းပြုစုပါ။

(ii) အောက်ပါအချက်များအနက် မည်သည့်အချက်သည်မှန်၍ မည်သည့်အချက်သည် မှားသည်ကိုဖော်ပြပါ။

(a) $A \cap A' = \phi$

(b) $A \cup A' = \phi$

(c) $A \subset B$

(d) $B \subset A$

(e) $A' \subset B'$

(f) $B' \subset A'$

(g) $B' = C$

(h) $B \subset C$

107 ကိန်းစစ်မျိုး

ကိန်းစစ်စနစ်နှင့်ပတ်သက်ပြီး အခန်း(၁)တွင်ဖော်ပြခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ကိန်းစစ်စနစ်ကို အဆင့်ဆင့် ချဲ့ထွင်ဖော်ထုတ်ခဲ့ရာတွင် အောက်ပါ ကိန်းစစ်အမျိုးအစားများကို တစ်ခုပြီးတစ်ခု တွေ့ရှိခဲ့ရ သည်။

ရေတွက်ကိန်း (သဘာဝကိန်း) အစု N $\{1, 2, 3, 4, 5.$

အပြည့်ကိန်းအစု W $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$

အထက်ပါကိန်းတို့သည် ပေါင်းခြင်းနှင့် မြှောက်ခြင်းအတွက်သာ ပြည့်စုံလုံလောက်ပြီး " နုတ်ခြင်း"အတွက် မပြည့်စုံသည့်အလျှောက် အနုတ်ကိန်းပြည့်များကို တီထွင်ကြံဆခဲ့ရပါသည်။ ဤသို့ဖြင့်

ကိန်းပြည့်များအစု I $= \{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$

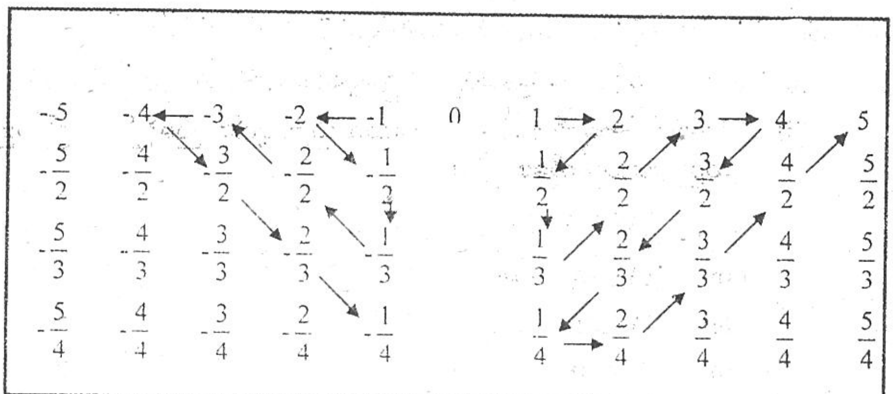
ကို သတ်မှတ်ဖော်ထုတ်ခဲ့သည်။ ဂဏန်းသင်္ချာ၏ အခြေခံလုပ်ထုံးလေးခုမှ ကျန်ရှိနေသေးသော စားခြင်းအတွက်ပါလိုအပ်ချက်ကို ဖြည့်ဆည်းပေးနိုင်သည့် ကိန်းစနစ်မှာ " **အနုတ်အပိုင်းကိန်းများ**" " **အပေါင်းအပိုင်းကိန်းများ**" နှင့် "**ကိန်းပြည့်များ**" ပါဝင်သောရာရှင်နယ်ကိန်း အစုပင်ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိပြီးဖြစ်သည်။

ရာရှင်နယ်ကိန်းများအစု Q $= \{\ldots, -3, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -2, -1, 0, 1, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 3, \ldots\}$

မည်သို့မည်ပုံ အစု Q ကို ရေးသားထားသည်ကို ဖော်ပြသော ပုံ (10.14) ကို ကြည့်ပါ။

$= \{\ldots, -2, -1, 0, +1, +2, \ldots\} \cup \{\ldots, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \ldots\}$

$=$ { ကိန်းပြည့်များအစု } $\cup$ { အပိုင်းကိန်းများအစု }



ပုံ (10.14)

$N \subset W \subset I \subset Q$ ဖြစ်ကြောင်း လွယ်ကူစွာပင် အောက်ပါဇယားအကူအညီဖြင့် တွေ့မြင်နိုင်သည်။

သဘာဝကိန်း (ရေတွက်ကိန်း)

$\{1, 2, 3, 4, ...\}$

အပြည့်ကိန်း

$\{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$

ကိန်းပြည့်

$\{ ...., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$

ရာရှင်နယ်

$\{ ...., -3, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -2, -1, 0, 1, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 3, ...\}$

အထက်ပါကိန်းစနစ်များမှ အကြီးဆုံးဖြစ်သည့် ရာရှင်နယ်ကိန်းစနစ်ပင်လျှင် $\sqrt{2}$ ကဲ့သို့သော ကိန်းများမပါဝင်ပေ။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုသော် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြင့် ညီမျှခြင်း $x^2 = 2$ ၏ အဖြေကို ဖော်ပြရန်မဖြစ်နိုင်ပေ။ သို့ဖြစ်၍ $\sqrt{2}$ ကဲ့သို့သော ရာရှင်နယ်ကိန်းမဟုတ်သည့် ကိန်းများကိုကိန်းစနစ်တွင် ထပ်လောင်းဖြည့်စွက်ခဲ့ရသည်။ ထိုသို့ ဖြည့်စွက်လိုက်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းမဟုတ်သည့် ကိန်းများကို " **အီရာရှင်နယ်ကိန်းများ**" ဟုခေါ်သည်။ " **ရာရှင်နယ်ကိန်းများ**" နှင့် **"အီရာရှင် နယ်ကိန်းများ" ကို နှော၍ရရှိသည့်ကိန်းအစုကို ကိန်းစစ်အစုဟုခေါ်ပြီးထိုအစုဖြင့် ဖော်ပြသော ကိန်းစနစ်ကို ကိန်းစစ်စနစ်ဟုခေါ်သည်။**

ကိန်းများကို မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်တွင် သင့်လျော်သော အလျားယူနစ်ကို အသုံးပြု၍ ဖော်ပြနိုင်ကြောင်း တွေ့ရှိပြီးဖြစ်သည်။ ထိုသို့ဖော်ပြခြင်းကို " ကိန်းမျဉ်း" ဟုခေါ်သည်။

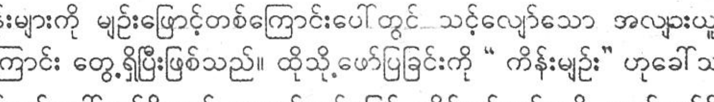
ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်ရှိသည့် အမှတ်တစ်ခုဖြင့် ကိန်းစစ်တစ်ခုကို သတ်မှတ်နိုင်သကဲ့သို့ အပြန်အလှန်အားဖြင့်လည်း အမှတ်တစ်ခုကို ကိန်းစစ်တစ်ခုဖြင့် သတ်မှတ်နိုင်ပေသည်။ ဤသို့ဖြင့် ကိန်းစစ်အားလုံးကို မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းသည် ကိုယ်စားပြုသည်ဟု ဆိုနိုင်သည်။ ထိုမျဉ်းဖြောင့်ကို ကိန်းစစ်မျဉ်းဟု ခေါ်သည်။ သင်္ကေတ R ဖြင့် ကိန်းစစ်မျဉ်းကို ဖော်ပြသည်။

ထို့ကြောင့် $R = Q \cup \{$ အီရာရှင်နယ်ကိန်းများအစု $\}$ ဖြစ်သည်။

ဤသို့ဖြင့် အောက်ပါဆက်သွယ်ချက်တစ်ရပ်ကို လွယ်ကူစွာတွေ့မြင်နိုင်သည်။

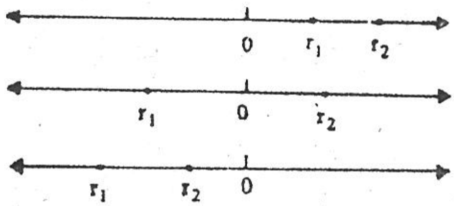
$$N \subset W \subset I \subset Q \subset R$$

ကိန်းစစ်မျဉ်းကို ပုံဖြင့် အောက်တွင် ဖော်ပြထားသည့်ပုံ (10.15) ကို ကြည့်ပါ။



ပုံ (10.15)

ကိန်းစစ်မျဉ်းအားဖြင့်လည်း ကိန်းစစ်နှစ်ခုကို နှိုင်းယှဉ်နိုင်ပေသည်။ ပုံ (10.16) တွင် ကိန်းစစ် r_1 နှင့် r_2 တို့ကို ကိန်းစစ်မျဉ်းပေါ်တွင် ဖော်ပြထားသည်။ ဤပုံမှာကဲ့သို့ အကယ်၍ ကိန်းစစ်မျဉ်းပေါ်တွင် ကိန်း r_2 ကို ကိုယ်စားပြုသောအမှတ်သည် ကိန်း r_1 ကို ကိုယ်စားပြုသော အမှတ်၏ ယာဘက်တွင် ရှိလျှင် r_1 သည် r_2 အောက်ငယ်သည်ဟုဆို၍ $r_1 < r_2$ သင်္ကေတဖြင့် ဖော်ပြသည်။
ကိန်းစစ်မျဉ်း



ပုံ (10.16)

ထိုနည်းတူပင် $r_2 > r_1$ ကို အဓိပ္ပာယ်ဖွင့်ဆိုနိုင်သည်။

အခန်း (11)
ကိန်းအဆင်နှင့် ကိန်းစဉ်များ

11.1 စဉ်လိုက်ကိန်းများ

ဖော်ပြပါဆက်တိုက်အပြည့်ကိန်းများကို စတုရန်းကွက်စာရွက်တွင်ကူးယူပြီး အမှတ် (1) မှ (6) အထိ မေးခွန်းများကို ဖြေဆိုကြည့်ပါ။ ထိုအခါ ကိန်းအဆင်များကို မြင်တွေ့လာရမည်။

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

လေ့ကျင့်ခန်း (11.1)

1. အောက်ဖော်ပြပါ အတန်း/ အတိုင် အလိုက်ရှိနေသည့် ကိန်းအားလုံးကို ကြည့်လျှင် မည်သည့် အချက်တို့ကို သတိပြုမိမည်နည်း။
   (a) တတိယတန်းရှိ ကိန်းအားလုံး
   (b) အဋ္ဌမတန်းရှိ ကိန်းအားလုံး
   (c) ဆဋ္ဌမတန်းရှိ ကိန်းအားလုံး
2. 55 နှင့် 99 တို့သည် မည်သည့်အတန်းနှင့် မည်သည့်အတိုင်တွင် ရှိသနည်း။
3. (a) အဓိကထောင့်ဖြတ် (main diagonal) မျဉ်းပေါ်ရှိ ကိန်းများ၏ ထူးခြားချက်ကို ဖော်ပြပါ။
   (b) အခြားထောင့်ဖြတ်မျဉ်းပေါ်ရှိ ကိန်းများ၏ ထူးခြားချက်ကို ဖော်ပြပါ။
4. စုံကိန်းများအားလုံး မည်သည့်နေရာတွင် တည်ရှိသနည်း။

5. (a) 3 ၏ ဆတိုးကိန်းများအားလုံးကို အရောင်ခြယ်ပါ။

(b) 7 ၏ ဆတိုးကိန်းများကို အခြားအရောင်ဖြင့် ခြယ်ပါ။

(c) အရောင်နှစ်ရောင်စလုံး ခြယ်ထားသော ကိန်းများသည် မည်သည့်ကိန်းမျိုးဖြစ်သနည်း။

6. အခြားပုံတစ်ပုံ ထပ်ဆွဲ၍ အောက်ပါတို့ကို အရောင်ခြယ်ပါ။

(a) သုဒ္ဓကိန်းများ

(b) ကိန်းတစ်လုံးရှိ ဂဏန်းတို့ကို ပေါင်းလျှင် ပေါင်းလဒ် 5 ရသော ကိန်းများ

(c) အခြားစိတ်ဝင်စားဖွယ်ရှိသော ကိန်းစုများ

11.2 ကိန်းတည်ဆောက်မှုပုံစံအမျိုးမျိုးနှင့် ကိန်းစဉ်အမျိုးမျိုး

အောက်ပါကိန်းအစုများကို သိရှိပြီး ဖြစ်ခဲ့သည်။

အပြည့်ကိန်းများ၏ အစု { 0, 1, 2, 3,...}

သဘာဝကိန်းများ၏အစု { 1, 2, 3,...}

စုံကိန်းများအစု { 0, 2, 4, 6,...}

မကိန်းများ၏ အစု { 1, 3, 5, 7, ...}

သုဒ္ဓကိန်းများ၏ အစု { 2, 3, 5, 7, 11, ...}

6 ၏ ဆတိုးကိန်းများအစု { 0, 6, 12, 18,...}

ဤသို့ဖြင့် ဂုဏ်သတ္တိတစ်ခုခုကို လိုက်နာ၍ အစီအစဉ်အလိုက် ရေးသားထားသော **ကိန်းဂဏန်းများကို ကိန်းစဉ်**ဟုခေါ်သည်။ ၎င်းကိန်းစဉ်တွင် ပါဝင်သော ကိန်းများကို **ကိန်းလုံးများ**ဟုခေါ်သည်။

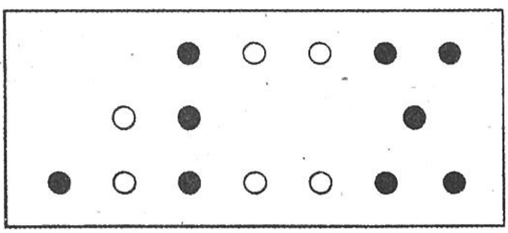
ဥပမာအားဖြင့်

(a) 0, 2, 4, 6, ...

(b) 1, 10, 100, 1000, ...

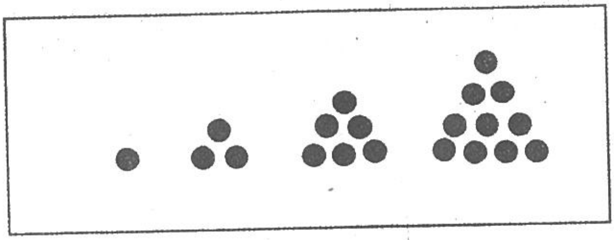
(c) 50, 45, 40, 35, ... တို့သည် ကိန်းစဉ်များ ဖြစ်ကြသည်။

ကိန်းစဉ်များကို ပုံစံအမျိုးမျိုးဖြင့် သရုပ်ဖော်နိုင်သည်။



ပုံ (11.1)

ပုံ (11.1) သည် သဘာဝကိန်းများဖြစ်သော 1, 2, 3, ... တို့ကို သရုပ်ဖော်ထားသည်။



ပုံ (11.2)

ပုံ (11.2) သည် တြိဂံပုံဖော်ကိန်းများဖြစ်သော 1, 3, 6, 10 တို့အတွက် သရုပ်ဖော်ထားသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း **(11.2)**

1. (a) ပုံ (11.1) ကို ကူးယူ၍ ကိန်းစဉ်အတွက် နောက်ထပ်ကိန်း 2 လုံးကို အစက်ပုံစံဖြည့်စွက်ပါ။

   (b) ထိုကိန်းစဉ်၏ ပထမကိန်း 6 လုံးကို ရေးပါ။

2. $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \ldots$ အစရှိသော သဘာဝကိန်းများ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများဖော်ပြသော ကိန်းစဉ်အတွက် အစက်ပုံစံဖြင့် ဆွဲပြပါ။

3. အောက်ပါကိန်းစဉ်တစ်ခုစီမှ ကိန်းနှစ်လုံးစီဖြည့်၍ ရေးပါ။

   (a) 1, 3, 5, 7, ... , ...

   (b) 2, 4, 8, 16, ... , ...

   (c) 4, 9, 16, 25, ... , ...

   (d) 1, 2, 1, 3, 1, 4, ... , ...

   (e) 0, 5, 10, 15, ... , ...

   (f) $0 \times 3, 1 \times 4, 2 \times 5, 3 \times 6, \ldots, \ldots$

4. ကိန်းစဉ်ဖြစ်စေရန်အတွက် အောက်ပါကိန်းများမှ ချန်လှပ်သင့်သည်တို့ကို ချန်၍ ဖြည့်စွက်သင့်သည်တို့ကို ဖြည့်စွက်ပါ။

   (a) 1, 5, 9, 11, 17, 21

   (b) 1, 4, 9, 16, 20, 25

   (c) 91, 84, 77, 71, 63

   (d) 1, 3, 6, 10, 15, 20

5. အောက်ပါကိန်းစဉ်တစ်ခုစီတွင်ချန်လှပ်ထားသောကွက်လပ်တွင် သင့်လျော်သောကိန်းများဖြည့်စွက်ပါ။

   (a) 4, ..., 12, 16, 20

   (b) 2, 1, 3, 2, 4, ..., 5, 4

   (c) 16, 8, 4, 2, ...

   (d) 99, 87, 75, ... , 51

6. အောက်ပါကိန်းစဉ်တို့မှ 5 ကြိမ်မြောက်ကိန်းလုံးနှင့် 8 ကြိမ်မြောက် ကိန်းလုံးတို့ကို ရှာပါ။

(a) 3, 5, 7, 9, ...

(b) 2, 3, 5, 8, ...

(c) 3, 6, 12, 24, ...

(d) 1, 0.1, 0.01, 0.001, ...

(e) 1, 4, 9, 16, ...

(f) 2 ဖြင့် စသော သုဒ္ဓကိန်းများ

(g) $1 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 4, 4 \times 5, \ldots$

(h) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots$

11.3 ကိန်းစဉ်ရှိ ကိန်းလုံးအစီအစဉ်များ

အထက်တွင် လေ့လာခဲ့သည့် လေ့ကျင့်ခန်း (11.2) နံပါတ် (6) တွင် ကိန်းလုံး 4 လုံးသာ ပေးထားသည့် ကိန်းစဉ်တို့၏ 5 ကြိမ်မြောက်နှင့် 8 ကြိမ်မြောက်ကိန်းလုံးတို့ကို ရှာနိုင်ကြောင်း တွေ့ခဲ့ကြပေပြီ။ ဤသို့ဖြစ်ရခြင်းမှာ ကိန်းစဉ်တစ်ခုရှိ ကိန်းလုံးများတွင် အစီအစဉ်ရှိခြင်းကြောင့် ဖြစ်သည်။

ကိန်းစဉ်တစ်ခုတွင် ကိန်းလုံးများ၏ အစီအစဉ်သည် အရေးကြီးပေသည်။ သို့သော် အစုတစ်ခုတွင်မူ အစုတွင်ပါဝင်သည့်အစုဝင်များ၏ အစီအစဉ်သည် အရေးမကြီးပေ။ ဤအချက်သည် ကိန်းစဉ်နှင့်အစုတို့၏ ခြားနားချက်တစ်ခုပင်ဖြစ်သည်။

ဥပမာအားဖြင့် သဘာဝကိန်းများနှင့် စဉ်လိုက်မကိန်းများကို အောက်ပါအတိုင်း တွဲလျက် ဖော်ပြနိုင်သည်။

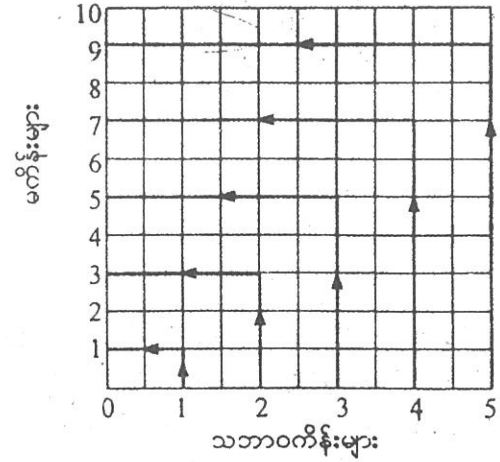
သဘာဝကိန်း	1	2	3	4	5	...
	↓	↓	↓	↓	↓	
မကိန်းများ	1	3	5	7	9	...

၎င်းမှ တတိယမကိန်းလုံးသည် 5 ဖြစ်၍ ပဥ္စမ မကိန်းလုံးသည် 9 ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရှိရပေသည်။

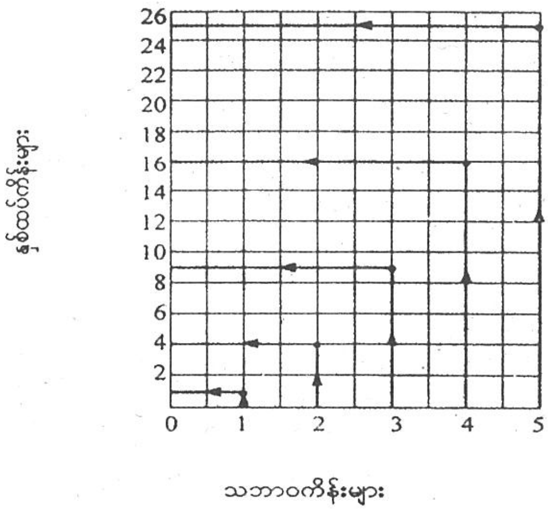
ထို့ပြင် သဘာဝကိန်းများနှင့် ၎င်းတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းများကို တွဲလျက် အောက်ပါအတိုင်း ပြနိုင်သည်။

သဘာဝကိန်း	1	2	3	4	5	....
	↓	↓	↓	↓	↓	
နှစ်ထပ်ကိန်းများ	1	4	9	16	25	...

ဤဆက်သွယ်မှုများကို ဂရပ်ဖြင့် ပုံ (11.3) နှင့် ပုံ (11.4) မှာကဲ့သို့ ဖော်ပြနိုင်၏။



ပုံ (11.3)



ပုံ (11.4)

လေ့ကျင့်ခန်း (11.3)

1. အောက်ပါတို့ကို ရှာပါ။
   - (a) 6 ကြိမ်မြောက် မကိန်း။
   - (b) 5 ကြိမ်မြောက် စုံကိန်း။
   - (c) 4 ကြိမ်မြောက် နှစ်ထပ်ကိန်း။
   - (d) တြိဂံပုံဖော် တတိယကိန်း။
   - (e) 12 ကြိမ်မြောက် 12 ၏ ဆတိုးကိန်း။
2. အောက်ဖော်ပြပါကိန်းစဉ်များ၏ပထမကိန်းငါးလုံးနှင့်တွဲလျက်ပထမသဘာဝကိန်း 5 ခု ကို ယှဉ်တွဲဖော်ပြပါ။

တစ်ခုစီကို ပုံ (11.4) ကဲ့သို့ ဂရပ်ပုံဆွဲခြင်းဖြင့် ပြပါ။

(a) စုံကိန်းများ

(b) သဘာဝကိန်းများ၏ 3 ထပ်ကိန်းများ (၎င်းမှာ $1^3, 2^3, 3^3, ..$)

(c) 2, 3, 5, 8, ...

(d) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$

3. 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... သည် တတိယကိန်းမှစ၍ ကိန်းအလုံးတိုင်းသည် ရှေ့ကိန်းနှစ်လုံး ပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီသော ကိန်းစဉ်ဖြစ်သည်။

"ထိုကိန်းစဉ်မျိုးကို(Fibonacci) ဆိုသူ တီထွင်၍ Fibonacci ကိန်းစဉ်ဟုခေါ်သည်။" ဤကိန်းစဉ်မျိုး အမျိုးမျိုးကို ပထမကိန်းနှစ်လုံးအတွက် ကိန်းဂဏန်းအမျိုးမျိုးရွေး၍ ပြုလုပ်နိုင်ပေသည်။

Fibonacci ကိန်းစဉ်အတိုင်း ကိန်း 5 လုံး ဆက်ရေးပါ။

(a) 1, 3, ...

(b) 1, 4, ...

11.4 ကိန်းစဉ်တစ်ခုမှ နောက်ဆက်တွဲကိန်း

အောက်ပါဥပမာများကို လေ့လာကြည့်ကြပါစို့။

ဥပမာ (1) ကိန်းစဉ် 5, 8, 11, 14, ... မှ နောက်ကိန်းသည် ၎င်း၏ ရှေ့ကိန်းကို 3 ပေါင်းခြင်းဖြင့် ရရှိသည်။

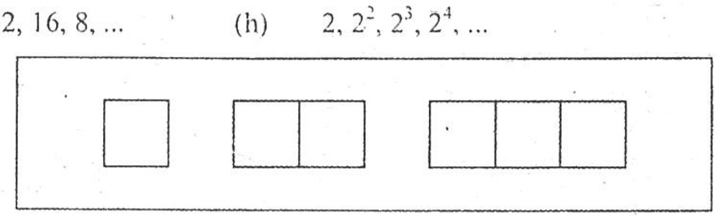
(2) $3, 1, \frac{1}{3}$ ....ကိန်းစဉ်မှနောက်ကိန်းသည်ရှေ့ကိန်းကို $\frac{1}{3}$ နှင့်မြှောက်ခြင်းဖြင့်ရရှိသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (11.4)

1. အောက်ပါကိန်းစဉ်တစ်ခုစီမှ ဆက်တိုက်နောက်ကိန်းကို ရစေမည့် စည်းမျဉ်း ဂုဏ်သတ္တိတစ်ခုကိုရှာပါ။

(a)	100, 96, 92, 88, ...	(e)	9.9, 8.8, 7.7, 6.6, ...
(b)	3, 6, 12, 24, ...	(f)	1, 10, 100, 1000, ...
(c)	1, 3, 5, 7, ...	(g)	$0, \frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, ...$
(d)	64, 32, 16, 8, ...	(h)	$2, 2^2, 2^3, 2^4, ...$

2.



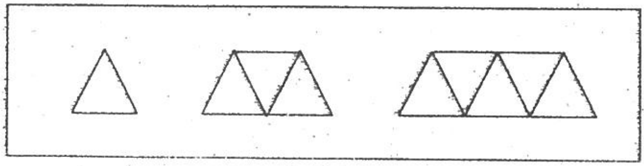
ပုံ (11.5)

ပုံ (11.5) တွင် တုတ်ချောင်းလေးများကို ဆက်၍ ကိန်းစဉ်တစ်ခုကို ဖော်ပြထားသည်။ နောက်ထပ်ပုံနှစ်ခုကိုဖြည့်စွက်၍ အောက်ပါတို့အတွက် ကိန်းစဉ်များရေးပြီး နောက်ဆက်တွဲကိန်းနှစ်လုံးစီရှာပါ။

(a) ပုံရှိ စတုရန်းကွက်များ အရေအတွက်

(b) ပုံရှိ တုတ်ချောင်းကလေးများ၏ အရေအတွက်

3.



ပုံ (11.6)

ပုံ (11.6) သည် အခြားကိန်းစဉ်ပုံစံတစ်မျိုးဖြစ်၍ တုတ်ချောင်းကလေးများနှင့် ပုံဖော်ထားသည့် ၎င်းပုံကို ကူး၍ စတုတ္ထကိန်းပုံစံ ပါဝင်လာအောင် ဖြည့်စွက်ပါ။

4. အထက်ပါပုံ(11.6) ကိုသုံး၍ အောက်ပါပေးထားချက်များအရ ကိန်းစဉ်များကို ရေးပါ။ ထို့နောက် ကိန်းနှစ်လုံးစီဖြည့်စွက်ပါ။

(a) တြိဂံအရေအတွက်ပြသော ကိန်းစဉ်

(b) တုတ်ချောင်းပွဲစဉ် အရေအတွက်ပြသော ကိန်းစဉ်

(c) တြိဂံအရေအတွက်နှင့် အနားပြိုင်စတုဂံအရေအတွက်ပြသော ကိန်းစဉ်

11.5 ကိန်းစဉ်တစ်ခုမှ n ကြိမ်မြောက်ကိန်းလုံး

ကိန်းစဉ်တစ်ခုရှိ ကိန်းလုံးများက လိုက်နာလျက်ရှိသော ဥပဒေစည်းကမ်းတစ်ခုကို အက္ခရာသင်္ချာပုံသေနည်းအသွင်ဖြင့် မကြာခဏဖော်ပြ၍ ရေးလေ့ရှိသည်။

ဥပမာ (1)

သဘာဝကိန်းများ	1	2	3	4 ...	n ...
	↓	↓	↓	↓ ...	↓ ...
စုံကိန်းများ	0	2	4	6 ...	? ...
	2×0	2×1	2×2	2×3	$2\times(n-1)$

အထက်ပါဖော်ပြချက်အရ n ကြိမ်မြောက်ကိန်းသည် $2\times(n-1)$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရှိရသည်။ ထို့ကြောင့် စုံကိန်းများပါသော ကိန်းစဉ်၏ n ကြိမ်မြောက်ကိန်းသည် $2(n-1)$ ဖြစ်သည်။

ကိန်းစဉ်၏ n ကြိမ်မြောက် ကိန်းလုံးကို သိခြင်းဖြင့် ကိန်းစဉ်၏မည်သည့်ကိန်းလုံးကိုမဆို ရရှိနိုင်သည်။ ဤနည်းဖြင့်

100 ကြိမ်မြောက် စုံကိန်းသည် $2\times(100-1) = 2\times99 = 198$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (2) n ကြိမ်မြောက်ကိန်းသည် $\frac{1}{2}n(n+1)$ ဟု ပေးထားသော ကိန်းစဉ်မှကိန်း 4 လုံးကိုရေးပါ။

ပထမကိန်းကိုရှာရန် n နေရာ၌ 1 သွင်းသဖြင့် $\frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$

ဒုတိယကိန်းကိုရှာရန် n နေရာ၌ 2 သွင်းသဖြင့် $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

တတိယကိန်း $= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

စတုတ္ထကိန်း $= \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$

ကိန်းစဉ်မှာ 1, 3, 6, 10, ...

လေ့ကျင့်ခန်း (11.5)

1. (a) ကိန်းစဉ် 1, 2, 3, 4, ... မှ n ကြိမ်မြောက် ကိန်းကိုရှာပါ။ ၎င်းမှ တစ်ဆင့်ကိန်းစဉ် 2, 3, 4, 5, ... ၏ n ကြိမ်မြောက်ကိန်းကို ရေးပါ။ ထို့အတူ ကိန်းစဉ် 5, 6, 7, 8, ... နှင့် 11, 12, 13, 14, ... တို့၏ n ကြိမ်မြောက် ကိန်းကိုရှာပါ။

   (b) ကိန်းစဉ် 3, 6, 9, 12, ... မှ n ကြိမ်မြောက်ကိန်းကိုရှာပါ။ ၎င်းမှတစ်ဆင့် ကိန်းစဉ် 4, 7, 10, 13, ... ၏ n ကြိမ်မြောက်ကိန်းကိုရှာပါ။ထို့အတူ ကိန်းစဉ် 8, 11, 14, 17, ... နှင့် 12, 15, 18, 21,... တို့၏ n ကြိမ်မြောက်ကိန်းတို့ကို ရေးပါ။

   (c) (a) နှင့် (b) အတွေ့အကြုံကို အခြေပြု၍ အောက်ပါကိန်းစဉ်တို့၏ n ကြိမ်မြောက်ကိန်းကိုရှာပါ။

   (1) 6, 11, 16, 21, ...

   (2) 3, 7, 11, 15, ...

   (3) 0, 6, 12, 18, ...

2. အောက်ပါကိန်းစဉ်တို့မှ n ကြိမ်မြောက်ကိန်း၏ ပုံသေနည်းရေးပါ။

   (a) 1, 2, 3, 4, ...

   (b) 1, 4, 9, 16, ...

   (c) $1 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 4$, ...

   (d) 1, 8, 27, 64,...

   (e) 3, 9, 27, 81, ...

   (f) 5, 9, 13, 17, ...

   (g) $1 \times 2 \times 3, 2 \times 3 \times 4, 3 \times 4 \times 5$, ...

   (h) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$, ...

3. အောက်ပါတို့သည် n ကြိမ်မြောက်ကိန်းလုံးများဖြစ်လျှင် ပထမကိန်း 4 လုံးကို ရှာပါ။

(a) $3n + 2$ (b) 5×2^n

(c) $195 - 6n$ (d) $n(n+1)$

(e) $2^n + 1$ (f) $\frac{2n-1}{1}$

(g) $(n-1)(2n+1)$ (h) $\frac{1}{2}n(n-1)$

4. T_n သည် n ကြိမ်မြောက်ကိန်းလုံးဖြစ်လျှင် ဇယားတွင် ဖော်ပြထားသော ကိန်းလုံးများကို ရှာပါ။

T_n	$n+3$	n^4	3^n	$n(n+1)$	$4n-1$	$n(n+1)(n+2)$
ရှာပါ	T_7	T_5	T_4	T_{100}	T_6	T_{12}

လေ့ကျင့်ခန်း (11.6)

အထွေထွေမေးခွန်းများ

1. ကိန်းစဉ်အသီးသီးမှ n ကြိမ်မြောက်ကိန်း၏ ပုံသေနည်းကို ရေးပါ။

(a) 5, 10, 15, 20 , ...

(b) 2, 4, 8, 16, ...

(c) 3, 4, 5, 6,...

(d) 0, 1, 2, 3, ...

(e) 2, 5, 8, 11, ...

(f) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$

အောက်ပါတို့သည် n ကြိမ်မြောက်ကိန်း၏ပုံသေနည်းများဖြစ်လျှင်ပထမကိန်းနှင့် 10 ကြိမ်မြောက်ကိန်းများကို ရှာပါ။

(a) $n + 5$

(b) $2n - 1$

(c) n^3

(d) $(n + 1)^2$

(e) $n(n - 1)$

(f) $100 - 10n$

ကျောင်းခန်းမတစ်ခုတွင် ခုံများစီထားရာ ပထမအတန်းရှိ ခုံအရေအတွက်သည် 20 ဖြစ်၏။အတန်းတစ်တန်းစီရှိ ခုံအရေအတွက်သည် ကပ်လျက် ရှေ့တန်းခုံအရေအတွက်ထက် 2 ခုံ ပို၏။ ခန်းမတွင် ခုံတန်းပေါင်း 10 တန်းရှိလျှင် ခန်းမတွင် လူမည်မျှ ထိုင်နိုင်သနည်း။

အခန်း (12)

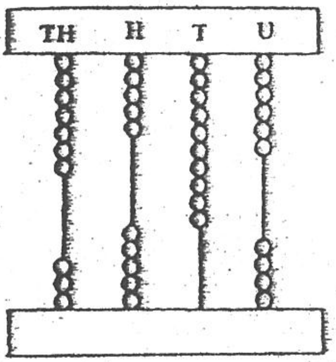
ရေတွက်နည်းစနစ်

ရေတွက်ခြင်းကို ရှေးအခါက အရာဝတ္ထုတစ်ခုအတွက် ခဲလုံးတစ်လုံးဖြင့်လည်းကောင်း၊ သစ် ပင်တွင် ခြစ်ရာတစ်ခုမှတ်၍လည်းကောင်း၊ လက်ချောင်းများကို အသုံးပြု၍လည်းကောင်း ရေတွက်ခဲ့ကြသည်။

ဤနည်းသည် အရေအတွက်နည်းပါးသောအခါ လက်ချောင်းများ၊ ကျောက်တုံးများကို ကြည့်ရုံဖြင့် လွယ်ကူစွာသိနိုင်သည်။

တစ်ဆယ်ထက်များသောအခါ ထိုသို့ အလွယ်တကူမသိနိုင်တော့ချေ။ လက်နှစ်ဖက်တွင် လက်ချောင်းဆယ်ချောင်းသာရှိသဖြင့် သုံးဆယ့်ငါးကို ရေတွက်လိုလျှင် လက်နှစ်ဖက်သုံးခါရေပြီး လက်ငါးချောင်းထပ်ထည့်ရသည်။ ဤနည်းကို ဒသမစနစ် (ဆယ်လီစနစ်) (decimal system) ဟု ခေါ်သည်။

ရေတွက်ရန်များလာသောအခါ အသုံးပြုရန်အတွက် ပေသီးကို တီထွင်ခဲ့ကြသည်။



U = Units (ခု)

T = Tens (ဆယ်)

H = Hundreds (ရာ)

Th = Thousands (ထောင်)

ပုံ (12.1)

ပုံ (12.1) တွင် ပေသီးလုံးလေးများသည် ဝါယာကြိုးတစ်ခုစီတွင် ဆယ်လုံးစီပါရှိသည်။ လက်ယာဘက်ဆုံးရှိအတိုင်သည် ခုဂဏန်း၊ နောက်တစ်ခုသည် ဆယ်ဂဏန်း၊ရာဂဏန်းစသည်ဖြင့် ဖော်ပြသည်။ ဤသို့ဖြင့် အထက်ပါပုံတွင် ပေသီးလုံးကလေးများသည် သုံးထောင့်ငါးရာလေး တန်ဖိုးကို ပြသည်။

	သုံးထောင်	+	ငါးရာ	+	သုညဆယ်	+	လေးခု
=	(3 × 1000)	+	(5 × 100)	+	(0 × 10)	+	(4 × 1)
=	3000	+	500	+	0	+	4
=	3504						

အကယ်၍ 3504 တွင် 6 ဂဏန်းကို ထည့်ပေါင်းလိုသော်ခုဂဏန်းတိုင်ရှိပေသီး 6 လုံး ကို အောက်သို့ဆွဲချခြင်းဖြင့် ၎င်းအတိုင်တွင်ပေသီးလုံး10 လုံးဖြစ်သွားပေမည်။ ထိုအခါ၎င်းပေသီးလုံး 10 လုံးကို အပေါ်ပြန်တင်ပြီး ဆယ်ဂဏန်းတိုင်ရှိ ပေသီးလုံး 1 လုံးကို အောက်သို့ ဆွဲချရပေမည်။

ထို့ကြောင့်　　3504 + 6 = 3510 ကို ရလေသည်။

လွန်ခဲ့သော နှစ်ပေါင်းများစွာက ထိုသို့တွက်ချက်လာခဲ့ကြသည်။ ယခုတိုင်အချို့နေရာများတွင်ပေသီးဖြင့် တွက်ချက်နေကြသေးသည်။

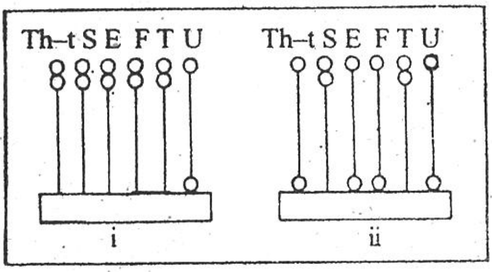
12.1 နှစ်ဂဏန်းအခြေ (Base Two)

နှစ်ဂဏန်းအခြေရှိသောပေသီးတွင်ဝါယာတိုင်တစ်ခုစီ၌ပေသီးနှစ်လုံးပါရှိပြီးလက်ယာဘက်ဆုံးအတိုင်သည် ခုဂဏန်းကိုပြသည်။ 1 ကို ပြလိုလျှင် ပေသီးတစ်လုံးကို အောက်သို့ဆွဲချရမည်။ 2 ကိုပြရန် နောက်ထပ်ပေသီးတစ်လုံးကို အောက်သို့ဆွဲချသည်။ ထိုတိုင်တွင် ပေသီးလုံးများကုန်သောအခါ ယင်းတို့ကို အပေါ်သို့ပြန်တင်ပြီး ဒုတိယတိုင်မှ ပေသီးတစ်လုံးကို အောက်သို့ဆွဲချရသည်။ဒုတိယတိုင်မှ ပေသီးတစ်လုံးသည် 2 ကိုပြသည်။ ဒသမဆယ်လီစနစ်မှ 2 ကို နှစ်လီဆကိန်းစနစ်တွင် 10 ဟု ဖော်ပြသည်။

$2_{ten} = 10_{two}$ (အခြေနှစ်ရှိသော တစ်၊ သုည)

ဤနည်းကို ဆက်လက်အသုံးပြု၍ ရေတွက်လျှင် တတိယတိုင်သည် " လေး"၊ စတုတ္ထတိုင်သည် " ရှစ် " စသည်ဖြင့် 2 ၏ ထပ်ကိန်းများအဖြစ် ရေတွက်သွားနိုင်သည်။

လွယ်ကူစေရန် ပထမအတိုင်မှ (Unit) ကို U, ဒုတိယတိုင်မှ 2(Two) ကို T, တတိယအတိုင်မှ 4 (Four) ကို F, စတုတ္ထအတိုင်မှ 8(Eight) ကို E, ပဉ္စမအတိုင်မှ 16 (Sixteen) ကို S နှင့် ဆဋ္ဌမအတိုင်မှ 32 (Thirty Two) ကို Th- t စသည်ဖြင့် သတ်မှတ်ပါမည်။



ပုံ (12.2)

ပုံ (12.2) (ii) သည် 101101_{two} ဖြစ်၍ အဓိပ္ပာယ်မှာ

$(1 \times 2^5) + (0 \times 2^4) + (1 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (0 \times 2) + 1$

1 (သုံးဆယ့်နှစ်) + 0 (ဆယ့်ခြောက်) + 1 (ရှစ်) + 1 (လေး) + သုည(နှစ်) + 1 (ခု)

$32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1$

(ဆယ်လီစနစ်)

45_{ten}

12.2 ကွန်ပျူတာများနှင့် နှစ်လီဆကိန်းစနစ်

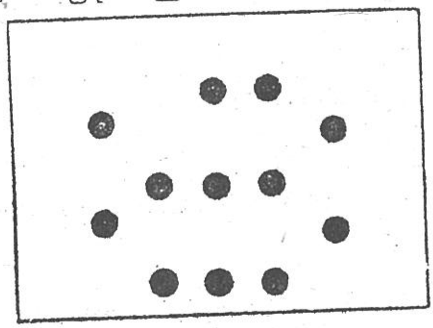
(Computers and the binary scale)

နှစ်လီဆကိန်းစနစ်တွင် 1 နှင့် 0 သင်္ကေတနှစ်ခုကိုသာ အသုံးပြုရသည်။ ဤအချက်သည် ကွန်ပျူတာနှင့် ဆက်သွယ်ရာတွင် အရေးကြီးသော အချက်ဖြစ်သည်။ ကွန်ပျူတာသည် နှစ်လီဆကိန်းအသွင် (binary form) ဖြင့် ရေးသားထားသော ဂဏန်းများပါဝင်သည့် ညွှန်ကြားချက်များကိုသာလက်ခံနိုင်သည်။ အကြောင်းမှာ ကွန်ပျူတာကို တည်ဆောက်ရာတွင် မှန်/ မှား ၊ ဟုတ်/ မဟုတ်၊ ရှိ/မရှိ ကဲ့သို့သော အခြေအနေနှစ်ရပ် အကျုံးဝင်သည့် တုန့်ပြန်ချက်များကို အခြေခံထားသောကြောင့်ဖြစ်သည်။

12.3 ကိန်းများနှင့် ကိန်းသင်္ကေတများ

(Numbers and Numerals)

ကိန်းတစ်ခုကိုသင်္ကေတအမျိုးမျိုးဖြင့်ဖော်ပြနိုင်သည်။ ထိုသင်္ကေတများကို ကိန်းသင်္ကေတများဟုခေါ်သည်။ ဥပမာအားဖြင့် ပုံ (12.3) ရှိ အစက်အရေအတွက်ကို 12_{ten} , 1100_{two} , XII စသည့် ကိန်းသင်္ကေတများဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။



ပုံ (12.3)

12.4 အခြေနှစ်နှင့်အခြေတစ်ဆယ်ရှိသောကိန်းသင်္ကေတများဖြင့် ဖော်ပြသည့်ကိန်းများ

(Numbers represented by base-two and base – ten numerals)

အခြေနှစ်နှင့် အခြေတစ်ဆယ်ရှိသောကိန်းများကို အောက်ပါဥပမာများဖြင့် လေ့လာသွားပါမည်။

ဥပမာ(1) အခြေနှစ်ရှိသော 10101 ကို ဆယ်လီစနစ် (အခြေတစ်ဆယ်) သို့ပြောင်းပါ။

S E F T U

1 0 1 0 1 သည် $16 + 0 + 4 + 0 + 1 = 21$ (ဆယ်လီစနစ်) ဖြစ်သည်။

$10101_{two} = 21_{ten}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(2)** ဆယ်လီစနစ် 26 ကို နှစ်လီဆကိန်းစနစ်သို့ ပြောင်းပါ။

26_{ten} ကို 2 ၏ ထပ်ကိန်းများသို့ ပြောင်းရန်လိုသည်။

(a) **ပထမနည်း**

26 ထက်နည်းသော 2 ၏ ထပ်ကိန်းအကြီးဆုံးသည် 16 ဖြစ်သည်။

26 $= 16 + 10$

26 $= 16 + 8 + 2$

TU   S E F T U

$\therefore$ 26 = 1 1 0 1 0

26_{ten} = 11010_{two} ဖြစ်သည်။

(b) **ဒုတိယနည်း**

2 | 26 ခု

2 | 13 (နှစ်) + 0 (ခု)

2 | 6 (လေး) + 1 (နှစ်)

2 | 3 (ရှစ်) + 0 (လေး)

2 | 1 (ဆယ့်ခြောက်) + 1 (ရှစ်)

| 0 (သုံးဆယ့်နှစ်) + 1 (တစ်ဆယ့်ခြောက်)

$26_{ten} = 11010_{two}$ ဖြစ်သည်ကို အကြွင်းများကို ကြည့်၍ရေးနိုင်သည်။

12.5 နှစ်လီဆကိန်းစနစ်ရှိ ပေါင်းခြင်း မြှောက်ခြင်းဇယား

အခြေနှစ်ဖြင့်ပြထားသော ပေသီးတွင်1 + 1 ပြရန် ခုတိုင်ရှိ ပေသီးတစ်လုံးကို အောက်သို့ ဆွဲချပြီး နောက်ထပ်တစ်လုံးကိုဆွဲချသည်။ ထို့နောက် နှစ်ခုလုံးပြန်တင်ပြီး ဒုတိယတိုင်မှ ပေသီး တစ်လုံးကိုဆွဲချသဖြင့်

$1_{two} + 1_{two} = 10_{two}$ ကိုရသည်။

ပေါင်းခြင်းနှင့် မြှောက်ခြင်းအတွက် အောက်ပါဇယားများကို အသုံးပြုရန်လိုသည်။

+	0	1
0	0	1
1	1	10

×	0	1
0	0	0
1	0	1

ဥပမာ (3)

(a)
$$\begin{array}{r} 10001 \\ +\ \ 1011 \\ \hline 11100 \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{r} 10101 \\ -\ 1110 \\ \hline 111 \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 101 \\ \hline 101 \\ 10100 \\ \hline 11001 \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{r|l} & \ \ 110 \\ \cline{2-2} 101 & 100000 \\ & \ \ 101 \\ \cline{2-2} & \ \ \ 110 \\ & \ \ \ 101 \\ \cline{2-2} & \ \ \ \ \ 10 \ (\text{အကြွင်း}) \end{array}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (12.1)

(သီးခြားဖော်ပြခြင်းမပြုလျှင် ကိန်းများအားလုံးသည် နှစ်လီဆကိန်းစနစ်ဖြင့်ဖော်ပြသည်ဟု ယူဆပါ။)

1. ပထမ သဘာဝကိန်း 9 လုံးကို နှစ်လီဆကိန်းစနစ်ဖြင့် ရေးပြပါ။
2. အောက်ပါတို့ကို အခြေနှစ်မှ အခြေတစ်ဆယ်သို့ ပြောင်းပါ။

   (a) 101 (b) 1101

   (c) 100110 (d) 111000110
3. အခြေတစ်ဆယ်မှ အခြေနှစ်သို့ ပြောင်းပါ။

   (a) 23 (b) 37

   (c) 48 (d) 65

   (e) 127

   အောက်ပါတို့ကို တွက်ပါ။
4. 101 + 110
5. 1101 + 111
6. 11010 + 10110
7. 110 - 101
8. 1101 - 111
9. 11011 - 10110
10. 101 × 11
11. 1101 × 110
12. 10101 × 1001
13. 1011 ÷ 11
14. 11011 ÷ 101
15. 11011 ÷ 111
16. မေးခွန်း (5), (8), (11) နှင့် (14) တို့မှ ကိန်းသင်္ကေတများကို အခြေတစ်ဆယ်ကိန်းသင်္ကေတများအဖြစ်သို့ ပြောင်း၍တွက်ပြီး အဖြေများကို ချိန်ကိုက်ပါ။

အောက်ပါတို့ကို တွက်ပါ။

17. $1 + 10 + 101$

18. $101 + 110 - 111$

19. $(11011 + 1101) \times 11$

20. $(11011 - 1101) \div 111$

21. အောက်ပါအနားများရှိ စတုရန်းတို့၏ ပတ်လည်အနားများကို ရှာပါ။

(a) 101 cm (b) 11011 cm (c) 1111 cm

22. အောက်ပါ အလျားနှင့် အနံတို့ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံများ၏ ဧရိယာများကို ရှာပါ။

(a) 110 cm နှင့် 101 cm

(b) 1101 cm နှင့် 111 cm

23. အောက်ပါတို့ကို တွက်ပါ။

(a) $(1001 + 110) \times 101$

(b) $1001 + (110 \times 101)$

24. အောက်ပါတို့ကို အမှား / အမှန် ဖြေပါ။

(a) $10101 > 11010$

(b) $10^{10} = 100$

(c) $100^{10} = 1000$

(d) $(110 \times 1010) \div 100 = 1111$

(e) 1010101 သည် မကိန်းဖြစ်သည်။

25. အောက်ပါတို့ကို တွက်ပါ။

(a) 1010×111

(b) $1010101 - 111111$

(c) $1001101 \div 1101$

26. (a) 615_{ten} မှ 123_{ten} ကို ဆက်၍၊ ဆက်၍၊ နုတ်ပါ။ ထိုမှ ဆက်၍ $615_{ten} \div 123_{ten}$ တန်ဖိုးကို ချရေးပါ။

(b) ဆင့်ကဲဆင့်ကဲနုတ်ခြင်းဖြင့် $10010_{two} \div 110_{two}$ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။ အဖြေကိုစားခြင်းဖြင့် ချိန်ကိုက်ပါ။

27. အခြေနှစ်စနစ်ရှိကိန်းသင်္ကေတသည်(a) စုံကိန်းတစ်ခုကို လည်းကောင်း၊ (b) 4 ဖြင့်စား ၍ ပြတ်သော ကိန်းတစ်ခုကိုလည်းကောင်း ကိုယ်စားပြုနေသည်ဟူ၍ မည်သည့်အခြေအနေမျိုးတွင်သင်ပြောနိုင်သနည်း။

12.6 နှစ်လီဆကိန်းစနစ်၏ အကျိုးများ

1. မည်သည့်ကိန်းကိုမဆို 0 , 1 သင်္ကေတနှစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။

2. ပေါင်းခြင်းနှင့် မြှောက်ခြင်း ဇယားများကို မှတ်ရန်နှင့် အသုံးပြုရန်လွယ်ကူသည်။

3. ကွန်ပျူတာများနှင့် ဆက်သွယ်ရာတွင် အသုံးကျသည်။

12.7 နှစ်လီဆကိန်းစနစ်၏ အပြစ်များ

ကိန်းများကို ဖော်ပြရာတွင် များပြားသော ဂဏန်းများကို အသုံးပြုရသည်။

ဥပမာ $734_{ten} = 1011011110_{two}$

မှတ်သားဖွယ်အချက်များ

1. မြှောက်ခြင်းအတွက် စိတ်ဝင်စားဖွယ်ရာနည်းတစ်ခု။

179 ကို 346 ဖြင့် မြှောက်ပါ။

			ချိန်ကိုက်ခြင်း
179	346	346	346
89	692	692	179
44	(1384)		3114
22	(2768)		24220
11	5536	5536	34600
5	11072	11072	61934
2	(22144)		
1	44288	44288	
		61934	

တွက်နည်း

မြှောက်မည့်ကိန်းနှစ်လုံးကို ဘေးတိုက်ယှဉ်ရေးပါ။ ပထမအတိုင်ကို 2 ဖြင့်စားပါ။ (အကြွင်းများကိုပယ်ပါ။)ဒုတိယအတိုင်ကို 2 ဖြင့်မြှောက်ပါ။ပထမအတိုင်ရှိစုံကိန်းများနှင့်ယှဉ်လျက်ရှိသော ဒုတိယအတိုင်ရှိကိန်းများကိုဖျက်ပါ။ ဒုတိယအတိုင်ရှိ ကျန်ကိန်းများပေါင်းလဒ်သည် အဖြေဖြစ်သည်။

ဤနည်းဖြင့် မြှောက်ခြင်းကို အခြားကိန်းများဖြင့် စမ်းသပ်ကြည့်ပါက အဖြေမှန်ရသည်ကို တွေ့ရပေမည်။ ထူးဆန်းသည်မှာ သင်ပယ်ဖျက်ထားသော အကြွင်းများသည် တကယ်မြှောက်နေသောကိန်းများဖြစ်နေသည်။ လက်ဝဲဘက်အတိုင်ရှိ တွက်နည်းစဉ်သည် 179_{ten} ကို အခြေနှစ်ဂဏန်းရှိကိန်း10110011_{two} အဖြစ်သို့ပြောင်းသော တွက်နည်းပင်စဉ်ဖြစ်သည်။ ထို့ပြင်လယ်ယာဘက် အတိုင်ရှိ ကျန် ကိန်းများမှာ 346 ကို 1, 2, 16, 32, 128 ဖြင့် မြှောက်၍ရသောကိန်းများဖြစ်နေသည်။

$(1 + 2 + 16 + 32 + 128 = 179)$

12.8 အခြေတစ်ဆယ်ထက်နည်းသော အခြေများ

ကိန်းများရေးရာတွင် အခြေတစ်ဆယ်ကိုသာ ရွေးသင့်သည့်အကြောင်းထူးမရှိချေ။ ထိုသို့ ရွေးချယ်ခြင်းသည်လည်း အကောင်းဆုံးမဟုတ်ချေ။

ဆယ်လီစနစ် (ဒသမစနစ်) အခြေတစ်ဆယ်တွင် တစ် တစ်ဆယ် တစ်ရာ စသဖြင့် ရေတွက်သည်။

နှစ်လီဆကိန်းစနစ် (အခြေနှစ်) တွင် တစ် နှစ် လေး စသဖြင့် ရေတွက်သည်။

သုံးလီဆကိန်းစနစ် (အခြေသုံး) တွင် တစ် သုံး ကိုး စသဖြင့် ရေတွက်သည်။

ရှစ်လီဆကိန်း (အခြေရှစ်) တွင် တစ်ရှစ် ခြောက်ဆယ့်လေး စသည်ဖြင့် ရေတွက်သည်။

ဥပမာများ

1. $2101_{\text{three}} = (2 \times 3^3) + (1 \times 3^2) + (0 \times 3) + 1$
$= 54 + 9 + 0 + 1$
$= 64_{\text{ten}}$

2. $1024_{\text{five}} = (1 \times 5^3) + (0 \times 5^2) + (2 \times 5) + 4$
$= 125 + 0 + 10 + 4$
$= 139_{\text{ten}}$

3. 259_{ten} ကို ရှစ်လီဆကိန်းစနစ်သို့ ပြောင်းပါ။

(a) $259_{\text{ten}} = (4 \times 64) + 3$
$= (4 \times 64) + (0 \times 8) + 3$
$= (4 \times 8^2) + (0 \times 8) + 3$
$= 403_{\text{eight}}$

(b)
$$\begin{array}{r|ll} 8 & 259 & \\ \hline 8 & 32, & 3 \\ \hline 8 & 4, & 0 \\ \hline & 0, & 4 \end{array}$$

$259_{\text{ten}} = 403_{\text{eight}}$

4. $$\begin{array}{r} 356_{\text{seven}} \\ +\ 644_{\text{seven}} \\ \hline 1333_{\text{seven}} \end{array}$$
(6 နှင့် 4 ပေါင်းသော် 10 ဖြစ်၍ အခြေ 7 ဖြင့်ရေးလျှင် 1, 3 ဖြစ်သည်။)

5. $$\begin{array}{r} 815_{\text{nine}} \\ \times\ 5_{\text{nine}} \\ \hline 4477_{\text{nine}} \end{array}$$
(5 နှင့် 5 မြှောက်လျှင် 25 ဖြစ်၍ အခြေ 9 တွင် 2, 7 ဖြစ်သည်။)

လေ့ကျင့်ခန်း (12.2)

1. (a) အခြေသုံးကိန်းဖြင့် တွက်နိုင်သော ပေသီးတစ်ခုပုံကြမ်းဆွဲပြပါ။

   (b) အခြေသုံးကိန်းဖြင့် မည်သည့်ကိန်းပြည့်တစ်ခုကိုမဆို ဖော်ပြနိုင်ရန် သင်္ကေတ မည်မျှသုံးရမည်နည်း။

   (c) အခြေသုံးကိန်းအတွက် ပေါင်းခြင်းနှင့် မြှောက်ခြင်းဇယားများကို ဖော်ပြပါ။

2. အောက်ပါတို့ကို အကျယ်ဖွင့်ပြီး အခြေတစ်ဆယ်စနစ်တွင် တူညီမည့်တန်ဖိုးအသီးသီးကို ရှာပါ။

   (a) 210_{three} (b) 2120_{three} (c) 2202_{three}

3. (a) အခြေတစ်ဆယ်သို့ ပြောင်းပါ။

   (1) 2122_{three} (2) 11200_{three} (3) 22112_{three}

   (b) အခြေတစ်ဆယ်မှ အခြေသုံးသို့ ပြောင်းပါ။

   (1) 59 (2) 60 (3) 243

   (c) အခြေသုံးစနစ်ရှိ မည်သည့်မြှောက်ခြင်းတို့သည် 3_{ten} , 9_{ten} , 27_{ten} တို့ဖြင့် မြှောက် ခြင်းနှင့် ညီသနည်း။

4. အခြေသုံးရှိသော အောက်ပါတို့ကို တွက်ပါ။

   (a) 102 + 212 (b) 2102 + 21

   (c) 2102 - 1021 (d) 1212 - 1121

   (e) 221 × 21 (f) 1000 ÷ 121

5. (a) အခြေ 5 အတွက် မည်သည့်သင်္ကေတများ လိုအပ်သနည်း။

   (b) အောက်ပါတို့သည် ဆယ်လီ (ဒသမစနစ်) တွင် မည်သည့်တန်ဖိုးနှင့် ညီသနည်း။

   (1) 23_{five} (2) 412_{five}

   (3) 2310_{five} (4) 234_{five}

   (5) 130_{five} (6) 1400_{five}

   (7) 2434_{five}

6. (a) အခြေ 10 ရှိ အောက်ပါသင်္ကေတတို့ကို အခြေ 5 သို့ ပြောင်းပါ။

   (1) 123 (2) 270

   (3) 3300 (4) 4125

(b) ဒသမစနစ်တွင် ကိန်းသင်္ကေတတစ်ခုသည် 0 (သို့) 00 ဖြင့် အဆုံးသတ်လျှင် အခြေ 5 စနစ်ရှိ တန်ဖိုးတူကိန်းသည်လည်း 0 (သို့မဟုတ်) 00 ဖြင့်ပင် အဆုံးသတ်ရမည်လော၊အဘယ်ကြောင့်နည်း။ အပြန်အလှန်အားဖြင့် မှန်ကန်သလော၊ အဘယ်ကြောင့် နည်း။

7. အောက်ပါအခြေ 5 ရှိသော ကိန်းသင်္ကေတများကို တွက်ပါ။

(a) 341 + 234 (b) 4203 + 1332

(c) 212 - 121 (d) 300 - 143

(e) 231 × 41 (f) 2134 ÷ 3

8. အခြေ 10 ရှိ မည်သည့်ကိန်းသင်္ကေတများသည် အခြေ 8 စနစ်တွင်လည်း တန်ဖိုးအားဖြင့်တူညီသနည်း။

9. အောက်ပါတို့ကို အခြေရှစ်မှ အခြေတစ်ဆယ်သို့ ပြောင်းပါ။

(a) 10 (b) 43 (c) 126

(d) 700 (e) 1031

10. အောက်ပါတို့ကို အခြေတစ်ဆယ်မှ အခြေရှစ်သို့ပြောင်းပါ။

(a) 10 (b) 27 (c) 193

(d) 426 (e) 1000 (f) 4096

11. (a) အခြေရှစ်ရှိသော ကိန်းသင်္ကေတတစ်ခုသည် သုညဖြင့် အဆုံးသတ်ပါက ဆယ်လီစနစ်ရှိရင်းနှင့် တန်ဖိုးအားဖြင့် ညီမျှသော ကိန်းသင်္ကေတနှင့် ပတ်သက်၍ မည်သည့် အချက်ကို သတိပြုမိသနည်း။

(b) ဆယ်လီစနစ်တွင် 000 ဖြင့် အဆုံးသတ်ပါက ယင်းနှင့်ညီမျှသည့် အခြေရှစ်ရှိသော ကိန်းသင်္ကေတတွင် 0 ဖြင့်အဆုံးသတ်ရသည်ကို မည်သို့သိရှိနိုင်သနည်း။

12. အောက်ပါတို့သည် အခြေရှစ် ရှိကြသည်။ တွက်ပါ။

(a) 123 + 25 (b) 256 + 127

(c) 235 - 172 (d) 1000 - 777

(e) 32 × 6 (f) 346 × 5

(g) 150 ÷ 3 (h) 1000 ÷ 7

13. 100_{ten} ကို 2, 3, 5, 8, 9, 11, 12, 20, 100 အခြေရှိကိန်းများဖြင့် ဖော်ပြပါ။

14. (a) မည်သည့်ကိန်းများသည်စနစ်အားလုံးအတွက်တူညီသော ဖော်ပြချက်ရှိ သနည်း။

(b) အခြေတစ်ဖြင့် ဖော်ပြသောစနစ်သည် ဖြစ်နိုင်ပါမည်လော။

15. အောက်ပါပုစ္ဆာများသည် အခြေမည်မျှယူသောစနစ်ဖြင့် တွက်ထားသနည်း။

(a) $12 + 3 = 21$ (b) $12 - 3 = 6$

(c) $12 \times 3 = 41$ (d) $12 \div 3 = 2$

(e) $231 + 132 = 413$ (f) $432 - 234 = 165$

16. $29_{ten} = x_{eight} = y_{six} = z_{five} = w_{three}$

ဖြစ်လျှင် x, y, z, w တို့၏ တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။

12.9 အခြေတစ်ဆယ့်နှစ်

အချိန်နာရီကိုရေတွက်ရာတွင် တစ်ဆယ့်နှစ်နာရီ၊ နှစ်ဆယ့်လေးနာရီ စသည်ဖြင့်လည်းကောင်း၊ ပစ္စည်းများကို ဒါဇင်ဖြင့်လည်းကောင်း ရေတွက်လေ့ရှိကြသည်။ ဥများကို လက်တစ်ဖက်လျှင် သုံးလုံး စီကောက်၍ လက်နှစ်ဖက်ဖြင့် နှစ်ခါကောက်လျှင် တစ်ဒါဇင်ရနိုင်သဖြင့်လျင်မြန်စွာ ရေတွက်နိုင်သည်။ ထို့မှတစ်ဆင့် တစ်ကရွတ် (ဂရို့စ်) = $12 \times 12 = 144$ ဟု ရေတွက်သည်။

အခြေတစ်ဆယ့်နှစ်ရှိသော ပေသီးတွင် တိုင်တစ်တိုင်၌ ပေသီးလုံး တစ်ဆယ့်နှစ်လုံး ပါရှိပြီး ကိန်းတစ်ခုခုကို ဖော်ပြရန် သင်္ကေတတစ်ဆယ့်နှစ်ခုရှိရပါမည်။ လက်ရှိအားဖြင့် တစ်ဆယ် အထိသာရှိသဖြင့် နှစ်ခုကို ထပ်မံတီထွင်ရပါမည်။ ထိုနှစ်ခုကို t နှင့် e ဟု မှတ်ပါ။

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, t, e.

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 1t, 1e,

20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 2t, 2e, etc,

$5t\,2e_{twelve}$ သည် ဆယ်လီစနစ်တွင် $(5 \times 12^3) + (10 \times 12^2) + (2 \times 12) + 11$ နှင့် ညီသည်။

12.10 အခြေတစ်ဆယ်နှင့် အခြေတစ်ဆယ့်နှစ်ရှိ သင်္ကေတများဖြင့် ဖော်ပြသည့်ကိန်းများ

ဥပမာ **(1)** $3t4_{twelve}$ ကို အခြေတစ်ဆယ်သို့ ပြောင်းပါ။

$$3t4_{twelve} = (3 \times 12^2) + (10 \times 12) + 4 = 556_{ten}$$

ဥပမာ **(2)** 659_{ten} ကို အခြေတစ်ဆယ့်နှစ်သို့ ပြောင်းပါ။

(a) $659_{ten} = (4 \times 12^2) + (6 \times 12) + 11 = 46\,e_{twelve}$

သို့မဟုတ်

12	659	(တစ်)
12	54	(တစ်ဆယ့်နှစ် + 11 (e)
12	4	144s + 6 × 12
	0	1728s + 4 × 12^2

$659_{ten} = 46\,e_{twelve}$

လေ့ကျင့်ခန်း (12.3)

1. အခြေတစ်ဆယ့်နှစ်မှ အခြေတစ်ဆယ်သို့ ပြောင်းပါ။

(a) 53 (b) 90 (c) 8t

(d) ett (e) 2t 9 e

2. အခြေတစ်ဆယ်မှ အခြေတစ်ဆယ့်နှစ်သို့ ပြောင်းပါ။

(a) 27 (b) 100 (c) 180

(d) 1000 (e) 3587

3. အခြေတစ်ဆယ့်နှစ်ရှိသော ကိန်းသင်္ကေတတစ်ခုသည် " 0 " ဖြင့် အဆုံးသတ်လျှင် အခြေတစ်ဆယ်ရှိ ၎င်းနှင့် တန်ဖိုးအားဖြင့် ညီသောကိန်းသင်္ကေတနှင့် ပတ်သက်၍ မည်သည့် အချက်ကို သတိပြုမိသနည်း။

4. အခြေတစ်ဆယ့်နှစ်ရှိသော အောက်ပါတို့ကို တွက်ပါ။

(a) 42e + 9 tt (b) t894 + e 97 e

(c) 357 - 319 (d) 896 × 3

(e) tet × 7 (f) 5tt 1 × e

အခန်း (13)

အမှားခန့်မှန်းခြင်း

13.1 ကိန်းမှန်နီးပါးပြုခြင်း (Approximation)

ဂဏန်းသင်္ချာဘာသာရပ်တွင် အလျား၊ အလေးချိန်၊ အချိန်၊ ဧရိယာစသည်တို့၏ အတိုင်းအတာများကိုတွက်ချက်ရာ၌ ယေဘုယျအားဖြင့်ကိန်းမှန်တန်ဖိုးနှင့် အနီးစပ်ဆုံးဖြစ်အောင်တွက်၍ပေးရသည်။ ထိုသို့တွက်ရာတွင် အဓိကအသုံးပြုသော နည်းများမှာ

(1) သင့်လျော်ရာယူနစ်အထိ အနီးဆုံးယူခြင်း

(2) သင့်လျော်ရာ ဒသမနေရာအထိ အမှန်ယူခြင်း

(3) သင့်လျော်ရာ အရာရောက်ဂဏန်းအရေအတွက်အထိ တွက်ယူခြင်းစသည်တို့ဖြစ်ပါသည်။

သင့်လျော်ရာယူနစ်အထိ အနီးဆုံးယူခြင်း

ဤနည်းဖြင့် တွက်ချက်ရာတွင် အဆုံးသတ်ဂဏန်းများ၌ " 5 " နှင့် 5 အထက်များသောဂဏန်းများအတွက် အနီးဆုံး ရှေ့ဂဏန်းတွင် 1 ပေါင်းထည့်ခြင်းဖြင့် ရှာယူနိုင်သည်။

ဥပမာများ

(a)	14.7 ကီလိုဂရမ်	=	15 ကီလိုဂရမ် (အနီးဆုံးကိန်းပြည့် ကီလိုဂရမ်ယူခြင်း)
(b)	10.13 စက္ကန့်	=	10.1စက္ကန့်(တစ်စက္ကန့်၏10ပုံတစ်ပုံသာအနီးဆုံးယူခြင်း)
(c)	128.5 မီတာ	=	129 မီတာ (အနီးဆုံးမီတာကိန်းပြည့်ကိုသာယူခြင်း)
(d)	128.51 မီတာ	=	129 မီတာ (အနီးဆုံးမီတာအထိ ယူခြင်း)

သင့်လျော်ရာ ဒသမနေရာအထိ အမှန်ယူခြင်း

တစ်ခါတစ်ရံတွင် ဒသမကိန်းများကို သတ်မှတ်ထားသော နေရာအထိရှာရန်လိုအပ်သည်။ သို့မှသာ ဒသမနေရာအမှန် သို့မဟုတ် ကိန်းမှန်နီးပါးကို ရမည်ဖြစ်ပါသည်။

ဥပမာ

5.20735	=	5.2074	(ဒသမ 4 နေရာအထိ အမှန်ယူခြင်း)
	=	5.207	(ဒသမ 3 နေရာအထိ အမှန်ယူခြင်း)
	=	5.21	(ဒသမ 2 နေရာအထိ အမှန်ယူခြင်း)
	=	5.2	(ဒသမ 1 နေရာအထိ အမှန်ယူခြင်း)

သင့်လျော်ရာ အရာရောက်ဂဏန်း အရေအတွက်ထိယူခြင်း

ကိန်းမှန်နီးပါးရှာရာတွင် သင့်လျော်သော နည်းတစ်ခုမှာ ပါဝင်သော ဂဏန်းများမှ ဂဏန်းအရေအတွက်ကိုကြည့်၍ အရာရောက်သောဂဏန်းများဖြင့် အနီးဆုံးယူခြင်းပင်ဖြစ်သည်။67.3 cm တွင် အရာရောက်ဂဏန်း " 3 "လုံးပါဝင်၍ 67 တွင်မူ အရာရောက်သော ဂဏန်း " 2 " လုံးသာပါဝင်သည်။သုညကိုမူ ဒသမအမှတ်၏ တည်နေရာကိုပြရန် အသုံးပြုသည့်အချိန်မှလွဲ၍ အရာရောက်သောဂဏန်းအဖြစ်ယူနိုင်သည်။

ဥပမာ

(a) 2.40 မီတာတွင် သုညသည် 1 မီတာ၏တစ်ရာပုံတစ်ပုံအထိ အနီးဆုံးယူထားသည်ဖြစ်၍အရာရောက်သော ဂဏန်းအဖြစ် သတ်မှတ်ပြီး ဤတွင် အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးရှိ၏။

(b) 0.0810 ကီလိုမီတာတွင် ပထမသုညနှစ်ခုစလုံးပင် အရာရောက် ဂဏန်းများမဟုတ်ကြပေ။တတိယမြောက်သုညမှာမူ တစ်မီတာ၏ 10 ပုံ တစ်ပုံအထိ အနီးဆုံးယူထားသဖြင့် အရာရောက်ဂဏန်းဖြစ်ပြီး စုစုပေါင်းအရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးရှိသည်။ ထိုအရာရောက် ဂဏန်းသုံးလုံးမှာ .0810 ဖြစ်သည်။

(c) ဒသမကိန်းတစ်ခုတွင် သုညမဟုတ်သောပထမဆုံးဂဏန်းသည် ပထမအရာရောက်ဂဏန်းဖြစ်သည်။ ဤသို့ဖြင့် .0030284 တွင် ပထမအရာရောက်ဂဏန်းသည် " 3 " ဖြစ်သည်။ အရာရောက်ဂဏန်း 4 လုံးအထိ အမှန်သည် .003028 ဖြစ်သည်။ အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးအထိ အမှန်သည် .00303 ဖြစ်သည်။ အရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံးထိ အမှန်သည် .0030 ဖြစ်သည်။ ဤတွင် 3 ၏နောက်မှ သုညကို ဒုတိယအရာရောက်ဂဏန်းအဖြစ်ယူသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (13.1)

1. အောက်ပါတို့ကို ဒသမတစ်နေရာအထိ အမှန်ယူ၍ ရေးပြပါ။

(a) 8.72 (b) 11.29 (c) 507.01
(d) 39.08 (e) 0.45 (f) 0.09
(g) 4.98

2. အောက်ပါတို့ကို ဒသမနှစ်နေရာစီအထိ ယူ၍လည်းကောင်း အရာရောက်ဂဏန်း နှစ်လုံးအထိ ယူ၍လည်းကောင်း အမှန်ရေးပြပါ။

(a) 8.123 (b) 16.091 (c) 2.468
(d) 0.375 (e) 1.001

3. အောက်ပါတို့ကို ကွင်းထဲတွင် ပြထားသည့် အရာရောက်ဂဏန်းများအထိ အမှန်ရေးပါ။

(a) 6.135 (အရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံးအထိ အမှန်ရေးရန်)

(b) 5.007 (အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးအထိ အမှန်ရေးရန်)

(c) 18918 (အရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံးအထိ အမှန်ရေးရန်)

(d) 18918 (အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးအထိ အမှန်ရေးရန်)

(e) 0.00518 (အရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံးအထိ အမှန်ရေးရန်)

(f) 4.821 (အရာရောက်ဂဏန်း 1 လုံးအထိ အမှန်ရေးရန်)

(g) 10.001 (အရာရောက်ဂဏန်း 4 လုံးအထိ အမှန်ရေးရန်)

(h) 3.1416 (အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးအထိ အမှန်ရေးရန်)

4. အောက်ပါတို့၏ အရာရောက်ဂဏန်းအရေအတွက်ကို ဖော်ပြပါ။

(a) 564 (b) 5064 (c) 3.9

(d) 0.9 (e) 2.70

5. ဒသမကိန်းအဖြစ်ဖော်ပြရာတွင် $1\frac{3}{7}$ ကို

(a) ဒသမ နှစ်နေရာအထိ လည်းကောင်း

(b) ဒသမ သုံးနေရာအထိ လည်းကောင်း

(c) အရာရောက်ဂဏန်းနှစ်လုံးနှင့်

(d) အရာရောက်ဂဏန်းသုံးလုံးအထိ အမှန်ရှာပါ။

13.2 ရေတွက်ခြင်းနှင့် တိုင်းတာခြင်း ပကတိအမှား

(Counting and measuring ; absolute error)

အောက်ပါဖော်ပြချက်တို့တွင် ပါရှိနေသည့် ကိန်းတို့မှာ တိကျသည့် ဖော်ပြချက်တစ်ခုစီအတွက်အဖြေမှန်တစ်ခုတည်းသာရှိပြီး။ ထိုအဖြေမှန်ကိုလည်း ရေတွက်ခြင်းဖြင့်ရရှိသည်။

(1) ကြက်ဥတစ်ဒါဇင်တွင်ရှိသော အလုံးပေါင်း

(2) တစ်ကျပ်တန် ငွေစက္ကူကို အကြွေလဲ၍ရသော ငါးပြားစေ့များ

(3) ရန်ကုန်တက္ကသိုလ်ဘောလုံးအသင်းမှ လွန်ခဲ့သည့် စနေနေ့က အနိုင်ရခဲ့သော ဂိုးအရေအတွက်

(4) 1972 ခုနှစ်တွင် သုဝဏ္ဏမြို့သစ်ရှိ တိုက်ခန်းအရေအတွက်

(5) 1984-85 စာသင်နှစ်တွင် ပန်းဘဲတန်း အထက (၁)ရှိ ကျောင်းသူဦးရေ

သို့သော် တိုင်းတာခြင်းမှရရှိသောကိန်းတို့သည် ရေတွက်ခြင်းမှ ရရှိသောကိန်းများကဲ့သို့ တိကျမှုမရှိချေ။

(1) လူတစ်ယောက်၏အရပ်သည် 176cm မြင့်သည်။

(2) စပျစ်သီးခြောက်တစ်ထုပ်၏ အလေးချိန်သည် 345 gm ဖြစ်သည်။

(3) ပုလင်းတစ်လုံးအတွင်းရှိ အရည်သည် 1 litre ဖြစ်သည်။

တိုင်းတာရာတွင် မည်မျှဂရုစိုက်၍ တိုင်းတာစေကာမူ ကျွန်ုပ်တို့သည် အတိအကျအဖြေမှန်ကိုမရနိုင်ချေ။ သို့တစေ အဖြေမှန်ရှိသည်ဟုပင် ယူဆ၍ အသုံးပြုရပေမည်။ အမှန်တကယ် တိုင်းတာရာတွင် အမှားအယွင်းမရှိစေကာမူ အဖြေမှန်နှင့် တိုင်းတာရာမှ ရရှိသောအဖြေတို့သည်အမြဲတစေ ကွာခြားနေတတ်သည်။ ထိုသို့သော ကွာခြားချက်ကို လွဲမှားခြင်း (ဝါ) အမှား (error) ဟုခေါ်သည်။ ထိုအမှားပမာဏကို နည်းနိုင်သမျှနည်းစေရန် ပိုမိုတိကျစွာ တိုင်းတာနိုင်သည့် ကိရိယာများသုံးနိုင်သော်လည်း တိုင်းတာခြင်းဖြင့် ရရှိသော အဖြေများမှာမူ မည်သည့်အခါမျှမတိကျချေ။ ထို့ကြောင့် ထိုအမှားများကို လုံးဝကင်းစင်အောင် ပြုလုပ်ရန် မလွယ်ကူချေ။

လေ့ကျင့်ခန်း (13.2)

အောက်ပါတို့တွင် မည်သည်တို့သည် တိကျ၍ မည်သည်တို့သည် ကိန်းမှန်းနီးပါး ဖြစ်သနည်း။

(1) ဘောလုံးပွဲတစ်ခုမှ အနိုင်ရသော ဂိုးအရေအတွက်

(2) မြို့တစ်မြို့၏ နှစ်စဉ်မိုးရေချိန်

(3) မီးရထားတစ်စင်း၏ သွားနှုန်း

(4) သမဝါယမအသင်းတစ်ခု၏ ရန်ပုံငွေ

(5) ရန်ကုန်နှင့် ပဲခူးအကွာအဝေးမိုင်

(6) သင်၏ အတန်းတွင်းရှိ ကျောင်းသားဦးရေ

(7) သကြားထုပ်တစ်ထုပ်၏ အလေးချိန်

(8) သရက်သီးတစ်လုံး၏ တန်ဖိုး

(9) မီတာ 100 ပြေးပွဲတွင် ပထမရသူ၏ စံချိန်

(10) ထောင့်မှန်တစ်ခုတွင်ရှိသော ဒီဂရီ

(11) နှစ်တစ်နှစ်တွင်ရှိ ရက်ပေါင်း

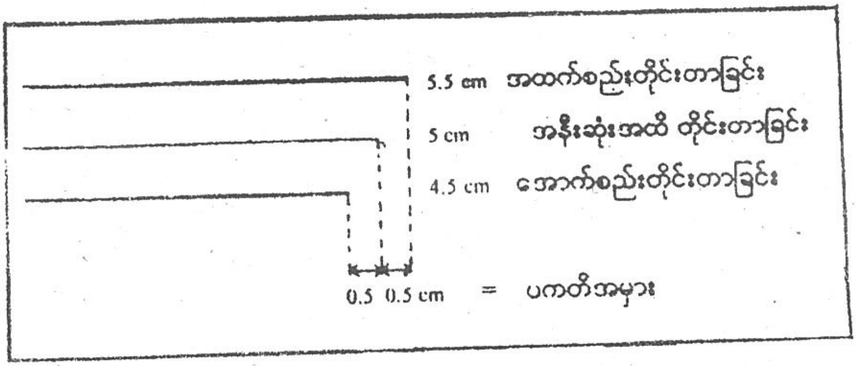
(12) နေနှင့် ကမ္ဘာ အကွာအဝေးမိုင်ပေါင်း

အတိုင်းအတာအားလုံးသည် တိကျရန်မလိုပါချေ။ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်း အလျားကို တိုင်းရာတွင် 5 cm ရှိသည်ဆိုပါစို့။ ထိုမျဉ်း၏ အလျားသည် 5cm အတိအကျရှိသည်ဟု မဆိုနိုင်ချေ။သို့သော် အနီးဆုံး cm အထိ (သို့မဟုတ်)အရာရောက်သော ဂဏန်းတစ်လုံးအထိမှန်သည် ဟုယူဆရပေသည်။

ဤသို့ဖြင့် အလျားမှန်သည် 4cm နှင့် 6cm တို့ထက် 5cm နှင့် ပိုမိုနီးစပ်သည်။ ဆိုလိုသည်မှာ ထိုအလျားသည် 4.5cm နှင့် 5.5cm အကြားရှိပြီး အမှား (error) မှာ 0.5cm ဖြစ်သည်။

ပကတိအမှား (Absolute error) သည် 0.5 cm ဖြစ်ပြီး ထိုအတိုင်းအတာ၏ အငယ်ဆုံးမူတည်ကိန်း၏ ထက်ဝက်ဖြစ်သည်။

ထိုမျဉ်း၏အလျားအတွက် အထက်စည်း(Upper limit) မှာ 5.5cm ဖြစ်ပြီး အောက်စည်း (Lower limit) မှာ 4.5cm ဖြစ်သည်။



ပုံ (13.1)

ဥပမာ (1) ဒြပ်ထု 15.8 kg အတွက်

အငယ်ဆုံးမူတည်ကိန်း	=	0.1 kg
ပကတိအမှား	=	$0.1\ kg \times \frac{1}{2} = 0.05\ kg$
ဒြပ်ထု၏ အထက်စည်း	=	15.85 kg
ဒြပ်ထု၏ အောက်စည်း	=	15.75 kg

ဥပမာ (2) ထုထည် 2.24 litres အတွက်

အငယ်ဆုံးမူတည်ကိန်း	=	0.01 litre
ပကတိအမှား	=	0.005 litre
ထုထည်၏အထက်စည်း	=	2.245 litres
ထုထည်၏ အောက်စည်း	=	2.235 litres

လေ့ကျင့်ခန်း (13.3)

အောက်ပါခေါင်းစဉ်များအတွက် လိုအပ်သည့်အတိုင်းအတာများကို မေးခွန်း (1) မှ (12) အထိ ပေးထားချက်များဖြင့် ဖြည့်ပါ။

အတိုင်းအတာ	အငယ်ဆုံး မှုတည်ကိန်း	ပကတိအမှား	အထက်စည်း	အောက်စည်း
15 စက္ကန့်	1 စက္ကန့်	0.5 စက္ကန့်	15.5 စက္ကန့်	14.5 စက္ကန့်

ပုံ (13.2)

(1)	8 cm	(2)	124 cm	(3)	234 km
(4)	13 kg	(5)	7.5 cm	(6)	17.8 kg
(7)	18.2 cm	(8)	1.6 cm	(9)	3.1 litres
(10)	1.03 cm	(11)	51.2 h	(12)	10.24s

13.3 နှိုင်းရအမှား၊ အမှားရာခိုင်နှုန်း
(Relative error ; Percentage error)

ရှေ့တွင်ဖော်ပြခဲ့သည့်အတိုင်း မည်သို့သော တိုင်းတာမှုတွင်မဆို တိကျသောအဖြေမှန်ကို မရနိုင်ဘဲတိုင်းတာနိုင်သည့်ကိရိယာပေါ်မူတည်၍ အနည်းနှင့်အများအမှားရှိနေမည်သာဖြစ်သည်။ တူညီသောအမှားဖြစ်စေကာမူ အရေးပါအရာရောက်မှုတွင် ကွာခြားတတ်သည်။ ဥပမာ ဘောလုံးကစားကွင်းတွင် ကွင်း၏ဘေးစည်းများဆွဲသားရသောအလုပ်သမားတစ်ဦးအဖို့ 1 cm (သို့မဟုတ်) 1 m အထိလွဲမှား၍ဆွဲမိစေကာမူ အရေးမကြီးလှသော်လည်း လက်သမားတစ်ဦးအဖို့ တိုင်းတာမှုတွင် 1 cm မျှ လွဲမှားသွားခဲ့လျှင် ၎င်း၏လုပ်ငန်းပျက်စီးသွားနိုင်၏။ ထိုနည်းတူအင်ဂျင်နီယာတစ်ဦးအဖို့မိမိ၏လုပ်ငန်းတွင် 1cm ၏တစ်ထောင့်ပုံတစ်ပုံအထိ တိကျရန်လိုပေသည်။သို့ဖြစ်၍ အတိုင်းအတာများကို အမှား (error) နှင့် ဆက်စပ်စဉ်းစားရန်လိုပေသည်။ ထို့ကြောင့် နှိုင်းရအမှားကို သတ်မှတ်ရန် လိုအပ်လာ၏။ သတ်မှတ်ချက်မှာ အောက်ပါအတိုင်း ဖြစ်၏။

$$\text{နှိုင်းရအမှား (relative error)} = \frac{\text{ပကတိအမှား (absolute error)}}{\text{အတိုင်းအတာ (measurement)}}$$

ဥပမာ **(1)** အလျား 2.5 cm ရှိ မျဉ်းတစ်ကြောင်းအတွက် အငယ်ဆုံးမှုတည်ကိန်းမှာ 0.1cm ဖြစ် ၍ပကတိအမှားမှာ 0.05cm ဖြစ်သည်။

$$\text{နှိုင်းရအမှား} = \frac{0.05}{25} = \frac{5}{250} = \frac{1}{50} = .02$$

ရာခိုင်နှုန်းဖြင့် ပြလိုလျှင် 100% ဖြင့် မြှောက်ရသည်။

$$\text{အမှားရာခိုင်နှုန်း} = \frac{1}{50} \times 100\% = 2\,\%$$

ဥပမာ **(2)** ဒြပ်ထု 1.50 kg အတွက် အမှား ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှနည်း။

ဒြပ်ထု 1.50 kg တွင်သုညသည် ဒသမ၏နောက်ဒုတိယနေရာတွင် ရှိသော်လည်း အရာရောက်ဂဏန်းဖြစ်၍ အငယ်ဆုံးမူတည်ကိန်းမှာ 0.01 kg ဖြစ်သည်။ အကယ်၍ ဒြပ်ထုမှာ 1.5 kg ဖြစ်လျှင် အငယ်ဆုံးမူတည်ကိန်းမှာ 0.1 kg ဖြစ်သည်။

အငယ်ဆုံးမူတည်ကိန်း $= 0.01$ kg

ပကတိအမှား $= 0.005$ kg (ပကတိအမှား $= \dfrac{\text{အငယ်ဆုံးမူတည်ကိန်း}}{2}$)

နှိုင်းရအမှား $= \dfrac{0.005}{1.50} = \dfrac{5}{1500} = \dfrac{1}{300}$

အမှားရာခိုင်နှုန်း $= \dfrac{1}{300} \times 100\,\% = 0.33\,\%$

လေ့ကျင့်ခန်း (13.4)

1. အောက်ပါတို့အတွက် ပကတိအမှားနှင့် နှိုင်းရအမှားတို့ကို ရှာပေးပါ။

(a) 125 m (b) 25 kg

(c) 1.5 km (d) 2.5 m

2. အောက်ပါတို့မှ ပကတိအမှားနှင့် အမှားရာခိုင်နှုန်းတို့ကို အရာရောက် ဂဏန်းနှစ်လုံး အထိရှာပေးပါ။

(a) 6 cm (b) 12 kg

(c) 3.6 litres (d) 4.4 m

3. အောက်ပါတို့မှ အမှားရာခိုင်နှုန်းကို အရာရောက်ဂဏန်းနှစ်လုံးအထိ ရှာပေးပါ။

(a) 3 cm (b) 3.0 cm

(c) 3.00 cm (d) 25 kg

13.4 လက်ခံနိုင်သောကွာဟမှု (Tolerance)

ကုန်ထုတ်လုပ်ငန်းများ၏ ကုန်ထုတ်လုပ်မှုနည်းစနစ်တွင် စက်ရုံခွဲများမှ ထုတ်လုပ်လိုက်သောကုန်ပစ္စည်းအစိတ်အပိုင်းများကို လိုအပ်သလို အသုံးပြုနိုင်ရန် ထိုပစ္စည်း အစိတ်အပိုင်းငယ်များသည်တိကျသော အတိုင်းအတာရှိရန် လိုအပ်ပေသည်။ သို့သော် လက်တွေ့တွင် အတိအကျရှိရန်မလွယ်ကူချေ။သို့ဖြစ်၍ အများဆုံးလွဲမှားမှုကို သတ်မှတ်၍ အတိုးအလျှော့ကို ခွင့်ပြုထားရသည်။

အချင်း 8 mm ရှိ မူလီငယ်ကလေးများ ထုတ်လုပ်ရာတွင် အများဆုံးလွဲမှားမှုအတွက် ၎င်းပစ္စည်း၏အချင်းကို 7.8 mm နှင့် 8.2 mm အတွင်း ကန့်သတ်၍ သတ်မှတ်ပေးရမည်။ ဤကန့်သတ် ချက်တို့ခြားနားခြင်း 0.4 mm ကို အတိုင်းအတာ၏ လက်ခံနိုင်သောကွာဟမှု (Tolerance) ဟု ခေါ်သည်။ ဤနေရာတွင် ကွာဟမှု၏ စည်းသတ်တန်ဖိုးများမှာ (± 0.2 mm) ဖြစ်သည်။

အကြီးဆုံးလက်ခံနိုင်သော အတိုင်းအတာနှင့် အငယ်ဆုံးလက်ခံနိုင်သော အတိုင်းအတာတို့၏ခြားနားခြင်းကို အတိုင်းအတာ၏ လက်ခံနိုင်သောကွာဟမှု (Tolerance) ဟုခေါ်သည်။

တစ်ဖန် တိုင်းတာချက်များ၏ လက်ခံနိုင်သော ကွာဟမှုကို (8 ± 0.2)mm ဟုသတ်မှတ်ဖော်ပြသည်။ဤသို့ဖြင့်အတိုင်းအတာများ၏ကွာဟမှုများကိုသိရှိခဲ့လျှင်လည်း အကြီးဆုံးနှင့်အငယ်ဆုံးလက်ခံနိုင်သော တန်ဖိုးများကိုလည်းကောင်း၊ ကွာဟမှုကိုလည်းကောင်း တွက်ယူနိုင် ပါသည်။

ဥပမာ

ဒြပ်ထု (15 ± 0.5) g အတွက် အကြီးဆုံးနှင့် အငယ်ဆုံး လက်ခံနိုင်သော ဒြပ်ထုများမှာ 15.5 g နှင့် 14.5 g ဖြစ်၍ လက်ခံနိုင်သော ကွာဟမှုသည် 1 g ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (13.5)

1. အောက်ပါတို့အတွက် အကြီးဆုံးလက်ခံနိုင်သော အတိုင်းအတာနှင့် အငယ်ဆုံးလက်ခံနိုင်သော အတိုင်းအတာတို့ကို ဖော်ပြပါ။

   (a) (12 ± 1) g　　(b) (76 ± 2) m

   (c) (4.3 ± 0.1) cm　　(d) (6.3 ± 0.1) s

2. အောက်ပါလက်ခံနိုင်သောအတိုင်းအတာများအတွက် လက်ခံနိုင်သောကွာဟမှုကိုရှာပါ။

   (a) 6 cm နှင့် 8 cm　　(b) 27 g နှင့် 28 g

   (c) 4.2 cm နှင့် 4.4 cm　　(d) 8.7 kg နှင့် 8.4 kg

3. 9.8 m နှင့် 10.1 m တို့အတွက် တိုင်းတာခြင်း၏ ကွာဟမှုခရီးတာ (Range) ကို (9.95 ± 0.15)m ဖြင့် ဖော်ပြသည်။

   အောက်ပါတို့ကို ထိုသို့ ဖော်ပြပါ။

   (a) 5 mm မှ 9 mm ထိ　　(b) 79 m မှ 83 m ထိ

   (c) 11 kg မှ 14 kg ထိ　　(d) 5.4 kg မှ 5.8 kg ထိ

4. လက်ဖက်ခြောက်အထုပ်များ၏ အလေးချိန်ကွာဟချက်သည် (500 ± 20) g ဖြစ်လျှင် အောက်ပါတို့အနက် မည်သည်တို့သည် လက်ခံနိုင်သည့် အတိုင်းအတာများဖြစ်သနည်း။

(a) 487 g (b) 519 g (c) 478 g

(d) 480 g (e) 500 g

5. ပိုက်လုံးငယ်ကလေးများ၏ အလျားမှာ (6 ± 0.2)cm ဖြစ်ရမည်ဟု ပေးထားလျှင် အောက်ပါ တို့အနက် မည်သည်တို့ကို လက်ခံ၍ မည်သည်တို့ကို ပယ်ရမည်နည်း။

(a) 6.3 cm (b) 5.6 cm (c) 6.09 cm

(d) 5.82 cm (e) 5.98 cm

13.5 အတိုင်းအတာတို့၏ ပေါင်းလဒ်နှင့် နုတ်လဒ်

(The sum and difference of measurements)

အတိုင်းအတာတို့၏ ပေါင်းခြင်း

(Addition of measurements)

ဥပမာ **(1)**

5 cm နှင့် 3 cm အတိုင်းအတာတို့၏ ပေါင်းလဒ်ကိုရှာပါ။အတိုင်းအတာတစ်ခုစီကို အနီးဆုံး cm အထိ ပေးထားသည်။

ပထမအလျားသည် (5 ± 0.5)cm အတွင်းရှိသည်။ ဆိုလိုသည်မှာ 4.5 cm မှ 5.5cm အတွင်းဖြစ်သည်။

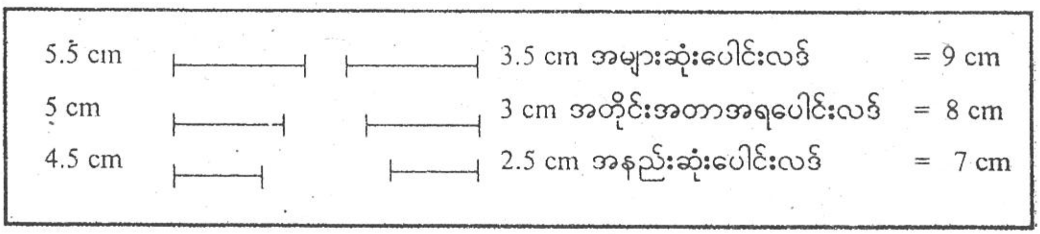
ဒုတိယအလျားသည် (3 ± 0.5) cm အတွင်းရှိသည်။ ဆိုလိုသည်မှာ 2.5 cm မှ 3.5 cm အတွင်းဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့်

အကြီးဆုံးလက်ခံနိုင်သောကိန်းများပေါင်းလဒ် = 5.5 + 3.5 = 9 cm

အငယ်ဆုံးလက်ခံနိုင်သောကိန်းများပေါင်းလဒ် = 4.5 + 2.5 = 7 cm

ပကတိအမှားမှာ $\frac{9 - 7\text{cm}}{2} = 1$ cm



ပုံ (13.3)

ထို့ကြောင့် ထင်ရသောပေါင်းလဒ် (Apparent sum) 8 cm တွင် ပကတိအမှား 1 cm ရှိပြီး ၎င်းသည် မူလအတိုင်းအတာများရှိ ပကတိအမှားများ၏ ပေါင်းလဒ်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ(2)

တုတ်နှစ်ချောင်း၏ အလျားများမှာ 3.2 cm နှင့် 1.6 cm အသီးသီးဖြစ်ကြသည်။ အတိုင်းအတာတစ်ခုစီကို အနီးဆုံး 0.1 cm အထိ ပေးထားသည်။ ထိုတုတ်နှစ်ချောင်းကို ဆက်လိုက်သော် အစွန်းနှစ်ခုစီ၏ အကွာအဝေး မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

ပထမအလျားသည် (3.2 ± 0.05) cm အတွင်းရှိသည်။

ဒုတိယအလျားသည် (1.6 ± 0.05) cm အတွင်းရှိသည်။

အကြီးဆုံးလက်ခံနိုင်သော ကိန်းများပေါင်းလဒ် = 3.25 + 1.65 = 4.90 cm နှင့်

အငယ်ဆုံးလက်ခံနိုင်သော ကိန်းများပေါင်းလဒ် = 3.15 + 1.55 = 4.70 cm ဖြစ်သည်။

ထင်ရသောပေါင်းလဒ် 4.8 cm တွင် ပကတိအမှား 0.10 cm ဖြစ်သည်ကို သတိပြုရမည်။

အတိုင်းအတာများ တစ်ခုနှင့် တစ်ခုပေါင်းရာတွင် ပကတိအမှားမှာ မူလအတိုင်းအတာတို့၏ အမှားများပေါင်းလဒ်ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (13.6)

1. အောက်ပါတို့၏ အကြီးဆုံးလက်ခံနိုင်သော ကိန်းများပေါင်းလဒ်နှင့် အငယ်ဆုံးလက်ခံနိုင်သော ကိန်းများပေါင်းလဒ်တို့ကိုရှာပါ။

   (a) 6 cm နှင့် 8 cm (b) 12 g နှင့် 17 g

2. အောက်ပါအတိုင်းအတာတို့၏ ပေါင်းလဒ်တို့အတွက် ပကတိအမှားတို့ကို ရှာပါ။

   (a) 5 cm နှင့် 8 cm (b) 24 g နှင့် 19 g

3. အောက်ဖော်ပြပါပုံများ၏ပတ်လည်အနားများအတွက်ရှိရမည့် (ကျရောက်မည့်)စည်းသတ်တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။

   (a) အနား 3 cm , 4 cm နှင့် 5 cm ရှိ တြိဂံတစ်ခု

   (b) အနား 12 mm ရှိစတုရန်းတစ်ခု

13.6 အတိုင်းအတာတို့၏ ခြားနားခြင်း

(Subtraction of Measurement)

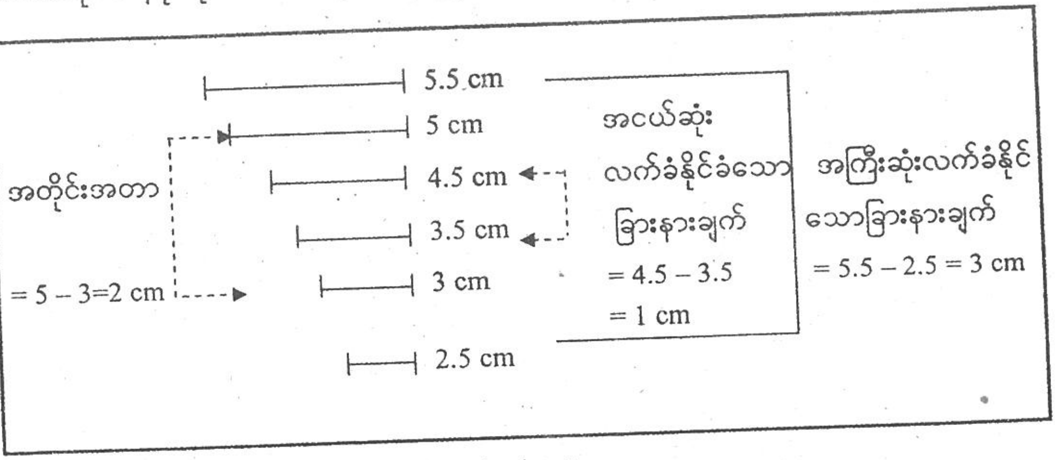
ဥပမာ

အလျား 5 cm နှင့် 3 cm တို့၏ ခြားနားခြင်းကို ရှာပါ။ အတိုင်းအတာတစ်ခုစီကို အနီးဆုံး cm အထိပေးထားသည်။

ပထမအလျားသည် ခရီးတာ(Range) (5 ± 0.5) cm အတွင်းရှိသည်။ ဆိုလိုသည်မှာ 4.5cm မှ 5.5 cm အထိဖြစ်သည်။

ဒုတိယအလျားသည် ခရီးတာ(Range) (3 ± 0.5) cm အတွင်းရှိသည်။ဆိုလိုသည်မှာ 4.5cm မှ 3.5 cm အထိ ဖြစ်သည်။

ထိုအလျားကို၏ အကြီးဆုံးလက်ခံနိုင်သော ခြားနားချက်ကို ဒုတိယအလျား၏ အငယ်ဆုံး တန်ဖိုးကို ပထမအလျား၏ အကြီးဆုံးတန်ဖိုးမှ နုတ်ခြင်းဖြင့် ရနိုင်သည်။



ပုံ (13.4)

အထက်ပါပုံအရ အကြီးဆုံးလက်ခံနိုင်သောခြားနားချက် = (5.5 – 2.5) cm = 3 cm

အထက်ပါပုံအရ အငယ်ဆုံးလက်ခံနိုင်သောခြားနားချက် = (4.5 – 3.5) cm = 1 cm

ထင်ရသော ခြားနားချက် 2 cm တွင် ပကတိအမှား 1 cm ပါရှိနေ၍ ထို 1cm မှာ မူလ အလျားတစ်ခုစီ၏ ပကတိအမှားများ၏ ပေါင်းလဒ်နှင့်တူညီလေသည်။

သို့ဖြစ်၍ အတိုင်းအတာတို့၏ ခြားနားချက်ကိုရှာရာတွင်ပကတိအမှားသည် မူလအတိုင်း အတာတစ်ခုစီ၏ ပကတိအမှားများ၏ ပေါင်းလဒ်ပင်ဖြစ်ပါသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (13.7)

1. အောက်ပါအတိုင်းအတာတို့၏ ခြားနားခြင်းရှာနိုင်ရန် စည်းသတ်တန်ဖိုးများကို ဖော်ပြပါ။

(a) 4 cm နှင့် 8 cm (b) 5 g နှင့် 8 g

(c) 3 s နှင့် 9s (d) 9.8 cm နှင့် 4.6 cm

(e) 2.7 kg နှင့် 1.4 kg (f) 1.42 m နှင့် 0.90 m

2. အောက်ပါအတိုင်းအတာတို့၏ ခြားနားခြင်းအတွက် ပကတိအမှားတို့ကို ရှာပါ။

(a) 4 km နှင့် 2 km (b) 22 cm နှင့် 17 cm

(c) 3.2 g နှင့် 1.7 g

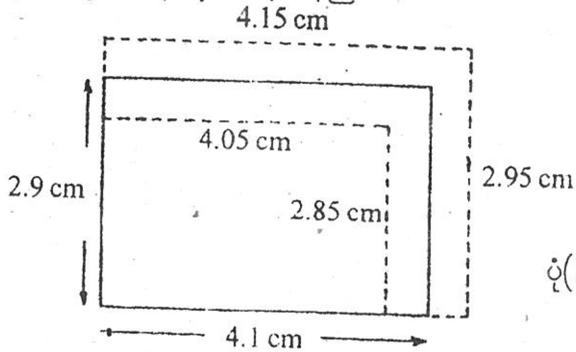
3. 28 cm ရှည်သောသတ္တုချောင်းမှ အလျား 20 cm ကို ဖြတ်ထုတ်လိုက်သော်ကျန်သော အလျား၏ စည်းသတ်တန်ဖိုးမှာမည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

13.7 အတိုင်းအတာတို့၏ မြှောက်သော်

(The Product of Measurements)

ဥပမာ

အလျား 4.1 cm နှင့် အနံ 2.9 cm ရှိ ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ဧရိယာသည် မည်သည့် စည်းသတ်တန်ဖိုးများအတွင်း ကျရောက်နေသနည်း။



ပုံ(13.5)

အကြီးဆုံးလက်ခံနိုင်သော ဧရိယာ = $4.15 \times 2.95\ cm^2$

= $12.2425\ cm^2$

အငယ်ဆုံးလက်ခံနိုင်သော ဧရိယာ = $4.05 \times 2.85\ cm^2$

= $11.5425\ cm^2$

ထို့ကြောင့် ဧရိယာအမှန်မှာ $12.2425\ cm^2$ နှင့် $11.5425\ cm^2$ အကြားတွင်ရှိသည်။

ထို့အတူ ထင်ရသောဧရိယာ = $4.1 \times 2.9\ cm^2$

= $11.89\ cm^2$

လေ့ကျင့်ခန်း (13.8)

အောက်ပါပုံများ၏ ဧရိယာအတွက် စည်းသတ်တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။

(ဧရိယာအမှန်သည် မည်သည့်ကွာဟမှုအတွင်း ကျရောက်သည်ကို ဖော်ပြရန်ဖြစ်သည်။)

1. အလျား 5 cm နှင့် အနံ 4 cm ရှိ ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု
2. အလျား 9 cm နှင့် အနံ 2 cm ရှိ ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု
3. အလျား 4.2 cm နှင့် အနံ 2.8 cm ရှိ ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု

အောက်ပါတို့၏ လက်ခံနိုင်သော မြှောက်လဒ်ကွာဟမှုကို ရှာပါ။

4. 2.5 cm နှင့် 2.01 cm
5. (a) 12.5 နှင့် 8.25

   (b) 10.2 နှင့် 7.5

အခန်း (14)

စာရင်းအင်းသင်္ချာ (4)

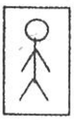
ပဥ္စမတန်း စာရင်းအင်းသင်္ချာမှစ၍ သတ္တမတန်းစာရင်းအင်းသင်္ချာအထိ သင်ခန်းစာများတွင်စာရင်းအင်းဆိုင်ရာ အချက်အလက်များအတွက် ဖော်ပြနိုင်သောနည်းများကို လေ့လာခဲ့ကြပါသည်။ ပိုမိုတိကျစွာပြောကြားရပါမူ စာရင်းအင်းဆိုင်ရာ အချက်အလက်များကို လွယ်ကူစွာသိသာနိုင်စေရန်အတွက် ရုပ်ပြပုံများဖြင့် ဖော်ပြခြင်း၊ ကားချပ်များဖြင့် ဖော်ပြခြင်း၊ ဂရပ်များဆွဲသားခြင်း၊ စက်ဝိုင်းကားချပ်များဆွဲသားခြင်း စသည်တို့ကို တင်ပြခဲ့ပါသည်။ ထို့ပြင် စာရင်းအင်းဆိုင်ရာ အချက်အလက်များအတွက် ထပ်ကြိမ်ဇယားတည်ဆောက်ခြင်း၊ ဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့် ဖော်ပြခြင်းနှင့် ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံများ အသုံးပြုဖော်ပြခြင်းများကိုလည်း လေ့လာခဲ့ကြရသည်။

ယခု စာရင်းအင်းသင်္ချာတွင် စာရင်းအင်းဆိုင်ရာ အချက်အလက်များကို ဖော်ပြရုံမျှမက တိုင်းတာမှုဆိုင်ရာ အကြောင်းအရာများကိုလည်းတင်ပြထားပါသည်။ ထိုသို့မတင်ပြမီ စာရင်းအင်းဆိုင်ရာ အချက်အလက်များအတွက် သရုပ်ပြပုံများ တည်ဆောက်ခြင်းကို ပြန်လည်လေ့ကျင့်သောအားဖြင့်အောက်တွင် သရုပ်ပြပုံများ၊ ကားချပ်ပုံများနှင့် စက်ဝိုင်းကားချပ်များတို့ကို ဖော်ပြပါမည်။

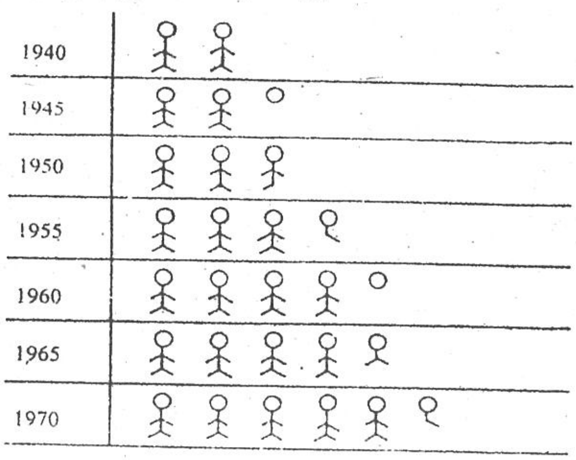
14.1 ရုပ်ပြပုံများ

အောက်ပါဇယားတွင်ဖော်ပြထားသောမြန်မာနိုင်ငံ၏လူဦးရေများကို ရုပ်ပြပုံဖြင့် ဖော်ပြပါ။

ခုနှစ်	1940	1945	1950	1955	1960	1965	1970
လူဦးရေ (သန်းပေါင်း)	10	11	14	17	21	23	27



သင်္ကေတတစ်ခုလျှင် လူဦးရေ 5 သန်းအတွက် သတ်မှတ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ရုပ်ပြပုံ တစ်ခုတည်ဆောက်နိုင်သည်။

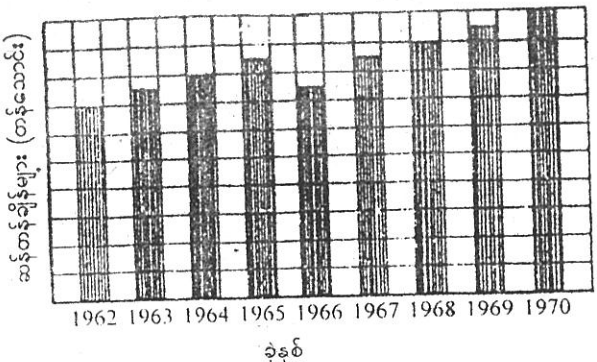


ပုံ (14.1)

14.2 ဗားချပ်များ

နိုင်ငံတစ်နိုင်ငံမှ နှစ်စဉ်နိုင်ငံခြားသို့ တင်ပို့သော ဆန်တန်ချိန်များကို ဖော်ပြထား၏။ ဤပေးထားသောဇယားမှ အချက်အလက်များကို ဗားချပ်ဖြင့် ဖော်ပြပါ။

ခုနှစ်	1962	63	64	65	66	67	68	69	70
ဆန်တန်ချိန် (သောင်း)	7	7.5	8	8.5	7.5	8.5	9	9.5	10



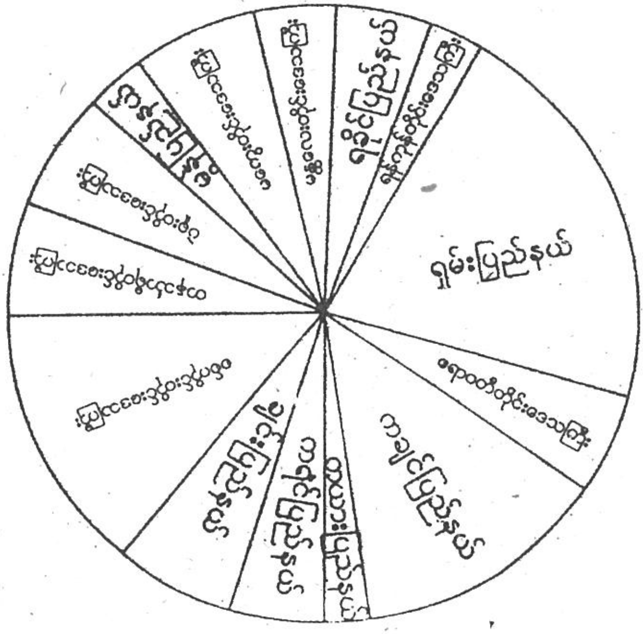
ပုံ (14.2)

14. 3 စက်ဝိုင်းကားချပ်များ

ပြည်ထောင်စုမြန်မာနိုင်ငံတော်တွင် ပါဝင်သော တိုင်းဒေသကြီးနှင့် ပြည်နယ်များ၏ ဧရိယာအကျယ်အဝန်းသည် အောက်ပါဇယားအတိုင်းဖြစ်လျှင် စက်ဝိုင်းကားချပ်သုံး၍ဖော်ပြပါ။

တိုင်းဒေသကြီး/ပြည်နယ်	ဧရိယာစတုရန်းမိုင် (ထောင်ပေါင်း)
ကချင်ပြည်နယ်	32
ကယားပြည်နယ်	4
ကရင်ပြည်နယ်	10
ချင်းပြည်နယ်	13
စစ်ကိုင်းတိုင်း ဒေသကြီး	34.5
တနင်္သာရီတိုင်း ဒေသကြီး	16.5
ပဲခူးတိုင်း ဒေသကြီး	14
မွန်ပြည်နယ်	4.5
မကွေးတိုင်း ဒေသကြီး	16
မန္တလေးတိုင်း ဒေသကြီး	12

တိုင်းဒေသကြီး/ပြည်နယ်	ဧရိယာစတုရန်းမိုင် (ထောင်ပေါင်း)
ရခိုင်ပြည်နယ်	11
ရန်ကုန်တိုင်း ဒေသကြီး	4
ရှမ်းပြည်နယ်	56
ဧရာဝတီတိုင်း ဒေသကြီး	12.5

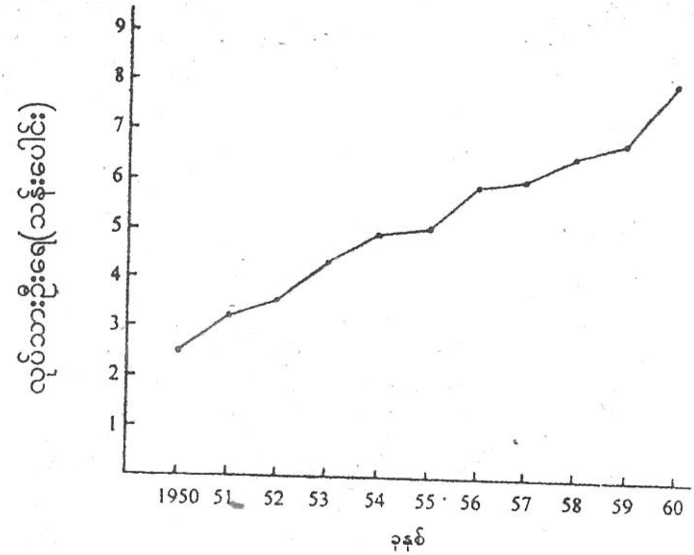


ပုံ (14.3)

14.4 ဂရပ်များ

မြန်မာနိုင်ငံတွင် စိုက်ပျိုးလုပ်ကိုင်သူလုပ်သားများမှာ 1950 ခုနှစ်မှ 1960 ခု ထိ အောက်ပါ အတိုင်း တွေ့ရှိရ၏။ ဂရပ်ဖြင့် ဖော်ပြပါ။

ခုနှစ်	1950	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
လုပ်သား (သန်း ပေါင်း)	2.5	3.2	3.5	4.3	4.9	5	5.9	6	6.5	6.8	8



ပုံ (14.4)

လေ့ကျင့်ခန်း (14.1)

1. မြန်မာနိုင်ငံတွင် လူဦးရေ 1000 တွင် မွေးဖွားနှုန်းသည် အောက်ပါဇယားအတိုင်းဖြစ်လျှင် ရုပ်ပြပုံဖြင့် ဖော်ပြပါ။

ခုနှစ်	1925	1930	1935	1940	1945	1950	1955	1960
ဖွားနှုန်း (လူ1000)	25.00	23.5	18.5	18	17	28	30	35

2. အောက်ပါဇယားတွင် နေသွားလမ်းကြောင်းစနစ်ရှိ ဂြိုဟ်ကြီးများ၏ တစ်စက္ကန့်အတွင်း အသွားနှုန်းကို ဖော်ပြထားရာ ဘားချပ်တစ်ခုတည်ဆောက်ပါ။

ဂြိုဟ်အမည်	M	V	E	Ma	Ju	Sat	U	N	P
တစ်စက္ကန့် (မိုင်)	29.7	21.8	18.5	15.0	8.0	6.0	4.2	3.4	3.0

3. အောက်ပါဇယားတွင် ဖော်ပြထားသော မြို့တစ်မြို့၏ အပူချိန်ကို စက်ဝိုင်းကားချပ်ဖြင့် ဖော် ပြပါ။

လ	ဇန်	ဖေ	မတ်	ဧပြီ	မေ	ဇွန်	ဇူ	ဩ	စက်	အောက်	နို	ဒီ
အပူချိန်	70	75	83	90	89	87	87	86	85	83	76	71

4. ပေးထားသောဇယားမှ စစ်တွေ၊ မော်လမြိုင်နှင့် ရန်ကုန်မြို့များ၏ မိုးရေချိန်များကို ဂရပ်များ ဖြင့် ဖော်ပြပါ။

လ	ဇန်	ဖေ	မတ်	ဧပြီ	မေ	ဇွန်	ဇူ	ဩ	စက်	အောက်	နို	ဒီ
စစ်တွေ	0.1	0.2	0.5	2.0	14.5	45.5	55.0	42.5	24.6	11.5	5.0	0.5
မော်လမြိုင်	C.2	0.2	0.5	2.5	20.0	35.5	45.2	40.0	24.0	6.5	1.0	0.5
ရန်ကုန်	0.1	0.2	0.3	1.05	12.5	121.5	21.5	20.5	15.0	8.0	2.30	0.5

14.5 ထပ်ကြိမ်ဇယား

မျက်နှာပြင်များကို 1, 2, 3, 4, 5, 6 မှတ်သားထားသော အန်စာတုံးတစ်ခုကို ကျောင်းသား 30 အား တစ်ကြိမ်စီမြှောက်စေရာ အောက်ပါအတိုင်းတွေ့ရ၏။

1	2	3	1	2	5	6	1	4	5
6	6	2	1	5	4	3	2	1	2
1	3	3	4	4	2	2	4	3	3

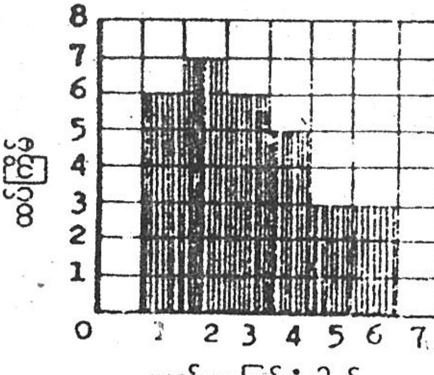
ဤတွေ့ရှိချက်များကို ထပ်ကြိမ်ဇယားဖြင့် တစ်ဖက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြနိုင်၏။

ထပ်ကြိမ်ဇယား

မျက်နှာပြင်နံပါတ်	တာလီ	ထပ်ကြိမ်
1	𝍸 |	6
2	𝍸 ||	7
3	𝍸 |	6
4	𝍸	5
5	|||	3
6	|||	3

14.6 ဟစ္စတိုဂရမ်

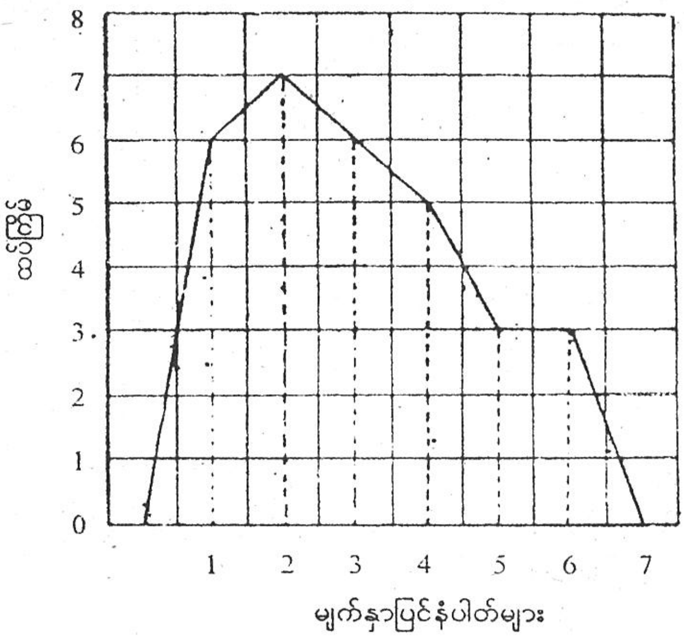
အထက်ပါထပ်ကြိမ်ဇယားမှ ပါဝင်သော အချက်အလက်များကို အောက်ပါအတိုင်း ဟစ္စတို ဂရမ်ဖြင့် ဖော်ပြနိုင်၏။



ပုံ (14.5)

14.7 ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံ

ထပ်ကြိမ်ဖြန့်ချက်တစ်ခုကို ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတစ်ခုအသုံးပြု၍လည်း ဖော်ပြနိုင်၏။ဤနေရာတွင်ဒြဒိနိတ်ဟုခေါ်သောမျဉ်းမတ်များကို ရေညီမျဉ်းပေါ်ရှိ တန်းတူကြားပိုင်းများ၏ အလယ်မှတ်များ၌ထပ်ကြိမ်များနှင့် အချိုးညီသောအမြင့်ရှိအောင် ဆွဲရသည်။ ဒြဒိနိတ်တို့၏ ထိပ်စွန်းမှတ်များ ကို ဆက်သွယ်လိုက်လျှင် ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံကို ရရှိ၏။ အထက်ပါ အန်စာတုံးပြဿနာကို ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံ သုံး၍ ဖော်ပြသော် အောက်ပါအတိုင်းရ၏။



ပုံ (14.6)

လေ့ကျင့်ခန်း (14.2)

1. ခေါင်းနှင့်ပန်း တစ်ဖက်စီပါသော ကြေးပြားတစ်ပြားကို ကျောင်းသား 40 အား ငါးကြိမ်စီ မြှောက်စေ၍ခေါင်းကျသောအကြိမ်များကို မှတ်သားထားရာ အောက်ပါအတိုင်းတွေ့ရ၏။

1	0	2	4	1	5	0	3	2	4
2	3	4	3	1	2	4	5	3	2
4	2	3	2	2	3	3	2	4	1
5	1	2	1	3	4	1	2	3	3

(a) ထပ်ကြိမ်ဇယား တည်ဆောက်ပါ။

(b) ဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့် ဖော်ပြပါ။

(c) ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံသုံး၍ ဖော်ပြပါ။

2. ကျောင်းကောင်စီမှ ကြီးမှူးကျင်းပသော ဘက်စုံပညာပွဲ့ဖြိုးမှုအတွက် 1970 ခုမှ 1980 ခုထိ ပထမ၊ ဒုတိယ၊ တတိယဆု အသီးသီးရရှိသော အသင်းများမှာ အောက်ပါအတိုင်းတွေ့ရှိရ၏။

ခုနှစ်	ပထမဆု	ဒုတိယဆု	တတိယဆု
1970	အနီအသင်း	အဝါ	အစိမ်း
1971	အဝါ	အပြာ	အနီ
1972	အပြာ	အနီ	အစိမ်း
1973	အပြာ	အစိမ်း	အနီ
1974	အစိမ်း	အဝါ	အပြာ
1975	အစိမ်း	အပြာ	အနီ
1976	အပြာ	အစိမ်း	အနီ
1977	အနီ	အဝါ	အပြာ
1978	အဝါ	အပြာ	အနီ
1979	အနီ	အဝါ	အစိမ်း
1980	အဝါ	အစိမ်း	အပြာ

အသင်းလိုက်ဆုတစ်ခုစီအတွက် ထပ်ကြိမ်ဇယားတည်ဆောက်ပါ။ ထို့နောက်ဟစ္စတိုဂရမ်နှင့် ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံများဖြင့်ဖော်ပြပါ။

ကျောင်းသား 150 ရှိသော အတန်းတစ်တန်းတွင်မိမိတို့၏ စိတ်ပါဝင်စားမှုအရှိဆုံး ဘာသာရပ်ကို မေးမြန်းရာ အောက်ပါအတိုင်းတွေ့ရ၏။

ဘာသာရပ်	ကျောင်းသားဦးရေ
မြန်မာစာ	20
အင်္ဂလိပ်စာ	30
သင်္ချာ	40
သိပ္ပံ	25
သမိုင်း	18
ပထဝီဝင်	17
	စုစုပေါင်း 150

အထက်ပါဇယားအတွက် (a) ဟစ္စတိုဂရမ် (b) ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံဖြင့် ဖော်ပြပါ။

စပါးစိုက်ပျိုးသော လယ်သမား 100 ၏ တစ်ဧက စပါးအထွက်နှုန်းကို လေ့လာကြည့်ရာ အောက်ပါအတိုင်းတွေ့ရ၏။

တစ်ဧကစပါးအထွက်နှုန်း	လယ်သမားဦးရေ
21 - 30 တင်း	8
31 – 40 တင်း	10
41 – 50 တင်း	18
51 – 60 တင်း	20
61 – 70 တင်း	25
71 – 80 တင်း	10
81 – 90 တင်း	6
91 – 100 တင်း	3

(a) ပေးထားသော ထပ်ကြိမ်ပြဇယားကို ကြားပိုင်း အကွာအဝေး 20 ထား၍ ထပ်ကြိမ်ဇယားသစ် တည်ဆောက်ပါ။

(b) ထပ်ကြိမ်ဇယားနှစ်ခုစလုံးအတွက် ဟစ္စတိုဂရမ်နှင့် ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံများတည်ဆောက်ပါ။

5. ကျောင်းသား 50 ရှိသော အတန်းတစ်တန်းတွင် အားလပ်ချိန်အသုံးပြုပုံကို လေ့လာရာ အောက်ပါအတိုင်း တွေ့ရ၏။

အသုံးပြုနည်း	ကျောင်းသားဦးရေ
အားကစား	25
စာဖတ်	10
စိုက်ပျိုးရေး	5
ပန်းချီ	7
လက်မှု	3

အထက်ပါ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားကို

(a) ဟစ္စတိုဂရမ်

(b) ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံ အသုံးပြု၍ ဖော်ပြပါ။

14.8 ဗဟိုပြုတိုင်းတာချက်များ

(Measures of central tendency)

ပျမ်းမျှတန်ဖိုးများကို အမျိုးတူသော နမူနာအချက်အလက်များ နှိုင်းယှဉ်ရာ၌ အသုံးပြုသည်။ ဥပမာအားဖြင့် ဘောလုံးအသင်းတစ်ခု၏ ပျမ်းမျှဂိုးအရေအတွက် စာသင်တန်းတစ်တန်း၌ ရှိသော ကျောင်းသား၏ ပျမ်းမျှစာမေးပွဲရမှတ်၊ အိမ်ထောင်တစ်ခု၏ ပျမ်းမျှဝင်ငွေ၊ နေရာတစ်ခု၌ ရွာသွန်းသော ပျမ်းမျှမိုးရေချိန် စသည်ဖြင့် ပြောဆိုသုံးစွဲကြသည်။

အကယ်၍ကျောင်းသားနှစ်ဦး၏ စာမေးပွဲရမှတ်များသည် အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည် ဆိုပါစို့။

	အင်္ဂလိပ်စာ	မြန်မာစာ	သင်္ချာ	အထွေထွေသိပ္ပံ	ပထဝီဝင်	သမိုင်း
မောင်လှ	75	80	81	90	84	70
မောင်မြ	72	84	86	60	56	65

$$\text{မောင်လှ၏ပျမ်းမျှရမှတ်} = \frac{75+80+81+90+84+70}{6}$$

$$= \frac{480}{6} = 80$$

$$\text{မောင်မြ၏ပျမ်းမျှရမှတ်} = \frac{72+84+86+60+56+65}{6}$$

$$= \frac{423}{6} = 70.5$$

မောင်လှ၏ ပျမ်းမျှရမှတ် 80 နှင့် မောင်မြ၏ ပျမ်းမျှရမှတ် 70.5 တို့ကို နှိုင်းယှဉ်ကြည့်လျှင်မောင်လှသည် မောင်မြထက် စာမေးပွဲတွင်သာလွန်ကြောင်း လွယ်ကူစွာတွေ့ရှိနိုင်သည်။ အကယ်၍သာ ရမှတ်များကို ဘာသာတစ်ခုချင်းလိုက် နှိုင်းယှဉ်ကြည့်မည်ဆိုလျှင် မောင်မြအနေဖြင့် မောင်လှ ထက်သာလွန်သည့် ဘာသာရပ်များရှိနေသည်ကို တွေ့ရမည်ဖြစ်သည်။

အထက်ပါကဲ့သို့ ရှာယူသည့်ကိန်းဂဏန်းများ တိုင်းတာချက်များ၏ ပျမ်းမျှတန်ဖိုးကို သမတ်ကိန်းဟုခေါ်သည်။

အချက်အလက်များကိုခြုံငုံဖော်ပြရာ၌ အသုံးပြုသော အခြားပျမ်းမျှတန်ဖိုးကို သမတ်ကိန်းဟုခေါ်သည်။

(1) ကြိမ်ဖန်များစွာပေါ်ပေါက်သော တိုင်းတာချက် သို့မဟုတ် ကြိမ်များကိန်း (Mode) နှင့်

(2) အလယ်ကိန်း (Median) ဖြစ်သည်။

သမတ်ကိန်း (Mean)

စာရင်းအင်းဆိုင်ရာ အချက်အလက်များကို ဖော်ပြသော ကိန်းအစုတစ်စု၏ သမတ်ကိန်းကိုရှာရန်အတွက်

(a) အစုတွင် ပါဝင်သော ကိန်းအားလုံး၏ ပေါင်းလဒ်ကို ရှာပါ။

(b) ပေါင်းလဒ်ကို အစုတွင်ပါဝင်သော ကိန်းအရေအတွက်ဖြင့် စားပါ။

ထိုအခါ သမတ်ကိန်းကို ရရှိမည်။

အကယ်၍ သမတ်ကိန်းကို သင်္ကေတအားဖြင့် A ဟုမှတ်သားပြီး ကိန်းအားလုံးပေါင်းလဒ်ကို T_1 ကိန်းလုံးအရေအတွက်ကို N ဟု မှတ်သားပါက အောက်ပါအတိုင်း ရေးနိုင်၏။

$$A = \frac{T}{N}$$

ဥပမာ **(1)** အောက်ဖော်ပြပါကိန်းများအနက် သမတ်ကိန်းကိုရှာပါ။

4, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 10,11,12,13

ဤတွင် ကိန်းအားလုံးပေါင်းလဒ်

$$T = 4+5+6+7+7+8+8+8+8+9+9+10+11+12+13$$
$$= 125$$

ကိန်းလုံးအရေအတွက် $N = 15$

ထို့ကြောင့် သမတ်ကိန်း $A = \frac{T}{N}$

$$= \frac{125}{15} = 8.3$$

ဥပမာ (2) အောက်ပါကိန်းအစု၏ သမတ်ကိန်းကိုရှာပါ။

142 , 135, 130, 136, 142, 134, 135, 140

ကိန်းအားလုံး၏ ပေါင်းလဒ်

= 142 + 135 + 130 + 136 + 142 + 134 + 135 + 140

= 1094

ကိန်းလုံးအရေအတွက် $N = 8$

ထို့ကြောင့် သမတ်ကိန်း $A = \dfrac{T}{N}$

$= \dfrac{1094}{8} = 136.75$

ကြိမ်များကိန်း (Mode)

ကိန်းအစုတစ်ခုတွင် ကြိမ်ဖန်များစွာပါဝင်နေသောကိန်းကို ကြိမ်များကိန်းဟု သတ်မှတ်သည်။ ဥပမာ အောက်ပါကိန်းအစုတစ်ခုကို လေ့လာကြည့်ပါစို့။

5, 2, 18, 5, 5, 12, 8, 6, 9, 5

ဤတွင် 5 သည် လေးကြိမ်ပါဝင်ပြီး ကျန်ကိန်းများသည် တစ်ကြိမ်စီသာပါဝင်နေကြောင်း တွေ့ရ၏။ ထို့ကြောင့်ဖော်ပြပါကိန်း၏ ကြိမ်များကိန်းသည် 5 ဖြစ်သည်။

တစ်ဖန် 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5 တို့တွင် ကြိမ်များကိန်းသည် 4 ဖြစ်၏။

အလယ်ကိန်း (Median)

ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် သို့မဟုတ် ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စီစဉ်ထားသောကိန်းများတွင်အလယ်ဗဟို၌ ရှိသော ကိန်းလုံးကို အလယ်ကိန်းဟု သတ်မှတ်သည်။

ကိန်းများ၏ အလယ်ကိန်းကိုရှာရန်အတွက် ရှေးဦးစွာကိန်းများကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက် သို့မဟုတ် ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စဉ်ပါ။ အကယ်၍ ကိန်းလုံးအရေအတွက်သည် မကိန်းဖြစ်ပါက ကိန်းစဉ်၏အလယ်ရှိ ကိန်းလုံးသည် အလယ်ကိန်းဖြစ်သည်။ သို့သော်ကိန်းအရေအတွက်သည် စုံကိန်းဖြစ်လျှင် ကိန်းစဉ်၏ အလယ်ဗဟိုကိန်းမှာ တစ်လုံးတည်းမဟုတ်တော့ချေ။ ထိုအခါ အလယ်ဗဟိုရှိကိန်းနှစ်လုံး၏ ပျမ်းမျှ တန်ဖိုးကို အလယ်ကိန်းဟု သတ်မှတ်ပါမည်။

ဥပမာ (3) အောက်ပါကိန်းများ၏ အလယ်ကိန်းကိုရှာပါ။

2, 3, 4, 7, 8, 3, 4, 10, 11, 9, 12

ကိန်းများကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက် စီစဉ်ရေးသော်

2, 3, 3, 4, 4 $\boxed{7,}$ 8, 9 , 10, 11, 12 ဖြစ်၏။

အလယ်ရှိကိန်းလုံးမှာ 7 ဖြစ်၏။

ထို့ကြောင့် အလယ်ကိန်း = 7

ဥပမာ (4) အောက်ပါကိန်းများ၏ အလယ်ကိန်းကိုရှာပါ။

2, 8, 3, 17, 10, 9

ကိန်းများကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စီစဉ်သော်

2, 3, $\boxed{8, 9,}$ 10, 17

အလယ်ရှိကိန်းနှစ်လုံးမှာ 8 , 9 ဖြစ်၏။

ထို့ကြောင့် အလယ်ကိန်း = $\dfrac{8 + 9}{2}$ = 8.5 ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (14.3)

1. အောက်ပါတို့မှ သမတ်ကိန်း အသီးသီးကို ရှာပါ။

   (a) 7, 7, 8, 9, 10, 10, 12

   (b) 25 cm, 19cm, 16cm, 14cm, 21cm

   (c) 14 kg, 25 kg, 16.4 kg, 15.1 kg, 19.5 kg

   (d) k 1.50 , k 1.05, k 1.70, 75 p, 34 p, 36 p

   (e) 3 ကျပ်၊ 5 ကျပ်၊ 4 ကျပ် 10 ပြား၊ 7 ကျပ် 50 ပြား၊ ပြား 50

2. နေ့တစ်နေ့၌ ဗဟိုရုံးတစ်ခုအနေဖြင့် နယ်သို့ အဝေးပြောတယ်လီဖုန်း အသုံးချ၍ ဆက်သွယ်ရာတွင် ကြာမြင့်သည့်အချိန်ကို မိနစ်ဖြင့် ဖော်ပြထားပါသည်။

3	7	10	2	4	8	11	9	6	3
2	4	8	15	14	10	8	7	4	7

အဝေးပြောရာတွင် ကြာမြင့်သည့်အချိန်အတွက် သမတ်ကိန်းကိုရှာပါ။

3. နှစ်တစ်နှစ်၌ မိုးနှောင်းလဖြစ်သည့် စက်တင်ဘာလအတွက် မြို့တစ်မြို့တွင် နေ့စဉ်ရက်ဆက် သီတင်းပတ် 2 ပတ်တိုင်တိုင် တစ်နေ့စီအတွက် ဆက်တိုက်နေသာနေသည့် အချိန်နာရီပေါင်းကို ပြထားသည်။

3.8	7.8	5.7	2.0	3.4	7.2	4.1
4.9	6.3	0.8	1.3	7.9	7.6	5.2

တစ်နေ့တာအတွက် ပျမ်းမျှနေသာချိန် (သမတ်ကိန်း) ကို ရှာပါ။

4. အောက်ပါရမှတ်များအတွက် သမတ်ကိန်းကိုရှာပါ။

   (a) 3, 4, 5, 5, 4, 3, 6, 7, 8, 4, 5, 6, 8, 9, 9, 7, 5, 6, 6, 8,

   (b) 6, 7, 8, 5, 7, 8, 9, 6, 7, 8, 5, 8, 9, 7, 8, 6, 9, 8, 5, 8,

5. အောက်ပါ အချက်အလက်များအတွက် ကြိမ်များကိန်း သမတ်ကိန်းနှင့် အလယ်ကိန်းတို့ကို ရှာပါ။

   (a) 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 7

(b) 13 ကျပ်၊13 ကျပ်၊ 14 ကျပ်၊ 15 ကျပ်၊ 15 ကျပ်၊ 16 ကျပ်၊ 17 ကျပ်၊13 ကျပ်၊ 12 ကျပ်

(c) 2, 9, 1, 2, 5, 7, 2, 3, 1, 4, 4, 8

6. တစ်နှစ်ပတ်လုံး စစ်ဆေးခဲ့သည့် လပတ်စာမေးပွဲများတွင် ကျောင်းသားတစ်ဦးသည် အမှတ် 25 မှတ်အနက် 20, 22, 18, 21, 22, 16, 14, 19, 17 အသီးသီးရရှိခဲ့သည်။ ပျမ်းမျှတန်ဖိုးသုံးမျိုးဖြစ်သည့် ကြိမ်ဖန်များစွာပေါ်ပေါက်သောကိန်း၊ သမတ်ကိန်းနှင့် အလယ်ကိန်းတို့ကို ရှာပါ။

7. ပင်လယ်ကမ်းခြေမြို့တစ်မြို့၌ သီတင်းတစ်ပတ်အတွက် နေ့စဉ်ဆက်တိုက်နေသာသည့် အချိန်နာရီမှာ 7.3, 4.8, 1.7, 6.4, 5.9, 7.6, 6.9 ဖြစ်၏။ ထိုအချိန်ကာလတွင် တစ်နေ့တာ အတွက်ပျမ်းမျှနေသာချိန် နာရီကိုရှာပါ။

8. ကျောင်းတစ်ကျောင်းမှ လက်ဆင့်ကမ်းပြေးပွဲတွင် ပါဝင်သော ကျောင်းသားများ၏ ကိုယ် အလေးချိန်မှာ 47.5 kg , 49 kg, 52 kg နှင့် 53.5 kg အသီးသီးဖြစ်၏။ ထိုသူတို့၏ ကိုယ် အလေးချိန်အတွက် သမတ်ကိန်းကို ရှာပါ။

9. ကျောင်းသားလေးယောက်အတွက် ပျမ်းမျှအရပ်အမြင့်သည် 152 cm ဖြစ်၏။ ပဥ္စမ ကျောင်းသားတစ်ဦးကိုပါ သွင်းလိုက်ပါက ပျမ်းမျှအရပ်အမြင့်သည် 2 cm တက်လာမည် ဖြစ်သည်။ ပဥ္စမ ကျောင်းသား၏အရပ်အမြင့်ကို ရှာပါ။

10. မိုးရာသီဘောလုံးပွဲများတွင်ဝင်ရောက်ယှဉ်ပြိုင်သည့်ဘောလုံးသင်းတစ်သင်းသည် 27 ကြိမ် ယှဉ်ပြိုင်ကစားရာအောက်တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း ပွဲတစ်ပွဲစီတွင် ဂိုးများ သွင်းနိုင် ခဲ့သည့် ထပ်ကြိမ်ကို ကွင်းစ၊ ကွင်းပိတ်ဖြင့်ဖော်ပြထားသည်။

0 (5), 1 (7), 2 (4), 3(6), 4 (3), 6(2)

ရရှိသောဂိုးများအတွက် သမတ်ကိန်း အလယ်ကိန်းနှင့် ကြိမ်ဖန်များစွာ ပေါ်ပေါက်သော ကိန်းတို့ကိုရှာပါ။

14.9 ထပ်ကြိမ်ပြဇယားမှ သမတ်ကိန်းရှာခြင်း

အောက်ပါဥပမာဖြင့် ရှင်းလင်းဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း သမတ်ကိန်းတန်ဖိုးရှာရာတွင် ထပ်ကြိမ်ပြဇယားကို တိုးချဲ့ပြီးအသုံးပြုနိုင်သည်။

1971 ခုနှစ် အောက်တိုဘာလတွင် ယှဉ်ပြိုင်ကစားခဲ့သော ဘောလုံးအသင်းများ၏ ရရှိသည့် ဂိုးအရေအတွက်မှာ

1, 2, 1, 1, 3, 0, 2, 0, 1, 0, 1, 2, 2, 3, 3, 2, 4, 1, 0, 0, 1, 0 ဖြစ်သည်။

အသင်းတစ်သင်းရရှိသော ပျမ်းမျှဂိုးအရေအတွက်ကို တွက်ချက်ရရှိရန် အောက်ပါ ဇယား ကိုတည်ဆောက်ရမည်။

ဂိုးအရေအတွက်	ထပ်ကြိမ်	ဂိုးအရေအတွက်
0	6	0
1	7	7
2	5	10
3	3	9
4	1	4
စုစုပေါင်း	22	30

အထက်ပါဇယားတွင်သုညသည် 6 ကြိမ်၊ 1 သည် 7 ကြိမ်၊ 2 သည် 5 ကြိမ်၊ 3 သည် 3 ကြိမ် နှင့် 4 သည် တစ်ကြိမ်ပါဝင်သည်။ အကယ်၍ ရရှိသော ဂိုးအရေအတွက်များကို ရှာသော်အခါ အောက်ပါအတိုင်းရမည်။

$(0 \times 6) = 0$, $(1 \times 7) = 7$, $(2 \times 5) = 10$,

$(3 \times 3) = 9$, $(4 \times 1) = 4$

ထို့ကြောင့်

စုစုပေါင်းဂိုးအရေအတွက် $T = 0 + 7 + 10 + 9 + 4 = 30$

တစ်ဖန် အထက်ပါကိန်းအစုတွင် ပါဝင်သော ကိန်းလုံးအရေအတွက်

$N = 6 + 7 + 5 + 3 + 1$

$= 22$ (ထပ်ကြိမ်များပေါင်းလဒ်)

ထိုကြောင့်

သမတ်ကိန်း $A = \dfrac{T}{N} = \dfrac{30}{22} = 1.4$ (အရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံးအထိ)

ဥပမာ **(2)** အောက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားမှ သမတ်ကိန်းကိုရှာပါ။

ရမှတ်များ	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ထပ်ကြိမ်	1	2	3	1	2	0	1	0	1

ရှေးဦးစွာ ရမှတ်စုစုပေါင်းကို ရှာနိုင်ရန်အတွက် ထပ်ကြိမ်ပြဇယားကို အောက်ပါအတိုင်း ပြန်လည်ရေးသားပါ။ ဇယား၏ တတိယအတိုင်တွင် ရမှတ်များနှင့် သက်ဆိုင်ရာ ထပ်ကြိမ်တို့၏ မြှောက်လဒ်များကို ဖော်ပြထားခြင်း ဖြစ်သည်။

ရမှတ်များ	ထပ်ကြိမ်	ရမှတ် × ထပ်ကြိမ်
2	1	$(2 \times 1) = 2$
3	2	$(3 \times 2) = 6$
4	3	$(4 \times 3) = 12$
5	1	$(5 \times 1) = 5$
6	2	$(6 \times 2) = 12$
7	0	$(7 \times 0) = 0$
8	1	$(8 \times 1) = 8$
9	0	$(9 \times 0) = 0$
10	1	$(10 \times 1) = 10$

ထပ်ကြိမ်စုစုပေါင်း　　　　စုစုပေါင်းရမှတ်

$N = 11$　　　　$T = 55$

ထို့ကြောင့်　　သမတ်ကိန်း　　$A = \dfrac{N}{T} = \dfrac{55}{11} = 5$

လေ့ကျင့်ခန်း (14.4)

အောက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားများမှ သမတ်ကိန်းကို ရှာပါ။

1. မိသားစုအလိုက် ကလေးအရေအတွက်ကို ဖော်ပြသောထပ်ကြိမ်ပြဇယား။

ကလေးအရေအတွက်	0	1	2	3	4	5	6	7
ထပ်ကြိမ်	3	5	8	9	7	5	2	1

2. စာစီစာကုံးပြိုင်ပွဲတွင် သတ်ပုံအမှားကို ဖော်ပြသော ထပ်ကြိမ်ပြဇယား။

သတ်ပုံမှားအရေအတွက်	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ထပ်ကြိမ်	2	3	4	3	5	6	3	1	2	1

3. လုပ်သားတစ်စု၏ တစ်နေ့ ဝင်ငွေကျပ်ကို ဖော်ပြသော ထပ်ကြိမ်ပြဇယား။

ဝင်ငွေကျပ်	100	150	200	250	300	350	400
ထပ်ကြိမ်	9	5	6	7	8	3	2

4. လုပ်သားတစ်စု၏ ကိုယ်အလေးချိန်ကို ဖော်ပြသော ထပ်ကြိမ်ပြဇယား

အလေးချိန် (ပေါင်)	130	135	140	145	150
ထပ်ကြိမ်	10	15	5	5	5

5. ကျောင်းသား 100 ရှိသော အတန်းတစ်တန်းတွင် တစ်ပတ်အတွင်း ကျောင်းတက်ပျက်သူဦးရေကို ဖော်ပြသော ထပ်ကြိမ်ပြဇယား

ကျောင်းတက်ရက်ပျက်	0	1	2	3	4	5
ထပ်ကြိမ်	40	25	10	20	2	3

5. 25 မှတ်မှ ရရှိထားသည့် စာမေးပွဲရမှတ်များအတွက် ထပ်ကြိမ်ဇယားတည်ဆောက်ပြီးနောက်ဆက်လက်၍ ရမှတ်အတွက် သမတ်ကိန်းကိုရှာပါ။

10	18	17	12	24	16	16	14	20	18
13	16	22	13	17	17	17	21	14	15
19	16	14	17	21	15	16	19	18	16

7. စာသင်ခန်းနှစ်ခန်းတွင်ရှိသော ကျောင်းသားများအား မိမိတို့လက်ဝယ်၌ ပြဋ္ဌာန်းစာအုပ်မည်မျှရှိသည်ကို မေးမြန်းပြီး အောက်ပါအတိုင်း ဇယားဖြင့် ဖော်ပြထားသည်။ ထပ်ကြိမ်ဇယားတစ်ခု တည်ဆောက်ပြီး ဆက်လက်၍ ကျောင်းသားတစ်ဦးစီအတွက် ပျမ်းမျှ စာအုပ်အရေအတွက်ကို ရှာပါ။

ပြဋ္ဌာန်းစာအုပ်အရေအတွက်	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ထပ်ကြိမ်	0	1	1	7	9	10	10	11	8	2	2

8. နေ့တစ်နေ့တွင် အတန်းတစ်တန်းရှိ ကျောင်းသားများယူလာသည့် စာအုပ်အရေအတွက်ကို စစ်ဆေးကြည့်ရာ အောက်ပါအတိုင်း တွေ့ရှိရသည်။

4	12	2	8	9	9	4	2	3	10	3
8	3	9	6	11	3	10	2	6	11	5
8	6	2	5	8	10	1	3	8	9	11

စာအုပ် 1 အုပ်၊ 2 အုပ်၊ 3 အုပ် . . . စသည်ဖြင့် သယ်ဆောင်လာသည့် ကျောင်းသားအရေအတွက်ကို ဖော်ပြသောထပ်ကြိမ်ဇယားတစ်ခုကို တည်ဆောက်ပြီး ကျောင်းသားတစ်ဦးချင်းပျမ်းမျှသယ်ဆောင်လာမည့် စာအုပ်အရေအတွက်ကို ရှာပါ။

9. လုပ်သား 70 ၏ သီတင်းတစ်ပတ် လုပ်ခများကို အောက်ပါဇယားတွင်ဖော်ပြထား၏။

လုပ်ခကျပ်	ထပ်ကြိမ်
50 – 69	8
70 – 89	10
90 – 109	16
110 – 129	15
130 – 149	13
150 – 169	8

အထက်ပါလုပ်သား 70 ၏ ပျမ်းမျှလုပ်ခကျပ်ကို ရှာပါ။

10. ကိန်းလုံးပေါင်း 100 တွင် 4 ကိန်းသည် 20 ၊ 5 ကိန်းသည် 40 ၊ 6 ကိန်းသည် 30 ဖြစ်ပြီး ကျန်ကိန်းများမှာ 7 ဖြစ်လျှင် ထိုကိန်းများ၏သမတ်ကိန်းကိုထပ်ကြိမ်ဇယား တည်ဆောက်ခြင်းဖြင့်ရှာပါ။

အခန်း (15)

အချိုး၊ အချိုးတူ၊ အချိုးထပ် နှင့် ပြောင်းလဲခြင်း

15.1 အချိုး

လူတစ်ယောက်၏ တစ်နေ့ဝင်ငွေ 60 ကျပ်ဖြစ်ပြီး တစ်နေ့သုံးငွေ 40 ကျပ် ဖြစ်သည်။ တစ်နေ့ဝင်ငွေသည် တစ်နေ့သုံးငွေ၏ အဆမည်မျှရှိသည်ကို ကြည့်လျှင်

$$\frac{\text{တစ်နေ့ဝင်ငွေ}}{\text{တစ်နေ့သုံးငွေ}} = \frac{60}{40} = \frac{3}{2} \text{ ဆ ရှိသည်။}$$

ဤတွင်အဆအစားအချိုးကိုသုံး၍ တစ်နေ့ဝင်ငွေနှင့် တစ်နေ့သုံးငွေကို 3:2 ဟုလည်းကောင်း၊ တစ်နေ့သုံးငွေနှင့် တစ်နေ့ဝင်ငွေကို 2 : 3 ဟုလည်းကောင်းဖော်ပြနိုင်သည်။

တန်ဖိုးတစ်စုံစီအတွက် တူညီသောယူနစ်များဖြင့်သာ နှိုင်းယှဉ်ဖော်ပြရသည်။

15.2 အချိုးတူ

5 : 10 နှင့် 27 : 54 ကို အရှင်းဆုံးပုံစံဖြင့် ဖော်ပြလျှင် 1 : 2 နှင့် 1 : 2 ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရ သည်။ ထိုအချိုးနှစ်ခုတို့သည် တူညီကြသည်။ ထို့ကြောင့် 5 : 10 နှင့် 27 : 54 တူညီကြသည်။

ကိန်းနှစ်ခုတို့၏ အချိုးနှင့် အခြားကိန်းနှစ်ခုတို့၏ အချိုးသည် တူညီစွာ ရှိကြလျှင် ထိုကိန်း လေးခုတို့သည် အချိုးတူဖြစ်သည်။

တိုက်ရိုက်အချိုးတူ

စာအုပ်တစ်အုပ်၏ တန်ဖိုးသည် 15 ကျပ်ဖြစ်လျှင်၊ စာအုပ် 15 အုပ်၏တန်ဖိုးသည် 225 ကျပ် ဖြစ်သည်။

စာအုပ် 15 အုပ်၏ တန်ဖိုးသည် 225 ကျပ်ဖြစ်လျှင် စာအုပ်တစ်အုပ်၏ တန်ဖိုးသည် 15 ကျပ် ဖြစ်သည်။

အထက်ပါဥပမာကို ကြည့်လျှင် ပစ္စည်းအရေအတွက် များသောအခါ တန်ဖိုးများလာပြီး ပစ္စည်းအရေအတွက်နည်းလျှင် တန်ဖိုးနည်းလာကြောင်း တွေ့နိုင်သည်။ ယင်းသည် တိုက်ရိုက် ဆက်သွယ်ပြောင်းလဲနေခြင်းကြောင့် တိုက်ရိုက်အချိုးတူ ဖြစ်သည်။

ပြောင်းပြန်အချိုးတူ

အောက်ပါဇယားသည် လေယာဉ်ပျံတစ်စင်း၏ ခရီးတစ်ခုသွားရာတွင်အမြန်နှုန်းအသီးသီး အတွက် ကြာချိန်များကို ဖော်ပြထားသည်။

တစ်နာရီတွင် ပျံသန်းသောမိုင်	160	200	320	400	800
ပျံသန်းသောနာရီ	10	8	5	4	2

$160 \times 10 = 200 \times 8 = 320 \times 5 = 400 \times 2 = 800 \times 2$

တို့၏မြောက်လဒ်များသည် မည်သည့်အတိုင်းအတွက်မဆို အတူတူဖြစ်သည်။ ယင်းမြောက်လဒ်များသည် လေယာဉ်ပျံတစ်စင်းသွားမည့် ခရီးအကွာအဝေး 1600 မိုင် ဖြစ်သည်။

အမြန်နှုန်းအချိုး $= \dfrac{160}{320} = \dfrac{1}{2} = 1 : 2$

ကြာချိန်အချိုး $= \dfrac{10}{5} = \dfrac{2}{1} = 2 : 1$

ကြာချိန်အချိုး $\dfrac{2}{1}$ သည် အမြန်နှုန်းအချိုးဖြစ်သော $\dfrac{1}{2}$ ၏ ပြောင်းပြန်ဖြစ်သည်။

အထက်ပါဇယားမှ ဆိုင်ရာအချိုးတို့တွင် အချိုးတစ်ခုသည် ကျန်အချိုးတစ်ခု၏ပြောင်းပြန်ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (15.1)

1. အောက်ပါအချိုးများကို အရှင်းဆုံးပုံစံဖြင့် ပြပါ။
   (a) $115 : 162$
   (b) $8\frac{5}{7} : 11\frac{1}{11}$
   (c) $1.2 : 0.4$
   (d) 6 နာရီ 30 မိနစ် : 1 ရက်
   (e) 19m 3 dm 8 cm : 22m 6dm 1cm
   (f) 4.8 km : 80 m

2. $3\frac{1}{11} : 6\frac{4}{11}$ သည် 3 ပိသာ 40 ကျပ်သား : 7 ပိသာနှင့် ညီကြောင်းပြပါ။

3. လုပ်သား 24 ယောက်တို့သည် ကန်တစ်ကန်ကို တူးကြရာ 31 ရက်နှင့်ပြီး၏။ 20 ရက်နှင့်အပြီးတူးလိုကြသော် နောက်ထပ်ဖြည့်ရမည့် လူဦးရေကို ရှာပါ။

4. ကားတစ်စီးသည် မိုင် 80 ခရီးကို $2\frac{2}{3}$ နာရီနှင့် ရောက်၏။ ထိုနှုန်းအတိုင်းသွားမည်ဆိုက $4\frac{3}{5}$ နာရီတွင် ခရီးမိုင်မည်မျှ ရောက်မည်နည်း။

5. မော်တော်ကားတစ်စီးသည် တစ်နာရီ 35 မိုင်နှုန်းသွားပါက ခရီးတစ်ခုကို $3\frac{3}{4}$ နာရီနှင့် ရောက်နိုင်၏။ ၎င်းခရီးကိုပင် 3 နာရီ 30 မိနစ်နှင့် ရောက်လိုပါက တစ်နာရီမိုင် မည်မျှနှုန်းဖြင့်သွားရမည်နည်း။

6. မြေပဲနှင့် နှမ်းတို့၏ အထွက်အချိုးမှာ $4\frac{1}{4}$: 2 ဖြစ်သည်။ နှမ်း 340 တင်းထွက်သော် မြေပဲတင်း မည်မျှထွက်မည်နည်း။

7. $5'4''$ ရှည်သော ဝါးတစ်လုံး၏အရိပ်သည် $2'$ ဖြစ်သော် ထိုအချိန်တွင်အရိပ် $30'$ ရှိသော မျှော်စင်၏အမြင့်ကို ရှာပါ။

8. $12'9''$ ရှည်သော ကြေးချောင်းတစ်ချောင်းသည် ပေါင် 250 လေးသော် $2\frac{5'}{6}$ ရှည်သော ကြေးချောင်းသည် ပေါင်မည်မျှ လေးသနည်း။

9. လုပ်သားတစ်စုသည် အလုပ်တစ်ခုကို တစ်နေ့ 4 နာရီနှုန်း လုပ်ပါက 33 ရက်နှင့် ပြီးမည် ဖြစ်သည်။ ယင်းအလုပ်ကို 30 ရက်နှင့်ပြီးရန် လုပ်သားတစ်စုသည် တစ်နေ့နာရီ မည်မျှပိုလုပ်ရမည်နည်း။

10. ကားတစ်စီးဖြင့် 32 မိုင် သွားသော အချိန်သည် စက်ဘီးသမားတစ်ဦး၏ 6 မိုင် ရောက်သည့်အချိန်နှင့်တူ၏။ ထိုကား 72 မိုင် သွားသောအချိန်တွင် စက်ဘီးသမားသည်ခရီး မည်မျှရောက်မည်နည်း။

11. တစ်နာရီလျှင်60 မိုင်နှုန်းသည် 10 မိနစ်လျှင် 8 ကီလိုမီတာနှုန်းနှင့်ညီသော် 200 ကီလိုမီတာသည် မိုင်မည်မျှနှင့် ညီမျှနည်း။

12. သင်တန်းကျောင်းတစ်ကျောင်းတွင်သင်တန်းသား 600 ရှိရာ 30 ရက်အတွက်စားသုံးရန် ဆန်အလုံအလောက်ရှိ၏။ 2 ပတ်ကြာသောအခါ မွမ်းမံသင်တန်းသား 150 သင်တန်းဆင်းသော် ကျန်သောဆန်ကို အချိန်မည်မျှကြာ စားသုံးနိုင်မည်နည်း။

13. လူနှစ်ဦးတို့သည် အလုပ်တစ်ခုကိုလုပ်ရာ ငွေ 684 ကျပ် ရသည်။ တစ်ဦးသည် တစ်ရက် 9 နာရီနှုန်းဖြင့် 4 ရက်လုပ်ပြီး ကျန်တစ်ဦးသည် တစ်ရက် 8 နာရီနှုန်းဖြင့် 5 ရက် လုပ်သော်လုပ်ခငွေကို ၎င်းတို့နှစ်ဦးအား ခွဲပေးပါ။

14. ငွေ 1300 ကျပ်ကို ယောကျ်ားကလေး 4 ယောက်နှင့် မိန်းကလေး 6 ယောက်တို့အား ဝေပေး ရာ မိန်းကလေးတစ်ယောက်သည် ယောကျ်ားကလေးတစ်ယောက်ရသည်ထက် ထက်ဝက် ပိုရသော် တစ်ဦးမည်မျှစီ ရကြမည်နည်း။

15. ငွေ 2340 ကျပ်ကို မနီ၊ မစီ၊ မရီ တို့အား 2 : 3 : 4 အတိုင်း ဝေပေးရမည်ဖြစ်သည်။ သို့သော်မှားပြီး $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{3}$: $\frac{1}{4}$ အတိုင်း ဝေပေးမိသော် မှားယွင်းမှုကြောင့် တစ်ဦးစီ အတွက်အမှန်ရမည်ထက် မည်မျှစီ ပို၍သော်လည်းကောင်း၊ လျော့၍သော်လည်း ကောင်းရကြမည်နည်း။

16. ငွေ 1250 ကျပ်ကို အေ၊ ဘီ၊ စီ တို့အား ဝေပေးရာ၌ အေသည် ဘီ၏ လေးဆ၊ စီသည် အေနှင့် ဘီ နှစ်ယောက်ပေါင်း၏ လေးပုံတစ်ပုံစီရအောင် ဝေပါ။

15.3 အချိုးထပ်

အချိုးတူတွင် အချိုးနှစ်ခုသာပါဝင်ပြီး အချိုးထပ်တွင် နှစ်ခုထက်ပိုမိုသော အချိုးများ ပါဝင်သည်။

ဥပမာ (1)

အလုပ်သမား 6 ယောက်တို့သည် တစ်နေ့လျှင် 10 နာရီ 30 မိနစ်ကျ အလုပ်လုပ်ရာ 72 ကိုက်ရှည်၍ 6 ပေကျယ်သော လမ်းတစ်ခုကို 18 ရက်နှင့် အပြီးဖောက်နိုင်၏။ အလုပ်သမား 8 ယောက်တို့သည်တစ်နေ့လျှင် 7 နာရီကျ အလုပ်လုပ်သော် 96 ကိုက် ရှည်၍ 5 ပေ ကျယ်သောလမ်းကို ရက်ပေါင်းမည်မျှကြာအောင် ဖောက်လုပ်ရမည်နည်း။

အထက်ပါပုစ္ဆာတွင် $72 \times \frac{6}{3}$ စတုရန်းကိုက်ဖောက်ပြီးရန် 18 ရက် ကြာသည်။

$96 \times \frac{5}{3}$ စတုရန်းကိုက်ပြီးရန် ကြာမည့်ရက်ကိုစဉ်းစားသည့်အခါ ဧရိယာများလာခြင်း ကြောင့်ရက်လည်းများလာမည်။ရက်ပေါင်းသည် ဧရိယာနှင့်တိုက်ရိုက်အချိုးတူဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့်အချိုးမြှောက်ကိန်း

$\dfrac{96 \times \frac{5}{3}}{72 \times \frac{6}{3}}$ ဖြစ်သည်။

တစ်နေ့လုပ်အားနာရီ $6 \times 10\frac{1}{2}$ တွင် 18 ရက်ကြာသည်။ 8×7 လုပ်အား **နာရီကို စဉ်းစားသည့်**အခါ တစ်နေ့လုပ်အားနာရီ နည်းခြင်းကြောင့်**ရက်များလာမည်။** **ရက်ပေါင်းသည်**လုပ်အားနာရီနှင့် ပြောင်းပြန်အချိုးတူဖြစ်သည်**။ ထို့ကြောင့်အချိုး မြှောက်ကိန်း**

$\dfrac{6 \times 10\frac{1}{2}}{8 \times 7}$ ဖြစ်သည်။

ဧရိယာ တစ်နေ့လုပ်အား **ကြာချိန်**

($72 \times \frac{6}{3}$ **) စ/က** ($6 \times 10\frac{1}{2}$) လုပ်**အားနာရီဖြင့် ဖောက်ရာ** 18 ရက်ကြာ၏။

($96 \times \frac{5}{3}$) ။ (8×7) ။ ?

$$18 \times \frac{96 \times 5 \times 3}{3 \times 72 \times 6} \times \frac{6 \times 21}{2 \times 8 \times 7} = \frac{45}{2} = 22\frac{1}{2}$$ ရက်

$22\frac{1}{2}$ ရက်

ဥပမာ **(2)**

လူကြီး 3 ယောက်၊ မိန်းမကြီး 4 ယောက်နှင့် လူငယ် 5 ဦးရှိသည့် လုပ်အားပေး အဖွဲ့တစ်ခုသည် အလုပ်တစ်ခုကို 51 ရက်နှင့် ပြီးနိုင်သည်။ ထိုအလုပ်ကိုပင် လူကြီး 7 ယောက်၊ မိန်းမကြီး 5 ယောက်နှင့် လူငယ် 3 ယောက်တို့သည် ရက်မည်မျှနှင့် ပြီးနိုင်မည်နည်း။
(လုပ်သားငယ် တစ်ဦးထက် လုပ်သားကြီးတစ်ဦးသည် လုပ်အား 3 ဆ၊ အမျိုးသမီးကြီးတစ်ဦးသည် 2 ဆပေးသည်။)

အထက်ပါပုစ္ဆာမှ လူကြီးနှင့်မိန်းမကြီးတို့၏ လုပ်အားများကိုလူငယ်လုပ်အားတစ်မျိုးတည်း အဖြစ်ပြောင်း၍သော်လည်းကောင်း၊ မိန်းမကြီးနှင့် လူငယ်တို့၏ လုပ်အားများကို လူကြီးလုပ်အားတစ်မျိုးတည်းအဖြစ် ပြောင်း၍သော်လည်းကောင်း၊ လူကြီးနှင့်လူငယ်တို့၏ လုပ်အားများကို မိန်းမကြီး လုပ်အားတစ်မျိုးတည်းအဖြစ်သော်လည်းကောင်း၊ ပြောင်း၍ တွက်နိုင်သည်။

လူကြီး 1 ယောက်လုပ်အား = လူငယ် 3 ဦး၏ လုပ်အား
မိန်းမကြီး 1 ယောက်လုပ်အား = လူငယ် 2 ဦး၏ လုပ်အား

လူကြီး1 ယောက်လုပ်အား = လူငယ် 3 ဦး၏ လုပ်အား
လူကြီး 3 ယောက်လုပ်အား = $\frac{3 \times 3}{1}$ = 9 ဦး (လူငယ်)
မိန်းမကြီး 1 ယောက်လုပ်အား = လူငယ် 2 ဦးလုပ်အား
〃 4 〃 = $\frac{4 \times 2}{1}$ = 8 ဦး (လူငယ်)
လူကြီး + မိန်းမကြီး + လူငယ် = လူငယ်ပေါင်း
3 ဦး 4 ဦး 5 ဦး 9 ဦး + 8 ဦး + 5 ဦး
= လူငယ်ပေါင်း 22 ဦး
လူကြီး 1 ယောက်လုပ်အား = လူငယ် 3 ဦးလုပ်အား
〃 7 〃 = $\frac{7 \times 3}{1}$ = 21 ဦး (လူငယ်)
မိန်းမကြီး 1 ယောက်လုပ်အား = လူငယ် 2 ဦးလုပ်အား
〃 5 〃 = $\frac{5 \times 2}{1}$ = 10 ဦး (လူငယ်)

လူကြီး	+	မိန်းမကြီး	+	လူငယ်	=	လူငယ်ပေါင်း
7 ဦး		5 ဦး		3 ဦး		21 ဦး +10 ဦး + 3 ဦး
					=	လူငယ်ပေါင်း 34 ဦး

လူငယ်	အလုပ်တစ်ခုလုပ်ရက်
22 ယောက်	51 ရက်
34 ယောက်	$51 \times \frac{22}{34} = 33$ ရက်

ကြာမည့်ရက် 33 ရက်

ဥပမာ (3)

126 ပေရှည်သော ကြိုးတစ်ချောင်းကို အောက်ပါအချိုးများအရ သုံးပိုင်း ပိုင်းဝေပေးပါ။ ပထမနှင့်ဒုတိယပိုင်းသည် 7 : 5 ရှိပြီး ဒုတိယနှင့် တတိယအပိုင်းသည် 4 : 3 အတိုင်း ရှိရမည်။

ကြိုး၏ ပထမပိုင်း : ကြိုး၏ ဒုတိယပိုင်း = 7 : 5

ကြိုး၏ ဒုတိယပိုင်း : ကြိုး၏ တတိယပိုင်း = 4 : 3

ကြိုး၏ ပထမ၊ ဒုတိယ၊ တတိယပိုင်းတို့၏အချိုးကို တစ်ဆက်တည်းပြနိုင်အောင် ပြုပြင်ပေးရမည်။

ဤကဲ့သို့ပြုပြင်ရာ၌ ဒုတိယပိုင်း၏ အချိုးပြကိန်းသည် ကိန်းတူများဖြစ်ရန် လိုအပ်သည်။

ပထမပိုင်း : ဒုတိယပိုင်း = 7 : 5 = 28 : 20

ဒုတိယပိုင်း : တတိယပိုင်း = 4 : 3 = 20 : 15

∴ ကြိုး၏ ပထမပိုင်း : ကြိုး၏ ဒုတိယပိုင်း : ကြိုး၏ တတိယပိုင်း

28 : 20 : 15

အချိုးပေါင်း $= 28 + 20 + 15 = 63$

ကြိုး၏ ပထမပိုင်း $= 126 \times \frac{28}{63} = 56'$

ကြိုး၏ ဒုတိယပိုင်း $= 126 \times \frac{20}{63} = 40'$

ကြိုး၏ တတိယပိုင်း $= 126 \times \frac{15}{63} = 30'$

ပထမကြိုးအရှည် $56'$

ဒုတိယကြိုးအရှည် $40'$

တတိယကြိုးအရှည် $30'$

လေ့ကျင့်ခန်း (15.2)

1. ဈေးသည်တစ်ဦးသည် ဆပ်ပြာတစ်တုံးအား 13 : 2 အရ နှစ်ပိုင်း ပိုင်းထား၏။ အပိုင်းငယ်အားတစ်ဖန် 7 : 18 အရ နှစ်ပိုင်းထပ်ပိုင်း၏။ထိုအခါ 3 ပိုင်းတို့ ရှိနေကြမည့် အချိုးများကိုတွက်ပါ။

2. အေ၊ ဘီ၊ စီ တို့သည် စာမေးပွဲဖြေကြရာ အမှတ်ပေါင်း 612 မှတ် ရသည်။ အေနှင့် ဘီတို့၏ အမှတ်များမှာ 5 : 4 အေနှင့်စီတို့၏ အမှတ်များမှာ 4 : 3 အတိုင်းဖြစ်ကြသော် အေ၊ ဘီ၊ စီ တို့၏ အမှတ်များကိုရှာပါ။

3. အမြင့် 6 ပေနှင့် အရှည် 180 ကိုက် ရှိသော အုတ်တံတိုင်းတစ်ခုကို အလုပ်သမား 12 ယောက်သည် 30 ရက်တွင် ပြီး၏။အလုပ်သမား 15 ယောက်သည် အမြင့် 8 ပေရှိပြီး အလျား 150 ကိုက်ရှိသည့် အုတ်တံတိုင်းကို ပြီးရန် မည်မျှကြာအောင် လုပ်ရမည်နည်း။

4. တစ်နေ့ 10 နာရီကျ အလုပ်လုပ်ပါက အလုပ်တစ်ခုကို 13 ရက်နှင့် ပြီးရန် လုပ်သားကြီး 14 ယောက်လုပ်ရသည်။လုပ်သားကြီး 10 ယောက်သည်ထိုအလုပ်ကိုတစ်နေ့ 12 နာရီကျ လုပ်ပါက ရက်ပေါင်းမည်မျှကြာမှ ပြီးမည်နည်း။

5. မြင်း 4 ကောင်အားရှိ စက်ဖြင့် ပေ 200 မြင့်သော တောင်ကုန်းထိပ်သို့ ရေဂါလန် 800 ကို 3 နာရီဖြင့်တင်နိုင်၏။ မြင်း 7 ကောင်အားရှိ စက်ဖြင့် 150 ပေအမြင့်သို့ 9 နာရီတွင် ရေဂါလန် မည်မျှသို့ တင်နိုင်မည်နည်း။

6. မြေဖို့လုပ်သား 56 ယောက်သည် $\frac{1}{4}$ မိုင် ရှည်လျားသောလမ်းကို 5 ရက်အတွင်း ဖို့နိုင်ကြသည်။ $\frac{3}{4}$ မိုင် ခရီးကို 12 ရက်နှင့် အပြီးဖို့လိုပါက လုပ်သားနောက်ထပ်မည်မျှ ခေါ်ရမည်နည်း။

7. အကျယ် 2 ပေရှိသော ခြေလှမ်းဖြင့် တစ်မိနစ်တွင် အလှမ်း 80 နှုန်းဖြင့် သွားရာ 45 မိနစ် တွင် ခရီးတစ်ခုသို့ ရောက်၏။ ထိုခရီးကိုပင် အကျယ် 28 လက်မရှိသော ခြေလှမ်းဖြင့် တစ်မိနစ်တွင် အလှမ်း 120 လှမ်းသော် နာရီမည်မျှကြာမည်နည်း။

8. အလုပ်သမား 14 ဦးသည် တစ်နေ့ 8 နာရီနှုန်းဖြင့် 19 ရက်တွင် အလုပ်တစ်ခုပြီးရန် တာဝန် ယူထား၏။ 10 ရက်လုပ်ပြီးသည့်အခါ စနေနှင့် တနင်္ဂနွေ ရပ်နားလိုက်သည်။ အလုပ်သမား 4 ယောက်လည်း ထွက်သွားသေး၏။ ထိုအလုပ်ကို တာဝန်ယူထားသည့် ရက်အတွင်းပြီးရန် တစ်နေ့ 9 နာရီနှုန်းဖြင့် နောက်ထပ် အလုပ်သမားမည်မျှ ထပ်ဖြည့် ရမည်နည်း။

9. အရှည် 700 ကိုက်ရှိသည့် မြောင်းတစ်ခုကို တူးရာ 30 ရက်နှင့် ပြီးရမည်ဖြစ်သည်။ သို့သော် 12 ရက်တွင် လူ 18 ဦးသည် ကိုက် 200 သာပြီးသည်။ အချိန်မီပြီးရန် လူမည်မျှ ထပ်ခေါ်ရ မည်နည်း။

10. အမျိုးသား 7 ဦးသည် အမျိုးသမီး 5 ဦး၏အကူဖြင့် လယ် 39 ဧကကို 18 ရက်နှင့် အပြီး ရိတ်နိုင်သည်။ အကယ်၍ အမျိုးသား 17 ဦးနှင့် အမျိုးသမီး 5 ဦးတို့သည် လယ် 70 ဧကကိုရက်မည်မျှကြာမှရိတ်ပြီးမည်နည်း။(အမျိုးသားတစ်ဦး၏ လုပ်အားသည် အမျိုးသမီး 3 ဦး၏ လုပ်အားနှင့်ညီသည်။)

15.4 ပြောင်းလဲခြင်း

မီးရထားတစ်စီးသည် တစ်နာရီ 50 km မြန်နှုန်းဖြင့် သွားနေသည်ဆိုပါစို့။ မီးရထား သွားရသောအချိန်နှင့်ပေါက်ရောက်သောခရီးအကွာအဝေးတို့ကို စဉ်းစားလျှင် အောက်ပါ ဇယားအတိုင်း တွေ့ရှိရပေမည်။

အချိန်(နာရီ)	x	1	2	3	4	5	6	7
ခရီး (km)	**y**	**50**	**100**	150	200	250	300	350

အထက်ဖော်ပြပါဇယားမှ အောက်ပါအချက်များကို လေ့လာတွေ့ရှိရပေသည်။

(1) **ခရီးအကွာအဝေးနှစ်ခုတို့၏ အချိုးသည်** သက်ဆိုင်ရာ အချိန်များအချိုးနှင့် **အမြဲတူညီသည်။**

ဥပမာ **50 : 100** = 1 : 2

(သို့မဟုတ်) 50 : 250 = 1 : 5

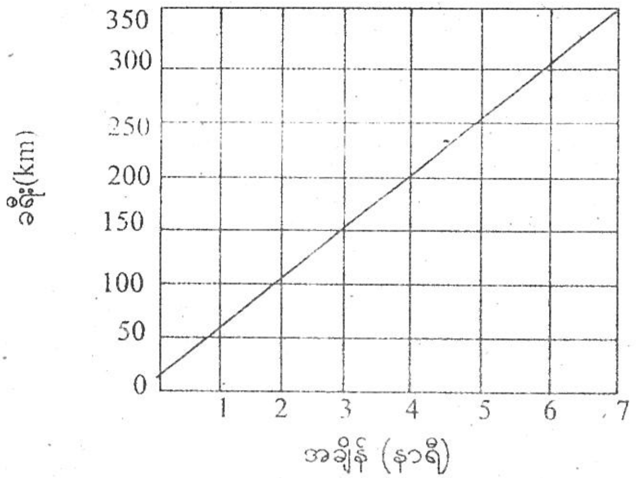
(သို့မဟုတ်) 150 : 350 = 3 : 7 ဖြစ်သည်။

(2) ခရီးအကွာအဝေး **(km) နှင့် သွားရန်ကြာချိန်** (နာရီ)တို့ အချိုးသည် တစ်သမတ်တည်း ဖြစ် သည်။ 50 km / hr **ဖြစ်သည်။**

(3) **ခရီးနှင့် အချိန်တို့သည် တစ်ပြိုင်တည်းတိုးသည် သို့မဟုတ် လျော့သည်။ ၎င်းတို့သည် အတူတကွ** ပြောင်းလဲကြသည်ကို တွေ့ရ၏။

ခရီးနှင့်အချိန်တို့သည် တိုက်ရိုက်ပြောင်းလဲနေကြသည်ဟု ပြောဆိုကြပါသည်။ ခရီးသည် အချိန်နှင့် **တိုက်ရိုက်**ပြောင်းလဲနေသည် သို့မဟုတ် တိုက်ရိုက်အချိုးကျနေသည်ဟုလည်း ဖြေဆို နိုင်ပါသည်။

အထက်ဖော်ပြပါဇယားတွင် ပါရှိသည့် ခရီးနှင့် အချိန်တို့ ဆက်သွယ်ဖော်ပြသောဂရပ်ကို ဆွဲ ကြည့်လျှင် အောက်ပါအတိုင်း တွေ့ရှိရပါသည်။



ပုံ (15.1)

ဂရပ်ကို ကြည့်ရှုခြင်းဖြင့် ဂရပ်တွင်ပါဝင်သော အမှတ်များကို ဆက်စပ်သော မျဉ်းမှာ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းဖြစ်ပြီး မူလအမှတ် (0, 0)ကို ဖြတ်သွားကြောင်း တွေ့ရှိရပါသည်။ တန်ဖိုးနှစ်ခုတို့သည် တိုက်ရိုက်အချိုးကျနေပါက ၎င်းတို့၏ဂရပ်တွင်ပါဝင်သော အမှတ်များသည် မျဉ်းဖြောင့် တစ်ကြောင်းဖြစ်ပြီး မူလအမှတ်ကို ဖြတ်သွားကြောင်းသိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်ပေသည်။

ဤပုစ္ဆာပုံစံများသည် တိုက်ရိုက်အချိုးတူ ပုစ္ဆာများဖြစ်၍ ယခင်က ခုကိန်းတွက်နည်း (နှုန်းတွက်နည်း) သို့မဟုတ် အချိုးနည်းကို အသုံးပြု၍ တွက်ချက်ခဲ့ပါသည်။ ဤသဘောတရားအချက်အလက်ကိုအခြေခံ၍ အထက်ပါပုစ္ဆာပါ တိုက်ရိုက်အချိုးတူခြင်းကို ပြောင်းလဲခြင်းသဘောဖြင့် ဖော်ပြနိုင်ပါသည်။

(a) y သည် x နှင့် တိုက်ရိုက်ပြောင်းလဲသည်။ သို့မဟုတ် y သည် x နှင့် ပြောင်းလဲသည်။

(b) $y \propto x$

(c) $y = kx$; k သည် ပြောင်းလဲခြင်းကိန်းသေဖြစ်၍ ပေးထားသော အချက်များမှ တွက်ယူနိုင်ပါသည်။ ဥပမာတွင် $k = 50$ km / hr ဖြစ်သည်။

(d) ခရီးသည် အချိန်နှင့်အတူ ပြောင်းလဲ၏။

ဥပမာ (1) x သည် y နှင့် တိုက်ရိုက်ပြောင်းလဲနေ၏။ $y = 2$ ဖြစ်သောအခါ $x = 8$ ဖြစ်လျှင် ပြောင်းလဲခြင်းကိန်းသေကို ရှာပါ။ ထို့ပြင် $y = 5$ ဖြစ်သောအခါ x ၏တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

$x \propto y$

$x = ky$, k မှာ ပြောင်းလဲခြင်းကိန်းသေဖြစ်သည်။

$y = 2$ ဖြစ်သောအခါ $x = 8$

$8 = k \times 2$

$4 = k$

$k = 4$

$x = ky$

$x = 4y$

$y = 5$ ဖြစ်သောအခါ $x = 4 \times 5$

$= 20$

ဥပမာ **(2)**

စက်လုံးတစ်ခု၏ ထုထည်သည် ၎င်း၏အချင်းဝက် သုံးထပ်ကိန်းနှင့် တိုက်ရိုက် ပြောင်းလဲနေ၏။ အချင်းဝက် 3 ပေဖြစ်လျှင် ထုထည်သည် 189 ကုဗပေ ဖြစ်၏။ အချင်းဝက် 2 ပေရှိသော စက်လုံး၏ ထုထည်ကိုရှာပါ။

$v =$ စက်လုံး၏ ထုထည် ဖြစ်ပါစေ။

$r =$ စက်လုံး၏ အချင်းဝက် ဖြစ်ပါစေ။

ထိုအခါ

$v \, \alpha \, r^3$

$v = kr^3$, k မှာ ပြောင်းလဲခြင်းကိန်းသေ ဖြစ်သည်။

$r = 3$ ဖြစ်သောအခါ $v = 189$

$$\therefore 189 = k(3)^3$$

$$189 = k \times 27$$

$$\frac{189}{27} = k$$

$$7 = k$$

$$v = 7r^3$$

$r = 2$ ဖြစ်သောအခါ

$$v = 7 \times (2)^3$$

$$= 7 \times 8$$

$$= 56$$

$\therefore$ စက်လုံး၏ ထုထည်သည် 56 ကုဗပေ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (15.3)

1. အောက်ဖော်ပြပါ ဇယားတွင် မိုးပျံပူဖောင်းတစ်ခု အထက်သို့ တက်ရန်ကြာချိန်နှင့် တက်နိုင်သော အမြင့်တို့ကို ဖော်ပြထားပါသည်။ တက်နိုင်သောအမြင့်သည် တက်ရန်ကြာချိန်နှင့် တိုက်ရိုက်ပြောင်းလဲမှုရှိပါက * ပြထားသော နေရာများတွင် သက်ဆိုင်ရာ ကိန်းများဖြင့် ဖြည့်စွက်ပါ။

အချိန် (မိနစ်)	2	3	*	25	*
အမြင့် (metres)	*	36	84	*	1860

2. $y \propto x$ ဟု ယူဆလျက် အောက်ဖော်ပြပါဇယားအား ပြည့်စုံအောင် ဖြည့်စွက်ပါ။

x	2	5	8	-	-
y	-	20	-	40	7

ပြောင်းလဲခြင်းကိန်းသေကို ရှာယူ၍ y နှင့် x တို့ ဆက်သွယ်ချက်ကို $y = kx$ ညီမျှခြင်းပုံစံ ဖြင့် ပြပါ။

3. $y = \frac{3}{2}x$ ညီမျှခြင်းကို အသုံးပြု၍ အောက်ဖော်ပြပါ ဇယားကို ပြည့်စုံအောင် ဖြည့်စွက်ပါ။

x	6	7	-4	9	-	-
y	-	-	-	-	21	-1

4. အောက်ဖော်ပြပါ ပုစ္ဆာတစ်ခုစီအတွက် ဖော်ပြပါ သင်္ကေတများကို အသုံးပြု၍ $y \propto x$ နှင့် $y = kx$ ညီမျှခြင်းပုံစံဖြင့် ရေးပြပါ။

(a) သုံးနားညီတြိဂံ၏ ပတ်လည်အနား အရှည် p သည် အနားတစ်ဖက်အရှည် x နှင့် တိုက်ရိုက်ပြောင်းလဲ၏။

(b) ဓာတ်ငွေ့တစ်ခု၏ထုထည် v cm^3 သည် ၎င်း၏ ပကတိ အပူချိန် T ဖြင့် တိုက်ရိုက် ပြောင်းလဲ၏။

(c) စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ အဝန်း c သည် အချင်းဝက် r နှင့် တိုက်ရိုက်ပြောင်းလဲ၏။

(d) မှန်မှန်မောင်းနေသော ကားတစ်စီးသွားခဲ့သော ခရီးအကွာအဝေး s km သည် သွားခဲ့သော အချိန် t hours နှင့် တိုက်ရိုက်ပြောင်းလဲ၏။

(e) ကုန်ပစ္စည်းပို့ခစရိတ် k ကျပ်သည် သယ်ယူသောအကွာအဝေး d km နှင့် တိုက်ရိုက် ပြောင်းလဲ၏။

5. $y = kx$ တွင် $x = 6$ ဖြစ်သောအခါ $y = 15$ ဖြစ်၏။ ကိန်းသေ k ကိုရှာပါ။
$x = 10$ ဖြစ်သောအခါ y တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

6. y သည် x နှင့် တိုက်ရိုက်ပြောင်းလဲ၏။ ထို့ကြောင့် $y = kx$ ဖြစ်၏။ $x = 3$ ဖြစ်သောအခါ $y= 6$ ဖြစ်လျှင် k တန်ဖိုးကိုရှာပါ။ $x= 1$ ဖြစ်သောအခါ y တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

7. $y \propto x$ ဖြစ်၏။ $x = 8$ ဖြစ်သောအခါ $y = 4$ ဖြစ်၏။ $x = 9$ ဖြစ်သောအခါ y တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

8. y သည် x နှင့်တိုက်ရိုက်ပြောင်းလဲ၏။ $x = 3$ ဖြစ်သောအခါ $y = 11$ ဖြစ်၏။ y နှင့် x တို့ဆက်သွယ်ချက်ကိုဖော်ပြသောညီမျှခြင်းကိုရှာပါ။ ဤညီမျှခြင်းကိုအသုံးပြု၍ အောက်ပါတို့ကိုရှာပါ။

(a) $x = 9$ ဖြစ်သောအခါ y တန်ဖိုး

(b) y = 52 ဖြစ်သောအခါ x တန်ဖိုး

9. y သည် x နှင့် တိုက်ရိုက်ပြောင်းလဲ၏။ x = 16 ဖြစ်သောအခါ y = 24 ဖြစ်၏။ ပြောင်းလဲ ခြင်းကိန်းသေကို ရှာပါ။

(a) x = 24 ဖြစ်သောအခါ y ကို ရှာပါ။

(b) y = 33 ဖြစ်သောအခါ x ကို ရှာပါ။

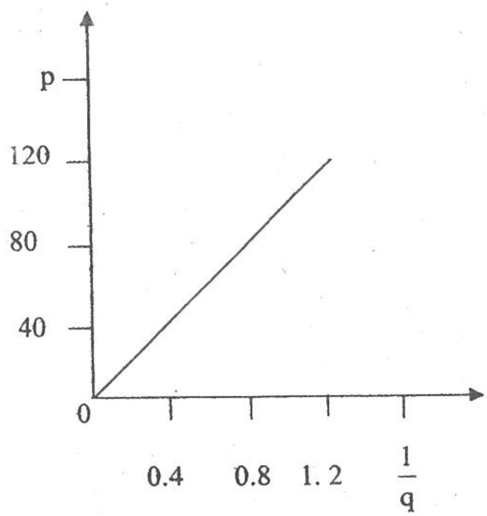
10. x သည် y နှင့် တိုက်ရိုက်ပြောင်းလဲ၏။ y = 15 ဖြစ်သောအခါ x = 36 ဖြစ်၏။ y = 5 ဖြစ်သောအခါ x ကို ရှာပါ။

15.5 ပြောင်းပြန်ပြောင်းလဲခြင်း

ဥပမာ (1) အလုပ်တစ်ခုကို လုပ်ကိုင်ရာတွင် လိုအပ်သောလူဦးရေနှင့် ကြာမည့် ရက်များကို အောက်ပါ ဇယားတွင် ဖော်ပြထားပါသည်။

q လူဦးရေ	1	2	3	4	5	6	8	10
p ကြာမည့်ရက်	120	60	40	30	24	20	15	12

ဇယားကို ကြည့်ခြင်းအားဖြင့် p သည် q နှင့် တိုက်ရိုက်ပြောင်းလဲမှု မရှိကြောင်းကို သိသာပါသည်။



ပုံ (15.2)

အကယ်၍ $\frac{1}{q}$ နှင့် p တန်ဖိုးတို့ကို လေ့လာမည်ဆိုပါက ဖော်ပြပါဂရပ်နှင့် တစ်ဖက်ပါ ဇယားတို့ကို ရရှိပါမည်။

$\frac{1}{q}$	1	.5	.33	.25	.20	.17	.13	.10
p	120	60	40	30	24	20	15	12

ဂရပ်တွင် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ခုရရှိပြီး မူလအမှတ်ကို ဖြတ်သွားကြောင်း တွေ့ရသဖြင့် p သည် $\frac{1}{q}$ နှင့် တိုက်ရိုက်ပြောင်းလဲကြောင်း မှတ်ချက်ချနိုင်ပါသည်။

ထိုအခါ $p \; \alpha \; \frac{1}{q}$ ဖြစ်၍

$p = \frac{k}{q}$ ဖြစ်ပြီး

$pq = k$ ဟုရေးနိုင်ပါသည်။

တစ်နည်းအားဖြင့်

p သည် q နှင့် ပြောင်းပြန် ပြောင်းလဲပါသည်။ ယခင်က ဤကဲ့သို့သော ပုစ္ဆာများကို ပြောင်းပြန်အချိုးတူအဖြစ် တွေ့ရှိခဲ့ပြီး ဖြစ်ပါသည်။

ဥပမာ **(2)** ဇယားတွင် p သည် q နှင့် ပြောင်းပြန် ပြောင်းလဲ၏။ p = 30 ဖြစ်သောအခါ q = 4 ဖြစ်၏။ q = 9 ဖြစ်သောအခါ p တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

တွက်နည်း (1)

$$p = \frac{k}{q}$$

$$30 = \frac{k}{4}$$

$$\therefore \quad k = 120$$

$$\therefore \quad p = \frac{120}{q}$$ ဖြစ်၍

q = 9 ဖြစ်သောအခါ $p = \frac{120}{9} = 13\frac{1}{3}$

တွက်နည်း (2)

$pq = k$ ဖြစ်သောကြောင့်

$p_1q_1 = k$ နှင့် $p_2q_2 = k$ ဖြစ်၏။

$$\therefore \quad p_1q_1 = p_2q_2$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{q_1}{q_2}$$

$$\frac{p_2}{30} = \frac{4}{9}$$

$$p_2 = \frac{120}{9} = 13\frac{1}{3}$$

လေ့ကျင့်ခန်း (15.4)

1. အောက်ပါဇယားတွင် (*) ပြနေရာများ၌ သက်ဆိုင်ရာတန်ဖိုးများဖြင့် ဖြည့်စွက်ပါ။
x သည် y နှင့် ပြောင်းပြန်ပြောင်းလဲပါသည်။

x	50	75	*	150	*
y	300	*	150	*	75

2. $y = \frac{4}{x}$ ညီမျှခြင်းတွင် y နှင့် x တို့၏ ဆက်သွယ်ချက်ကို ရှင်းပြပါ။
   (a) $x = 2$ ဖြစ်သောအခါ y တန်ဖိုးရှာပါ။
   (b) $y = 0.1$ ဖြစ်သောအခါ x တန်ဖိုးရှာပါ။
3. y သည် x နှင့် ပြောင်းပြန်ပြောင်းလဲ၏။ $x = 4$ ဖြစ်သောအခါ $y = 3$ ဖြစ်၏။ y နှင့် x တို့ ဆက်သွယ်သော ညီမျှခြင်းကို ရှာပါ။ $x = 6$ ဖြစ်သောအခါ y ကို ရှာပါ။
4. $y \propto \frac{1}{x}$ ဖြစ်၏။ $x = 14$ ဖြစ်သောအခါ $y = 6$ ဖြစ်၏။ x နှင့် y တို့ပါဝင်သော ညီမျှခြင်း ကိုရှာပါ။ $x = 28$ ဖြစ်သောအခါ y ကို ရှာပါ။
5. $p \propto \frac{1}{q}$ ဖြစ်၏။ $q = 5$ ဖြစ်သောအခါ $p = 6$ ဖြစ်၏။ $q = 12$ ဖြစ်သောအခါ p ကို ရှာပါ။
6. $zx = k$ တွင် k သည် ကိန်းသေဖြစ်၏။ $x = 2.5$ ဖြစ်သောအခါ $z = 18$ ဖြစ်၏။ $x = 3.6$ ဖြစ်သောအခါ z ကို ရှာပါ။
7. y သည် x နှင့် ပြောင်းပြန် ပြောင်းလဲ၏။ $x = 3$ ဖြစ်သောအခါ $y = 8$ ဖြစ်၏။
   (a) y နှင့် x တို့ ပါဝင်သော ညီမျှခြင်းကို ရှာပါ။
   (b) $x = 60$ ဖြစ်သောအခါ y ကို ရှာပါ။
   (c) $y = 15$ ဖြစ်သောအခါ x ကို ရှာပါ။
8. H သည် R နှင့် ပြောင်းပြန်ပြောင်းလဲ၏။
   (a) $R = 500$ ဖြစ်သောအခါ $H = 12.8$ ဖြစ်၏။ H နှင့် R တို့ ဆက်စပ်သော ညီမျှ ခြင်းကို ရှာပါ။
   (b) $R = 480$ ဖြစ်သောအခါ H ကို ရှာပါ။

အခန်း (16)

လူမှုရေးသင်္ချာ

16.1 မက်ထရစ်စနစ်

မက်ထရစ်စနစ် အလျားတိုင်းနှင့်ပတ်သက်၍ အခြေခံယူနစ်များ မီတာ (metre) ဖြစ်ကြောင်း သိခဲ့ကြပြီ။

ဤတွင် တိုင်းတာသည် (Measure) ဟု အဓိပ္ပာယ်ရသော ဂရိစာလုံး (Metron) မှ ဆင်းသက်လာသော အဆိုပါမီတာ (Metre) ဟူသည့် စကားရပ်ကို အခြေပြု၍ ထိုစနစ်ကို မက်ထရစ်စနစ် (Metric System) ဟု ခေါ်တွင်ကြခြင်းဖြစ်သည်။

မက်ထရစ်စနစ် အလျားတိုင်းတွင် လက်တင်ရှေ့ဆွယ်စကား (Latin prefixes) များဖြစ်သည့် မီလီ(milli), စင်တီ(centi), ဒက်ဆီ(deci) တို့သည် သတ်မှတ်ထားသည့် သက်ဆိုင်ရာ အခြေခံယူနစ်၏ $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{100}$ နှင့် $\frac{1}{10}$ အသီးသီးဖြစ်ကြောင်း ဂရိရှေ့ဆွယ်စကား (Greek prefixes) များဖြစ်သည့် ဒက်ကာ (deca) ဟက်တို (hecto) နှင့် ကီလို (kilo)တို့သည် သတ်မှတ်ထားသည့် သက်ဆိုင်ရာ အခြေခံယူနစ်၏ 10, 100, 1000 အဆ အသီးသီးရှိကြောင်းသိခဲ့ကြပြီ။

ဆက်လက်၍ မိုက်ကရို (micro) ဟူသော ရှေ့ဆွယ်စကားသည် တစ်သန်းပုံလျှင် တစ်ပုံ (one-millionth part of) ကို ဆိုလိုကြောင်း၊ microsecond ဟူသည့် တစ်စက္ကန့် (one second) ၏ အပုံတစ်သန်းပုံ တစ်ပုံကို ဆိုလိုကြောင်း သတိပြုသင့်သည်။ ခြွင်းချက်အနေဖြင့် တစ်မီတာ၏ အပုံ တစ်သန်းပုံတစ်ပုံကိုမူ မိုက်ကရွန် (micron) ဟု ခေါ်ဝေါ်လေ့ရှိပြီး ဂရိစကား μ (mu မြူ) ဖြင့် သင်္ကေတပြုသည်။

ဥပမာ $3\mu = 3 \text{ microns} = \frac{3}{1000000} = \frac{3}{10^6} = 3 \times 10^{-6}$ metre

အလားတူပင် မီဂါ (mega) ဟူသော ရှေ့ဆွယ်စကားသည် အဆပေါင်းတစ်သန်း (one million times) ကို ဆိုလိုကြောင်း မှတ်သားရပေသည်။ ဥပမာအားဖြင့် တစ်မီဂါတန် (one megaton) သည်တန်ပေါင်း တစ်သန်း (a million tons) ကို ဆိုလိုပေသည်။

မက်ထရစ်စနစ် အလျားတိုင်းတွင်ရှိ ယူနစ်အသီးသီးနှင့် အလျားတိုင်း အခြေခံယူနစ်ဖြစ်သော မီတာတို့၏ ဆက်သွယ်ပုံကို တစ်ဖက်ပါဇယားတွင် ဖော်ပြထားသည်။

ယူနစ်အမည်	သင်္ကေတ	တစ်မီတာ၏အဆ
Micron	μ	$\frac{1}{1000000}$ (သို့မဟုတ်) 10^{-6}
Millimeter	mm	$\frac{1}{1000}$ (သို့မဟုတ်) 10^{-3}
Centimeter	cm	$\frac{1}{100}$ (သို့မဟုတ်) 10^{-2}
Decimeter	dm	$\frac{1}{10}$ (သို့မဟုတ်) 10^{-1}
Metre	m	1 (သို့မဟုတ်) 10^{0}
Decameter	dkm	10 (သို့မဟုတ်) 10^{1}
Hectometer	hm	100 (သို့မဟုတ်) 10^{2}
Kilometer	km	1000 (သို့မဟုတ်) 10^{3}
Megametre	M	1000000 (သို့မဟုတ်) 10^{6}

တစ်ဖန်မက်ထရစ်စနစ် အလျားတိုင်းနှင့် ဗြိတိသျှစနစ် အလျားတိုင်းတို့၏ ဆက်သွယ်ချက် မှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည်။

အနီးဆုံးတူညီသည့် အလျားတိုင်း ယူနစ်များ	
မက်ထရစ်ယူနစ်	ဗြိတိသျှယူနစ်
1 mm	0.04 in
1 cm	0.39 in
1 m	39.37 in
1 km	0.62 mi
2.54 cm	1 in
0.30 m	1 ft
0.91 m	1 yd
1.61 km	1 mi

မက်ထရစ်စနစ် အလေးချိန်တိုင်းတွင် အခြေခံယူနစ်မှာ ကီလိုဂရမ် (kg) ဖြစ်သည်။

$$\boxed{1\ kg = 1000\ g}$$

ဤတွင် 1 g သည် ရေထုသည် 1 cc ၏ အလေးချိန်ကို ဆိုလိုသည်။

ရေထုသည် 1 cubic metre (10^6 cc) ၏ အလေးချိန်သည် 1 metric ton (10^6 g) ရှိသည်။

$$\boxed{1 \text{ metric ton} = 10^6 \text{ g}}$$

အရည်ထုထည်တိုင်းများနှင့် ပတ်သက်၍ လီတာ (litre) ကို အသုံးပြုကြောင်း သိခဲ့ကြပြီ။

1 litre = 1000 cc

1 cc = $\frac{1}{1000}$ litre = 1 millilitre

1 kilolitre (kl) = 10^3 litres

ဥပမာ (1) 7.2 mm သည် micron မည်မျှရှိသနည်း။

1 m = 1000000 μ

1 m = 1000 mm

ထို့ကြောင့် 1000 mm = 1000000 μ

1000 mm = 1000000 μ

1 mm = 1000 μ

7.2 mm = 7.2 × 1000 μ

7.2 mm = 7200 μ

ဥပမာ (2)

အဝေးပြေးလမ်းမကြီးပေါ်ရှိ ဆိုင်းဘုတ်ပေါ်တွင် မဲလဘုန်းမြို့သို့ 26 km ဟုရေးထားလျှင် ထိုနေရာမှ မဲလဘုန်းမြို့သည် မိုင် မည်မျှဝေးသနည်း။

1 km = 0.62 mi

26 km = 26 × 0.62 mi = 16.12 mi

လေ့ကျင့်ခန်း (16.1)

1. ကွက်လပ်ဖြည့်ပါ။

(a) 10 km = ... m

(b) 10 dkm = ... dm

(c) 100 cm = ... dm

(d) 2.4 km = ... cm = ... mm

(e) 5.76 dkm = ... mm = ... km

(f) 45 dm = ... m = ... dkm

(g) 300 cm = ... m = ... hm

(h) 2.9×10^2 mm = ... cm = ... dm

(i) 9.98×10^5m = ... dm = ... cm

(j) 3.45×10^6 m = ... M = ... km

2. အလျား 0.0925 cm ကို မိုက်ကရွန် (micron) ဖြင့် ပြပါ။

3. 5525 cm နှင့် 5.43×10^7 တွင် မည်သည်က မည်မျှပိုရှည်သနည်း။

4. တွက်ပါ။

(a) 4 dkm + 3.5 km + 196 m = ... cm

(b) 97.5 mm + 17.7 cm + 13.4 dm = ... m

(c) 94.4 dm + 22.5 mm + 503 dkm = ... μ

(d) 135 dm - 11.9 m = ... μ

(e) 3.17×10^{-2} m + 4.45×10^3 dm = ... cm

(f) 1.65×10^{-3} cm + 3.23×10^5 dm = ... mm

5. 100 ကိုက်သည် အနီးဆုံးမီတာ မည်မျှနှင့် ညီသနည်း။ (1 yd = 0.91 m)

6. ပင်လယ်ရေမျက်နှာပြင်အထက် 14000 ပေမြင့်သောနေရာသည် ကီလိုမီတာအားဖြင့် အနီးဆုံး မည်မျှဖြစ်သနည်း။ (1 ft = 0.30 m)

7. မောင်ပြုံး၏ အရပ်သည် 152 cm ရှိလျှင် ပေအားဖြင့် မည်မျှရှိသနည်း။(1 cm = 0.39in)

8. မောင်ကျော်သည် 9.6 စက္ကန့်တွင် 10 ကိုက် ၊ မောင်ဇော်သည် 10.8 စက္ကန့်တွင် 100 ကိုက် ပြေးနိုင်လျှင် မည်သူသည် ပို၍အပြေးမြန်သနည်း။

9. 1500 cc ကို kilolitre ဖြင့် ဖော်ပြပါ။

10. 0.5 litre ကို cubic centimetre ဖြင့် ပြပါ။

11. ရေကန်တစ်ခုသည် ထုထည် 3 cubic metres ရှိလျှင် ဝင်ဆံ့မည့်

(a) ရေထုထည်ကို millimetre ဖြင့် ပြပါ။

(b) ရေအလေးချိန် ဂရမ် မည်မျှ ဝင်ဆံ့မည်နည်း။

12. အက်ဆစ် 75 cc နှင့် ရေ 26 cc ကို ရောလျှင် ရောပြီးအရည်သည် millilitre အားဖြင့် မည်မျှရှိသနည်း။

16.2 အရှုံးအမြတ်

အရှုံးအမြတ်တို့ကို ရာခိုင်နှုန်းဖြင့် ဖော်ပြနိုင်ကြောင်း သတ္တမတန်းတွင် စတင်သိခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။

ထွက်ကုန်သီးနှံ၊ လူဦးရေ၊ ကုန်သွယ်ရေး၊ ရောင်းဝယ်ရေး စသည်တို့၏ အတိုးအလျော့၊ အရှုံး အမြတ်ကိစ္စရပ်များကို ရာခိုင်နှုန်းဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။ သင်္ချာမတန်းတွင် ရောင်းဈေး၊ ဝယ်ဈေးနှင့် အရှုံးအမြတ်တို့ကို အောက်ပါအတိုင်း သိခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။

အမြတ်	=	ရောင်းဈေး	-	ဝယ်ဈေး
အရှုံး	=	ဝယ်ဈေး	-	ရောင်းဈေး

အရေအတွက် ကိန်းဂဏန်းတစ်ခုသည် တိုးလာသည်ဖြစ်စေ၊ လျော့သွားသည်ဖြစ်စေ မည်မျှ တိုးလာသည်။မည်မျှလျော့သွားသည်ကိုသိနိုင်ရန် မူလအရေအတွက်၏ ရာခိုင်နှုန်းအဖြစ် ပြနိုင်သည်။ အရှုံးအမြတ် ရာခိုင်နှုန်းကို ဝယ်ဈေးပေါ်တွင် မူတည်တွက်သည်။

ဥပမာ (1)

ပစ္စည်းတစ်ခုကို 3000 ကျပ်ဖြင့် ရောင်းလျှင် 25 % မြတ်မည်။

(a) 40 % မြတ်ရန် မည်သည့်ဈေးဖြင့် ရောင်းရမည်နည်း။

(b) 10 % အရှုံးခံရောင်းသော် ရောင်းဈေးမည်မျှဖြစ်သနည်း။

(c) ငွေ 600 ကျပ် အရှုံးဖြင့် ရောင်းသော် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှရှုံးသနည်း။

ဝယ်ဈေး 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

ပုစ္ဆာအရ အမြတ် 25 ကျပ်

ရောင်းဈေး 125 ကျပ်

ရောင်းဈေး 125 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ဝယ်ဈေး 100 ကျပ်

〃 3000 ကျပ် 〃 $\frac{3000}{125} \times 100$

$= 2400$ ကျပ် (ဝယ်ဈေး)

(a) ဈေးရင်း 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

ပုစ္ဆာအရ အမြတ် 40 ကျပ်

ရောင်းဈေး 140 ကျပ်

ဈေးရင်း 100 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ရောင်းဈေး 140 ကျပ်

〃 2400 ကျပ် 〃 $\frac{2400}{100} \times 140$

$= 3360$ ကျပ်

(b) ဈေးရင်း 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

ပုစ္ဆာအရ အရှုံး 10 ကျပ်

ရောင်းဈေး 90 ကျပ်

ဈေးရင်း 100 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ရောင်းဈေး 90 ကျပ်

" 2400 ကျပ် " $\dfrac{2400}{100} \times 90$

= 2160 ကျပ်

(c) အရှုံး 600 ကျပ်

ဈေးရင်း 2400 ကျပ်တွင် အရှုံးငွေ 600 ကျပ်

" 100 ကျပ် " $\dfrac{100}{2400} \times 600$

= 25 %

(a) ရောင်းဈေး 3360 ကျပ်

(b) ရောင်းဈေး 2160 ကျပ်

(c) အရှုံးရာခိုင်နှုန်း 25 %

ဥပမာ (2)

လူသုံးဦးသည် ပစ္စည်းတစ်ခုကို အဆင့်ဆင့်ရောင်းသွားရာ 25% စီမြတ်၏။ တတိယလူသည် ထိုပစ္စည်း ကို 250 ကျပ်ဖြင့် ရောင်းသော် ပထမလူ၏ဝယ်ဈေးသည် မည်မျှဖြစ်သနည်း။

ဝယ်ဈေး 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

ပုစ္ဆာအရ အမြတ် 25 ကျပ်

ရောင်းဈေး 125 ကျပ်

ရောင်းဈေး 125 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ဝယ်ဈေး 100 ကျပ်

" 250 ကျပ် " $\dfrac{250}{125} \times 100$

= 200 ကျပ်

တတိယလူ၏ ဝယ်ဈေး = 200 ကျပ်

တတိယလူ၏ ဝယ်ဈေး 125 ကျပ်တွင် ဒုတိယလူ၏ ငွေရင်း 100 ကျပ်

" 200 ကျပ် " $\dfrac{200 \times 100}{125}$

= 160 ကျပ်

ဒုတိယလူ၏ ဝယ်ဈေး 125 ကျပ်တွင် ပထမလူ၏ ငွေရင်း 100 ကျပ်

〃 160 ကျပ် 〃 $\frac{160}{125} \times 100$

$= 128$ ကျပ်

∴ ပထမလူ၏ ဝယ်ဈေး 128 ကျပ်

ဥပမာ **(3)**

ဈေးသည်တစ်ဦးသည် ကုန်ပစ္စည်းများပေါ်တွင် ဝယ်ရင်းဈေးထက် 20 % ပို၍ ဈေးတင်ထား၏။ သို့သော် တင်ထားသောဈေးမှ 10 % လျှော့၍ ရောင်းသော် အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှဖြစ်သနည်း။

ဝယ်ရင်းဈေး 100 ကျပ်တွင် တင်ထားသောဈေး 120 ကျပ်

တင်ထားသောဈေး 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

လျှော့ဈေး 10 ကျပ်

ရောင်းဈေး 90 ကျပ်

တင်ထားသောဈေး 100 ကျပ် တွင် ရောင်းဈေး 90 ကျပ်

〃 120 ကျပ် 〃 $\frac{120}{100} \times 90 = 108$ ကျပ်

အမြတ် $= 108$ ကျပ် - 100 ကျပ်

$= 8$ ကျပ်

∴ အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း 8 %

ဥပမာ **(4)**

ဈေးသည်တစ်ဦးသည် ဝယ်သူအား သတ်မှတ်ဈေးမှ 10 % လျှော့ရောင်းသော်လည်း 20% အမြတ်ကျန်၏။ 60 ကျပ် သတ်မှတ်ထားသော ပစ္စည်းတစ်ခု၏ ဝယ်ရင်းဈေးသည် မည်မျှဖြစ်သနည်း။

သတ်မှတ်ဈေး 100 ကျပ်တွင် ရောင်းဈေး 90 ကျပ်

〃 60 ကျပ် 〃 $\frac{60}{100} \times 90$

$= 54$ ကျပ်

ရောင်းဈေး 120 ကျပ်တွင် ဝယ်ဈေး 100 ကျပ်

〃 54 ကျပ် 〃 $\frac{54}{120} \times 100$

$= 45$ ကျပ်

ဝယ်ဈေး 45 ကျပ်

1. အောက်ပါတို့၏ ရောင်းဈေးကိုရှာပါ။

	ငွေရင်း	အမြတ်
(a)	75	8 %
(b)	125	16 %
		အရှုံး
(c)	3000	16 %
(d)	1260	$33\frac{1}{3}$ %

2. အောက်ပါတို့၏ ငွေရင်းကို ရှာပါ။

(a)	ရောင်းဈေး	160 ကျပ်	အမြတ် $6\frac{2}{3}$ %
(b)	။	2550 ကျပ်	အရှုံး 15 %
(c)	။	875 ကျပ်	အရှုံး $12\frac{1}{2}$ %
(d)	။	990 ကျပ်	အမြတ် 10 %

3. (a) လက်စွပ်တစ်ကွင်းကို 15 % အမြတ်နှင့် ရောင်းရာ 525 ကျပ်မြတ်လျှင်ဝယ်ဈေးကို ရှာပါ။

(b) ပစ္စည်းတစ်ခုကို $4\frac{1}{2}$ % အရှုံးခံရောင်းရာ 120 ကျပ် ရှုံးသော် မူလဈေးကိုရှာပါ။

(c) ပစ္စည်းတစ်ဒါဇင်ကို 30 ကျပ်နှင့်ဝယ်ပြီး 4 ခုလျှင် 11 ကျပ်နှင့်ရောင်းသော် အမြတ် (သို့မဟုတ်) အရှုံးရာခိုင်နှုန်း မည်မျှရှိသနည်း။

4. (a) ပစ္စည်းတစ်ခုကို 10 % အမြတ်တင်ရောင်းသည်ထက် 15 % အမြတ်တင် ရောင်းပါက 30 ကျပ် ပိုရမည်ဆိုလျှင် ထိုပစ္စည်း၏ မူလဈေးကို ရှာပါ။

(b) ပစ္စည်းတစ်ခုကိုရောင်းရာ 3 % ရှုံးသည်။ 75 ကျပ် ဈေးတင်ရောင်းလျှင် 3 % မြတ်မည်။ ဈေးရင်းကို ရှာပါ။

(c) ပစ္စည်းတစ်ခုကို 290 ကျပ်ဖြင့် ရောင်းလျှင် 16 % မြတ်မည်။ သို့သော် 16 % အရှုံး ခံရောင်းလျှင် ရောင်းဈေး မည်မျှဖြစ်သနည်း။

(d) ပစ္စည်းတစ်ခုကို 540 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းရာ 10 % ရှုံး၏။ 10 % မြတ်လိုလျှင် မည်မျှနှင့် ရောင်းရမည်နည်း။

5. ဦးခင်တွင် ဘဲတစ်အုပ်ရှိရာ ဘဲအားလုံး၏ 20 % ကို ဦးဝင်းအားရောင်း၍ ကျန်ဘဲများ၏ 15 % ကို မောင်အောင်အား ရောင်းပြီးသောအခါတွင် ဘဲ 1360 ကောင် ကျန်သေးလျှင် မူလက ဘဲကောင်ရေ မည်မျှရှိမည်နည်း။

6. ဦးမြသည် လုပ်ငန်းတစ်ခုကို ငွေ 3000 ကျပ်နှင့်စတင်လုပ်ကိုင်ရာ ပထမနှစ်တွင်25 % ရှုံး၏။ ကျန်ငွေဖြင့် ဒုတိယနှစ်တွင် ဆက်လက်လုပ်ကိုင်ရာ နှစ်ကုန်တွင် ပထမနှစ်စက ငွေရင်း၏ $16\frac{2}{3}$ % မြတ်၏။ ဒုတိယနှစ်တွင် ဦးမြ၌ရှိသော ငွေကို ရှာပါ။

7. စက်ဘီးတစ်စီး၏တန်ဖိုးသည် ဝယ်ပြီးတစ်နှစ်ကြာသောအခါ 40 % လျော့၏။ ဒုတိယနှစ် အကုန်တွင် ပထမနှစ်အကုန်ရှိတန်ဖိုး၏ $33\frac{1}{3}$ % လျော့၏။ မူလ 25450 ကျပ်တန်သော စက်ဘီးတစ်စီးသည် ဒုတိယနှစ်ကုန်သောအခါ မည်မျှသာတန်ဖိုးရှိမည်နည်း။

8. ကိုမိုးသည် နာရီတစ်လုံးကို 400 ကျပ်နှင့်ဝယ်၍ ကိုတိုးအား 5 % အမြတ်တင် ရောင်းလိုက်၏။ ကိုတိုးက ကိုစိုးအား 4 % အရှုံးခံရောင်းပြန်လျှင် ကိုစိုးသည် ထိုပစ္စည်း ကို မည်မျှနှင့် ဝယ်သနည်း။

9. ဦးလှသည် ကက်ဆက်တစ်လုံးကို ဦးမြအား 20 % အမြတ်တင်ရောင်း၏။ ဦးမြသည် ထို ကက်ဆက်ကို ဦးဘအား 88000 ကျပ်နှင့် ရောင်းရာ $8\frac{1}{3}$ % ရှုံးသော် ဦးလှသည် ထိုကက်ဆက်ကို မည်မျှနှင့် ဝယ်ထားသနည်း။

10. မောင်ကြိုင်သည် 500 ကျပ်တန် အင်္ကျီတစ်ထည်ကို 10 % အရှုံးခံ၍ မောင်လှိုင်အား ရောင်း လိုက်၏။ တစ်ဖန် မောင်လှိုင်က 16 % အရှုံးခံပြီး မောင်မြိုင်အား ရောင်းလိုက်လျှင် မောင်မြိုင်၏ ဝယ်ဈေးကို ရှာပါ။

16.3 အတိုးရိုးရိုး

ငွေတစ်ရပ်ကို ချေးယူသုံးစွဲသဖြင့် သတ်မှတ်ထားသောနှုန်းဖြင့် ပေးရသော ချေးယူသုံးစွဲခ ငွေကို အတိုးဖြစ်သည်ဟုဆိုသည်။ အတိုးကို တစ်နှစ်အတွက် ငွေရင်း 100 ကျပ်၏ ရာခိုင်နှုန်း အဖြစ် ဖော်ပြလေ့ရှိသည်။

မူလငွေရင်းပေါ်တွင် မည်သည့်အချိန်ကာလအတွက်မဆို သတ်မှတ်ထားသောနှုန်းဖြင့် တွက် ယူသောအတိုးကို အတိုးရိုးရိုးဟု ခေါ်လေ့ရှိသည်။ ပြည်သူ့ငွေချေးဌာနများမှ ထုတ်ချေး သော ငွေများပေါ်တွင် ကောက်ခံသောအတိုးသည် အတိုးရိုးရိုးဖြစ်သည်။ ပြည်သူ့ဘဏ်များမှ ငွေချေးယူသဖြင့် ပေးရသောအတိုးသည်လည်း အတိုးရိုးရိုးဖြစ်သည်။

ငွေရင်းနှင့် အတိုးနှစ်ရပ်ပေါင်းကို တိုးရင်းပေါင်းဟုခေါ်လေ့ရှိသည်။

∴ တိုးရင်းပေါင်း = ငွေရင်း + အတိုးဖြစ်သည်။

ဥပမာ

တစ်နှစ်လျှင် 6 % တိုးဖြင့် 1500 ကျပ်ပေါ်တွင် 4 နှစ်အတွက် အတိုးကို ရှာပါ။

	ငွေ 100	ကျပ်ပေါ်တွင်	1 နှစ်အတွက်	အတိုး	6 ကျပ်
∴	〃	〃	4	〃	6×4
∴	1500	〃	4	〃	$\dfrac{1500 \times 6 \times 4}{100}$
					$= 360$

အတိုး 360 ကျပ်

အထက်ပါ ဥပမာပုစ္ဆာကို လေ့လာပြီး ငွေရင်း အတိုးနှုန်း အချိန်ကာလတို့ကို ပေးထားသောအခါ အတိုးကို ရှာယူနိုင်သည့် ပုံသေနည်းကို ဆက်လက်စဉ်းစားမည်။

အထက်ပါပုစ္ဆာတွင်	ငွေရင်း	=	1500 ကျပ်
	အတိုးနှုန်း	=	6 ကျပ်
	အချိန်	=	4 နှစ် ဖြစ်သည်။

ငွေရင်း (principal) ကို P , အတိုး (Interest) ကို I , အချိန်ကို n , အတိုးနှုန်း (Rate percent) ကို r ဟု ရေးမှတ်ပြီး အတိုး I ကိုရှာမည်။

ဥပမာ

ငွေရင်း P ကျပ်ပေါ်တွင် တစ်နှစ်လျှင် r ရာခိုင်နှုန်းတိုးဖြင့် အချိန် n နှစ်အတွက် အတိုးရိုးရိုး ကိုရှာပါ။

ငွေရင်း	=	P ကျပ်
အတိုး	=	r %
အချိန်	=	n နှစ်

ငွေ 100	ကျပ်ပေါ်တွင်	1 နှစ်အတွက်	အတိုး	r ကျပ်ဖြစ်သည်။
〃	〃	n နှစ်	〃	$= n \times r$
P	〃	n နှစ်	〃	$= \dfrac{P \times n \times r}{100}$

∴ အတိုး $= \dfrac{P \times n \times r}{100}$ ဖြစ်သည်။

အတိုးကို I ထားလျှင်

$$\boxed{I = \frac{P \times n \times r}{100}}$$ ဖြစ်သည်။

တစ်နည်း အတိုး $= \dfrac{\text{ငွေရင်း} \times \text{အချိန်} \times \text{အတိုးနှုန်း}}{100}$

ဤပုံသေနည်းဖြင့် အတိုးရိုးရိုးရှာသည့် ပုစ္ဆာများကို လွယ်ကူစွာ တွက်ချက်နိုင်သည်။

ဥပမာ **(1)**

တစ်နှစ်လျှင် 5 % တိုးဖြင့် ငွေ 3200 ကျပ်ပေါ်တွင် 18 လအတွက် အတိုးရိုးရိုးကို ရှာပါ။

$$I = \frac{P \times n \times r}{100}$$

$$= \frac{3200 \times \frac{18}{12} \times 5}{100}$$

$$= 240$$

အတိုး 240 ကျပ်

ဥပမာ **(2)**

ငွေ 750 ကျပ်ကို 8 % တိုးဖြင့် 2 နှစ်အတွက်

(a) အတိုးရိုးရိုးကို ရှာပါ။

(b) တိုးရင်းပေါင်းကို ရှာပါ။

(a) အတိုး $= \dfrac{\text{ငွေရင်း} \times \text{အချိန်} \times \text{အတိုးနှုန်း}}{100}$

$$I = \frac{P \times n \times r}{100}$$

$$= \frac{750 \times 2 \times 8}{100}$$

$= 120$ ကျပ်

(b) တိုးရင်းပေါင်း $= 750 + 120$

$= 870$

အတိုး 120 ကျပ်

တိုးရင်းပေါင်း 870 ကျပ်

ဥပမာ **(3)**

ငွေ 1080 ကျပ်ပေါ်တွင် တစ်နှစ်လျှင် 10 % တိုးဖြင့် 1 နှစ် 3 လအတွက်

(a) အတိုးရိုးရိုးကို ရှာပါ။

(b) တိုးရင်းပေါင်းကို ရှာပါ။

$$I = \frac{P \times n \times r}{100}$$

$$= \frac{1080 \times \frac{15}{12} \times 10}{100}$$

$$= 135$$

(b) တိုးရင်းပေါင်း = ငွေရင်း + အတိုး

= 1080 + 135

= 1215

အတိုး 135 ကျပ်

တိုးရင်းပေါင်း 1215 ကျပ်

ငွေရင်း, အတိုးနှုန်း, အချိန်, အတိုး လေးမျိုးတွင် သုံးမျိုးပေးထားလျှင် ကျန်တစ်မျိုးကို ရှာ နိုင်သည်။

အထက်ပါ အတိုးရိုးရိုး ပုံသေနည်းမှ အောက်ပါပုံသေနည်းတို့ကို ရရှိသည်။

ငွေရင်း $= \dfrac{100 \times \text{အတိုး}}{\text{အတိုးနှုန်း} \times \text{အချိန်}}$ (တစ်နည်းအားဖြင့်) $P = \dfrac{100 \times I}{n \times r}$

အတိုးနှုန်း $= \dfrac{100 \times \text{အတိုး}}{\text{ငွေရင်း} \times \text{အချိန်}}$ (တစ်နည်းအားဖြင့်) $r = \dfrac{100 \times I}{p \times n}$

အချိန် $= \dfrac{100 \times \text{အတိုး}}{\text{ငွေရင်း} \times \text{အတိုးနှုန်း}}$ (တစ်နည်းအားဖြင့်) $n = \dfrac{100 \times I}{p \times r}$

ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(4)**

ငွေတစ်ရပ်ကို $3\frac{1}{2}$ % တိုးဖြင့် 4 နှစ်တွင် အတိုး 77 ကျပ် ပေးရသော်

(a) ငွေရင်း မည်မျှဖြစ်သနည်း။

(b) တိုးရင်းပေါင်း မည်မျှနည်း။

ငွေရင်း $= \dfrac{100 \times \text{အတိုး}}{\text{အတိုးနှုန်း} \times \text{အချိန်}}$

$$p = \frac{100 \times I}{n \times r}$$

$$= \frac{100 \times 77 \times 2}{4 \times \frac{7}{2}}$$

$$= \frac{100 \times 77 \times 2}{4 \times 7}$$

$= 550$ ကျပ်

(b) တိုးရင်းပေါင်း $= 550 + 77 = 627$ ကျပ်

ငွေရင်း 550 ကျပ်
တိုးရင်းပေါင်း 627 ကျပ်

ဥပမာ (5)

မည်သည့်အချိန်ကာလတွင် ငွေရင်း 2800 ကျပ်ပေါ်တွင် ကိုးဖြင့် အတိုး 420 ကျပ်ရ မည်နည်း။

$$\text{အချိန်} = \frac{100 \times \text{အတိုး}}{\text{ငွေရင်း} \times \text{အတိုးနှုန်း}}$$

$$n = \frac{100 \times I}{p \times r}$$

$$= \frac{100 \times 420}{2800 \times 5}$$

$= 3$

အချိန် 3 နှစ်

ဥပမာ (6)

မည်သည့်အချိန်ကာလတွင် ငွေတစ်ရပ်သည် $6\frac{1}{4}$ % တိုးဖြင့် 2 ဆ ဖြစ်လာမည်နည်း။

ငွေတစ်ရပ် x ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

တိုးရင်းပေါင်း $=$ x ၏ 2 ဆ

$= x \times 2$

$= 2x$

အတိုး $= 2x - x = x$

$$n = \frac{100 \times I}{P \times r}$$

$$= \frac{100 \times x \times 4}{x \times 25}$$

$= 16$ နှစ်

အချိန် 16 နှစ်

ဥပမာ (7)

ငွေရင်း 2500 ကျပ်ပေါ်တွင် $2\frac{1}{4}$ နှစ်အတွက် အတိုးငွေ 225 ကျပ် ရရှိလျှင် အတိုးနှုန်းကို ရှာပါ။

$$\text{အတိုးနှုန်း} = \frac{100 \times \text{အတိုး}}{\text{ငွေရင်း} \times \text{အချိန်}}$$

$$r = \frac{100 \times I}{P \times n}$$

$$= \frac{100 \times 225 \times 4}{2500 \times 9}$$

$$= 4\,\%$$

အတိုးနှုန်း 4 %

လေ့ကျင့်ခန်း (16.3)

1. အောက်ပါတို့၏ အတိုးရိုးရိုးနှင့် တိုးရင်းပေါင်းကိုရှာပါ။ (ပုံသေနည်းကို အသုံးပြုပါ။)
   (a) ငွေ 999 ကျပ်ကို $4\frac{1}{2}$ % တိုးဖြင့် 4 နှစ်အတွက်
   (b) ငွေ 2187 ကျပ် 50 ပြားကို 4 % တိုးဖြင့် 2 နှစ် 3 လအတွက်
   (c) ငွေ 5420 ကျပ်ကို $2\frac{1}{2}$ % ဖြင့် 3 နှစ်နှင့် 215 ရက်အတွက်

2. အောက်ပါတို့၏ ငွေရင်းကိုရှာပါ။
   (a) အတိုးနှုန်း 4 % ဖြင့် 3 နှစ်တွင် အတိုး 87.60 ကျပ် ရသည်။
   (b) အတိုးနှုန်း 6% ဖြင့် 3 နှစ် 8 လတွင် အတိုး 143 ကျပ်ရသည်။
   (c) အတိုးနှုန်း $3\frac{1}{2}$ % နှင့် 292 ရက်တွင် အတိုး 108.6 ကျပ်ရသည်။

3. အောက်ပါတို့မှ အချိန်ကာလကို ရှာပါ။
   (a) ငွေ 850 ကျပ်ကို 5 % တိုးဖြင့် အတိုး 21.25 ကျပ် ရသည်။
   (b) ငွေ 3060 ကျပ်ကို $3\frac{3}{4}$ % တိုးဖြင့် တိုးရင်းပေါင်း 3557.25 ကျပ် ရသည်။
   (c) ငွေ 1363.75 ကျပ်ကို 6% တိုးဖြင့် တိုးရင်းပေါင်း 1561.49 ကျပ် ရသည်။

4. အောက်ပါတို့တွင် အတိုးနှုန်းကို ရှာပါ။
   (a) ငွေရင်း 325 ကျပ်ဖြင့် 4 နှစ်အတွက် အတိုး 32.5 ကျပ် ရသည်။
   (b) ငွေရင်း 1275 ကျပ်ဖြင့် 2 နှစ် 8 လအတွက် အတိုး 102 ကျပ် ရသည်။

(c) ငွေရင်း 112.5 ကျပ်ဖြင့် 3 နှစ် 8 လအတွက် တိုးရင်းငွေ 137.25 ကျပ် ဖြစ်သည်။

5. လူတစ်ယောက်သည် ငွေ 4000 ကျပ်ကို မြန်မာ့စီးပွားရေးဘဏ်တွင်အပ်ထား၏။ 1 နှစ် 6 လ အကြာတွင် 2000 ကျပ် ထပ်အပ်၏။ ဘဏ်တိုးနှုန်း 8% ဖြစ်လျှင် နောက်ထပ် 2 နှစ် 6 လ ပြည့်သောအခါ အတိုးငွေ စုစုပေါင်း မည်မျှရမည်နည်း။

6. မြန်မာ့စီးပွားရေးဘဏ်သည် အတိုးနှုန်း 8 % ပေးသည်။ ငွေ 1000 ကျပ်ကို ဘဏ်တွင် အပ်ပြီး 2 နှစ် 3 လ အကြာတွင် ငွေ 4000 ကျပ်ကို ထပ်အပ်၏။ 6 လအကြာတွင် အတိုးငွေ မည်မျှရမည်နည်း။

7. ဦးမောင်မောင်သည် ငွေ 1200 ကျပ်ကို 4 % တိုးဖြင့် ချေးယူပြီး 1 နှစ် 6 လ အကြာတွင် တိုးရင်းငွေ 1000 ကျပ် ပြန်ဆပ်သော် အကြွေးငွေ မည်မျှကျန်သနည်း။

8. တူညီသော အတိုးနှုန်းဖြင့် ငွေ 600 ကျပ်ကို 2 နှစ် ချေးခြင်းနှင့် ငွေ 150 ကျပ်ကို 4 နှစ် ချေးခြင်းတို့မှ အတိုးငွေ စုစုပေါင်း 90 ကျပ်ရရှိသော် အတိုးနှုန်းမည်မျှဖြစ်သနည်း။

9. 10 % တိုးဖြင့် မည်သည့်အချိန်ကာလတွင် ငွေတစ်ရပ်သည် 3 ဆ ဖြစ်လာမည်နည်း။

10. ငွေတစ်ရပ်သည် 5 နှစ်တွင် 2 ဆဖြစ်လာဂုန် ရာခိုင်နှုန်းတိုးသည် မည်မျှဖြစ်သနည်း။

16.4 နှစ်ထပ်တိုး (compound Interest)

ငွေရင်းတစ်ရပ်ပေါ်တွင် တစ်နှစ်ကုန်ဆုံးတိုင်း သို့မဟုတ် သတ်မှတ်ထားသော အချိန်ကာလကုန်ဆုံးတိုင်း ကျသင့်သော အတိုးငွေကို ငွေရင်းတွင်ပေါင်းထည့်ပြီး ဆက်လက်ချေးငှား သွားခြင်းကို နှစ်ထပ်တိုးနှင့် ချေးငှားခြင်းဟုခေါ်သည်။ နှစ်ထပ်တိုးဖြင့် အတိုးပေးသောဌာနမှာ ငွေစုဘဏ်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ငွေ 200 ကျပ်ကို တစ်နှစ်လျှင် 5% တိုးဖြင့် 3 နှစ် ချေးငှားပါက ပထမနှစ်ကုန်သောအခါ အတိုး 10 ကျပ်ရသည်။ ၎င်းအတိုး 10 ကျပ်ကို ပေးဆပ်ခြင်းမပြုဘဲ ငွေရင်း 200 ကျပ်တွင် ပေါင်းထည့်၍ ဒုတိယနှစ် ငွေရင်း 200 + 10 ကျပ် ဖြစ်လာ၏။

ငွေရင်း 210 ကျပ်ပေါ်တွင် 5% ဖြင့် တွက်၍ ရရှိသော ဒုတိယနှစ် အတိုး 10.5 ကျပ်ကိုလည်း ပေးဆပ်ခြင်းမပြုဘဲ ဒုတိယနှစ်စ ငွေရင်းဖြစ်သည့် 210 ကျပ်တွင် ပေါင်းထည့်၍ 210 ကျပ် + 10.5 ကျပ် = 220.5 ကျပ်သည် တတိယနှစ်ငွေရင်း ဖြစ်လာသည်။

တတိယနှစ်ငွေရင်း 220.5 ကျပ်ပေါ်တွင် 5 % ဖြင့်တွက်၍ ရရှိသော တတိယနှစ်အတိုးသည် 11.025 ကျပ်ဖြစ်၍ 3 နှစ်အကုန်တွင် တိုးရင်းပေါင်းသည် 231.525 ကျပ် ဖြစ်လာ၏။ ပြန်ဆပ်ရမည့် ငွေမှာ 231.525 ကျပ်ဖြစ်ပြီး နှစ်ထပ်တိုး စုစုပေါင်းမှာ 31. 525 ကျပ် ဖြစ်သည်။

အတိုးရိုးရိုးဖြင့် ချေးလျှင်မူ နှစ်စဉ်အတိုးမှာ 10 ကျပ်သာဖြစ်၍ 3 နှစ်အတွက် အတိုးစုစုပေါင်းမှာ 30 ကျပ်သာဖြစ်သည်။

ဥပမာ (1)

ငွေ 480 ကျပ်ပေါ်တွင် တစ်နှစ်လျှင် 5 % တိုးဖြင့် 3 နှစ်အတွက်

(a) အတိုးရိုးရိုး

(b) နှစ်ထပ်တိုးဖြင့် တိုးရင်းပေါင်း

(c) နှစ်ထပ်တိုး မည်မျှဖြစ်သနည်း။

(a) 5 % တိုး

ငွေ 100 ကျပ်ပေါ်တွင် 1 နှစ်လျှင် အတိုးငွေ 5 ကျပ်

∴ 480 ॥ 3 ॥ $5 \times \frac{480}{100} \times \frac{3}{1} = 72$

∴ 3 နှစ်အတွက် အတိုးရိုးရိုး 72 ကျပ်

(b) အတိုးနှုန်း = 5 % တိုး $= \frac{5}{100} = .05$

ပထမနှစ်ငွေရင်း 480.000 ကျပ်

॥ အတိုး 24.0000 ကျပ် (480 × .05)

ပထမနှစ်အတွက်

တိုးရင်း (သို့မဟုတ်) 504.0000 ကျပ်

ဒုတိယနှစ်ငွေရင်း

॥ အတိုး 25.20000 ကျပ် (504 × .05)

ဒုတိယနှစ်အတွက်

တိုးရင်း (သို့မဟုတ်) 529.2000 ကျပ်

တတိယနှစ်ငွေရင်း

॥ အတိုး 26.46 ကျပ် (529.2 × .05)

∴ 3 နှစ်အတွက်

တိုးရင်းပေါင်း **555.6600 ကျပ်**

(c) 3 နှစ်အတွက် **တိုးရင်းပေါင်း 555.6600** ကျပ်

မူလငွေရင်း 480.0000 ကျပ်

---

3 နှစ်အတွက် နှစ်ထပ်တိုးငွေ 75.6600 ကျပ်

(a) အတိုးရိုးရိုး 72 ကျပ်

(b) တိုးရင်းပေါင်း 555 ကျပ် 66 ပြား

(c) နှစ်ထပ်တိုး 75 ကျပ် 66 ပြား

ဥပမာ **(2)**

ငွေ 1025 ကျပ်ပေါ်တွင် 1 နှစ်လျှင် နှစ်ထပ်တိုး 3 % ဖြင့် $2\frac{1}{2}$ နှစ်အတွက် တိုးရင်းပေါင်း ကိုရှာပါ။

အတိုးနှုန်း $= 3\ \% = \frac{3}{100} = .03$

ပထမနှစ်ငွေရင်း	1025.0000	ကျပ်	
။ အတိုး	30.7500	ကျပ်	(1025 × .03)
ဒုတိယနှစ်ငွေရင်း	1055.7500	ကျပ်	
။ အတိုး	31.6725	ကျပ်	(1055.75 × .03)
တတိယနှစ်ငွေရင်း	1087.4225	ကျပ်	
$\frac{1}{2}$ နှစ်အတွက် အတိုး	16.3113	ကျပ်	($1087.4225 \times .03 \times \frac{1}{2}$)
$2\frac{1}{2}$ နှစ်အတွက် တိုးရင်းပေါင်း	1103.7338	ကျပ်	

တိုးရင်းပေါင်း 1103 ကျပ် 73 ပြား

ရှင်းချက်

(1) မြန်မာငွေကြေးတွင် ပြားအထိ အမှန်တွက်ရမည်ဖြစ်၍ ကျပ်၏ ဒသမနှစ်နေရာထိ အမှန်ရှာရမည်။ ဒသမနှစ်နေရာ အမှန်ရရှိရန်မှာ ဒသမသုံးနေရာအထိယူမှ စိတ်ချရ၍ ဒသမသုံးနေရာ အထိယူသည်။

(2) 2 နှစ်အတွက် တိုးရင်းပေါင်းကို ရှာပြီးနောက် နှစ်ဝက်အတွက် အတိုးရှာရန်ရှိရာ 2 နှစ်အတွက် တိုးရင်းပေါင်းသည် တတိယနှစ်အတွက် ငွေရင်းဖြစ်၍ ၎င်းကို .03 ဖြင့် မြှောက်

လျှင် တတိယနှစ်အတိုးရရှိသည်။ သို့ရာတွင် နှစ်ဝက်အတွက် အတိုးလို၍ တတိယနှစ်အတိုးကို $\frac{1}{2}$ ဖြင့် မြှောက်လျှင် နှစ်ဝက်အတိုးရရှိသည်။

ထိုအတူ $\frac{1}{4}$ နှစ်အတွက် လိုလျှင် တတိယနှစ်အတိုးကို $\frac{1}{4}$ ဖြင့်မြှောက်၍ ရှာပြီး $\frac{3}{4}$ နှစ်အတွက် ရှာလိုလျှင် $\frac{3}{4}$ ဖြင့် တတိယနှစ်အတိုးကို မြှောက်၍ရှာနိုင်သည်။

16.4.1 ပုံသေနည်းထုတ်ခြင်း

ငွေ 630 ကျပ်ပေါ်တွင် နှစ်ထပ်တိုး 5 % ဖြင့် လိုအပ်သည့်နှစ်များအတွက် တိုးရင်းပေါင်းအသီးသီးကို အောက်ပါအတိုင်း တွက်ပြနိုင်သည်။

1 နှစ်အတွက် တိုးရင်းပေါင်း $= 630 + (630 \times 5 \div 100)$
$= 630 + (630 \times .05)$
$= 630(1 + .05)$
$= 630 \times 1.05$

ထို့အတူ

2 နှစ်အတွက် တိုးရင်းပေါင်း $= 630 \times 1.05 + 630 \times 1.05 \times .05$
$= 630 \times 1.05(1 + .05)$
$= 630 \times (1.05)^2$

ထို့အတူ

3 နှစ်အတွက် တိုးရင်းပေါင်း $= 630 \times (1.05)^3$

အထက်ပါတွက်နည်းမှ ယေဘုယျတိုးရင်းပေါင်း ပုံသေနည်းကို ထုတ်ယူနိုင်သည်။

၎င်းမှာ

$$\boxed{\text{တိုးရင်းပေါင်း}\quad A = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n}$$

ဖြစ်သည်။ ဤတွင်

P = ငွေရင်း

r = ရာခိုင်နှုန်း

n = အချိန်ကာလ ဖြစ်သည်။

ပုံသေနည်းကို တိုးရင်းပေါင်း သို့မဟုတ် နှစ်ထပ်တိုးရှာရာ၌ အသုံးပြုလေ့မရှိသော်လည်း ငွေရင်း ရာခိုင်နှုန်း အချိန်ကာလရှာရာ၌ အသုံးပြုသည်။

16.4.2 ငွေရင်းရှာခြင်း

ဥပမာ (1)

မည်သည့်ငွေရင်းသည် 3 နှစ်တွင် နှစ်ထပ်တိုး 4 % ဖြင့် တိုးရင်းပေါင်း 5624.32 ကျပ် ဖြစ် လာမည်နည်း။

$$4\% = \frac{4}{100} = .04$$

ပထမနည်း

ငွေရင်း 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

$$4\% = \frac{4}{100} = .04$$

ပထမနှစ်ငွေရင်း	100.0000	ကျပ်	
။ အတိုး	4.0000	ကျပ်	
ဒုတိယနှစ်ငွေရင်း	104.0000	ကျပ်	
။ အတိုး	4.16	ကျပ်	(104 × .04)
တတိယနှစ်ငွေရင်း	108.1600	ကျပ်	
။ အတိုး	4.3264	ကျပ်	(108.16 × .04)
3 နှစ်အတွက်တိုးရင်း	112.4864	ကျပ်	

3 နှစ်အတွက်တိုးရင်း 112.4864 ကျပ်ဖြစ်လျှင် ငွေရင်း 100 ကျပ်

∴ ။ 5624.32 ။ ?

$$= 100 \times \frac{5624.32}{112.4864}$$

$$= 100 \times \frac{56243200}{1124864}$$

$$= 5000 \text{ ကျပ်}$$

ဒုတိယနည်း

A = 5624.32 ကျပ်

r = 4 %

$n = 3$ နှစ်

$$A = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^3$$

$$5624.32 = P\left(1 + \frac{4}{100}\right)^3$$

$$= P\left(1 + \frac{1}{25}\right)^3$$

$$= P\left(\frac{26}{25}\right)^3$$

$$P\left(\frac{26}{25}\right)^3 = 5624\ \frac{8}{25}$$

$$= \frac{140608}{25}$$

$$P = \frac{140608}{25} \times \frac{25}{26} \times \frac{25}{26} \times \frac{25}{26}$$

$= 5000$ ကျပ်

ငွေရင်း 5000 ကျပ်

16.4.3 ရာခိုင်နှုန်းတိုးရှာခြင်း

ဥပမာ **(1)**

ငွေရင်း 200ကျပ်သည်မည်သည့်နှစ်ထပ်တိုးနှုန်းဖြင့် 2 နှစ်တွင်တိုးရင်းပေါင်း216.32 ကျပ် ဖြစ်လာမည်နည်း။

$A = 216.32$ ကျပ်

$P = 200$ ကျပ်

$n = 2$ နှစ်

$$A = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

$$216.32 = 200 \times \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2$$

$$\frac{216.32}{200} = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2$$

$$1.0816 = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2$$

$$(1.04)^2 = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2$$

$$1.04 = 1 + \frac{r}{100}$$

$$1.04 - 1 = \frac{r}{100}$$

$$.04 = \frac{r}{100}$$

$$\therefore r = .04 \times 100$$
$$= 4$$

အတိုးနှုန်း 4 %

16.4.4 အချိန်ကာလရှာခြင်း

ဥပမာ (1)

မည်သည့်အချိန်ကာလတွင် ငွေ 600 ကျပ် သည်နှစ်ထပ်တိုး 5 % တိုးဖြင့် တိုးရင်းပေါင်း 694.575 ကျပ် ဖြစ်လာမည်နည်း။

$5\ \%$ တိုး $= \frac{5}{100} = .05$

ပထမနှစ်ငွေရင်း	=	600.0000	ကျပ်	
။ အတိုး	=	30.0000	ကျပ်	(600 × .05)
ဒုတိယနှစ်ငွေရင်း	=	630.0000	ကျပ်	
။ အတိုး	=	31.5000	ကျပ်	(630 × .05)
တတိယနှစ်ငွေရင်း	=	661.5000	ကျပ်	
။ အတိုး	=	33.0750	ကျပ်	(661.5 × .05)
∴ 3 နှစ်အတွက် တိုးရင်းပေါင်း	=	694.5750	ကျပ်	

∴ အချိန် 3 နှစ်

ဥပမာ (2)

မည်သည့်အချိန်ကာလတွင် ငွေရင်း 1800 ကျပ် အပေါ်၌ $3\frac{1}{3}$ % ဖြင့် 170.05 ကျပ်သည် နှစ်ထပ်တိုးဖြစ်မည်နည်း။

လိုအပ်သော တိုးရင်းပေါင်း $= 1800 + 170.05$ ကျပ်

$= 1970.05$ ကျပ်

$3\frac{1}{3}\ \%$ တိုး $= \frac{10}{3 \times 100} = \frac{1}{30}$

ပထမနှစ်ငွေရင်း $=$ 1800.0000 ကျပ်

။ အတိုး	=	60.0000	ကျပ်	$(1800 \times \frac{1}{30})$
ဒုတိယနှစ်ငွေရင်း	=	1860.0000	ကျပ်	
။ အတိုး	=	62.0000	ကျပ်	$(1860 \times \frac{1}{30})$
တတိယနှစ်ငွေရင်း	=	1922.0000	ကျပ်	
သို့မဟုတ် 3 နှစ်တိုးရင်း				
လိုသေးသော အတိုး	=	1970.0500	ကျပ်	- 1922 ကျပ်
	=	48.05	ကျပ်	

ငွေ 100 ပေါ်မှာ အတိုး $3\frac{1}{3}$ ရရန် အချိန် 1 နှစ်ကြာ၏။

100 ။ $48\frac{1}{20}$ ။ ?

$$= 1 \times \frac{961}{20} \times \frac{3}{10}$$

$\therefore$ 1922 ။ $48\frac{1}{20}$ ။ ?

$$= 1 \times \frac{100}{1922} \times \frac{961}{20} \times \frac{3}{10}$$

$$= \frac{3}{4} \text{ နှစ်} = 9 \text{ လ}$$

$\therefore$ ကြာချိန် = 2 နှစ် + 9 လ = 2 နှစ် 9 လ

ကြာချိန် 2 နှစ် 9 လ

ရှင်းချက်

(a) လိုအပ်သော တိုးရင်းပေါင်း 1970.05 ကျပ်သည် 2 နှစ်အတွက် တိုးရင်းပေါင်းနှင့် 3 နှစ်အတွက်တိုးရင်းပေါင်းကြားတွင် ရှိသည်။

(b) 2 နှစ်အတွက် တိုးရင်းပေါင်း 1922 ကျပ် ရှာပြီးသောအခါ အတိုးငွေ 48.05 ကျပ် လိုနေသေးသည်ကို တွေ့ရသည်။

(c) ၎င်းလိုနေသောအတိုးသည် ဒုတိယနှစ်တိုးရင်း သို့မဟုတ် တတိယနှစ်ငွေရင်းပေါ်မှာ တိုးရမည်ဖြစ်၍ 1922 ကျပ်ပေါ်မှာ အတိုး $48\frac{1}{20}$ ကျပ် ရရန် ကြာမည့်အချိန်ကို $3\frac{1}{3}$ % တိုးနှုန်းဖြင့်ရှာရာ $\frac{3}{4}$ နှစ် ရရှိ၏။

ထို့ကြောင့် လိုအပ်သော အချိန်မှာ $2\frac{3}{4}$ နှစ်ဖြစ်၏။

16.4.5 နှစ်ထပ်တိုးနိယာမ

မည်သည့်အရာမျိုးမဆို သတ်မှတ်ထားသော ကာလအပိုင်းအခြားအတွင်း သတ်မှတ်ထားသည့် နှုန်းအတိုင်း အဆက်မပြတ် တိုးတက်သွားခြင်း သို့မဟုတ် ယုတ်လျော့သွားခြင်းရှိသော် ထိုဖြစ် ရပ်သည် နှစ်ထပ်တိုးနိယာမကို လိုက်နာကျင့်သုံးသည်ဟု ဆိုသည်။

ဥပမာ (1)

မြို့ကြီးတစ်မြို့၏ လူဦးရေမှာ 765240 ဖြစ်ပြီး နှစ်စဉ် လူဦးရေတိုးနှုန်းမှာ 2.7 % ဖြစ်သည်။ 3 နှစ်ကြာသောအခါ လူဦးရေမည်မျှ ဖြစ်လာမည်နည်း။

တိုးနှုန်း $= 2.7\,\% = \frac{2.7}{100} = .027$

ပထမနှစ်လူဦးရေ	=	765240.0000	
။ တိုးသောဦးရေ	=	21661.4800	(765240 × .027)
ဒုတိယနှစ်လူဦးရေ	=	785901.4800	
။ တိုးသောဦးရေ	=	21219.3399	(785901.48 × .027)
တတိယနှစ်လူဦးရေ	=	807120.8199	
။ တိုးသောဦးရေ	=	21792.2621	(807120.8199 × .027)
3 နှစ်ကြာသော် လူဦးရေ	=	828913.0820	

828913 ယောက်

ဥပမာ (2)

မော်တော်ကားတစ်စီး၏ တန်ဖိုးသည် 37500 ကျပ်ဖြစ်၏။ ပထမနှစ်တွင် ၎င်း၏ တန်ဖိုးသည် 15 % ယုတ်လျော့သွားပြီး ကျန်နှစ်များတွင် 10 % စီ ယုတ်လျော့သွား၏။ 4 နှစ်ကြာသောအခါ မော်တော်ကား၏ တန်ဖိုးသည် မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

ပထမယုတ်လျော့နှုန်း $= 15\,\% = \frac{15}{100} = .15$

ဒုတိယယုတ်လျော့နှုန်း = $10\% = \frac{10}{100} = .1$

ပထမနှစ်တန်ဖိုး	=	37500.0000	
။ လျော့ငွေ	=	5625.0000	(37500 × .15)
ဒုတိယနှစ်တန်ဖိုး	=	31875.0000	
။ လျော့ငွေ	=	3187.5000	(31875 × .1)
တတိယနှစ်တန်ဖိုး	=	28687.5000	
။ လျော့ငွေ	=	2868.7500	(28687.5 × .1)
စတုတ္ထနှစ်တန်ဖိုး	=	25818.7500	
။ လျော့ငွေ	=	2581.8750	(25818.75 × .1)
∴ 4 နှစ်ကြာတန်ဖိုး	=	23236.8750	

မော်တော်ကားတန်ဖိုး 23236 ကျပ် 88 ပြား

လေ့ကျင့်ခန်း (16.4)

1. အောက်ပါပေးထားချက်များတွင် တိုးရင်းပေါင်းကို အနီးဆုံးပြားအထိ အမှန်ရှာပေးပါ။
   (a) ငွေရင်း 600 ကျပ် 1 နှစ်လျှင် 5 % နှစ်ထပ်တိုး အချိန်ကာလ 3 နှစ်။
   (b) ငွေရင်း 1500 ကျပ် 1 နှစ်လျှင် $3\frac{1}{2}$ % နှစ်ထပ်တိုး အချိန်ကာလ 2 နှစ်။

2. အောက်ပါပေးထားချက်များတွင် နှစ်ထပ်တိုးကို အနီးဆုံးပြားအထိ ရှာပါ။
   (a) ငွေရင်း 8000 ကျပ် 1 နှစ်လျှင် $2\frac{1}{2}$ % အချိန်ကာလ 3 နှစ်။
   (b) ငွေရင်း 3150 ကျပ် 1 နှစ်လျှင် 5 % အချိန်ကာလ $2\frac{1}{2}$ နှစ်။

3. အောက်ပါပေးထားချက်များတွင် အတိုးရိုးရိုးနှင့် နှစ်ထပ်တိုးတို့၏ ခြားနားခြင်းကို အနီးဆုံး ပြားအထိရှာပါ။
   (a) ငွေရင်း 425 ကျပ် 1 နှစ်လျှင် 4 % အချိန်ကာလ 3 နှစ်။
   (b) ငွေရင်း 7650 ကျပ် 1 နှစ်လျှင် $3\frac{1}{2}$ % အချိန်ကာလ $2\frac{1}{2}$ နှစ်။

4. အောက်ပါတို့မှ ငွေရင်းကို ရှာပါ။
   (a) တိုးရင်းပေါင်း 1352 ကျပ် 4 % နှစ်ထပ်တိုး အချိန်ကာလ 2 နှစ်။
   (b) အတိုး 162.30 ကျပ် 10 % နှစ်ထပ်တိုး အချိန်ကာလ $2\frac{1}{2}$ နှစ်။

5. အောက်ပါတို့မှ နှစ်ထပ်တိုး၏ ရာခိုင်နှုန်းကို ရှာပါ။

(a) ငွေရင်း 1000 ကျပ် တိုးရင်းပေါင်း 1060.9 ကျပ် အချိန်ကာလ 2 နှစ်။

(b) ငွေရင်း 250 ကျပ် တိုးရင်းပေါင်း 260.1 ကျပ် အချိန်ကာလ 2 နှစ်။

6. အောက်ပါတို့မှ အချိန်ကာလကို ရှာပါ။

(a) ငွေရင်း 625 ကျပ် တိုးရင်းပေါင်း 676 ကျပ် 4 % နှစ်ထပ်တိုး။

(b) ငွေရင်း 250 ကျပ် တိုးရင်းပေါင်း 281.9 ကျပ် 6 % နှစ်ထပ်တိုး။

7. လူတစ်ယောက်သည် ထွစ်နှစ်တစ်ကြိမ် နှစ်စတွင် ကျပ် 250 ကို 4 % နှစ်ထပ်တိုးဖြင့် စုဆောင်းသော် 4 နှစ် အပြီးတွင် ငွေမည်မျှ စုဆောင်းမိမည်နည်း။

8. ငွေ 2575 ကျပ်ပေါ်တွင် $2\frac{1}{4}$ % ဖြင့် ပထမနှစ်နှင့်တတိယနှစ်တို့၏ နှစ်ထပ်တိုး ခြားနားခြင်းကို ရှာပါ။

9. ငွေတစ်ရပ်၏ 5 % ဖြင့် 3 နှစ်တွက် အတိုးရိုးရိုးနှင့် နှစ်ထပ်တိုးတို့၏ ခြားနားခြင်းသည် 38.125 ကျပ် ဖြစ်သော် ငွေရင်းကို ရှာပါ။

10. လူတစ်ယောက်သည် ဘဏ်မှငွေ 5000 ကျပ်ကို $4\frac{1}{2}$ % နှစ်ထပ်တိုးဖြင့် ချေး၍ တစ်နှစ်ကုန်ဆုံးလျှင် ငွေ 1000 ကျပ် ပြန်ဆပ်၏။ ထိုသူသည် 4 ကြိမ် ငွေဆပ်ပြီးသော် ငွေမည်မျှ ဆပ်ရန် ကျန်မည်နည်း။

16.5 အစုရှယ်ရာနှင့်စတော့

16.5.1 အစုရှယ်ရာ

ယေဘုယျအားဖြင့် လုပ်ငန်းတစ်ခုအတွက် ငွေမြောက်မြားစွာလိုသောအခါ အစုရှယ်ရာများခေါ်၍ အရင်းတည်ကြသည်။ ဥပမာ ငွေရင်း 60000 ကျပ်နှင့် လုပ်ငန်းတစ်ခုကို တည်ထောင်နိုင်ရန် ရှယ်ရာပေါင်း 6000 ခွဲဝေ၍ ရှယ်ရာ တစ်ခုလျှင် ငွေ 10 ကျပ် သတ်မှတ်သည်ဖြစ်အံ့။ ထိုငွေ 10 ကျပ်သည် ရှယ်ရာတစ်ခု၏ မူလတန်ဖိုးဖြစ်သည်။ ပေါင်းဖော် လုပ်ဖက်သူများသည် ကုမ္ပဏီဖြစ်ပြီး အစုရှယ်ရာဝင်များသည် အစုရှင်များဖြစ်သည်။ အဆိုပါ အစုရှင်များ ရွေးကောက်တင်မြှောက်သော ဒါရိုက်တာလူကြီးမင်းများသည် ကုမ္ပဏီ၏အမြတ်ကို တစ်နှစ်တစ်ကြိမ်သော်လည်းကောင်း၊ နှစ်ဝက် တစ်ကြိမ်သော်လည်းကောင်း ကာလပိုင်းခြား၍ ဝေပုံကျအမြတ်အဖြစ် ခွဲဝေပေးလေ့ရှိသည်။ ဝေပုံကျ အမြတ်ကို ငွေရင်း၏ ရာခိုင်နှုန်းအဖြစ် ဖော်ပြလေ့ရှိသည်။ ဝေပုံကျအမြတ်သည် 6% ဖြစ်အံ့။ ရှယ်ရာတစ်ခု၏ မူလတန်ဖိုးသည် 10ကျပ် ဖြစ်သောကြောင့် ရှယ်ရာတစ်ခုပေါ်တွင် ဝေပုံကျအမြတ်သည် $\frac{6}{100} \times 10$ ကျပ် $=$ 0.60 ကျပ် သို့မဟုတ် ပြား 60 ဖြစ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် ဝေပုံကျအမြတ် စုစုပေါင်းသည် $\frac{6}{100} \times 60000$ ကျပ် $=$ 3600 ကျပ်ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် ရှယ်ရာတစ်ခုပေါ်တွင် ဝေပုံကျအမြတ်သည် $\frac{3600}{6000}$ $= \frac{60}{100}$ ကျပ် သို့မဟုတ် ပြား 60 ဖြစ်သည်။

အစုရှင်တစ်ဦးသည် ရှယ်ရာများအတွက် မိမိရင်းနှီးထားသောငွေကို ကုမ္ပဏီမှ ပြန်လည် ရရှိနိုင်မည်မဟုတ်ချေ။ ရှယ်ရာများကိုလည်း ကုမ္ပဏီသို့ ပြန်မအပ်ချေ။ သို့သော် ရှယ်ရာ စုပိုင်သရွေ့ ကာလပတ်လုံး ကုမ္ပဏီမှ ဝေပုံကျအမြတ်ကို ရပိုင်ခွင့်ရှိသည်။ ရရှိသောအမြတ်ငွေကို သူ၏ဝင်ငွေဟုခေါ်သည်။ အကယ်၍ မိမိရင်းထားသောငွေကို ပြန်လည်ရရှိလိုလျှင် ရှယ်ရာများကို အခြားသူတစ်ဦး တစ်ယောက်အား ရောင်းချရမည်ဖြစ်သည်။ ဤသို့ရောင်းရာတွင် ရှယ်ရာတစ်ခု ၏ တန်ဖိုးသည် မူလ တန်ဖိုးနှင့်တူချင်မှ တူပေလိမ့်မည်။ အပြင်ဈေး သို့မဟုတ် ပေါက်ဈေးမှာ မူလတန်ဖိုးထက် ပိုချင်ပို၍ လျော့ချင်လျော့နေပေမည်။ ၎င်းသည် ကုမ္ပဏီ၏ ဝေပုံကျအမြတ် ပြား 60 သာရမည်။ ၎င်းထက်ပို၍ မရရှိနိုင်ချေ။ ထို့ကြောင့် ဝေပုံကျအမြတ်ကို ရှယ်ရာ၏ မူလ တန်ဖိုးပေါ်၌သာ တွက်ချက်ရသည်ကို သတိပြုသင့်၏။ အခြားသတိပြုသင့်သော အချက်တစ်ခုမှာ ရှယ်ရာများကို ပြည့်ပြည့်စုံစုံသာရောင်းဝယ်နိုင်၍ အစိတ်အပိုင်းအဖြစ် ရောင်းဝယ်ခြင်းမပြု လုပ်နိုင်ချေ။

ရှယ်ရာများ၏ လက်ငင်းတန်ဖိုး (ပေါက်ဈေး) သည် မူလတန်ဖိုးထက် ပိုနေသော် ရှယ်ရာ များသည် ဈေးတက်သည်ဟု ဆိုသည်။ လျော့နေသော် ကျသည်ဟု ဆိုသည်။ ပေါက်ဈေးသည် မူလတန်ဖိုးနှင့် ညီမျှနေသော် ဈေးမှန်ရှိသည်ဟု ဆိုသည်။ ထို့ကြောင့် ငွေ 10 ကျပ် တန်ရှယ်ရာ တစ်ခု၏ ပေါက်ဈေးသည် 12.50 ကျပ်ဖြစ်သော် ရှယ်ရာဈေးသည် 2.50 ကျပ်တက်သည်။

ပေါက်ဈေးသည် 9 ကျပ် ဖြစ်သော် ရှယ်ရာဈေးသည် 1 ကျပ်ကျသည်။ ပေါက်ဈေးသည် 10 ကျပ်ဖြစ်သော် ရှယ်ရာဈေးသည် ဈေးမှန်ရှိသည်။

ဥပမာ (1) ကုမ္ပဏီတစ်ခု၏ 10 ကျပ်တန်ရှယ်ရာ 27 ခုကို 12.50 ကျပ်ဈေးဖြင့် ဝယ်သော် ငွေမည်မျှ ပေးရမည်နည်း။

ရှယ်ရာ 1 ခု၏တန်ဖိုး = 12.50 ကျပ်

∴ ။ 27 ။ = 12.50 ကျပ် × 27

= 337.50 ကျပ်

ပေးရမည့်ငွေ 337.50 ကျပ်

ဥပမာ (2) ဝေပုံကျအမြတ် 6 % ပေးသော ကုမ္ပဏီတစ်ခု၏ 2 ကျပ်တန်ရှယ်ရာ 175 ခုမှ ရရှိမည့် ဝင်ငွေကို ရှာပါ။

ရှယ်ရာ 1 ခုပေါ်တွင် ရသောအမြတ် $= \frac{6}{100} \times 2$ ကျပ်

။ 175 ။ ။ $= \frac{6}{100} \times 2 \times 175$

= 21 ကျပ်

အခြားတစ်နည်း

ရှယ်ရာ 175 ခု၏ မူလတန်ဖိုး = 175×2 ကျပ်

= 350 ကျပ်

မူလတန်ဖိုး 100 ကျပ်ပေါ်တွင် ဝင်ငွေ = 6 ကျပ်

∴ ။ 350 ။ ။ $= \frac{350 \times 6}{100}$

= 21 ကျပ်

ဝင်ငွေ 21 ကျပ်

ဥပမာ (3) 6.25 ကျပ် ဈေးပေါက်သော 5 ကျပ်တန် ရှယ်ရာများကို ငွေ 300 ကျပ်ဖိုး ဝယ်သော် ရှယ်ရာပေါင်း မည်မျှရသနည်း။

ရင်းငွေ 6.25 ကျပ်ဖြင့် ဝယ်နိုင်သော ရှယ်ရာ = 1 ခု

။ 300 ။ ။ $= \frac{1 \times 300}{6.25}$

$= \frac{1 \times 300 \times 100}{625}$

= 48

ရှယ်ရာ 48 ခု

ဥပမာ **(4)** ဈေး 25 ပြား တက်နေသော 1 ကျပ်တန်ရှယ်ရာ 108 ခု၏ လက်ငင်းတန်ဖိုးကို ရှာပါ။

ရှယ်ရာ 1 ခု၏ မူလတန်ဖိုး = 1 ကျပ်

〃 လက်ငင်းတန်ဖိုး = 1 ကျပ် + 25 ပြား = 1.25 ကျပ်

ရှယ်ရာ 1 ခု၏ လက်ငင်းတန်ဖိုး = 1.25 ကျပ်

∴ 〃 108 ခု 〃 = 1.25 ကျပ် × 108

= 135 ကျပ်

လက်ငင်းတန်ဖိုး 135 ကျပ်

ဥပမာ **(5)** လူတစ်ယောက်သည် 5 ကျပ်တန် ရှယ်ရာများတွင် ငွေ 500 ကျပ် ရင်းနှီးပြီးနောက် ရှယ်ရာ၏ တန်ဖိုးသည် 7.50 ကျပ်ဖြစ်လာသောအခါ ရှယ်ရာများကို ပြန်ရောင်းလိုက်၏။ သူသည် အမြတ် မည်မျှရရှိသနည်း။

ငွေ 5 ကျပ်သည် ရှယ်ရာ 1 ခု၏ မူလတန်ဖိုး

∴ 〃 500 ကျပ် 〃 $\dfrac{500}{5}$ 〃

= 100 ရှယ်ရာ

ရှယ်ရာ 1 ခုပေါ်တွင် အမြတ်ငွေ = (7.50 - 5.00) = 2.50 ကျပ်

∴ 〃 100 〃 〃 = 2.50 × 100

= 250 ကျပ်

ရရှိသောအမြတ် 250 ကျပ်

ဥပမာ **(6)** တစ်နှစ် 5 % ပေးသော ကုမ္ပဏီတစ်ခု၏ 10 ကျပ်တန် ရှယ်ရာသည် 16 ကျပ်ဈေးဖြစ်နေ သောအခါ လူတစ်ယောက်သည် 1024 ကျပ်ရင်းနှီး၏။

(a) ထိုလူ၏ရရှိသော နှစ်စဉ်ဝေပုံကျအမြတ်ကို ရှာပါ။

(b) ရင်းနှီးသော ငွေပေါ်တွင် ရရှိသော ငွေရာခိုင်နှုန်းကို ရှာပါ။

(a) ငွေ 16 ကျပ်ဖြင့် ရှယ်ရာ 1 ခု ဝယ်နိုင်၏။

1024 〃 $\dfrac{1024}{16}$ 〃

= 64 ရှယ်ရာ

ရှယ်ရာ 1 ခု၏ မူလတန်ဖိုး = 10 ကျပ်

∴ 〃 64 〃 = 640 ကျပ်

မူလတန်ဖိုး 100 ကျပ်တွင်ဝင်ငွေ = 5 ကျပ်

∴ ॥ 640 ॥ = $\frac{5 \times 640}{100}$

= 32 ကျပ်

(b) ရင်းငွေ 1024 ကျပ်တွင် ဝင်ငွေ = 32 ကျပ်

∴ ॥ 100 ॥ ॥ = $\frac{32 \times 100}{1024}$

= $3\frac{1}{8}$ ကျပ်

(a) ဝင်ငွေ 32 ကျပ်

(b) ဝင်ငွေရာခိုင်နှုန်း $3\frac{1}{8}$ %

ဥပမာ(7) ကုမ္ပဏီတစ်ခု၏ 50 ကျပ်တန် ရှယ်ရာများကို 60 ကျပ်ဈေးပေး၍ ဝယ်ယူရာ လူတစ်ယောက်သည် မိမိငွေပေါ်တွင် 4 % ဝင်ငွေရရှိ၏။ ကုမ္ပဏီသည် မည်သည့် ဝေပုံကျအမြတ် ရာခိုင်နှုန်းပေးသနည်း။ သူသည် ရှယ်ရာ 158 ခု ဝယ်ထားသော် ဝင်ငွေမည်မျှရ သနည်း။

ရင်းငွေ 100 ကျပ်ပေါ်တွင် ရသောဝင်ငွေ = 4 ကျပ်

∴ ॥ 60 ကျပ် ॥ = $\frac{4 \times 60}{100}$ ကျပ်

မူလတန်ဖိုး 50 ကျပ်ပေါ်တွင် ရသောဝင်ငွေ = $\frac{4 \times 60}{100}$ ကျပ်

∴ ॥ 100 ကျပ် ॥ = $\frac{4 \times 60}{100} \times \frac{100}{50}$ ကျပ်

= $4\frac{4}{5}$ ကျပ်

ဝေပုံကျအမြတ် $4\frac{4}{5}$ %

60 ကျပ်သည် ရှယ်ရာ 1 ခု၏ လက်ငင်းတန်ဖိုးဖြစ်သည်။

∴ ရှယ်ရာ 1 ခုပေါ်တွင် ရသောဝင်ငွေ = $\frac{4 \times 60}{100}$ ကျပ်

∴ ॥ 150 ॥ ॥ = $\frac{4 \times 60}{100} \times 150$ ကျပ်

= 360 ကျပ်

ဝင်ငွေ 360 ကျပ်

ဥပမာ (8) 20 ကျပ်တန် ရှယ်ရာများကို 450 ကျပ်ဖိုး ဝယ်ယူရာတွင် လူတစ်ယောက်သည် ဝင်ငွေ 40 ကျပ် ရရှိ၏။ ရှယ်ရာများသည် ဝေပုံကျအမြတ် 5 % ပေးသော် ရှယ်ရာ 1 ခု၏ လက်ငင်း တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

မူလတန်ဖိုး 100 ပေါ်တွင် အမြတ် $= 5$ ကျပ်

∴ ॥ 20 ကျပ် ॥ $= \dfrac{5 \times 20}{100}$ ကျပ်

$= 1$ ကျပ်

20 ကျပ်သည် ရှယ်ရာ 1 ခု၏ မူလတန်ဖိုးဖြစ်သည်။

∴ 1 ကျပ်သည် ရှယ်ရာ 1 ခု၏ ဝင်ငွေ ဖြစ်သည်။

∴ 40 ကျပ်သည် ॥ 40 ခု၏ ॥ ॥

ရှယ်ရာ 40 အတွက် ရင်းနှီးသောငွေ $= 450$ ကျပ်

॥ 1 ခု ॥ ॥ $= \dfrac{450}{40}$ ကျပ်

$= 11.25$ ကျပ်

လက်ငင်းတန်ဖိုး 11 ကျပ် 25 ပြား

လေ့ကျင့်ခန်း (16.5)

အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

(1) ပေါက်ဈေး 13 ကျပ်ဖြစ်သော 10 ကျပ်တန် ရှယ်ရာ 12 ခု။

(2) ပေါက်ဈေး 7 ကျပ်ဖြစ်သော 5 ကျပ်တန် ရှယ်ရာ 35 ခု။

(3) ပေါက်ဈေး 75 ပြားဖြစ်သော 1 ကျပ်တန် ရှယ်ရာ 100 ॥

(4) ဈေး 2.75 ကျပ် တက်သော 5 ကျပ်တန် ရှယ်ရာ 75 ခု။

အောက်ပါတို့မှ နှစ်စဉ်ဝင်ငွေကို ရှာပါ။

(5) ဝေပုံကျအမြတ် $3\frac{1}{2}$ % ပေးသော 1 ကျပ်တန် ရှယ်ရာ 45 ခု။

(6) ဝေပုံကျအမြတ် 15 % ပေးသော 50 ကျပ်တန် ရှယ်ရာ 150 ခု။

(7) ဝေပုံကျအမြတ် $1\frac{1}{2}$ % ပေးသော 5 ကျပ်တန် ရှယ်ရာ 325 ခု။

အောက်ပါတို့တွင် ရှယ်ရာ မည်မျှဝယ်နိုင်သနည်း။

(8) ရင်းငွေ 175 ကျပ်ဖြင့် 2.50 ကျပ်ဈေးရှိသော 1 ကျပ်တန် ရှယ်ရာ။

(9) ရင်းငွေ 270 ကျပ်ဖြင့် 4.50 ကျပ်ဈေးရှိသော 5 ကျပ်တန် ရှယ်ရာ။

(10) ငွေ 105 ကျပ်ဖြင့် ဈေး 25 ပြားကျသော 1 ကျပ်တန် ရှယ်ရာ။

အောက်ပါတို့တွင် ရင်းငွေပေါ်၌ အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှရရှိသနည်း။

(11) $6\frac{1}{2}$ % ပေးသော 15 ကျပ်တန် ရှယ်ရာကို ပေါက်ဈေး 7.50 ကျပ်ဖြင့် ရင်းနှီးသော်။

(12) $3\frac{1}{5}$ % ပေးသော 1 ကျပ်တန် ရှယ်ရာကို ပေါက်ဈေး 0.875 ကျပ်ဖြင့် ရင်းနှီးသော်။

16.5.2 စတော့

ကျွန်ုပ်တို့သည် အစုရှယ်ရာများကို လေ့လာစဉ်က ကုမ္ပဏီတစ်ခုတည်ထောင်ရာ၌ ငွေရင်းရရှိရန် အစုရှယ်ရာများဖွဲ့၍ ၎င်းတို့ကို ရောင်းချပြီး ငွေကြေးရှာကြံကြောင်းကို ဖော်ပြခဲ့ပြီးဖြစ်၏။ ကုမ္ပဏီ၏ငွေရင်းကိုတိကျသော အစုရှယ်ရာများ မဖွဲ့စည်းဘဲထားသော ငွေရင်းအားလုံးကို "စတော့" ဟုခေါ်သည်။ စတော့ကို အရောင်းအဝယ်ပြုလုပ်ရာတွင် စတော့အစိတ်အပိုင်းကို ဝယ်ရောင်းနိုင်သည်။ ဤတွင် ရှယ်ရာနှင့်ကွာခြား၏။ ရှယ်ရာ၏ အစိတ်အပိုင်းကို ရောင်းဝယ်ခြင်း မပြုလုပ်နိုင်ချေ။ စတော့၏ပေါက်ဈေးသည် ရှယ်ရာများ၏ ဈေးကဲ့သို့ပင် မူလတန်ဖိုးနှင့်မတူဘဲ ပြောင်းလဲတတ်သည်။ ရှယ်ရာတွင်ပေါက်ဈေးကို ဖော်ပြသောအခါ ရှယ်ရာတစ်ခု၏ ပေါက်ဈေးကိုဖော်ပြသည်။ စတော့မှာမူ စတော့ ကျပ် 100 အတွက် ဈေးကိုဖော်ပြလေ့ရှိ၏။

ဥပမာ စတော့တစ်မျိုး၏ပေါက်ဈေးသည် 105 ကျပ်ဖြစ်သည်ဟုဆိုရာတွင် စတော့ကျပ် 100 ၏ ပေါက်ဈေးသည် 105 ကျပ်ဖြစ်သည်ဟု ဆိုလိုသည်။ စပါးဈေး 350 ကျပ်ရှိသည်ဟုဆိုလျှင် စပါး တင်း 100 အတွက် ဖြစ်သည်ဟု သိရှိနားလည်ကြသကဲ့သို့ပင် ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် " စတော့ တစ်မျိုးသည် 108 ဈေးရှိသည် " ဟုဖော်ပြလျှင် ထိုစတော့ ကျပ် 100 ၏ ပေါက်ဈေးသည် လက်ငင်း ငွေ 108 ကျပ်ဖြစ်သည်ဟု ကျွန်ုပ်တို့နားလည်မည်။ ဤတွင် စတော့ ကျပ် 100 သည် လက်ငင်းငွေ 100 ကျပ်နှင့်မတူချေ။ စတော့ 100 ကျပ်သည် ကုမ္ပဏီ ငွေရင်း တစ်စိတ်တစ်ပိုင်းဖြစ်သည်။ အထက်ပါ ဖော်ပြချက်တွင်လက်ငင်းငွေ 108 ကျပ်သည် မူလငွေရင်း၏အစိတ်အပိုင်း ကျပ် 100 အတွက်ပေးရသော ငွေဖြစ်သည်။ ကုမ္ပဏီစတော့ တစ်စိတ်တစ်ပိုင်းကို ပိုင်ဆိုင်သူသည် ဝေပုံကျအမြတ်ကို ခံစားနိုင်ခွင့်ရှိ သည်။ စတော့တွင် အတိုး သို့မဟုတ် ဝေပုံကျ အမြတ်ကို ရာခိုင်နှုန်း မည်ရွေ့မည်မျှပေးမည်ဟု မူလ ကတည်းက သတ်မှတ်ထားလေ့ရှိသည်။ " စတော့တစ်မျိုးသည် ဝေပုံကျအမြတ် 3 % ပေးသည် " ဆိုသော် စတော့ကျပ် 100

ပိုင်သူသည် တစ်နှစ်လျှင် ငွေ 3 ကျပ် အတိုးရပိုင်ခွင့်ရှိသည်။ ထိုအတိုးကို လက်ငင်းတန်ဖိုးပေါ်တွင် ကွက်ယူပေးလေ့မရှိချေ။ စတော့တစ်မျိုးနှင့်တစ်မျိုးခွဲခြားဖော်ပြရာ၌ အတိုးနှုန်းကိုသာ အမည်တပ်၍ ဖော်ပြလေ့ရှိ၏။ ဥပမာ 3 % စတော့ ၊ 5 % စတော့ စသည်တို့ဖြစ်သည်။

ဥပမာ **(1)**

ငွေ 123 ကျပ်ဈေးဖြင့် စတော့ကျပ် 825 ၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

စတော့ ကျပ် 100 ကျပ်၏ လက်ငင်းတန်ဖိုး = 123 ကျပ်

∴ ။ 825 ။ $= \dfrac{123 \times 825}{100}$

$= \dfrac{4059}{4}$ ကျပ်

$=$ 1014.75 ကျပ်

လက်ငင်းတန်ဖိုး 1014.75 ကျပ်

ဥပမာ **(2)**

ငွေ 93 ကျပ်ဈေးနှင့် 217 ကျပ်ဖိုး စတော့ မည်မျှ ဝယ်နိုင်သနည်း။

လက်ငင်း 93 ကျပ်ဖြင့် စတော့ကျပ် 100 ဝယ်နိုင်၏။

∴ ။ 217 ။ $= \dfrac{100 \times 217}{93}$

$= \dfrac{700}{3}$

$= 233\frac{1}{3}$ ကျပ်

စတော့ကျပ် $233\frac{1}{3}$ ကျပ်

ဥပမာ **(3)**

3 % အမြတ်ပေးသော စတော့ကျပ် 8750 မှ နှစ်စဉ်ဝင်ငွေ မည်မျှရမည်နည်း။

စတော့ ကျပ် 100 မှ ရရှိသော ဝင်ငွေ = 3 ကျပ်

∴ ။ 8750 ။ ။ $= \dfrac{3 \times 8750}{100}$ ကျပ်

$= \dfrac{525}{2}$ ကျပ်

နှစ်စဉ်ဝင်ငွေ 262.50 ကျပ်

ဥပမာ **(4)**

116 ကျပ်ဈေးပေါက်သော 5 % စတော့တွင် ငွေ 5800 ကျပ်ကို ရင်းနှီးသော် နှစ်စဉ်ရရှိသော ဝင်ငွေ မည်မျှဖြစ်သနည်း။

(ငွေ 116 ကျပ်ရင်းနှီးသော် စတော့ကျပ် 100 ပိုင်၏။ စတော့ကျပ် 100 ပိုင်သော် ဝင်ငွေ 5 ကျပ် ရသည်။)

ငွေ 116 ကျပ်ရင်းနှီးသော် ဝင်ငွေ 5 ကျပ် ရ၏။

∴ ။ 5800 ကျပ် ။ ။ $\frac{5 \times 5800}{116}$ = 250 ကျပ်

နှစ်စဉ်ဝင်ငွေ 250 ကျပ်

ဥပမာ **(5)**

96 ကျပ် ဈေးပေါက်သော 3 % စတော့မှ ဝင်ငွေ 150 ကျပ်ရလျှင်

(a) စတော့မည်မျှပိုင်သနည်း။ (b) မည်မျှရင်းနှီးရမည်နည်း။

(a) ဝင်ငွေ 3 ကျပ်ပေးသော စတော့ = ကျပ် 100

။ 150 ကျပ် ။ ။ = $\frac{100 \times 150}{3}$

= 5000

စတော့ ကျပ် 5000

(b) ဝင်ငွေ 3 ကျပ် ရရန် ရင်းနှီးငွေ = 96 ကျပ်

။ 150 ကျပ် ။ ။ = $\frac{96 \times 150}{3}$

= 4800 ကျပ်

ရင်းငွေ 4800 ကျပ်

လေ့ကျင့်ခန်း (16.6)

အောက်ပါတို့၏ စတော့တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

(1) ငွေ 87 ကျပ်ဈေးဖြင့် စတော့ကျပ် 800 ။

(2) ငွေ 92 ကျပ်ဈေးဖြင့် စတော့ကျပ် 1320 ။

အောက်ပါတို့တွင် စတော့မည်မျှ ရရှိမည်နည်း။

(3) ငွေ 80 ကျပ်ဈေးဖြင့် 1000 ကျပ်ဖိုးဝယ်သော်။

အောက်ပါတို့မှ နှစ်စဉ်ဝင်ငွေ မည်မျှ ရရှိမည်နည်း။

(4) 3 % ပေးသော စတော့ကျပ် 3400 ။

(5) 5 % ပေးသော စတော့ကျပ် 1450 ။

အောက်ပါတို့မှ နှစ်စဉ်ဝင်ငွေ မည်မျှရရှိမည်နည်း။

(6) 4 % စတော့တွင် 128 ကျပ်စျေးဖြင့် ငွေ 1500 ကျပ် ရင်းသော်။

(7) $4\frac{1}{2}$ % စတော့တွင် 126 ကျပ်စျေးဖြင့် ငွေ 840 ကျပ် ရင်းသော်။

ဥပမာ **(6)**

120 ကျပ်စျေးရှိသော 4 % စတော့မှ မိမိရင်းငွေပေါ်တွင် အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှရှိသနည်း။

ရင်းငွေ 120 ကျပ်ပေါ်တွင် ရရှိသောအမြတ်ငွေ = 4 ကျပ်

။ 100 ကျပ် ။ ။ = $\frac{4\times100}{120}$ ကျပ်

= $3\frac{1}{3}$ ကျပ်

အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း $3\frac{1}{3}$ %

ဥပမာ **(7)**

မည်သည့်စတော့သည် ဝင်ငွေပိုကောင်းသနည်း။ 65 ကျပ်စျေးဖြင့် 3 % စတော့လော။ 102 ကျပ်စျေး 5 % စတော့လော။

ရင်းငွေ 65 ကျပ်ပေါ်တွင် ရရှိသောဝင်ငွေ = 3 ကျပ်

$\therefore$ ။ 100 ကျပ် ။ ။ = $\frac{3\times100}{65}$ ကျပ်

= 4.61 ကျပ်

ရင်းငွေ 102 ကျပ်ပေါ်တွင် ရရှိသောဝင်ငွေ = 5 ကျပ်

$\therefore$ ။ 100 ကျပ် ။ ။ = $\frac{5\times100}{65}$ ကျပ်

= 4.90 ကျပ်

$\therefore$ 102 ကျပ်စျေးဖြင့် 5 % စတော့သည် ဝင်ငွေပိုသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (16.7)

အောက်ပါတို့မှ ရင်းငွေပေါ်တွင် အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှရသနည်း။ (ဒသမ 1 နေရာအထိ အမှန် ပေးပါ။)

(1) 75 ကျပ် ဈေးရှိသော 40 % စတော့။

(2) 106 ကျပ် ဈေးရှိသော 6 % စတော့။

(3) 101.25 ကျပ် ဈေးရှိသော 5 % စတော့။

အောက်ပါတို့တွင် မည်သည်က ဝင်ငွေပိုကောင်းသနည်း။

(4) ငွေ 51 ကျပ်ဈေးဖြင့် $2\frac{1}{2}$ % စတော့လော၊ 102 ကျပ်ဈေးဖြင့် $5\frac{1}{2}$ % စတော့လော။

(5) ငွေ 104.50 ကျပ်ဈေးဖြင့် 6 % စတော့လော၊ 99 ကျပ်ဈေးဖြင့် 5 % စတော့လော။

ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ
ပညာရေးဝန်ကြီးဌာန

သင်္ချာအတွဲ(၂)

အဋ္ဌမတန်း

GRADE 9

အခြေခံပညာသင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ

၂၀၁၅–၂၀၁၆

ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ
ပညာရေးဝန်ကြီးဌာန

သင်္ချာအတွဲ(၂)

အဋ္ဌမတန်း

GRADE 9

အခြေခံပညာသင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ

၂၀၁၅-၂၀၁၆

၂၀၁၄ ခုနှစ်၊ စက်တင်ဘာလ၊ အုပ်ရေ- ၂၀၀၀၀၀

၂၀၁၅–၂၀၁၆ ပညာသင်နှစ်

အခြေခံပညာ သင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ၏ မူပိုင်ဖြစ်သည် ။

မာတိကာ

အခန်း (1)
မျဉ်းပြိုင်များနှင့် သဏ္ဍာန်တူခြင်း

1.1 ပြန်လည် လေ့လာရန် အကြောင်းအရာများ

မျဉ်းပြိုင်များနှင့် မျဉ်းပြိုင်များဆိုင်ရာ အချို့သော ဂုဏ်သတ္တိများကို သိရှိနားလည်ပြီး ဖြစ်သည့်အလျောက်ပြီးခဲ့သည့် သင်ခန်းစာများမှ အောက်ပါအကြောင်းအရာများကို ပြန်လည်လေ့လာထားသင့်ပေသည်။

(a) မျဉ်းပြိုင်များ

(b) မျဉ်းပြိုင်များအကြား အကွာအဝေး

(c) မျဉ်းပြိုင်များကို ဖြတ်ခြင်း

(d) လိုက်ဖက်ထောင့်များ ၊ သမသတ်ထောင့်များ ၊ အတွင်းနှင့် အပြင်ထောင့်များ

မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းကို မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းက ဖြတ်လျှင် -

(a) **လိုက်ဖက်ထောင့်များ တူညီသည်။**

(b) **သမသတ်ထောင့်များ တူညီသည်။**

(c) **ဖြတ်မျဉ်း၏တစ်ဖက်တည်းရှိအတွင်းထောင့်များသည်**ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်များ **ဖြစ်ကြသည်။**

1.2 အချိုးနှင့် အချိုးတူများ

ကိန်းများ၏အချိုးကို လေ့လာခဲ့ကြရာတွင် 3 **အချိုး 4 ကို** $\frac{3}{4}$ ဟူ၍လည်းကောင်း၊ -7 အချိုး -9 ကို $\frac{-7}{-9}=\frac{7}{9}$ ဟူ၍လည်းကောင်း ရေးနိုင်ကြောင်း သိရှိပြီးဖြစ်သည်။ ယေဘုယျအားဖြင့် p အချိုး q ကို $\frac{p}{q}(q\neq 0)$ ဟုရေးသည်။

(ဤသို့ရေးရာတွင် $q\neq 0$ သည်အဘယ်ကြောင့်လိုအပ်ချက်တစ်ရပ် ဖြစ်သည်ကို သင်သိပါ၏လော။)

ကိန်းလေးခုအချိုးတူခြင်းအကြောင်းကိုလေ့လာခဲ့ကြရာတွင် a အချိုး b နှင့် c **အချိုး** d တို့တန်ဖိုးတူလျှင် ကိန်း a,b,c,d တို့သည်အချိုးတူကြောင်းကိုလည်း သိရှိပြီးဖြစ်သည်။ ဥပမာအားဖြင့် $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$ ဖြစ်၍ 1,2,3,6 တို့သည် အချိုးတူကြသည်။

မျဉ်းပိုင်းများ၏အလျားများသည် ကိန်းစစ်များဖြစ်ကြ၍ မျဉ်းပိုင်းနှစ်ခု၏အလျားများ အချိုးကိုထိုမျဉ်းပိုင်းနှစ်ခု၏ အချိုးဟုခေါ်သည်။ဥပမာအားဖြင့်AB=4.6 cm, CD = 6.9cm ဖြစ်ပါက ထိုမျဉ်းပိုင်းနှစ်ခု၏ အချိုးမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည်။

$$\frac{AB}{CD}=\frac{4.6}{6.9}=\frac{2\times2.3}{3\times2.3}=\frac{2}{3}$$

မျဉ်းပိုင်းများ၏အချိုးများကို လေ့လာသောအခါတွင် တူညီသောယူနစ်များ ဖြစ်ရမည်ကို သတိပြုရမည်။ ဥပမာအားဖြင့် AB = 4cm, CD = 60mm ဖြစ်ပါက 4cm ကို မီလီမီတာပြီးမှ အချိုးချရမည်။ ၎င်းတို့၏ အချိုးများမှာ $\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$ ဖြစ်သည်။

မျဉ်းပိုင်းနှစ်ခု၏ အချိုးများကို ၎င်းတို့၏ အလျားများ အချိုးဖြင့် သတ်မှတ်ပြီးနောက် အချိုးနှင့်အချိုးတူတို့၏ ဂုဏ်သတ္တိများကိုမျဉ်းပိုင်းများအချိုးတွင်လည်းအသုံးပြုနိုင်ပေသည်။ ဥပမာအားဖြင့် AB = 5.6cm, CD = 7cm, EF = 8cm နှင့် GH = 10cm ဖြစ်ပါက $\frac{AB}{CD}=\frac{5.6}{7}=\frac{56}{70}=\frac{4\times14}{5\times14}=\frac{4}{5}$ နှင့် $\frac{EF}{GH}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရှိနိုင်သည်။ သို့ဖြစ်၍ $\frac{AB}{CD}$ နှင့် $\frac{EF}{GH}$ တို့တူညီနေပေသည်။ထို့ကြောင့် AB,CD,EF နှင့် GH တို့သည် အချိုးတူကြသည်။

ထို့ကြောင့် မျဉ်းပိုင်းလေးခု AB, CD, EF နှင့် GH တို့သည် အချိုးတူကြသောအခါ $\frac{AB}{CD}=\frac{EF}{GH}$ ဖြစ်သည်။

ကြက်ခြေခတ်မြှောက်ခြင်းအားဖြင့် ဆက်သွယ်ချက် $AB\times GH=CD\times EF$ ကို ရေးနိုင်ပေသည်။ဤဆက်သွယ်ချက်ကို ဂျီဩမေတြီအနေဖြင့် အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြနိုင်ပေသည်။

မျဉ်းပိုင်းလေးခုတို့သည် အချိုးတူကြလျှင် ပထမအနားနှင့်စတုတ္ထအနားတို့ဖြင့် တည်ဆောက်ထားသော ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ဧရိယာသည် ဒုတိယအနားနှင့် တတိယအနားတို့ဖြင့် တည်ဆောက်ထားသော ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ဧရိယာနှင့်တူညီသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (1.1)

1. ΔABC တွင်BC = 6cm,CA = 5cm နှင့် AB = 4cm ဖြစ်သည်။၎င်း၏အနားများကို အသုံးပြုလျက်အချိုးမည်မျှယူနိုင်သနည်း။၎င်းအနားများ၏အချိုးများနှင့်ဂဏန်းတန်ဖိုးများကို ရေးပြပါ။
2. အောက်ပါ မျဉ်းပိုင်းတစ်စုံ၏ အချိုးများကို ရှာပါ။
   (1) AB = 4.4 cm, CD = 55 mm
   (2) AB = 33 mm, CD = 6.6 cm
   (3) AB = 2.4 cm, CD = 120 mm
   (4) AB = 1780 mm, CD = 0.89 m

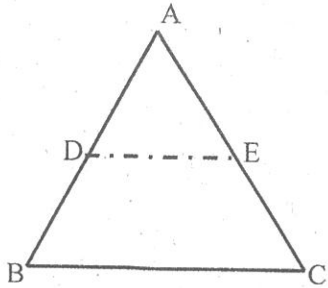
3. အောက်ပါတို့တွင် သင်နှစ်သက်ရာ အနားနှစ်ခု၏ အချိုးသည် မည်သို့ရှိမည်နည်း။

(i) အနားညီ Δ တစ်ခု

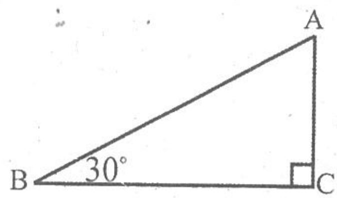
(ii) စတုရန်းတစ်ခု

(iii) ရွှမ်းဗတ်တစ်ခု

4. ΔABC ကိုဆွဲပြီး AB နှင့် AC တို့၏ အလယ်အမှတ်များကို D နှင့် E ဖြင့်မှတ်သားပါ။ D နှင့် E ကိုဆက်ပါ။ ပုံ(1.1) ကိုကြည့်ပါ။ BC နှင့် DE တို့ကို တိုင်းယူပြီး DE နှင့် BC တို့သည် 1:2 ရှိကြောင်းပြပါ။



ပုံ **(1.1)**



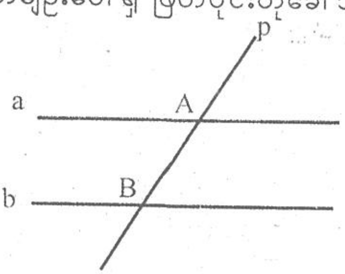
ပုံ **(1.2)**

5. BC = 4cm, $\angle B = 30^\circ$ နှင့် $\angle C = 90^\circ$ ရှိသောထောင့်မှန် Δ တစ်ခု ကိုတည်ဆောက်ပါ။ ပုံ(1.2) ကိုကြည့်ပါ။ AC နှင့်ထောင့်မှန်ခံအနား AB ကိုတိုင်းပါ။ AC နှင့် AB ၏အချိုးသည် 1:2 ရှိကြောင်းပြပါ။

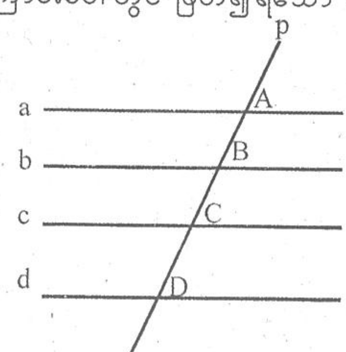
6. AB, CD, EF, GH တို့သည် အချိုးတူကြသည်။ CD, AB, GH, EF တို့သည်လည်း အချိုးတူကြကြောင်း ရှင်းလင်းပြပါ။ မျဉ်းပိုင်းလေးခု အချိုးတူစေမည့် အခြားအစီအစဉ် တစ်ခု (သို့မဟုတ်) အစီအစဉ်များရှာနိုင်ပါသလား။

1.3 ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းပေါ်ရှိဖြတ်ပိုင်း **(Intercept on a Transversal)**

မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းဖြင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းပေါ်တွင် ဖြတ်၍ရသော မျဉ်းပိုင်းကို ဖြတ်မျဉ်းပေါ်ရှိ ဖြတ်ပိုင်းဟုခေါ်သည်။



ပုံ **(1.3)**



ပုံ **(1.4)**

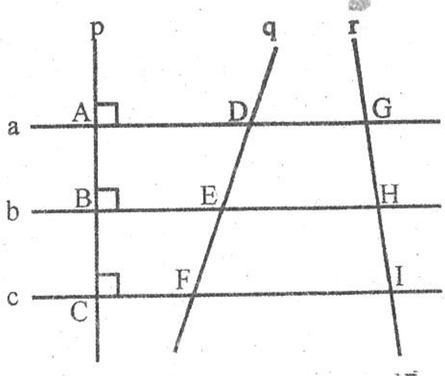
ဥပမာအားဖြင့် a နှင့် b တို့သည် မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းဖြစ်ပြီး ဖြတ်မျဉ်း p ကို A,B တို့၌အသီးသီးဖြတ်ပါစေ။ မျဉ်းပိုင်း AB သည် ဖြတ်မျဉ်း p ပေါ်တွင် a နှင့် b တို့ဖြင့် ပိုင်း၍ ရလာသည့်ဖြတ်ပိုင်းဖြစ်သည်။ပုံ(1.3)ကိုကြည့်ပါ။အလားတူစွာ ဖြတ်မျဉ်း တစ်ကြောင်း ပေါ်တွင် နှစ်ကြောင်းထက်ပိုသော **မျဉ်းပြိုင်များဖြင့်**ဖြတ်ပိုင်းများကို သတ်မှတ်နိုင်သည်။ ဥပမာအားဖြင့် မျဉ်းပြိုင် a,b,c,d **တို့သည် ဖြတ်**မျဉ်း p ကို A,B,C,D တို့၌အသီးသီး **ဖြတ်လျှင်** မျဉ်းပြိုင်များသည် p **ပေါ်တွင်ဖြတ်ပိုင်း** AB,BC,CD တို့ကို ပိုင်းဖြတ်သည်။ **ပုံ(1.4) ကို** ကြည့်ပါ။

1.4 တူညီစွာ ကွာဝေးသောမျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းဖြင့် ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းပေါ်တွင် ပိုင်းဖြတ်၍ ရလာသည့် ဖြတ်ပိုင်းများ အချင်းချင်း ဆက်သွယ်မှု

မျဉ်းပြိုင် a နှင့် b ၊ မျဉ်းပြိုင် b နှင့် c တို့အကြား တူညီသော **အကွာအဝေး** 1.5 cm ရှိစေမည့် မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်း a,b,c ကို တည်ဆောက်ပါ။

အထက်ပါလုပ်ဆောင်ချက်ကို မည်ကဲ့သို့ ပြုလုပ်မည်နည်း။ **အောက်ပါအတိုင်းပြုလုပ်** နိုင်သည်။

မျဉ်းဖြောင့် p ကို ဆွဲပြီး p ပေါ်တွင် AB = BC = 1.5cm ရှိမည့် မျဉ်းပိုင်း AB နှင့် BC ကိုယူပါ။ A,B,C **အမှတ်အသီးသီး၌မျဉ်းဖြောင့်** p ကိုထောင့်မှန်ကျနေစေမည့် မျဉ်းဖြောင့် a,b,c တို့ကိုဆွဲပါ။ **၄င်းမျဉ်းဖြောင့်သုံးကြောင်းသည်** လိုအပ်သော မျဉ်းပြိုင်များဖြစ်သည်။ (အဘယ်ကြောင့်နည်း) **ပုံ 1.5 ကိုကြည့်ပါ**။ ပုံတွင်ပါရှိသည့် မျဉ်းပြိုင် သုံးကြောင်းကို တူညီစွာ ကွာဝေးသော **မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်း** ဟုခေါ်သည်။



ပုံ (1.5)

ထို့နောက် မျဉ်းဖြောင့် a,b,c တို့ကို D,E,F တို့၌အသီးသီးဖြတ်နေသည့် **ဖြတ်မျဉ်း** q **ကိုဆွဲပါ။ DE, EF တို့ကို** တိုင်းကြည့်ပါ။ DE = EF ဖြစ်ကြောင်း **တွေ့ရပေမည်။ ထပ်မံ၍**

မျဉ်းဖြောင့် a,b,c တို့ကို အမှတ် G,H,I အသီးသီးတို့၌ဖြတ်စေမည့် ဖြတ်မျဉ်း r ကို ဆွဲပြီး GH နှင့် HI တို့ကို တိုင်းကြည့်လျှင် GH = HI ဖြစ်ကြောင်းကို တွေ့ရမည်။

ဤသို့သော ဖြတ်မျဉ်းအမျိုးမျိုးဆွဲပြီး ဖြတ်မျဉ်းအသီးသီးပေါ်ရှိ ဖြတ်ပိုင်းများကို တိုင်းကြည့်ပါက ဖြတ်ပိုင်းများ တူညီကြကြောင်း တွေ့ရမည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်ဖွယ် ရှိသည်။

တူညီစွာကွာဝေးသော မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းသည်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုစီကိုတူညီသော ဖြတ်ပိုင်းများ ပိုင်းဖြတ်သည်။

ဤဂုဏ်သတ္တိကို တူညီသော ဖြတ်ပိုင်းများဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိဟုခေါ်သည်။

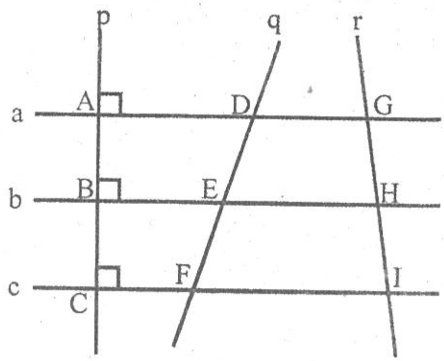
ဤဂုဏ်သတ္တိ၏ အပြန်အလှန်သည်လည်း မှန်ကန်ပေသည်။ ဆိုလိုသည်မှာ

မျဉ်းပြိုင် သုံးကြောင်းသည် ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုခုကို တူညီသော ဖြတ်ပိုင်းများ ဖြစ်အောင် ပိုင်းဖြတ်လျှင် ၎င်းမျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းသည် အကွာအဝေးတူညီသည်။

အထက်ပါ ဂုဏ်သတ္တိများကို တြိဂံများ ထပ်တူညီခြင်းဆိုင်ရာ စည်းမျဉ်းများကို သုံး၍ သက်သေပြနိုင်သည်။

1.5 မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းဖြင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းပေါ်တွင်ရလာသည့်ဖြတ်ပိုင်းများ အချင်းချင်း ဆက်သွယ်မှုများ

a နှင့် b အကြား အကွာအဝေး 2cm နှင့် b နှင့် c အကြား အကွာအဝေး 3cm ရှိစေမည့် မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်း a,b,c ကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားပါ။ အထက်ပါ မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းကို မည်ကဲ့သို့ဆွဲသားနိုင်သနည်း။ အခန်း 1.4 မှာကဲ့သို့ပင် AB = 2cm နှင့် BC = 3cm ရှိစေမည့် မျဉ်းပိုင်းများကို မျဉ်းဖြောင့် p ပေါ်တွင်ယူပြီး A,B,C အသီးသီး၌ p ကိုထောင့်မှန်ကျစေမည့် မျဉ်းဖြောင့် a,b,c တို့ကိုဆွဲပါ။ မျဉ်းဖြောင့် p သည် မျဉ်းပြိုင် a,b,c တို့ကို ဖြတ်မျဉ်း ဖြစ်နေပေသည်။ ပုံ 1.6 ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ (1.6)

a,b,c တို့ကို ဖြတ်စေမည့် အခြားဖြတ်မျဉ်း q ကိုဆွဲရာ မျဉ်းပြိုင် a,b,c တို့ကို D,E,F အသီးသီးတို့၌ဖြတ်ပါစေ။ မျဉ်းပိုင်း DE, EF တို့ကို တိုင်းကြည့်ပြီး အချိုး $\frac{DE}{EF}$ ကို တွက်ပါ။

မည်သို့သောအကြောင်းအရာကို တွေ့နိုင်ပါသနည်း။

$\frac{DE}{EF}=\frac{2}{3}$ ဖြစ်ကြောင်းကို တွေ့မြင်ရပေမည်။

ဆက်လက်၍ မျဉ်းပြိုင် a,b,c တို့ကို အမှတ် G,H,I တို့၌အသီးသီး ဖြတ်စေမည့် ဖြတ်မျဉ်း r ကိုဆွဲပါ။ GH နှင့် HI မျဉ်းပိုင်းများကို တိုင်းကြည့်ပြီး အချိုး $\frac{GH}{HI}$ ကို ရှာပါ။ ဤအချိုးသည်လည်း $\frac{2}{3}$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရပေမည်။

ဤကဲ့သို့ အခြားဖြတ်မျဉ်းများဆွဲသားပြီး ဖြတ်မျဉ်း အသီးသီးပေါ်ရှိ ဖြတ်ပိုင်းများကို တိုင်းကြည့်ပါက အချိုးအသီးသီးသည် $\frac{2}{3}$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရပေမည်။

သို့ဖြစ်၍ မည့်သည့် ဖြတ်မျဉ်းအတွက်မဆို ၄င်းပေါ်ရှိ ဖြတ်ပိုင်းများ၏ အချိုးသည် $\frac{2}{3}$ ဖြစ်မည်။ **ဤအချိုးသည်** မျဉ်းပြိုင်များအကြားရှိ အကွာအဝေးများ၏ အချိုးပင်ဖြစ်သည်။

တစ်ခုနှင့်တစ်ခုကြားအကွာအဝေး မတူသည့် အခြားမျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းဖြင့် ဤသို့သော စမ်းသပ်ချက်များကို ထပ်မံလုပ်ဆောင်ကြည့်ပါ။ စမ်းသပ်လုပ်ဆောင်မှုတိုင်းတွင် ဖြတ်မျဉ်းပေါ်ရှိ ဖြတ်ပိုင်းများ၏ အချိုးများသည် အတူတူပင်ဖြစ်ပြီး မျဉ်းပြိုင်များအကြားရှိ အကွာအဝေးများ အချိုးနှင့် တူညီကြောင်း တွေ့ရမည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်ဖွယ် ရှိသည်။

"မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းဖြင့် ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းပေါ်တွင် ရလာသည့်ဖြတ်မျဉ်းများ၏အချိုးသည် မျဉ်းပြိုင်များအကြားရှိ အကွာအဝေးများ၏အချိုးနှင့်တူညီပေသည်"။

ဤဂုဏ်သတ္တိကို အချိုးတူသော ဖြတ်မျဉ်းများဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိ (proportional intercepts property) ခေါ်သည်။

ဤဂုဏ်သတ္တိကို အခြားနည်းဖြင့်လည်းဖော်ပြနိုင်ပေသည်။ ပုံ(1.6)အရတွေ့ရသည်မှာ

$\frac{DE}{EF}=\frac{GH}{HI}=\frac{AB}{BC}$ ဖြစ်သည်။

သို့ဖြစ်၍ ဖြတ်ပိုင်းလေးခု DE, EF, GH နှင့် HI တို့သည် အချိုးတူနေပေသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုသော် GH, HI တို့သည် DE, EF တို့နှင့် အချိုးတူသည်။ သို့ဖြစ်၍ အထက်ပါ ဂုဏ်သတ္တိကို အောက်ပါအတိုင်းလည်းဖော်ပြနိုင်ပေသည်။

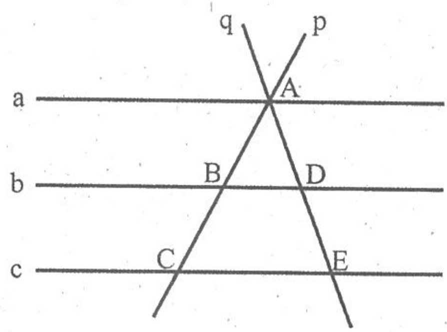
မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းသည်မည်သည့် ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်းကိုမဆို အချိုးတူဖြတ်ပိုင်းများ ပိုင်းဖြတ်ပေသည်။

အချိုးတူ ဖြတ်ပိုင်းများဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိများသည် များမကြာမီ သင်ကြားရမည့် ပုံများ၏ သဏ္ဌာန်တူခြင်းဆိုင်ရာ လုပ်ဆောင်ချက်များ၏ အခြေခံပင်ဖြစ်သည်။ တူညီသော ဖြတ်ပိုင်းများဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိနှင့်အချိုးတူဖြတ်ပိုင်းများဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိတို့သည် မျဉ်းသုံးကြောင်းထက် ပိုသောမျဉ်းပြိုင်များအတွက်လည်း မှန်ကန်သည်။

1.6 တြိဂံတစ်ခု၏ အနားတစ်ဖက်နှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းတစ်ကြောင်းက အခြားအနားနှစ်ဖက်ကို ပိုင်းဖြတ်သည့်အချိုးများ

မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်း a,b,c နှင့် ၎င်းတို့ကို အမှတ် A, B, C တို့၌ဖြတ်သွားသည့် ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်း p ကိုဆွဲပါ။ ပုံ (1.7) ကိုကြည့်ပါ။ မျဉ်း b နှင့် c တို့ကိုအမှတ် D နှင့် E တို့တွင် အသီးသီးဖြတ်စေမည့် ဖြတ်မျဉ်း q ကို A ၌ဖြတ်၍ဆွဲပါ။ ထို့နောက် a,b,c တို့သည် ဖြတ်မျဉ်း p အပေါ်တွင်ဖြတ်ပိုင်း AB, BC တို့ကိုလည်းကောင်း ၊ q အပေါ်တွင် ဖြတ်ပိုင်း AD,DEတို့ကိုလည်းကောင်းပိုင်းဖြတ်ထားပေသည်။

အချိုးတူဖြတ်ပိုင်းများဆိုင်ရာဂုဏ်သတ္တိအရ -



ပုံ (1.7)

$\frac{AB}{BC}=\frac{AD}{DE}$ ဖြစ်သည်ဟုပြောနိုင်သည်။

ပုံ(1.7)တွင် အခြားရှုထောင့်တစ်ခုအားဖြင့်လည်း ကြည့်မြင်နိုင်သည်။ ΔACE တွင် အခြေ CE နှင့် ပြိုင်အောင် မျဉ်း b ကိုဆွဲရာ AC နှင့် AE တို့ကို B နှင့် D တို့၌အသီးသီး ဖြတ်သွားသည်။ B နှင့် D တို့သည် အနား AC နှင့် AE တို့ကို မျဉ်းပိုင်းများ AB, BC နှင့် AD,AE အဖြစ် အသီးသီးပိုင်းဖြတ်ပြီး $\frac{AB}{BC}=\frac{AD}{DE}$ ဖြစ်နေပေသည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

"တြိဂံတစ်ခု၏ အနားတစ်ခုနှင့်ပြိုင်အောင်ဆွဲသော မျဉ်းတစ်ကြောင်းသည် အခြား အနားနှစ်ဖက်ကို အချိုးတူစွာ ပိုင်းဖြတ်သည်။"

ဤဂုဏ်သတ္တိ၏ အပြန်အလှန်သည်လည်း မှန်ကန်ပေသည်။

အကယ်၍ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းသည် တြိဂံတစ်ခု၏အနားနှစ်ဖက်ကိုအချိုးတူရအောင်ပိုင်းဖြတ်နေလျှင် ၎င်းမျဉ်းသည် ကျန်တတိယအနားနှင့်ပြိုင်သည်။

ရှေ့လာမည့်အခန်းတွင် ဤဂုဏ်သတ္တိများကို အသုံးပြုပြီး ဆောက်လုပ်ဆွဲသားချက်အချို့ကိုဖော်ထုတ်မည်။

1.7 ဆောက်လုပ်ဆွဲသားချက်များ

1.7.1 မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုတွင် ပေးရင်းအရေအတွက်ရှိသည့် တူညီသောမျဉ်းပိုင်းများပိုင်းခြင်း

အလျား 10cm ရှိသည့် မျဉ်းပိုင်း AB တစ်ခုပေးထားပြီး ၎င်းကိုတူညီသော မျဉ်းပိုင်းခြောက်ခုပိုင်းလိုသည် ဆိုပါစို့။ အောက်ပါ ပြုလုပ်ချက် အဆင့်ဆင့်ကို လုပ်ဆောင်ပါ။

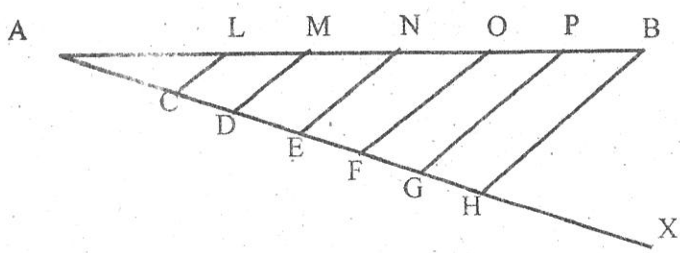
အဆင့်(1)။ ။ AB = 10cm ဖြစ်အောင် ဆွဲပြီး ထောင့် BAX ပြုလုပ်ပါ။

အဆင့်(2)။ ။ ကွန်ပါကို အသုံးပြု၍ AC = CD = DE = EF = FG = GH ဖြစ်စေမည့် အမှတ်များ C,D,E,F,G,H တို့ကို မျဉ်းဖြောင့် AX ပေါ်တွင် အမှတ် အသားပြုပါ။

အဆင့်(3)။ ။ B နှင့် H ကိုဆက်သွယ်ပါ။

အဆင့်(4)။ ။ G ကို ဖြတ်၍ GP // HB ကိုဆွဲပါ။ အလားတူစွာ F ကို ဖြတ်၍ FO // HB အစရှိသဖြင့် ပုံ(1.8) တွင် ပြထားသကဲ့သို့ ဆွဲပါ။

AL, LM, MN, NO, OP နှင့် PB တို့သည် လိုအပ်သော တူညီသည့် မျဉ်းပိုင်းများဖြစ်ပေသည်။



ပုံ (1.8)

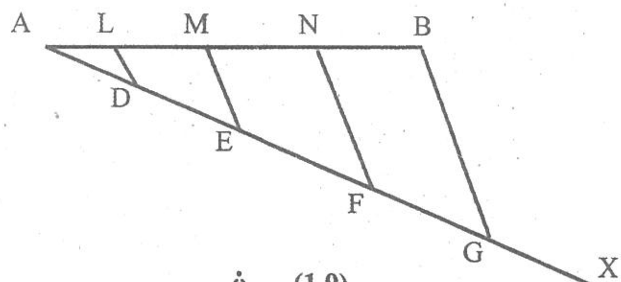
ဤဆောက်လုပ် ဆွဲသားချက်ကို တူညီသော ဖြတ်ပိုင်းများဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိဖြင့် သက်သေပြနိုင်ပေသည်။ (မည်ကဲ့သို့ပြမည်နည်း။)

1.7.2 မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကိုပေးရင်း အချိုးအတိုင်းပေးရင်းအရေအ**တွက်ရှိသည့်** မျဉ်းပိုင်းများ ပိုင်းခြင်း

AB = 6cm မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုပေးထားပြီး ၄င်းကို အချိုး 1:2:3:**2 ရှိသော**မျဉ်းပိုင်းလေးခု ပိုင်းလိုသည်ဆိုပါစို့။ လိုအပ်သော ဆောက်လုပ်ဆွဲသားချက် ရရှိရန် **အောက်ပါ** အဆင့်များ အတိုင်း ပြုလုပ်ဆောင်ရွက်သွားနိုင်ပေသည်။

အဆင့်(1)။ ။ AB = 6cm ရှိသော မျဉ်းပိုင်းကိုဆွဲပါ။ ထောင့် **BAX ကိုဆွဲပါ**။

အဆင့်(2)။ ။ ကွန်ပါကို အသုံးပြုပြီး AX ပေါ်တွင် အလျား 1cm, **2cm,** 3cm နှင့် 2cm အသီးသီးရှိသည့် မျဉ်းပိုင်း AD, DE, EF နှင့် **FG တို့**ကို ရစေမည့် အမှတ်များ D, E, F နှင့် G တို့ကို မှတ်သားပါ။



ပုံ **(1.9)**

အဆင့်(3)။ ။ B နှင့် G ကိုဆက်သွယ်ပါ။

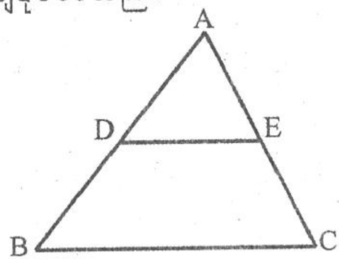
အဆင့်(4)။ ။ F ကိုဖြတ်၍ FN // **GB ဆွဲ**ပါ။ အလားတူစွာ E ကို ဖြတ်၍ EM // GB အစရှိသဖြင့် ပုံ(1.9) **တွင်** ပြထားသကဲ့သို့ ဆွဲပါ။

AL, LM, MN နှင့် NB တို့သည် အချိုး 1:2:3:2 ရှိသော လိုအပ်သော မျဉ်းပိုင်းလေးခု ဖြစ်ပေသည်။ ဤဆောက်လုပ် ဆွဲသားချက်ကို အချိုးတူ ဖြတ်ပိုင်းများဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြုပြီး သက်သေပြနိုင်ပေသည်။ (မည်သို့ပြမည်နည်း။)

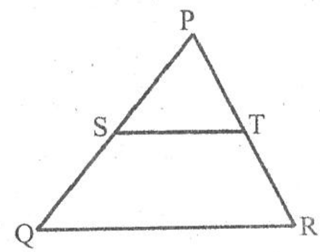
မှတ်ချက်။ ။ အဆင့် (2) တွင် AD, DE, EF နှင့် FG တို့၏ အလျားများကို ကိန်း 1, 2, 3 နှင့် 2 အသီးသီး၏ တူညီသော ဆတိုးများအဖြစ် ယူနိုင်ပေသည်။ 1cm, 2cm, 3cm နှင့် 2cm အစား 2cm, 4cm, 6cm နှင့် 4cm အစရှိသဖြင့်လည်း အသီးသီး ယူနိုင်ပေသည်။ ပုံဆွဲရာတွင် အဆင်ပြေစေမည့်ပုံ ရရှိလာအောင် ဆောက်လုပ်ချက်ကို ရွေးချယ်ဆွဲသားရပေမည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (1.2)

1. ပုံ(1.10) တွင် D သည် AB ၏ အလယ်မှတ်ဖြစ်၍ DE // BC ဖြစ်သည်။ E သည် AC ၏ အလယ်မှတ် ဖြစ် မဖြစ်ကို အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။
တြိဂံတစ်ခု၏ အနားတစ်ဖက်၏ အလယ်အမှတ်ကိုဖြတ်၍ အနားတစ်ဖက်နှင့် ပြိုင်အောင် ဆွဲသောမျဉ်းသည် ကျန်တတိယအနားကို ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်သည်ဟု ကောက်ချက်ချနိုင်ပေသည်။

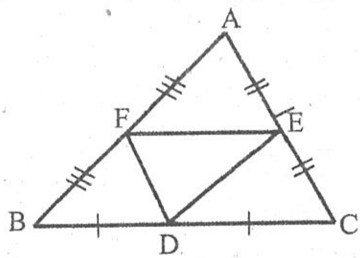


ပုံ (1.10)



ပုံ (1.11)

2. ပုံ(1.11)တွင် S နှင့် T တို့သည် PQ နှင့် PR အသီးသီးတို့၏ အလယ်မှတ်များ ဖြစ်သည်။ ST // QR ဖြစ် မဖြစ်ကို အကြောင်းပြချက်ဖြင့် ဖြေဆိုပါ။
ဤပုစ္ဆာအရ တြိဂံတစ်ခုတွင်အနားနှစ်ဖက်၏ အလယ်မှတ်များကို ဆက်သွယ်သောမျဉ်းပိုင်း သည် ကျန်တတိယအနားနှင့် ပြိုင်သည်ဟု မှန်းဆနိုင်သည်။



ပုံ (1.12)

3. ပုံ(1.12) တွင် D,E,F တို့သည် ΔABC၏ အနားများ BC, CA, AB တို့၏ အလယ်မှတ်များ ဖြစ်သည်။

(i) EF // BC, FD // AC နှင့် DE // AB ဖြစ်ပါသလား။

(ii) BDEF သည် အနားပြိုင်စတုဂံ ဖြစ်ပါသလား။

(iii) EF = BD ဖြစ်သလား။

(iv) $EF = \frac{1}{2}BC$ ဖြစ်ပါသလား။ အကြောင်းပြချက်များပေးပါ။

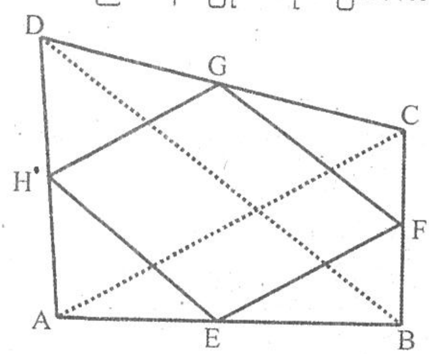
ဤပုစ္ဆာအရ တြိဂံတစ်ခုတွင် အနားနှစ်ဖက်၏ အလယ်မှတ်များကို ဆက်သွယ်သည့် မျဉ်းပိုင်းသည် ကျန်တတိယအနား၏ တစ်ဝက်ရှိကြောင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

4. ပုံ(1.13)တွင် ABCD သည် စတုဂံတစ်ခုဖြစ်ပြီး E, F, G, H တို့သည် အနား AB, BC, CD, DA တို့၏အလယ်မှတ်များ အသီးသီးဖြစ်ကြသည်။ AC နှင့် BD တို့သည် ထောင့်ဖြတ်များ ဖြစ်ကြသည်။

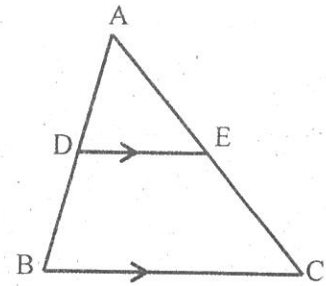
(i) EF // AC // HG ဖြစ်ပါသလား။

(ii) FG // BD // EH ဖြစ်ပါသလား။

(iii) EFGH သည် အနားပြိုင်စတုဂံ ဖြစ်ပါသလား။ အကြောင်းပြချက်များ ပေး၍ဖြေဆိုပါ။



ပုံ (1.13)



ပုံ (1.14)

5. ပုံ(1.14)တွင် DE // BC ဖြစ်သည်။ $\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}$ ဖြစ် မဖြစ် အကြောင်းပြချက်များပေးပါ။

[အရိပ်အမြွက် $\dfrac{AB}{AD}=\dfrac{BD}{AD}+1$ နှင့် $\dfrac{AC}{AE}=\dfrac{CE}{AE}+1$]

6. ပုံ(1.15)တွင် P သည် ΔABC ရှိ အတွင်းအမှတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ DE // AB နှင့် EF // BC ဖြစ်သည်။

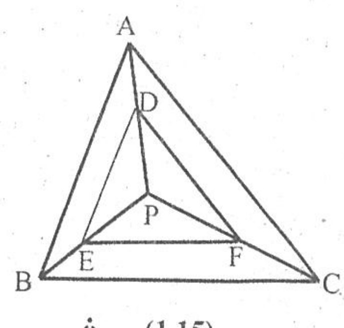
(i) $\dfrac{PD}{DA}=\dfrac{PE}{EB}$ ဖြစ်ပါသလား။

(ii) $\dfrac{PE}{EB}=\dfrac{PF}{FC}$ ဖြစ်ပါသလား။

(iii) $\dfrac{PD}{DA}=\dfrac{PF}{FC}$ ဖြစ်ပါသလား။

(iv) FD // CA ဖြစ်ပါသလား။

အကြောင်းပြချက်များပေး၍ ဖြေဆိုပါ။



ပုံ (1.15)

7. **မျဉ်းဖြောင့်** a နှင့် b အကြားတွင် အကွာအဝေး 1.5cm နှင့်မျဉ်းဖြောင့် b နှင့် c အကြားတွင် အကွာအဝေး 2cm အသီးသီးရှိသည့် မျဉ်းပြိုင် a,b,c ကိုဆွဲပါ။ မျဉ်းပြိုင်များကို **အမှတ် A, B နှင့်** C အသီးသီးတို့၌ဖြတ်သည့်ဖြတ်မျဉ်း q ကိုဆွဲပါ။ $\frac{AB}{BC}=\frac{3}{4}$ ဖြစ်ကြောင်း **ရှင်းလင်းပြပါ**။မျဉ်းပြိုင်များကို G, H နှင့် I **အသီးသီး**တို့၌ဖြတ်သည့်ဖြတ်မျဉ်း r ကိုဆွဲလျှင် $\frac{GH}{HI}=\frac{AB}{BC}=\frac{3}{4}$ ရကြောင်း ရှင်းလင်းပြပါ။

8. ပေးရင်းအလျားရှိသောမျဉ်းပိုင်းကိုဖော်ပြပါအရေအတွက်ရှိသည့်တူညီသောမျဉ်းပိုင်းများဖြစ်အောင် ပိုင်းပါ။
   (i) 5cm, 3 ပိုင်း
   (ii) 8.4cm, 4 ပိုင်း
   (iii) 6.5cm, 5 ပိုင်း

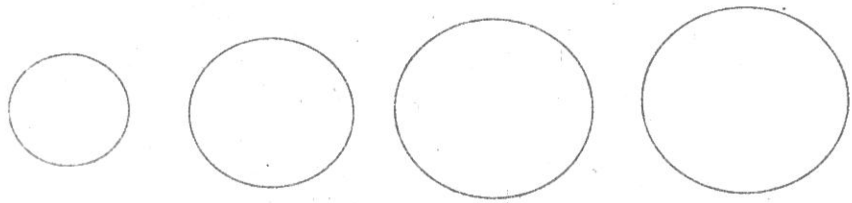
9. ပေးရင်း အလျားရှိသောမျဉ်းပိုင်းကို ပေးရင်းအရေအတွက်နှင့် ပေးရင်းအချိုးရှိသည့် မျဉ်းပိုင်းများ ဖြစ်အောင်ပိုင်းပါ။
   (i) 7cm, အချိုးများ 2 : 3 : 4 ရှိသော အပိုင်း 3 ပိုင်း။
   (ii) 8cm, အချိုးများ 1 : 1 : 2 : 2 : 2 ရှိသော အပိုင်း 5 ပိုင်း။
   (iii) 9.6cm, အချိုးများ 1 : 2 : 3 : 2 ရှိသော အပိုင်း 4 ပိုင်း။

1.8 သဏ္ဌာန်တူခြင်း (Similarity)

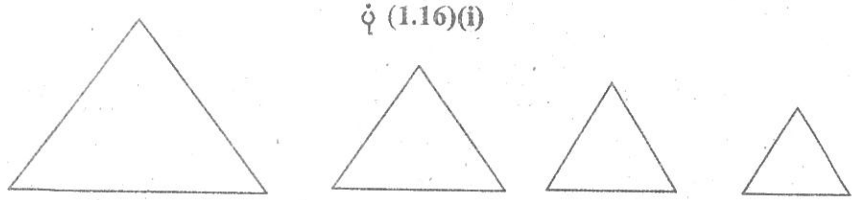
ထပ်တူညီခြင်းနှင့် တြိဂံများ၏ ထပ်တူညီခြင်းဆိုင်ရာ ဥပဒေများကို လေ့လာသင်ကြား ပြီးဖြစ်ပေသည်။ ထပ်တူညီပုံနှစ်ခုသည် တူညီသော ပုံသဏ္ဌာန်နှင့် တူညီသော အရွယ်အစား ရှိကြောင်းကို သိရှိနားလည်ပြီးဖြစ်သည်။ အရွယ်အစားဆိုသော စကားလုံးသည် အမျိုးမျိုးသော မျဉ်းပိုင်းများ၊ ထောင့်များ၏ အရွယ်အစားများ အစရှိသည်တို့ဖြင့် သက်ဆိုင်ပေသည်။ ထပ်တူညီပုံများကို တစ်သားတည်းကျအောင် ထပ်ယူနိုင်သဖြင့် လိုက်ဖက်ဖြစ်သော မျဉ်းပိုင်းစုံများ တူညီကြောင်း လွယ်ကူစွာ တွေ့မြင်နိုင်သည်။ တြိဂံများတွင်မူ လိုက်ဖက်အနားသုံးစုံတူလျှင် အလိုအလျောက် လိုက်ဖက်ထောင့် သုံးစုံတို့သည်လည်း တူညီကြသည်။

အရွယ်အစားအားဖြင့် တူချင်မှတူမည်ဖြစ်သော်လည်း တူညီသော ပုံသဏ္ဌာန်ရှိသည့် ပုံများအကြောင်းကိုယခုစတင်လေ့လာမည်။ ၎င်းပုံများကို သဏ္ဌာန်တူပုံများဟု ခေါ်ပေသည်။ ထပ်တူညီပုံနှစ်ခုသည်သဏ္ဌာန်တူကြောင်းထင်ရှားသည်။သို့ရာတွင်အပြန်အလှန်သည်မှန်ချင်မှမှန်ပေမည်။တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုရသော်သဏ္ဌာန်တူပုံနှစ်ခုသည် ထပ်တူညီချင်မှ ညီပေမည်။

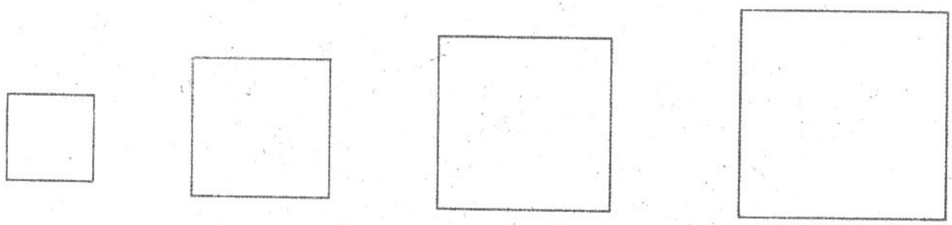
သဏ္ဌာန်တူသည့်ဂျီဩမေတြီပုံများကိုကြည့်ကြပါစို့။ပုံ(1.16)(i)(ii)(iii) ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ (1.16)(i)



ပုံ (1.16)(ii)



ပုံ (1.16)(iii)

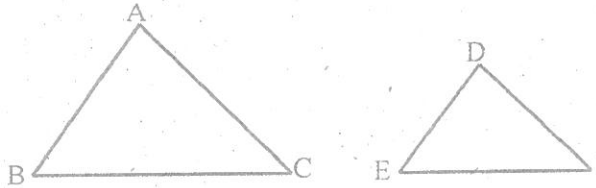
ပုံ 1.16(i)တွင် အရွယ်အစား အမျိုးမျိုးရှိသော စက်ဝိုင်းများ ပေးထားသည်။ ၎င်းတို့ အားလုံးသည် သဏ္ဌာန်တူကြပါသလား။

ပုံ 1.16(ii)တွင် အရွယ်အစား အမျိုးမျိုးရှိသော သုံးနားညီတြိဂံများ ပေးထားသည်။ ၎င်းတို့ အားလုံးသည် သဏ္ဌာန်တူကြပါသလား။

ပုံ 1.16(iii)တွင် အရွယ်အစား အမျိုးမျိုးရှိသော စတုရန်းများ ပေးထားသည်။ ၎င်းတို့ အားလုံးသည် သဏ္ဌာန်တူကြပါသလား။

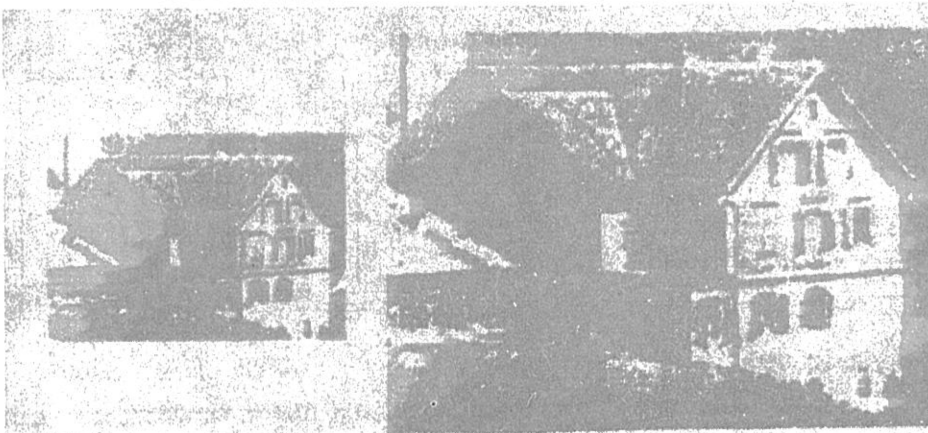
မေးခွန်းအသီးသီးအတွက် အဖြေမှာ "ပေးထားသော ပုံများသည် သဏ္ဌာန်တူပုံများ ဖြစ်သည်" ဟု လွယ်ကူစွာ ဖြေဆိုရပေမည်။ စက်ဝိုင်းတစ်ခုနှင့် တြိဂံတစ်ခု (သို့မဟုတ်) တြိဂံတစ်ခုနှင့်စတုရန်းတစ်ခုတို့သည်တူသောပုံသဏ္ဌာန်ရှိပါသလားဟုမေးလျှင်လွယ်ကူစွာဖြင့် မရှိကြောင်းဖြေဆိုရပေမည်။ ပုံ(1.17)တွင် ဖော်ပြထားသည့်တြိဂံနှစ်ခုကိုကြည့်ပါ။

ဤပုံများသည် သဏ္ဌာန်တူသည်ဟု ထင်မြင်ယူဆစရာ ဖြစ်ပေသည်။ သို့ရာတွင် အတိအကျအားဖြင့် မပြောနိုင်ပေ။ သို့ဖြစ်၍ သဏ္ဌာန်တူခြင်း၏ အဓိပ္ပါယ်သတ်မှတ်ချက်နှင့် ၎င်းအပေါ်တွင် အခြေခံပြီး ပေးရင်းပုံနှစ်ခုတို့ သဏ္ဌာန်တူခြင်း ရှိ မရှိဆုံးဖြတ်ပေးနိုင်သည့် စည်းမျဉ်းဥပဒေများကို ပုံများ၏ ထပ်တူညီခြင်းမှာကဲ့သို့ သတ်မှတ်ရပေမည်။



ပုံ (1.17)

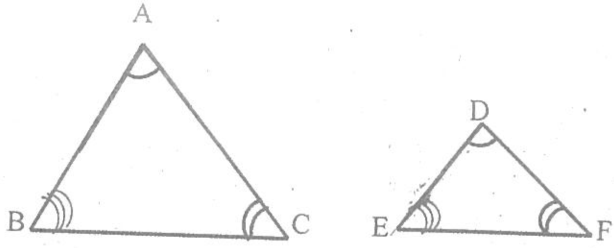
သဏ္ဍာန်တူခြင်း၏ သဘောတရားများကို အလိုအလျောက် သိသင့်သလောက်သိပြီး စ်နေပေသည်။ သင်၏ပတ်ဝန်းကျင်တွင် သဏ္ဍာန်တူခြင်းဆိုင်ရာ အချို့ရှိနှင့်ပြီးဖြစ်သည်။ အောက်ပါ ဓာတ်ပုံများကို ကြည့်ပါ။



ပုံ (1.18)

ကျောင်းသူကျောင်းသားများအနေဖြင့် တစ်ခုတည်းသောအဆောက်အအုံ၏ဓာတ်ပုံများ ဖြစ်သည်ဟု အလွယ်တကူပြောနိုင်ပေမည်။ သေချာစွာကြည့်လျှင် အရွယ်အစားအားဖြင့်သာ ခြားနားကြောင်းထင်ရှားသည်။ သင်တို့အနေဖြင့် ဓာတ်ပုံများတွင် ပါဝင်သည့် ပုံများသည် သဏ္ဍာန်တူသည်ဟုပြောနိုင်ပါသလား။တူသည်ဟုပြောဆိုနိုင်ပေသည်။ဓာတ်ပုံရိုက်သမားသည် အရွယ်အစားမတူသောပုံများရအောင်မည်သို့လုပ်ဆောင်ထားပါသနည်း။ဓာတ်ပုံရိုက်သမား သည် ဖလင်အသေးဖြင့်ရိုက်ထားပြီးပုံကြီးချဲ့ထားခြင်းပင်ဖြစ်ပေသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် ဆိုရသော် ပုံသေးတွင်ရှိသည့် အစိတ်အပိုင်းတိုင်းကို တူညီသောအချိုးတစ်ခုဖြင့် တိုးချဲ့ထား ခြင်းပင်ဖြစ်သည်။ အထက်ပါအချက်သည် သဏ္ဍာန်တူခြင်းဆိုင်ရာ သဘောတရား၏ အနှစ် သာရပင်ဖြစ်သည်။ တူညီသောအနား အရေအတွက်ရှိသည့် ဗဟုဂံနှစ်ခုသည် အကယ်၍ လိုက်ဖက်ထောင့်များ တူညီနေကြပြီး (ထောင့်တူများဖြစ်နေကြပြီး) လိုက်ဖက်အနား များသည်လည်း တူညီသော အချိုးရှိလျှင် သဏ္ဍာန်တူကြလေသည်။ ဝိသေသအားဖြင့် တြိဂံနှစ်ခုသည် အကယ်၍ လိုက်ဖက်ထောင့်များ တူညီနေပြီး လိုက်ဖက်အနားများသည် တူညီသောအချိုးရှိလျှင်သဏ္ဍာန်တူပေသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုရသော် ΔABC နှင့် ΔDEF

တို့တွင် $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ နှင့် $\angle C = \angle F$ နှင့် $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$ ပုံ(1.19)ဖြစ်နေပါက ယင်းတြိဂံနှစ်ခုသည်သဏ္ဍာန်တူသည်ဟုပြောဆိုပေမည်။သင်္ကေတအားဖြင့် $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ဟုရေးသည်။ (ΔABC သည် ΔDEF နှင့် သဏ္ဍာန်တူသည်ဟုဖတ်သည်။)



ပုံ **(1.19)**

မှတ်ချက် ။ ။ တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီခြင်းမှာကဲ့သို့ပင်တြိဂံနှစ်ခု သဏ္ဍာန်တူခြင်းတွင်လည်း တြိဂံနှစ်ခု၏လိုက်ဖက်ထောင့်များကိုပထမ ၊ ဒုတိယ ၊ တတိယထောင့်များ အစရှိသည်ဖြင့် လိုက်ဖက်ညီစွာ သတ်မှတ်ပေးရမည်။

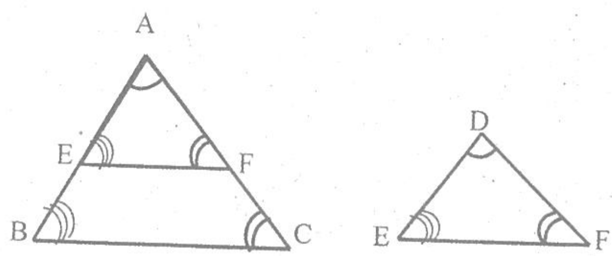
ဆက်လက်၍ တြိဂံများ၏ သဏ္ဍာန်တူခြင်းဆိုင်ရာ စည်းမျဉ်းများကို လေ့လာကြပါစို့။

1.9 တြိဂံများ၏ သဏ္ဍာန်တူခြင်းဆိုင်ရာ စည်းမျဉ်းဥပဒေ

$\angle A = \angle D = 50^\circ$, $\angle B = \angle E = 60^\circ$ နှင့် $\angle C = \angle F = 70^\circ$ ရှိစေမည့် ΔABC နှင့် ΔDEF ကို တည်ဆောက်ပါ။

သို့ဖြစ်၍ တြိဂံနှစ်ခုသည် ထောင့်တူတြိဂံများဖြစ်ပေသည်။ ပုံ(1.20)ကို ကြည့်ပါ၊ ပုံ(1.20)တွင် ΔDEF သည် Δ နှစ်ခုအနက် ငယ်သောတြိဂံဖြစ်သည်။

Δ နှစ်ခုကိုကတ်ထူပြားပေါ်တွင်ဖြတ်၍ ΔDEF ကို ΔABC ပေါ်တွင် ထပ်ကြည့်သောအခါ ထောင့် D သည် ထောင့် A ပေါ်တွင် ကျနေပြီး DE နှင့် DF တို့သည် AB နှင့် AC တစ်လျှောက် အသီးသီးကျနေသည်ဟု စိတ်ကူးကြည့်ပါ။



ပုံ **(1.20)**

A နှင့် D ထောင့်များသည် တူညီနေခြင်းကြောင့် ဤဆောက်လုပ်ချက်သည် ဖြစ်နိုင်ပေသည်။ ထိုအခါ E နှင့် F တို့သည် AB နှင့် AC ပေါ်တွင် ကျရောက်ပေမည်။

$\angle AEF = \angle B = 60^\circ$

ထို့ကြောင့် EF // BC

ΔABC ၏အနား EF နှင့် BC သည် ပြိုင်နေပေသည်။

ထို့ကြောင့် $\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AF}{AC}$

$$\frac{DE}{AB}=\frac{DF}{AC} \text{ ------------------- } (1)$$

အလားတူစွာ ΔDEF ကို ΔABC ပေါ်တွင် $\angle E$ သည် $\angle B$ ပေါ်ကျအောင် ထပ်လိုက်လျှင်

$$\frac{DE}{AB}=\frac{EF}{BC} \text{ ------------------- } (2)$$

ဖြစ်ကြောင်းတွေ့မြင်နိုင်သည်။

အထက်ပါ အချက်နှစ်ချက်ကို ပေါင်းစပ်လိုက်လျှင် -

$$\frac{EF}{BC}=\frac{FD}{CA}=\frac{DE}{AB}$$

ကိုရရှိသည်။

ဆိုလိုသည်မှာတြိဂံများ၏ လိုက်ဖက်အနားများသည် အချိုးတူကြပေသည်။

အထက်ပါစမ်းသပ်ချက်နှင့်အကြောင်းပြချက်ကို မည်သည့်ထောင့်တူတြိဂံနှစ်ခုအတွက် မဆိုလွယ်ကူစွာ ပြုလုပ်နိုင်ပေသည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

ထောင့်တူတြိဂံနှစ်ခုတွင် လိုက်ဖက်အနားများသည် အချိုးတူကြပေသည်။

သဏ္ဌာန်တူခြင်းဆိုင်ရာအဓိပ္ပါယ်သတ်မှတ်ချက်တွင်ပေးထားသည့်အချက်နှစ်ခုစလုံးကိုပြေလည်နေ၍ ၎င်းတြိဂံနှစ်ခုသည် သဏ္ဌာန်တူသည်။ ထို့ကြောင့် အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

ထောင့်တူတြိဂံနှစ်ခုသည် သဏ္ဌာန်တူကြသည်။ ဆိုလိုသည်မှာ ΔABC နှင့် ΔDEF တို့တွင် $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ နှင့် $\angle C = \angle F$ ဖြစ်ပါက $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ဖြစ်သည်။ ဤအဆိုကို ထောင့်သုံးထောင့်တူ သဏ္ဌာန်တူစည်းမျဉ်း (**AAAသဏ္ဌာန်တူစည်းမျဉ်း**) ဟုခေါ်မည်။

တြိဂံ၏အတွင်းထောင့်များပေါင်းလဒ်သည် 180° ဖြစ်၍ အတွင်းထောင့်နှစ်ခုပေးထားလျှင် တတိယထောင့်ကို ရှာနိုင်သည်။သို့ဖြစ်၍တြိဂံနှစ်ခု၏လိုက်ဖက်ထောင့်နှစ်စုံသည် တူညီနေလျှင် ကျန်တတိယလိုက်ဖက်ထောင့်တစ်စုံသည် အလိုအလျောက်တူညီမည်။ ထိုတြိဂံ

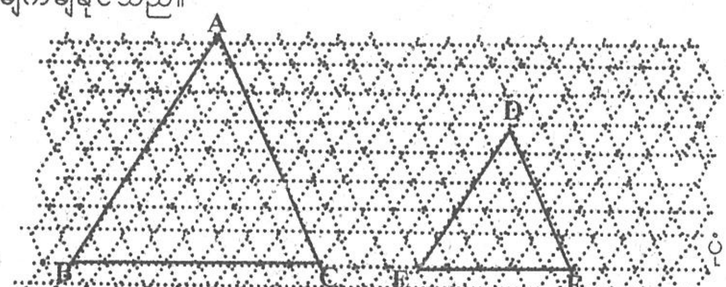
နှစ်ခုသည် ထောင့်တူတြိဂံများဖြစ်သဖြင့် ထိုတြိဂံနှစ်ခုသည် သဏ္ဍာန်တူကြသည်။ ထို့ကြောင့် အောက်ပါမှန်ကန်ချက်တစ်ခုကိုရရှိသည်။

တြိဂံနှစ်ခု၏ ထောင့်နှစ်ခုသည် အခြားတြိဂံတစ်ခု၏ထောင့်နှစ်ခုနှင့် အသီးသီး တူနေလျှင် ထိုတြိဂံနှစ်ခုသည် သဏ္ဍာန်တူသည်။

သို့ဖြစ်၍ တြိဂံနှစ်ခုသည် သဏ္ဍာန်တူခြင်း ရှိ မရှိ ဆန်းစစ်ရန် လိုအပ်လာလျှင် တြိဂံတစ်ခု၏ ထောင့်နှစ်ခုသည် အခြားတြိဂံ၏ လိုက်ဖက်ထောင့်နှစ်ခုနှင့်တူညီခြင်း ရှိ မရှိ ဆန်းစစ်ရုံဖြင့် လုံလောက်ပေသည်။အထက်ပါအချက်ကိုနှစ်ထောင့်တူ**သဏ္ဍာန်တူစည်းမျဉ်း (AA သဏ္ဍာန်တူ စည်းမျဉ်း)** ဟုလည်းခေါ်ဆိုနိုင်သည်။

အကယ်၍တြိဂံနှစ်ခု၏ လိုက်ဖက်အနားများသည် တူညီသော အချိုးရှိကြလျှင် ၎င်းတြိဂံနှစ်ခုသည် ထောင့်တူတြိဂံများဖြစ်ကြပြီး သဏ္ဍာန်တူသည်ကို $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{CA}{FD}=\frac{8}{5}$ ဖြစ်နေသော ΔABC နှင့် ΔDEF တို့ကို ယူ၍ စမ်းသပ်ကြည့်နိုင်သည်။ ပုံ (1.21) တွင် ကြည့်ပါ။

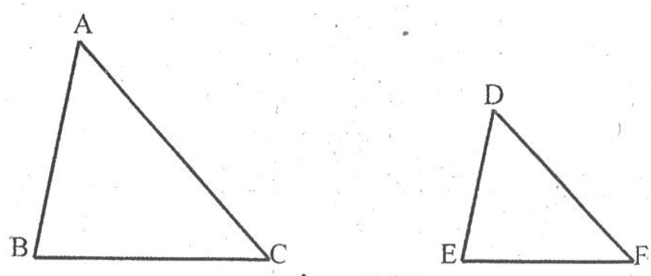
ထို့ကြောင့် ΔABC နှင့် ΔDEF တို့တွင် $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{CA}{FD}$ ဖြစ်ပါက $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ဖြစ်သည်ဟု ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။



ပုံ **(1.21)**

အထက်ပါ ဂုဏ်သတ္တိကို အနားအားလုံးအချိုးတူသဏ္ဍာန်တူစည်းမျဉ်း ဟုခေါ်သည်။ အတိုကောက်အားဖြင့် SSS သဏ္ဍာန်တူစည်းမျဉ်း ဟုခေါ်သည်။

တြိဂံတစ်ခု၏ထောင့်တစ်ခုသည် အခြားတြိဂံတစ်ခု၏ ထောင့်တစ်ခုနှင့်တူညီပြီး ၎င်းထောင့်တူများကိုဆောင်နေသည့်အနားများသည်အချိုးတူကြလျှင်၎င်းတြိဂံနှစ်ခုသည်သဏ္ဍာန်တူကြောင်း ပုံ (1.21) အရ လက်တွေ့စမ်းသပ်ကြည့်နိုင်သည်။



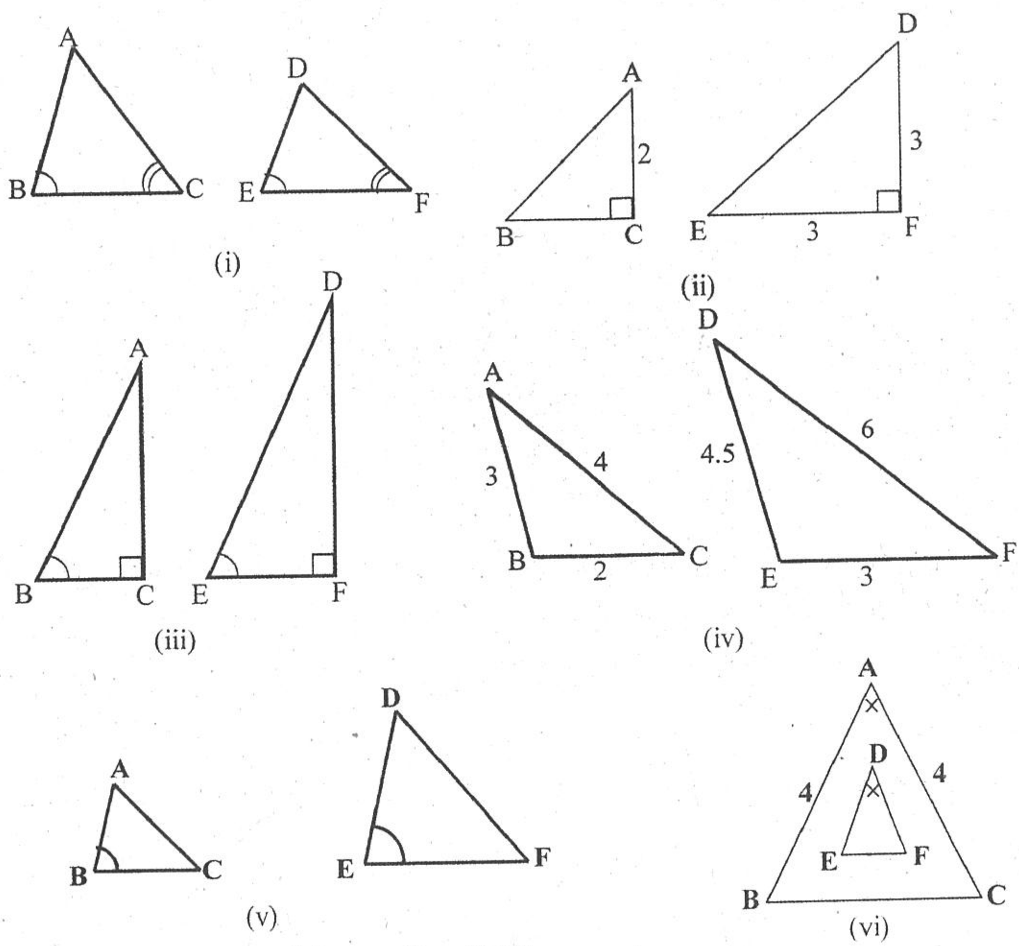
ပုံ **(1.22)**

တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုသော် ΔABC နှင့် ΔDEF တို့တွင် $\angle A = \angle D$ နှင့် $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{AC}{DF}$ ဖြစ်နေပါက $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ဖြစ်သည်။ ပုံ (1.22) ကိုကြည့်ပါ။

အထက်ပါမှန်းဆချက်ကို နှစ်နားကြားထောင့် သဏ္ဌာန်တူစည်းမျဉ်း၊ အတိုကောက်အားဖြင့် **SAS** သဏ္ဌာန်တူစည်းမျဉ်း ဟုခေါ်သည်။

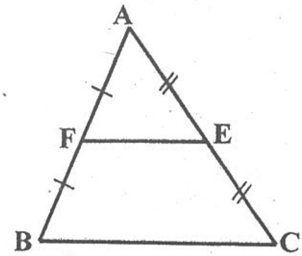
လေ့ကျင့်ခန်း (1.3)

1. ပုံ (1.23) တွင် တြိဂံတွဲ ၆ တွဲပေးထားသည်။ တြိဂံတွဲများသည် သဏ္ဌာန်တူခြင်း ဖြစ်စေရန် ပေးထားချက်များသည် လုံလောက်မှု ရှိ မရှိ ဆုံးဖြတ်ပါ။ အကယ်၍ လုံလောက်သည်ဆိုလျှင်မည်သည့်သဏ္ဌာန်တူစည်းမျဉ်းကိုအသုံးပြုသနည်း။ အကယ်၍ မလုံလောက်လျှင်သဏ္ဌာန်တူစေရန်မည်သည့်အချက်လိုအပ်နေသည်ကို ဖော်ပြပေးပါ။

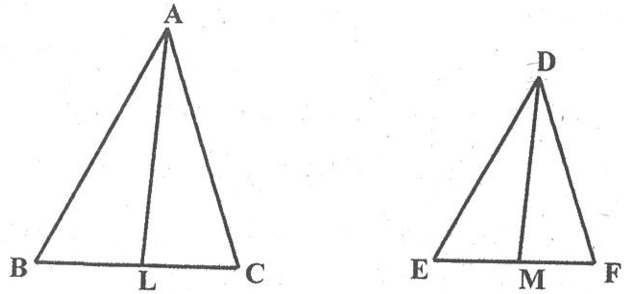


ပုံ (1.23)

2. ပုံ(1.24) တွင် F နှင့် E တို့သည် AB နှင့် AC အသီးသီးတို့၏ အလယ်မှတ်များဖြစ်သည်။
(i) $\Delta AFE \sim \Delta ABC$ ဖြစ်ပါသလား။
(ii) $EF = \frac{1}{2} BC$ ဖြစ်ပါသလား။
အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။



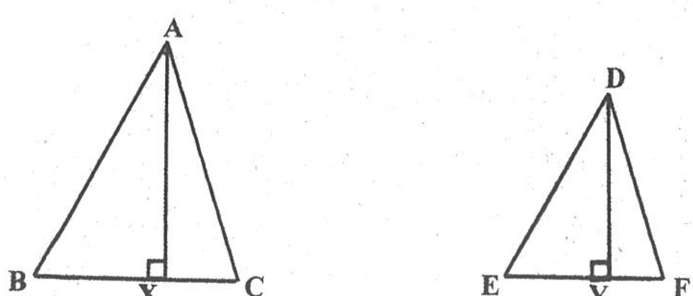
ပုံ (1.24)



ပုံ (1.25)

3. ပုံ(1.25)တွင် AL နှင့် DM တို့သည် ΔABC နှင့် ΔDEF အသီးသီးတို့၏ အလယ်မျဉ်းများ ဖြစ်ပြီး $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ဖြစ်သည်။
(i) $\Delta ABL \sim \Delta DEM$ ဖြစ်ပါသလား။
(ii) $\frac{AL}{DM}=\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{CA}{FD}$ ဖြစ်ပါသလား။ အကြောင်းပြချက်များပေးပါ။

4. ပုံ(1.26)တွင် AX နှင့် DY တို့သည် ΔABC နှင့် ΔDEF တို့၏ အမြင့်မျဉ်းများ အသီးသီး ဖြစ်ကြသည်။ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ဖြစ်သည်။
(i) $\Delta ABX \sim \Delta DEY$ ဖြစ်ပါသလား။
(ii) $\frac{AX}{DY}=\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{CA}{FD}$ ဖြစ်ပါသလား။ အကြောင်းပြချက်များပေးပါ။



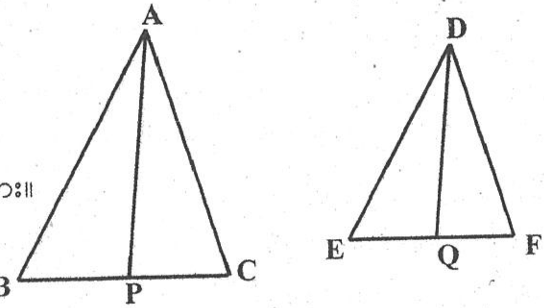
ပုံ (1.26)

5. ပုံ(1.27)ကိုကြည့်ပါ။ $\triangle ABC$ နှင့် $\triangle DEF$ တို့တွင် AP နှင့် DQ တို့သည် $\angle BAC$ နှင့် $\angle EDF$ တို့ကို အသီးသီးထက်ဝက်ပိုင်းနေသည့်မျဉ်းများဖြစ်သည်။ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ဖြစ်သည်။

(i) $\triangle ABP \sim \triangle DEQ$ ဖြစ်ပါသလား။

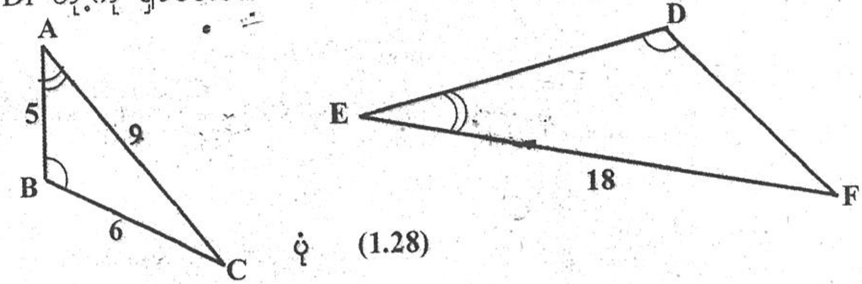
(ii) $\dfrac{AP}{DQ} = \dfrac{AB}{DE} = \dfrac{BC}{EF} = \dfrac{CA}{FD}$ ဖြစ်ပါသလား။

အကြောင်းပြချက်များပေးပါ။



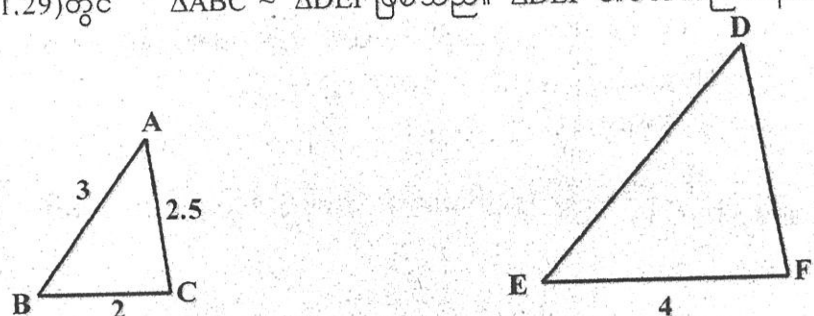
ပုံ (1.27)

6. ပုံ(1.28)တွင် $\angle B = \angle D$ နှင့် $\angle A = \angle E$ ဖြစ်သည်။ $\triangle DEF$ ၏အနားများဖြစ်သည့် DE နှင့် DF တို့ကို ရှာပေးပါ။



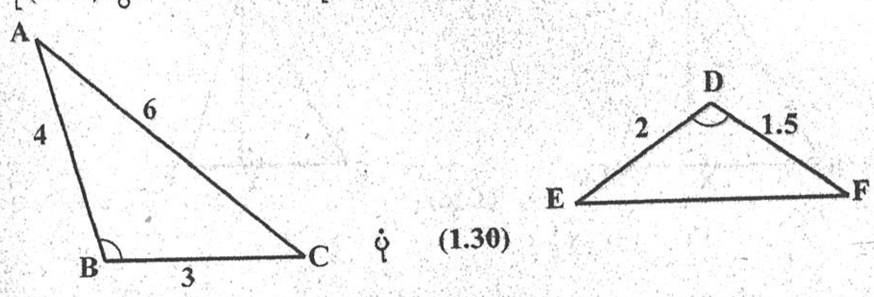
ပုံ (1.28)

7. ပုံ(1.29)တွင် $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ဖြစ်သည်။ $\triangle DEF$ ၏ပတ်လည်အနားကို ရှာပါ။



ပုံ (1.29)

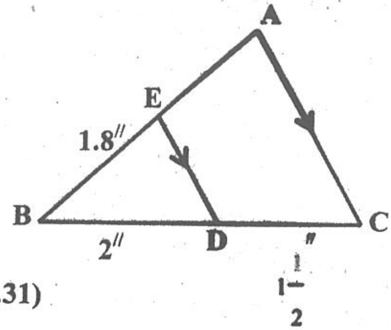
8. ပုံ(1.30)တွင် $\angle B = \angle D$ ဟုပေးထားလျှင် EF ကိုရှာပါ။



ပုံ (1.30)

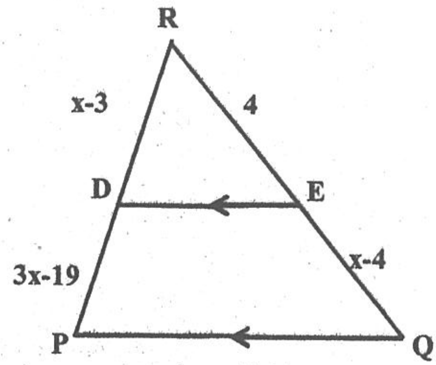
9. ပုံ(1.31)တွင် DE // CA ဖြစ်၏။

EA နှင့် $\frac{ED}{CA}$ တို့ကို ရှာပါ။



ပုံ (1.31)

10. ပုံ(1.32)တွင် ပေးထားသော အလျားများကို အသုံးပြု၍ DE // PQ ဖြစ်ရန် x ၏ တန်ဖိုးများကို ရှာပေးပါ။



ပုံ (1.32)

အခန်း (2)
ဂျီသြမေတြီပညာမှ သက်သေပြခြင်းသဘော

2.1 ကျွန်ုပ်တို့သည် ဂျီသြမေတြီပညာမှ အခြေခံမှန်ကန်ချက်များကို ရှာဖွေဖော်ထုတ်ခဲ့သည်။ မှန်ကန်ချက်အားလုံးကို တိတိကျကျသက်သေပြခဲ့ခြင်း မပြုခဲ့သေးဘဲ လက်တွေ့လေ့လာရရှိသည့် အချက်များအပေါ်တွင် အခြေခံ၍ မှန်ကန်ချက်များကို တည်ဆောက်ခဲ့ခြင်း ဖြစ်ပေသည်။ သင်္ချာဘာသာတွင် မှန်ကန်ချက်တစ်ခုကို သက်သေပြခြင်း မပြုဘဲ လက်ခံသုံးစွဲခြင်းသည် ခိုင်လုံမှု မရှိချေ။ မှန်ကန်ချက်များကို ကောက်ချက်ချခဲ့ရာ၌ အများအားဖြင့် အောက်ပါ အချက်သုံးချက်ပေါ်တွင် မူတည်၍ ဆုံးဖြတ်ခဲ့သည်ကို သတိပြုမိပေလိမ့်မည်။

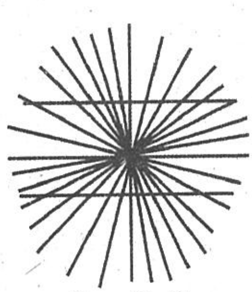
(1) လက်တွေ့ဆွဲသားတိုင်းထွာချက်များ (Measurement) မှ ကောက်ချက်ချခြင်း။

(2) ခြုံငုံယူ ဆင်ခြင်နည်း (Induction)

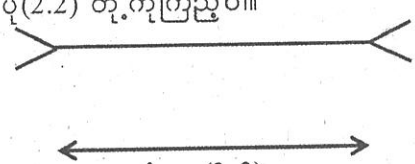
(3) ရှုမြင်သုံးသပ်ချက်နှင့် သာမန်အသိဉာဏ်ကို အသုံးပြုခြင်း (Observation And Common Sense)

ဤဆုံးဖြတ်နည်းများသည် အခါခပ်သိမ်းမှန်ကန်သော အဖြေများကိုမပေးချေ။လက်တွေ့ဆွဲသားချက်များဖြင့် မှန်ကန်ချက်များကိုဖော်ထုတ်ရာ၌ ဖြစ်နိုင်သမျှသော ပုံအားလုံးကို ဆွဲ၍ အဖြေရှာရန်လွယ်ကူသော ကိစ္စမဟုတ်ပေ။ ပုံအနည်းငယ်ကိုဆွဲ၍ မှန်ကန်ချက်ကို ဖော်ထုတ်ခြင်းသာဖြစ်ပေသည်။ မိမိမဆွဲမိသောပုံအတွက် မှန်ကန်ချက်ကို မရှာရသေးပေ။ ထို့ကြောင့်ဆောက်လုပ်ဆွဲသားချက်များမှ ရရှိသောအဖြေများသည်ခိုင်လုံသော အဖြေများ မဟုတ်ချေ။

တစ်ဖန် ရှုမြင်သုံးသပ်ချက်နှင့်သာမန်အသိဉာဏ်တို့ဖြင့် ဆုံးဖြတ်၍ရသော အဖြေများသည်ခိုင်လုံခြင်းမရှိပေ။အောက်ပါပုံ(2.1) နှင့် ပုံ(2.2) တို့ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ (2. 1)



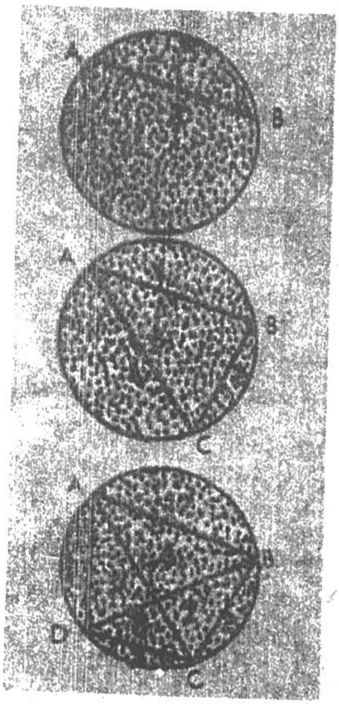
ပုံ (2. 2)

ပုံ(2.1)တွင် တွေ့မြင်ရသော မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ကောက်ကွေ့နေသည်ဟု ထင်ရမည်။ လက်တွေ့ပေတံဖြင့် တိုင်းကြည့်လျှင် မျဉ်းဖြောင့်များ ဖြစ်နေကြောင်း တွေ့ရမည်။ တစ်ဖန်

ပုံ(2.2)တွင် ပေးထားသော မျဉ်းနှစ်ကြောင်းအနက် အပေါ်မျဉ်းသည် ပို၍ရှည်သည်ဟုထင်ရသည်။

သို့သော်ထိုမျဉ်းနှစ်ကြောင်းသည် အလျားတူကြသည်။ ထို့ကြောင့် ဂျီဩမေတြီကို လေ့လာရာတွင် ပုံချည်းအားကိုးအားထားပြု၍မရနိုင်ကြောင်းသတိပြုရမည်။ပုံ၏လှည့်စားမှုကြောင့် အဖြေမှန်နှင့် ဝေးကွာတတ်သည်။

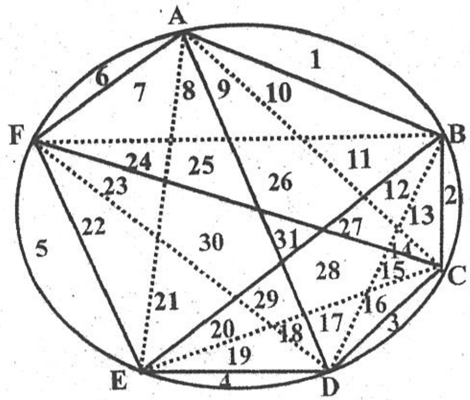
အောက်ပါဥပမာကို ကြည့်ပါဦး။



	အမှတ်အရေအတွက်	အပိုင်းအရေအတွက်
	2	2
	3	4
	4	8

ပုံ (2.3)

ဤစက်ဝိုင်းတစ်ခုပေါ်၌ အမှတ် 2 မှတ်ကိုယူ၍ မျဉ်းဖြောင့်ဖြင့်ဆက်လျှင် အပိုင်း 2 ပိုင်း ရပြီး ၊ အမှတ် 3 မှတ်ကိုယူ၍ မျဉ်းဖြောင့်များဖြင့်ဆက်သော် အပိုင်း 4 ပိုင်းရ၏။ အမှတ် 4 မှတ် ယူသော် အပိုင်း 8 ပိုင်းရ၏။ ရရှိသော အပိုင်းများသည် $2,2^2,2^3$ ဖြစ်နေ၍ အမှတ် 5 မှတ် ယူသော် အပိုင်း $2^4=16$ ပိုင်း ၊ အမှတ် 6 မှတ်ယူသော် အပိုင်း $2^5=32$ ပိုင်း ရရှိမည်ဟု ခြုံယူ ဆင်ခြင်နိုင်၏။ အမှတ် 5 မှတ်အတွက် မှန်ကန်သော်လည်း အမှတ် 6 မှတ်ယူသော် အမှန်တကယ် အပိုင်း 32 ပိုင်း မရရှိပဲ အပိုင်း 31 ပိုင်းသာ ရရှိကြောင်း အောက်ပါပုံ (2.4) တွင် တွေ့မြင်နိုင်သည်။



ပုံ (2.4)

ထို့ကြောင့် မှန်ကန်ချက်များကို **ကောက်ချက်ချရာ၌**အထက်ပါ နည်းသုံးနည်းသည် ခိုင်လုံသော ဆင်ခြင်နည်းများ မဟုတ်**ကြောင်း တွေ့မြင်**ကြရပြီ။ သို့ရာတွင် ထိုနည်း သုံးနည်းအနက် ခြုံယူ ဆင်ခြင်နည်းသည် **သီအိုရီ အသစ်**အဆန်းတစ်ခုကို ဖော်ထုတ် ရန်သော်လည်းကောင်း ၊ အဖြေတစ်ခုကို မှန်မမှန် ကြိုတင်ခန့်မှန်းရာ၌လည်းကောင်း အသုံးကျကြောင်းသတိပြုရမည်။ သင်္ချာဘာသာတွင် ခိုင်လုံသော ဆင်ခြင်နည်းတစ်နည်းရှိပေသည်။ ထိုနည်းကို ထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်း (DEDUCTION REASONING) ဟုခေါ်သည်။ ထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်းဟူသည် လက်ခံထားသော အချက်များပေါ်မူတည်၍ အဖြေသို့ရောက်အောင် ယုတ္တိဗေဒ(LOGIC)ကို အသုံးပြုသောနည်းပင်ဖြစ်သည်။ ထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်းတွင် အပိုင်းသုံးပိုင်းပါရှိသည်။

အပိုင်း (1) မှန်ကန်ကြောင်းပြရန် အဆိုတစ်ခု။

အပိုင်း (2) အစပြုနိုင်ရန် အများလက်ခံထားသည့်အချက်များ။

အပိုင်း (3) ကျိုးကြောင်း ဆက်စပ်နည်း။

ကစားနည်းတစ်နည်းကို လူတိုင်းကစားနိုင်ရန် ဥပဒေများရှိသည်။ ဥပမာ စစ်တုရင်ကစားနည်းတွင် မြင်းရုပ်၊ ဆင်ရုပ်စသည်တို့၏ ရွှေ့နည်းကိုသိပါမှ လူတိုင်းကစားနိုင်မည်။ ထို့အတူ သင်္ချာဘာသာ၌လည်း အဆိုတစ်ခုမှန်ကန်ကြောင်းပြရန် အခြေခံယူထားချက်များ လိုအပ်သည်။ ထိုအခြေခံယူထားချက်များတွင်

1. အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်များ (DEFINITIONS)
2. အက်ဆီယမ်(AXIOM) သို့မဟုတ် ပေါ်စကျူလိတ်များ (POSTULATE) ပါဝင်သည်။

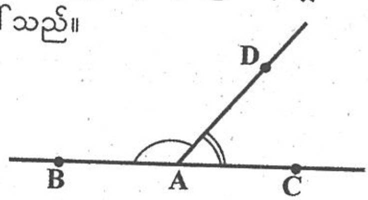
အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်တစ်ခုဟူသည် မိမိအသုံးပြုရန် ကြိုတင်သတ်မှတ်ထားချက်တစ်ခုပင်ဖြစ်သည်။

အောက်ပါတို့သည် အသုံးပြုခဲ့သော အဓိပ္ပာယ် သတ်မှတ်ချက်အချို့ဖြစ်သည်။

D.1 90° ထောင့်တိုင်းရှိသော ထောင့်တစ်ခုကို ထောင့်မှန်တစ်ခု ဟုခေါ်သည်။

D.2 90° ထောင့်အောက်ငယ်သော ထောင့်တစ်ခုကို ထောင့်ကျဉ်းဟုခေါ်၍ 90°နှင့် 180° ကြား ရှိသော ထောင့်တစ်ခုကို ထောင့်ကျယ်ဟုခေါ်သည်။

D.3 နီးစပ်ထောင့်နှစ်ထောင့်တို့၏ ဘုံလက်တန်မဟုတ်သော ထောင့်လက်တန် နှစ်ခုတို့သည် ဆန့်ကျင်ဘက် မျဉ်း နှစ်ခု ဖြစ်နေလျှင် ထိုထောင့်နှစ်ခုကို အဖြောင့်တွဲထောင့် တစ်စုံ ဟုခေါ်သည်။



D.4 အနားနှစ်ဖက်တူညီသော တြိဂံကို နှစ်နားညီတြိဂံ ဟုခေါ်သည်။

D.5 မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများပြိုင်နေသောစတုဂံတစ်ခုကိုအနားပြိုင်စတုဂံဟုခေါ်သည်။

အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်တိုင်းသည် အပြန်အလှန်မှန်သောအဆိုများဖြစ်သည်။

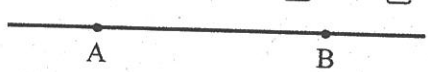
ဥပမာ- D.4 မှ "နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခုသည် အနားနှစ်ဖက်တူညီသော တြိဂံတစ်ခုဖြစ်သည်" ဟူသော အပြန်အလှန်အဆိုကို ယူနိုင်သည်။

အက်ဆီယမ်သို့မဟုတ်ပေါ်စကျူလိတ်ဆိုသည်မှာ သက်သေပြခြင်းမပြုဘဲအခြေခံမှန်ကန်ချက် တစ်ခုအဖြစ် လက်ခံသုံးစွဲရန် ယူထားသော အဆိုပင်ဖြစ်သည်။

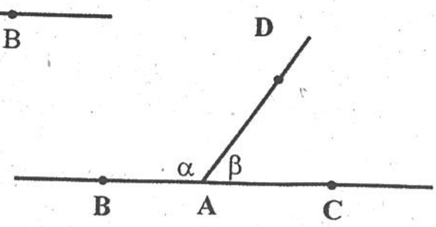
အောက်ပါတို့သည် အခြေခံဂျီသြမေတြီပညာ၌လက်ခံသုံးစွဲခဲ့သော ပေါ်စကျူလိတ်အချို့ဖြစ်သည်။

P.1 (မျဉ်းဖြောင့်ပေါ်စကျူလိတ်)

အမှတ်နှစ်ခုကိုဖြတ်၍ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းတည်းသာ ဆွဲသားနိုင်သည်။



P.2 (အဖြောင့်ဖြည့်ဖက် ပေါ်စကျူလိတ်)

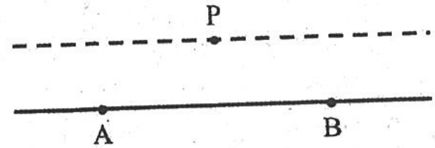


$\alpha + \beta = 180°$

ထောင့်နှစ်ထောင့်တို့သည် အဖြောင့်တွဲတစ်စုံဖြစ်နေလျှင်ယင်းတို့သည် ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်များဖြစ်ကြသည်။

P 3 (မျဉ်းပြိုင် ပေါ်စကျူလိတ်)

အမှတ်တစ်ခုကို ဖြတ်၍ ပေးထားသော မျဉ်းဖြောင့်နှင့်အပြိုင် မျဉ်းတစ်ကြောင်း တည်းသာ ဆွဲသားနိုင်သည်။



P.4 (ထပ်တူညီ ပေါ်စကျူလိတ်)

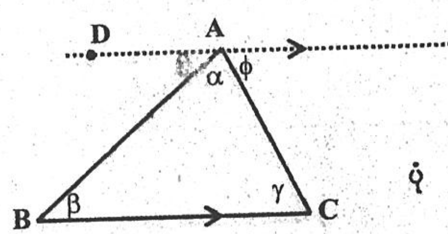
တြိဂံနှစ်ခုတို့တွင်အနားနှစ်ဘက်ချင်းတူညီပြီး ကြားထောင့်ချင်းလည်း တူညီနေလျှင် ထိုတြိဂံနှစ်ခုသည် ထပ်တူညီကြသည်။

သီအိုရမ်ဆိုသည် အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်၊ ပေါ်စကျူလိတ်များကို အသုံးပြု၍ မှန်ကန်ကြောင်း အထောက်အထားနှင့် ပြနိုင်သော အဆိုတစ်ခုဖြစ်သည်။

ဥပမာ- " တြိဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့်သုံးခုပေါင်းသည် 180° ရှိသည် " ဟူသော အဆိုသည် သီအိုရမ်တစ်ပုဒ် ဖြစ်သည်။

အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် အောက်ပါအတိုင်း မှန်ကန်ကြောင်း အထောက်အထားနှင့် ပြနိုင်သည်။

ΔABC၏အတွင်းထောင့်သုံးခုကို α, β, γ ဟုထားပါ။Aကိုဖြတ်၍DA // BCကိုဆွဲပါ။



ပုံ (2.5)

$\alpha+\beta+\gamma = 180°$ ဖြစ်ကြောင်း ပြရမည်ဖြစ်သည်။

DA // BC ဖြစ်၍ $\beta=\theta$ (သမသတ်ထောင့်များ)

$\gamma=\phi$ (။)

$\alpha=\alpha$

ပေါင်းသော် $\beta+\gamma+\alpha=\theta+\phi+\alpha$

သို့ရာတွင် $\theta+\phi+\alpha = 180^\circ$ (ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဘက်များ)

$\therefore$ $\beta+\gamma+\alpha = 180^\circ$

(သို့) $\alpha+\beta+\gamma = 180^\circ$

ဤပြချက်တွင် အသုံးပြုထားသော မှန်ကန်ချက်များမှာ -

1. အမှတ်တစ်ခုကိုဖြတ်၍ ပေးထားသောမျဉ်းတစ်ကြောင်းနှင့် အပြိုင်မျဉ်းတစ်ကြောင်းသာ ဆွဲနိုင်သည်။
2. မျဉ်းပြိုင်တစ်စုံကို ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်း ဖြတ်သွားသည့်အခါ ဖြစ်ပေါ်လာသော သမသတ်ထောင့်များ တူညီကြသည်။
3. ထောင့်ဖြောင့်တစ်ခုသည် 180° နှင့်ညီသည်-တို့ဖြစ်သည်။ ဤအချက်သုံးချက်အနက် (1)အချက်သည်ပေါ်စကျူလိတ်တစ်ခုဖြစ်၍ (3)အချက်သည် အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်တစ်ခုဖြစ်သည်။ (2) အချက်သည် မှန်ကန်ချက် တစ်ခုဖြစ်သည်။

ဤကဲ့သို့ ပေါ်စကျူလိတ်၊ အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်နှင့် မှန်ကန်ကြောင်း ပြပြီးအဆိုတို့ကိုအသုံးပြုလျက် ကျိုးကြောင်းဆက်စပ်၍ ပေးထားသောအဆိုတစ်ခုကို မှန်ကန်ကြောင်းပြသည်ကိုသက်သေပြသည်ဟုခေါ်သည်။သက်သေပြချက်တစ်ခုတွင်အပိုင်း(4)ပိုင်းပါဝင်သည်။

(1) ပေးထားချက်နှင့် ပြရန်အချက်

(2) ပေးထားသော ပုစ္ဆာအတွက်ပုံ

(3) သက်သေပြရန် ပြင်ဆင်ခြင်း

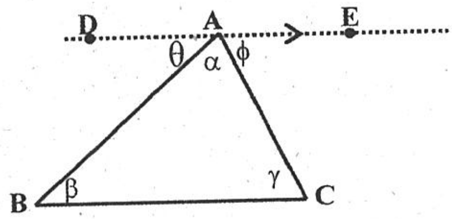
(4) အသုံးပြုမည့် မှန်ကန်ချက်များနှင့် အကြောင်းပြချက်များ
 ဟူ၍ဖြစ်သည်။

သက်သေပြချက်တစ်ခုကိုရေးပြရာတွင်အောက်ပါအတိုင်းအဆင့်သုံးဆင့်ဖြင့် ဖော်ပြလေ့ ရှိသည်။

1. ပေးထားချက်
2. သက်သေပြရန်
3. သက်သေပြချက်

ထို့ကြောင့် အထက်တွင် ပြခဲ့သော သီအိုရမ်ကို ပုံစံတကျ သက်သေပြမည်ဆိုသော် အောက်ပါအတိုင်း ပြရသည်။

သီအိုရမ် (1) တြိဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့်သုံးခုပေါင်းသည် 180° ရှိသည်။



ပုံ (2.6)

ပေးထားချက် ။ ။ ΔABC

သက်သေပြရန် ။ ။ $\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$

သက်သေပြချက် ။ ။ A ကို ဖြတ်၍ DAE // BC ကိုဆွဲပါ။

$\beta=\theta$ (သမသတ်ထောင့်များ)

$\gamma=\phi$ (။)

$\alpha=\alpha$

ပေါင်းသော် $\beta+\gamma+\alpha=\theta+\phi+\alpha$

သို့ရာတွင် $\theta+\phi+\alpha=$ ထောင့်ဖြောင့်တစ်ခု $=180^\circ$

$\therefore$ $\beta+\gamma+\alpha=180^\circ$

(သို့) $\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$

2.2 သီအိုရမ်တစ်ပုဒ်ကို အသုံးပြု၍ သက်သေပြနိုင်သော ပုစ္ဆာများကို ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာ (RIDER)များဟုခေါ်သည်။ ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာဟူသည်အသုံးပြုနည်းသော သီအိုရမ်များပင်ဖြစ်သည်။ သီအိုရမ် (THEOREM) ဟူသော စကားလုံးသည် "ဟောဒီမှာကြည့်" (LOOK AT THIS)ဟုအဓိပ္ပာယ်ရသောဂရိစကားလုံးမှယူထားခြင်းဖြစ်ပေသည်။သီအိုရမ်တစ်ပုဒ်မှ လွယ်ကူစွာ ထုတ်ယူနိုင်သော အဆိုများကို "ကော်ရော်လာရီများ" (COROLLARIES) ဟုခေါ်သည်။ ဥပမာအားဖြင့် အထက်တွင် ပြခဲ့သော သီအိုရမ်၏ ကော်ရော်လာရီတစ်ခုမှာ "သုံးနားညီတြိဂံတစ်ခု၏အတွင်းထောင့်တစ်ခုစီသည် 60°ရှိသည်" ဟူ၍ဖြစ်သည်။ သီအိုရမ် တစ်ပုဒ်မှ နောက်ထပ်သီအိုရမ်များကိုလည်းကောင်း၊ ပေါ်စကျူလိပ် များမှ

နောက်ထပ် သီအိုရမ်များကိုလည်းကောင်း ဖော်ထုတ်နိုင်သည်။ ဤနည်းအားဖြင့် ဂျီသြမေတြီပညာ၏ တည်ဆောက်ပုံကို အောက်ပါပုံဖြင့် ဖော်ပြနိုင်ပါသည်။

နောက်ထပ်သီအိုရမ်များ

↑

သီအိုရမ်များ

↑

ပေါ်စကျူလိတ်များ

ကော်ရော်လာရီ (1.1) စတုဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့် အားလုံးပေါင်း 360° နှင့်ညီသည်။
(သက်သေပြချက်ကို လေ့ကျင့်ခန်းတွင် ကြည့်ပါ။)

သီအိုရမ် (2) စက်ဝိုင်းခြမ်းတွင်းရှိ ထောင့်သည် ထောင့်မှန်တစ်ခုဖြစ်သည်။

ပေးထားချက် ။ ။ စက်ဝိုင်း O နှင့် စက်ဝိုင်းခြမ်း အတွင်းရှိထောင့် ACB

သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle ACB = 90°$

သက်သေပြချက် ။ ။ စက်ဝိုင်းဂုဏ်သတ္တိအရ

$OA = OC$

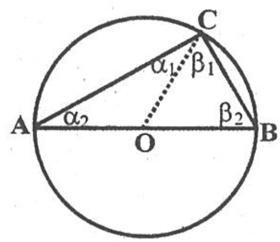
$OB = OC$

$\therefore \quad \alpha_1 = \alpha_2$

$\beta_1 = \beta_2$

ΔABC တွင်

$$\begin{aligned}
\alpha_2 + (\alpha_1 + \beta_1) + \beta_2 &= 180° \\
\alpha_1 + (\alpha_1 + \beta_1) + \beta_1 &= 180° \\
2(\alpha_1 + \beta_1) &= 180° \\
\alpha_1 + \beta_1 &= 90° \\
\therefore \quad \angle ACB &= 90°
\end{aligned}$$

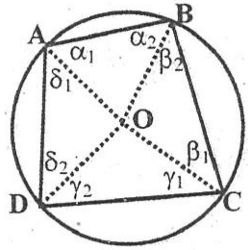


ပုံ (2.7)

ဤသီအိုရမ်တွင် အသုံးပြုထားသော မှန်ကန်ချက်များမှာ -

1. စက်ဝိုင်း၏အဓိပ္ပာယ် သတ်မှတ်ချက်
2. နှစ်နားညီ တြိဂံ ဂုဏ်သတ္တိ
3. အထက်တွင် ပြခဲ့သော သီအိုရမ် (1) တို့ဖြစ်သည်။

သီအိုရမ်(3)။ ။ စက်ဝိုင်းတွင်းကျစတုဂံတစ်ခု၏ အတွင်းမျက်နှာချင်းဆိုင် ထောင့်တစ်စုံ ပေါင်းလဒ်သည် 180° ရှိသည်။



ပုံ (2.8)

ပေးထားချက် ။ ။ စက်ဝိုင်းတွင်းကျ စတုဂံ ABCD

သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle A + \angle C = 180^\circ$

သက်သေပြချက် ။ ။ စက်ဝိုင်း၏ဗဟို O ကိုယူ၍ OA, OB, OC, OD တို့ကို ဆက်သွယ်ပါ။

ΔAOB, ΔBOC, ΔCOD, ΔDOA တို့သည်နှစ်နားညီတြိဂံများ ဖြစ်သည်။

$\alpha_1 = \alpha_2$, $\beta_1 = \beta_2$, $\gamma_1 = \gamma_2$, $\delta_1 = \delta_2$

စတုဂံ ABCD တွင်

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

$(\alpha_1 + \delta_1) + (\alpha_2 + \beta_2) + (\beta_1 + \gamma_1) + (\gamma_2 + \delta_2) = 360^\circ$

$(\alpha_1 + \delta_1) + (\alpha_1 + \beta_1) + (\beta_1 + \gamma_1) + (\gamma_1 + \delta_1) = 360^\circ$

$2\ (\alpha_1 + \delta_1) + 2\ (\beta_1 + \gamma_1) = 360^\circ$

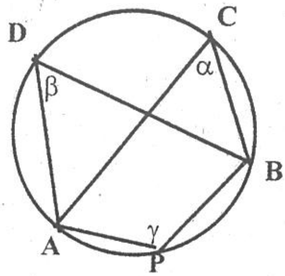
$2\ (\angle A + \angle C) = 360^\circ$

$\angle A + \angle C = 180^\circ$

ဤသီအိုရမ်တွင် အသုံးပြုထားသော မှန်ကန်ချက်များမှာ -

1. စက်ဝိုင်း၏ အဓိပ္ပာယ်
2. စတုဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့် အားလုံးပေါင်း 360° နှင့်ညီသည်။
3. နှစ်နားညီတြိဂံ ဂုဏ်သတ္တိ တို့ဖြစ်သည်။

ကော်ရော်လာရီ (3.1) စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခုကတစ်ဖက်စက်ဝန်းပိုင်းတွင်ခံဆောင်ထားသော ထောင့်များ တူညီကြသည်။



ပုံ (2.9)

ပေးထားချက် ။ ။ A,B,C,D တို့သည် စက်ဝိုင်းတစ်ခုပေါ်ရှိ အမှတ်များ

သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle ACB = \angle ADB$

သက်သေပြချက် ။ ။ အဝန်းပိုင်း AB ပေါ်တွင် အမှတ် P ကိုယူ၍ AP, BP တို့ကို ဆက်သွယ်ပါ။

APBC သည် စက်ဝိုင်းတွင်းကျ စတုဂံဖြစ်၍

$\alpha + \gamma = 180°$

ထိုနည်းအတူ $\beta + \gamma = 180°$

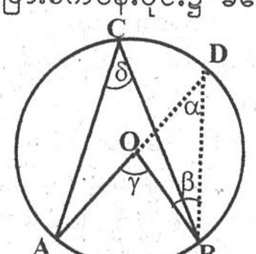
$\therefore \quad \alpha + \gamma = \beta + \gamma$

$\therefore \quad \alpha = \beta$

$\therefore \quad \angle ACB = \angle ADB$

ဤကော်ရော်လာရီတွင် သီအိုရမ် (3) ကို အသုံးပြုထားကြောင်း တွေ့ရမည်။

သီအိုရမ် (4) စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခုက ဗဟိုတွင် ခံဆောင်ထားသော ထောင့်သည် အခြားစက်ဝန်းပိုင်း၌ ခံဆောင်ထားသော ထောင့်၏နှစ်ဆနှင့် တူညီသည်။



ပုံ (2.10)

ပေးထားချက် ။ ။ A,B,C တို့သည် O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အမှတ်များ

သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle AOB = 2\angle ACB$

သက်သေပြချက် ။ ။ AO ကိုဆက်ဆွဲပါ။

စက်ဝိုင်းကို D ၌ တွေ့ပါစေ။ BD ကိုဆက်ပါ။

$$OB = OD \quad (\text{အချင်းဝက်များ})$$

$$\alpha = \beta$$

$$\gamma = 180^\circ - \angle BOD = \alpha + \beta = \alpha + \alpha = 2\alpha$$

သို့ရာတွင် $\alpha = \delta$ ($\overparen{AB}$ က ခံဆောင်ထားသောထောင့်များ)

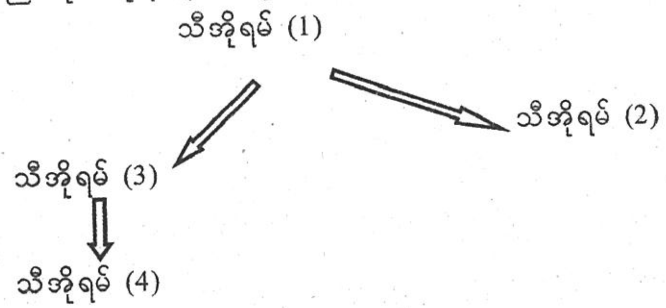
$$\therefore \gamma = 2\delta$$

$$\angle AOB = 2\angle ACB$$

ဤသီအိုရမ်တွင်

1. စက်ဝိုင်း၏ အဓိပ္ပာယ်
2. နှစ်နားညီတြိဂံ ဂုဏ်သတ္တိ
3. ကော်ရော်လာရီ 3.1 တို့ကို အသုံးပြုထားကြောင်း တွေ့ရမည်။

ယခုသက်သေပြခဲ့သောသီအိုရမ်များသည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခုအချိတ်အဆက်ရှိကြောင်း သတိပြုသင့်သည်။ထိုသီအိုရမ်များ၏ကွင်းဆက်ကိုအောက်ပါပုံဖြင့် ပြနိုင်သည်။



လေ့ကျင့်ခန်း (2.1)

ပေးထားသော မှန်ကန်ချက်များကို အသုံးပြု၍ ပေးထားသော သီအိုရမ် (သို့) ဉာဏ်စမ်း ပုစ္ဆာတို့ကို သက်သေပြပါ။

1. မှန်ကန်ချက်များ ။ (i) တြိဂံတစ်ခု၏အနားနှစ်ဘက်တို့၏အလယ်မှတ်များကိုဆက်သော မျဉ်းသည် ကျန်အနားနှင့်ပြိုင်၍ ထက်ဝက်နှင့်တူညီသည်။
   (ii) အနားတစ်စုံညီ၍ ပြိုင်သော စတုဂံသည် အနားပြိုင်စတုဂံ တစ်ခုဖြစ်သည်။

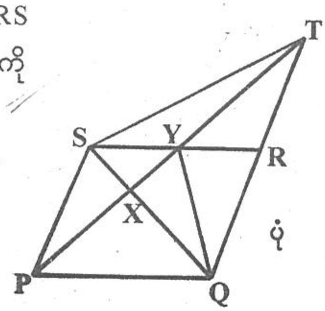
   သီအိုရမ် ။ စတုဂံတစ်ခု၏အနားများ၏အလယ်မှတ်များကိုအလိုက်သင့်ဆက်ဆွဲ၍ ဖြစ်ပေါ်လာသောစတုဂံသည် အနားပြိုင်စတုဂံ တစ်ခုဖြစ်၏။
2. သီအိုရမ် (1) ကိုအသုံးပြု၍ ကော်ရော်လာရီ (1.1)ကို သက်သေပြပါ။
3. မှန်ကန်ချက်များ (i) အနားပြိုင် စတုဂံတစ်ခု၏ အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်
   (ii) အခြေတူမျဉ်းပြိုင်တစ်စုံအတွင်း ကျရောက်သော **တြိဂံနှစ်ခု** ဧရိယာချင်း တူညီသည်။

ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာ ။ ပေးထားသောပုံတွင် PQRS သည် အနားပြိုင် **စတုဂံဖြစ်လျှင် အောက်ပါတို့ကို** သက်သေပြပါ။

(a) ΔPYQ ၏ ဧရိယာ = **ΔPST ၏ ဧရိယာ**

(b) ΔPXS ၏ ဧရိယာ = **ΔYQX ၏ ဧရိယာ**

(c) ΔSYT ၏ ဧရိယာ = ΔYRQ **၏ ဧရိယာ**



ပုံ **(2.11)**

4. မှန်ကန်ချက်များ (i) တြိဂံတစ်ခု၏ **အနားတစ်ဖက်**ကို ဆက်ဆွဲ၍ ဖြစ်ပေါ်လာသော အပြင်ထောင့်သည်**အတွင်းမျက်**နှာချင်းဆိုင်ထောင့်နှစ်ခုပေါင်း နှင့်တူညီသည်။

(ii) နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခုတွင်**တူညီ**သောအနားများ၏မျက်နှာချင်းဆိုင် ထောင့်များ တူညီသည်။

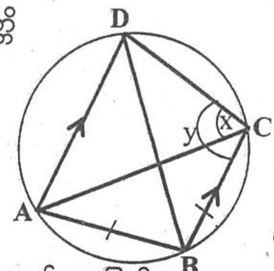
သီအိုရမ် (4) ကို **သက်သေပြ**ပါ။

5. မှန်ကန်ချက်များ (i) **သီအိုရမ်** (3)

(ii) မျဉ်းပြိုင်ဂုဏ်သတ္တိ

(iii) နှစ်နားညီတြိဂံဂုဏ်သတ္တိ

ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာ ။ စက်ဝိုင်းတွင်းကျစတုဂံ ABCDတွင် AD//BC, AB=BC ဖြစ်လျှင် $3y-2x=180^\circ$ ဖြစ်ကြောင်း **သက်သေပြ**ပါ။



ပုံ **(2.12)**

6. သီအိုရမ် (4) ကို အသုံးပြု၍ **သီအိုရမ်** (2) ကို သက်သေပြပါ။

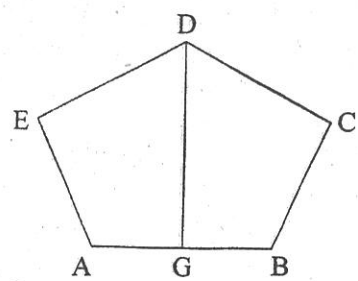
7. ထပ်တူညီတြိဂံဆိုင်ရာ မှန်ကန်ချက်များကို အသုံးပြု၍ အောက်ပါ ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ ကို သက်သေပြပါ။

(i) ပေးထားချက် ။ ။ AE = BC , ED = CD

$\angle E=\angle C$

G သည် AB ၏ အလယ်မှတ်

သက်သေပြရန် ။ ။ $DG \perp AB$

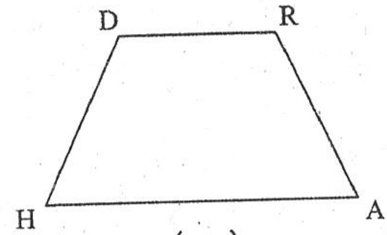


ပုံ (**2.13**)

(ii) ပေးထားချက် ။ ။ $AR = HD$

$\angle A = \angle H$

သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle R = \angle D$

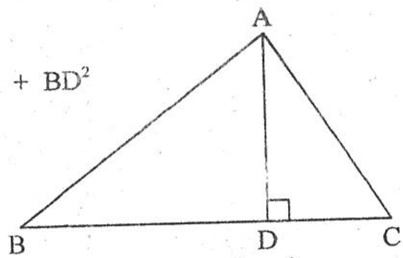


ပုံ (2.14)

8. ပိုက်သာဂိုရသီအိုရမ်ကို အသုံးပြု၍ သက်သေပြပါ။

(i) ပေးထားချက် ။ ။ $AD \perp BC$

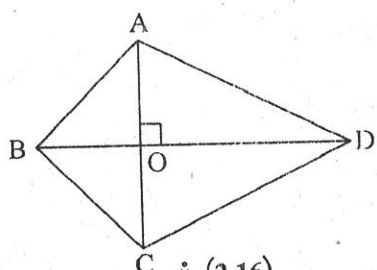
သက်သေပြရန်။ ။ $AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2$



ပုံ (2.15)

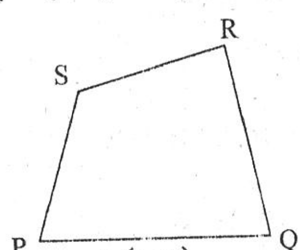
(ii) ပေးထားချက် ။ ။ $AC \perp BD$

သက်သေပြရန်။ ။ $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$



ပုံ (2.16)

9. PQRSသည်စတုဂံခုံးတစ်ခုဖြစ်၏။ $PS + SR + RQ > PQ$ဖြစ်ကြောင်းသက်သေပြပါ။
အသုံးပြုသော မှန်ကန်ချက်များကို ဖော်ပြပါ။



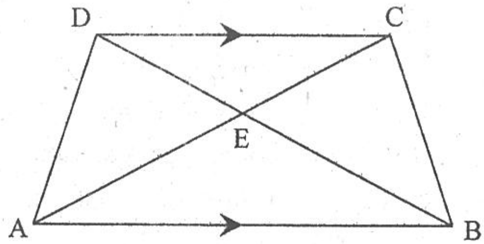
ပုံ (2.17)

10. သဏ္ဌာန်တူတြိဂံဆိုင်ရာ မှန်ကန်ချက်များကို အသုံးပြု၍ သက်သေပြပါ။

(i) ပေးထားချက် ။ ။ ထြာပီဇီယမ် ABCD တွင် AB // DC

$\triangle ADE \sim \triangle BEC$

သက်သေပြရန် ။ ။ AD = BC

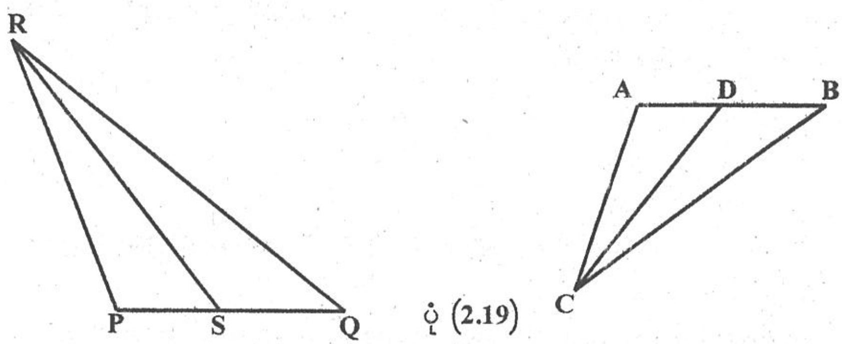


ပုံ (2.18)

(ii) ပေးထားချက် ။ ။ $\triangle PQR \sim \triangle ABC$

CD နှင့် RS တို့သည် သက်ဆိုင်ရာ အလယ်မျဉ်းများ

သက်သေပြရန် ။ ။ $\triangle PRS \sim \triangle ACD$



ပုံ (2.19)

အခန်း (3)

ဂျီသြမေတြီပညာကို စနစ်တကျလေ့လာခြင်း

3.1 ဂျီသြမေတြီပညာသုံး သင်္ကေတများ

အခြေခံဂျီသြမေတြီပညာကိုစူးစမ်းလေ့လာနည်းဖြင့်လေ့လာတတ်မြောက်ခဲ့ကြပြီဖြစ်သည်။သို့ရာတွင်ဂျီသြမေတြီပညာဆိုင်ရာ အခေါ်အဝေါ်များနှင့်အသုံးပြုခဲ့သော သင်္ကေတတို့ကို တိတိကျကျအဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ခြင်းမပြုခဲ့သေးပေ။ ဂျီသြမေတြီပညာကို စနစ်တကျလေ့လာတော့မည်ဆိုလျှင်အခေါ်အဝေါ်များ သင်္ကေတများကို အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်များနှင့်အညီ တိကျလိုက်နာဆောင်ရွက်ရမည်ဖြစ်ပေသည်။

ဂျီသြမေတြီပညာတွင် အဓိကအားဖြင့် အမှတ်များ ၊ မျဉ်းဖြောင့်များ ၊ မျဉ်းကွေးများဖြင့် တည်ဆောက်ထားသော ပုံများအကြောင်းကို လေ့လာကြသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် ဂျီသြမေတြီပညာသည် အမှတ်များပါဝင်သောအစုကို လေ့လာသည့် ပညာဖြစ်သည်။

ဂျီသြမေတြီပညာ၌ အသုံးပြုသောသင်္ကေတများ၏အဓိပ္ပာယ်များကို ကောင်းစွာနားလည်သဘောပေါက်ရန်လိုပေသည်။ သင်္ချာဘာသာ၌ သင်္ကေတများကို စာအသုံးအနှုန်းအစားအကျိုးရှိစွာအသုံးပြုခြင်းဖြစ်ပေသည်။ ဥပမာ ညီမျှသည်ဟူသော စာအသုံးအနှုန်းအစား သင်္ကေတ = ကိုသုံးခြင်းက ပိုမိုထိရောက်ကြောင်းသိခဲ့ကြပြီး ဖြစ်သည်။

အက္ခရာသင်္ချာ၌ညီမျှခြင်းသင်္ကေတ (=) ၏ဝဲဘက်နှင့်ယာဘက်တို့သည်ကိန်းတစ်ခုတည်းကို ဖော်ပြခြင်းဖြစ်သည်။

ဥပမာ $\sqrt{4} = 2$

$3 + 9 = 12$

$a \div b = c$

$a \div b = c$ တွင် $a \div b$ နှင့် c တို့သည် ကိန်းတစ်ခုတည်းကိုညွှန်းသည်။

ဥပမာ $12 \div 3 = 4$

ဆက်လက်လေ့လာမည့် ဂျီကြမေတြီပညာရပ်တွင် အောက်ပါသင်္ကေတများကို အသုံးပြုသွားမည်။

ပမာဏတူ သင်္ကေတ	$=$
ထပ်တူညီ သင်္ကေတ	$\cong$
သဏ္ဍာန်တူ သင်္ကေတ	$\sim$
မျဉ်းပြိုင် သင်္ကေတ	$//$
တြိဂံ ABC သင်္ကေတ	ΔABC

အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD သင်္ကေတ	▱ ABCD
စက်ဝိုင်း သင်္ကေတ	⊙
P ဗဟိုရှိသော စက်ဝိုင်း	⊙P
ΔABC ၏ ဧရိယာ	$\alpha(\Delta ABC)$
ထောင့် ABC	$\angle ABC$
$\angle ABC$ ၏ဒီဂရီအတိုင်း	$\angle ABC$
မျဉ်း AB	AB

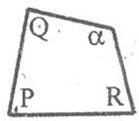
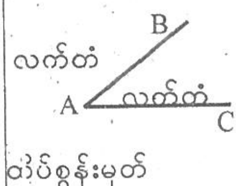
လေ့ကျင့်ခန်း (3.1)

အောက်ပါတို့ကို သင်္ကေတများဖြင့် ရေးပြပါ။

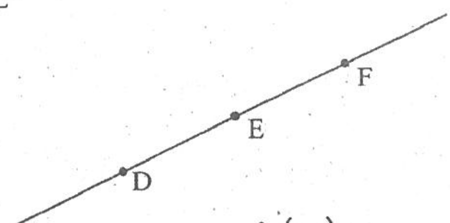
1. မျဉ်းဖြောင့် AB သည် မျဉ်းဖြောင့် CD နှင့်ပြိုင်သည်။
2. ΔABC တွင် $\angle ABC$ ၏ဒီဂရီအတိုင်းသည် 90° ရှိသည်။
3. ΔABC တွင် $AB = AC$ ဖြစ်လျှင် $\angle ABC$ နှင့် $\angle ACB$ တူညီကြသည်။
4. ΔABC နှင့် ΔDEF တို့သည် ဧရိယာတူကြသည်။

3.2 ဂျီဩမေတြီပညာ၏ အခြေခံဖြစ်သောပုံများ

ဂျီဩမေတြီပညာတွင် အသုံးပြုသောအခေါ်အဝေါ်များ၊ သင်္ကေတများ များစွာရှိကြောင်း တွေ့ရှိခဲ့ရပြီးဖြစ်သည်။ **အမှတ်၊ မျဉ်းဖြောင့်၊ ပြင်ညီ** စသည်တို့သည် ဂျီဩမေတြီ၏ အခြေခံများဖြစ်သည်။ ၎င်းတို့နှင့်ပတ်သက်ပြီး အတော်အသင့် တွေ့ကြုံခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ရှေ့ဆက်လက်၍ သင်ယူရမည့် ပုံစံတကျလေ့လာမည့် ဂျီဩမေတြီပညာ (Formal Geometry)တွင် အခေါ်အဝေါ်၊ စကားအသုံးအနှုန်း ၊ သင်္ကေတအသုံးပြုမှုတို့ကို အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်နှင့်အညီတိကျစွာလိုက်နာဆောင်ရွက်ရမည်ဖြစ်သဖြင့်လိုအပ်သလို ပြန်လည်မှီငြမ်းနိုင်ရန် ၎င်းတို့ကို သက်ဆိုင်ရာ ပုံများဖြင့်တွဲဖက်၍ ဖော်ပြထားပါသည်။ သိနားလည်မှုကို ဆန်းစစ်ရန်အတွက် ပုစ္ဆာများလည်း ပေးထားသည်။

ပုံစံ	အမည်နှင့်သင်္ကေတ	ရှင်းလင်းချက်
A	အမှတ် A	တည်နေရာကိုပြသည်။အရွယ်ပမာဏမရှိ။
	မျဉ်းဖြောင့်BC (သို့) မျဉ်းဖြောင့်CB	ဖြောင့်တန်း၍ အထူမရှိအဆုံးမှတ်မရှိ။ နှစ်ဘက်စလုံးသို့အဆုံးမရှိဆက်ဆွဲနိုင်သည်။
	ပြင်ညီPQR (သို့) ပြင်ညီ α	ညီညာပြန့်ပြူးသော မျက်နှာရှိ၍ အထူမရှိ လေးဘက်လေးတန်သို့ချဲ့နိုင်သည်။ ပုံဖော်သည့်အခါ အနားလေးဘက်ဘောင်ခတ်၍ ဖော်ပြရသည်။
	ထောင့် BAC ($\angle BAC$) (သို့) ထောင့် CAB ($\angle CAB$)	ဘုံအမှတ်ရှိသောမျဉ်းနှစ်ခု။ မျဉ်းတစ်ခုစီကိုထိုထောင့်၏ လက်တံများဟုခေါ်၍ ဘုံအစမှတ်ကို ထိပ်စွန်းမှတ် ဟုခေါ်သည်။

မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်တွင် ကျရောက်နေသော အမှတ်များကို **တစ်မျဉ်းမှတ်** များ ဟုခေါ်သည်။

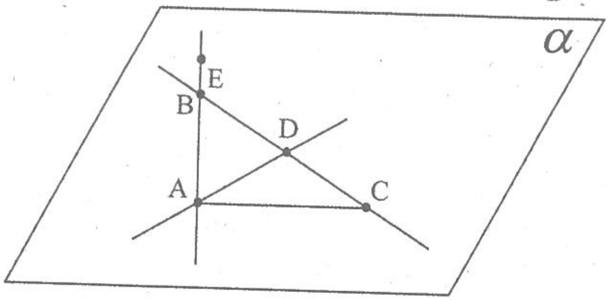


ပုံ (3.1)

ပုံ(3.4)တွင် D,E,F တို့သည် တစ်မျဉ်းမှတ်များ ဖြစ်ကြသည်။ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်မှ အမှတ်သုံးခုရှိတိုင်း ၎င်းတို့အနက် အမှတ်တစ်ခုသည် ကျန်အမှတ်နှစ်ခု၏ကြားတွင် ရှိသည်။ ဥပမာ E သည် D နှင့် F တို့ကြားတွင်ရှိသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (3.2)

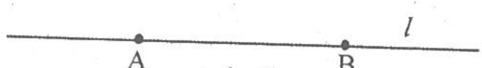
1. ဖော်ပြပါပုံကိုအသုံးပြု၍ မျဉ်းဖြောင့်သုံးကြောင်းကိုဖော်ပြပါ။



ပုံ (3.2)

2. မျဉ်းဖြောင့် AB နှင့် AD တို့မည်သည့်အမှတ်၌ ဖြတ်သွားကြသနည်း။
3. တစ်မျဉ်းမှတ်သုံးခုကို ဖော်ပြပါ။
4. တစ်မျဉ်းမှတ်မဟုတ်သော အမှတ်သုံးခုကို ဖော်ပြပါ။
5. မျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်းတို့ တစ်ကြောင်းကိုတစ်ကြောင်း ဖြတ်သွားကြလျှင် အမှတ်အရေအတွက် မည်မျှ၌ ဖြတ်သွားကြသနည်း။
6. ဖော်ပြထားသောပုံသည် မည်သည့်ပြင်ညီအတွင်း၌ ကျရောက်နေသနည်း။
7. သင်၏ပတ်ဝန်းကျင်၌ရှိသော ဝတ္ထုပစ္စည်းများမှ အမှတ် ၊ မျဉ်းဖြောင့် ၊ ပြင်ညီ ဥပမာ သုံးခုစီကို ဖော်ပြပါ။
8. မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်၌ အမှတ်ပေါင်းမည်မျှရှိမည်ထင်သနည်း။
9. အမှတ်နှစ်ခုပေးထားလျှင် မျဉ်းဖြောင့်ကြောင်းရေ မည်မျှဆွဲနိုင်သနည်း။
10. အမှတ်သုံးခုပေးထားလျှင် မျဉ်းဖြောင့်ကြောင်းရေ မည်မျှဆွဲနိုင်မည်နည်း။

မျဉ်းဖြောင့်များကိုတစ်ခါတစ်ရံ အင်္ဂလိပ်အက္ခရာ အသေးဖြင့်လည်းဖော်ပြနိုင်သည်။ ဥပမာ မျဉ်းဖြောင့် AB ကို မျဉ်းဖြောင့် l ဟူ၍ဖော်ပြနိုင်သည်။



ပုံ (3.3)

မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းကိုထိုမျဉ်းပေါ်ရှိကြိုက်ရာအမှတ်နှစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။

ပုံ (3.4)

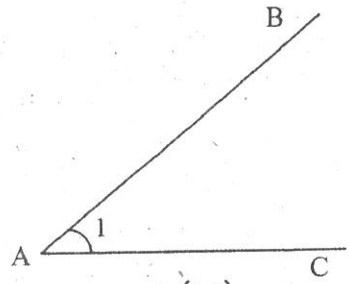
ဥပမာ မျဉ်းဖြောင့် l ကို AB, BC, AD စသည်ဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။

ထောင့်တစ်ခုကိုအောက်ပါအတိုင်း

(i) ထိပ်စွန်းမှတ် တစ်ခုတည်းဖြင့် $\angle A$ ဟူ၍လည်းကောင်း ၊

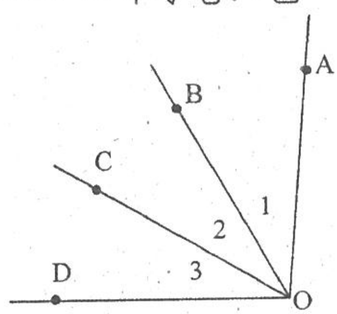
(ii) အမှတ်သုံးခုဖြင့် $\angle BAC$ နှင့် $\angle CAB$ ဟူ၍လည်းကောင်း (ဤတွင် အလယ်မှတ်သည် ထိပ်စွန်းမှတ် ဖြစ်ရမည်။)

(iii) ကိန်းတစ်ခုဖြင့် $\angle 1$ ဟူ၍လည်းကောင်း သုံးမျိုးဖော်ပြနိုင်သည်။



ပုံ (3.5)

ထိပ်စွန်းမှတ်တစ်ခုတည်း၌ထောင့်တစ်ခုထက်ပို၍ရှိသောအခါ အက္ခရာ တစ်လုံးတည်းဖြင့် ထောင့်အမည်များကိုဖော်ပြ၍မရနိုင်ချေ။ အောက်ပါပုံတွင် $\angle O$ ဟုဆိုလျှင် မည်သည့် ထောင့်ကိုဆိုလိုကြောင်း အတပ်မပြောနိုင်ချေ။ ထိုအခါမျိုးတွင် ထောင့်များကို အက္ခရာသုံးလုံး ဖြင့်လည်းကောင်း ၊ ကိန်းများဖြင့်လည်းကောင်း ရေးရမည်။



ပုံ (3.6)

ဥပမာ $\angle AOB, \angle BOC, \angle COD$ (သို့မဟုတ်) $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ ဟူ၍ ရေးနိုင်သည်။

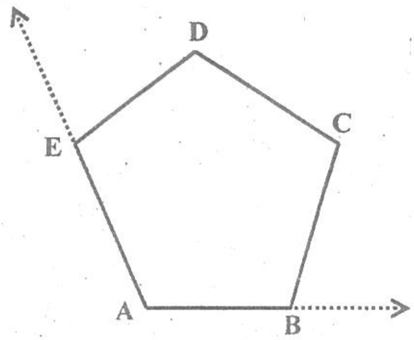
ထိပ်စွန်းမှတ် တစ်ခုတည်း၌ ကျရောက်ပြီး ထောင့်လက်တံတစ်ခု ထပ်လျက်ရှိသော ထောင့်နှစ်ခုကို **နီးစပ်ထောင့်များ** ဟုခေါ်မည်။

ပုံ(3.9)တွင် $\angle 1$, $\angle 2$

$\angle 2$, $\angle 3$

တို့သည်နီးစပ်ထောင့်များဖြစ်ကြသည်။

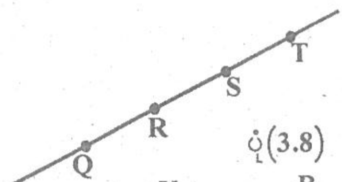
ပုံ(3.7)သည် အနား(5)ခုပါ ပဥ္စဂံ တစ်ခုဖြစ်၍အနားများသည်ထောင့်တစ်ခုစီ၏လက်တံများ ဖြစ်နေသည်ကို တွေ့ရမည်။ ထိုကဲ့သို့သော ဗဟုဂံများအတွက် BAE, ABC စသည်တို့ကို ထိုဗဟုဂံ၏ အတွင်းထောင့်များ ဟုသတ်မှတ်သည်။ $\angle BAE$, $\angle ABC$ စသည်ဖြင့် ရေးနိုင်သည်။



ပုံ(3.7)

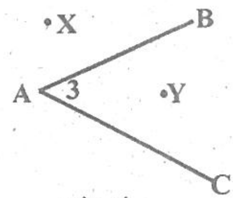
လေ့ကျင့်ခန်း (3.3)

1. ပုံ (3.8)မှမျဉ်း၏အမည်သုံးမျိုးကိုရေးပြပါ။



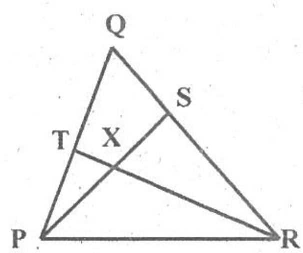
ပုံ(3.8)

2. ပုံ (3.9)မှထောင့်အမည်ကိုသုံးမျိုးရေးပြပါ။
X ကို ထိုထောင့်၏ပြင်ပ၌ ရှိသည်ဟုဆို၍
Y ကို ထိုထောင့်၏အတွင်း၌ရှိသည်ဟုဆိုမည်။



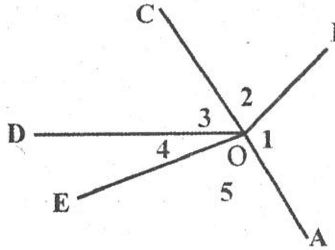
ပုံ(3.9)

3. ပုံ (3.9)မှထောင့်၏ထောင့်လက်တံများကိုဖော်ပြပါ။
4. ပုံ (3.10) ရှိထိုထောင့်ငါးခုအမည်များကိုဖော်ပြပါ။

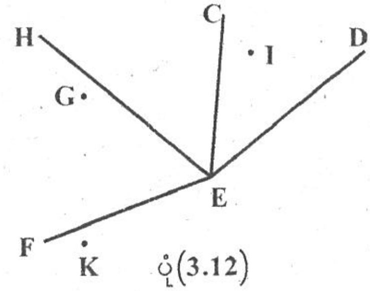


ပုံ(3.10)

5. ပုံ (3.11)တွင်ထောင့်အရေအတွက်မည်မျှရှိသနည်း။
6. ပုံ (3.11)တွင်နီးစပ်သောထောင့်များကိုဖော်ပြပါ။



ပုံ(3.11)



ပုံ(3.12)

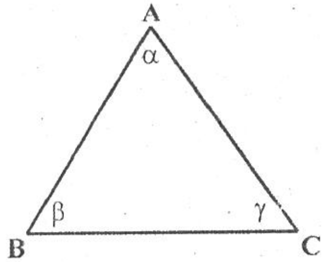
7. ပုံ (3.12)တွင်ထောင့် 6 ခုရှိသည်။ထိုထောင့်များကိုဖော်ပြပါ။
8. I,G, K တို့သည်မည်သည့်ထောင့်များ၏အတွင်း၌ကျရောက်သနည်း။
9. I,G, K တို့သည်မည်သည့်ထောင့်များ၏အပြင်၌ကျရောက်သနည်း။

3.3 အခြေခံအလယ်တန်းအဆင့်၌သင်ကြားခဲ့ပြီးသောဂျီဩမေတြီအကြောင်းအရာများ ဂျီဩမေတြီပညာ၏ အခြေခံများဖြစ်သော –

(i) မျဉ်းပြိုင်ဂုဏ်သတ္တိများ
(ii) တြိဂံနှစ်ခုကို ထပ်တူညီစေနိုင်သော အချက်အလက်များ
(iii) တြိဂံနှစ်ခုသဏ္ဍာန်တူစေနိုင်သော အချက်အလက်များ
(iv) စက်ဝိုင်းဂုဏ်သတ္တိများ

စသည်တို့ကို သင်ကြားခဲ့ကြရပြီ။ ထို့ပြင်အရေးကြီးသော အောက်ပါ သီအိုရမ်များအနက် အချို့ကိုသက်သေပြခဲ့ပြီးအချို့ကို မှန်ကန်ချက်များအဖြစ် လက်တွေ့လေ့လာသည့်နည်းဖြင့် သင်ကြားခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ (ဤသီအိုရမ်များကို အခန်း(2)မှာကဲ့သို့ သက်သေပြယူနိုင်သည်။ မကြာခဏအသုံးပြုရမည်ဖြစ်သဖြင့် ယင်းတို့ကို အမည်များတပ်၍ပေးထားသည်။)

(1) တြိဂံ – ထောင့်ပေါင်းသီအိုရမ် **(TST-Triangle Sum Theorem)**
တြိဂံတစ်ခု အတွင်းထောင့်သုံးခုပေါင်းသည် ထောင့်မှန်နှစ်ခုနှင့်တူညီသည်။

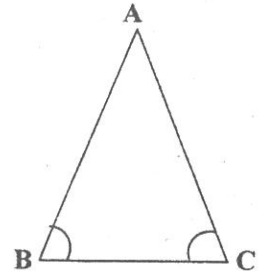


ပုံ (3.13)

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

(2) နှစ်နားညီအခြေခံထောင့်များသီအိုရမ်
(BAIT-Base Angles of Isosceles Theorem)

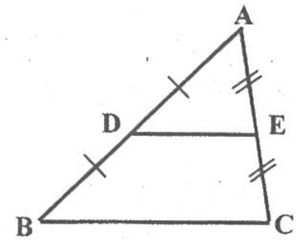
နှစ်နားညီ တြိဂံတစ်ခုတွင် အခြေခံထောင့်နှစ်ခု ထပ်တူညီကြသည်။



ပုံ (3.14)

(3) အလယ်မှတ်ဆက်မျဉ်း သီအိုရမ်
(MLT-Midline Theorem)

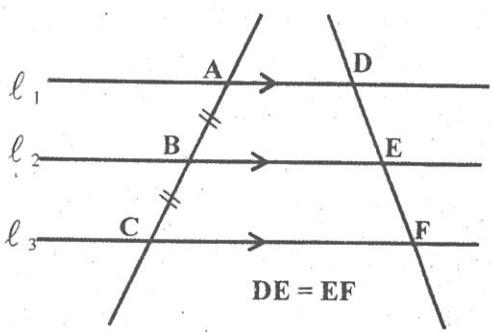
တြိဂံတစ်ခုတွင်အနားနှစ်ခု၏ အလယ်မှတ်နှစ်ခုကို ဆက်သွယ်သောမျဉ်းသည် ကျန်အနားနှင့်ပြိုင်၍ထိုအနား၏ထက်ဝက်နှင့်အလျား တူသည်။



ပုံ (3.15)

(4) မျဉ်းပြိုင်မျဉ်းပိုင်း သီအိုရမ်
(EIT-Equal Intercept Theorem)

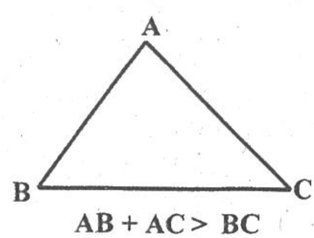
မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းကဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုကို တူညီစွာ ပိုင်းဖြတ် လျှင်အခြားမည်သည့်ဖြတ်မျဉ်းကိုမဆိုထိုမျဉ်းပြိုင်များကတူညီစွာပိုင်းဖြတ်မည်။



ပုံ (3.16)

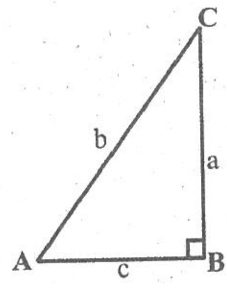
(5) တြိဂံ မညီချက်
(Triangle Inequality)

မည်သည့်တြိဂံတွင်မဆို အနားနှစ်ခုတို့၏ အလျားများ ပေါင်းခြင်းသည် ကျန်အနား၏ အလျားထက် ကြီး၏။



ပုံ (3.17)

(6) ပိုက်သာဂိုရသီအိုရမ်
(Pythagora's Theorem)

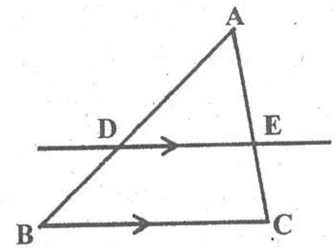


ပုံ (3.18)

ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်မှန်ခံ အနားအလျား၏ နှစ်ထပ်ကိန်းသည်ကျန်အနား နှစ်ခု၏ အလျားနှစ်ထပ်ကိန်းများ ပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီသည်။

$b^2 = a^2 + c^2$ ဖြစ်သည်။

(7) အချိုးတူသီအိုရမ် **(BPT-Basic Proportionality Theorem)**



ပုံ (3.19)

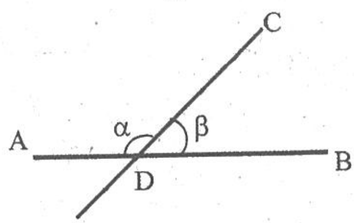
တြိဂံတစ်ခု၏ အနားတစ်ခုနှင့်အပြိုင်ဆွဲသော မျဉ်းသည် ကျန်အနားနှစ်ဘက်ကို အချိုးတူ ပိုင်းဖြတ်သည်။

$DE \parallel BC$ ဖြစ်လျှင်

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$$

တစ်ဖန် အထူးစတုဂံများဖြစ်ကြသော အနားပြိုင်စတုဂံ၊ ထောင့်မှန်စတုဂံ၊ စတုရန်း၊ ရွှမ်းဗတ်၊ တြာပီဇီယမ်၊ စွန်ပုံ စသည်တို့၏ ဂုဏ်သတ္တိများ၊ ဧရိယာပုံသေနည်းများကိုလည်း သင်ကြားပြီး ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (3.4)



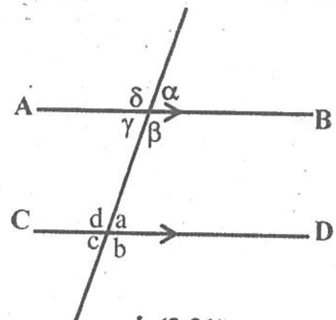
ပုံ (3.20)

1. ဖော်ပြပါပုံတွင် ADB နှင့် CD တို့သည် မျဉ်းဖြောင့်များ ဖြစ်ကြသည်။ အောက်ပါ ကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပါ။
 (a) $\alpha + \beta = (\ldots\ldots\ldots)$ ဒီဂရီ
 (b) ထောင့် α ကို ထောင့် β ၏ (- - -) ဖြည့်ဖက်ဟုခေါ်သည်။

2. မျဉ်းပြိုင် AB နှင့် CD တို့ကို မျဉ်းတစ်ကြောင်းကပုံပါ**အတိုင်း** ဖြတ်လျှင်

(a) **မည်သည့်ထောင့်များသည်** ဆီလျော်ထောင့်များ ဖြစ်ကြသနည်း။

(b) **မည်သည့်ထောင့်များသည်** သမသတ်ထောင့်များ ဖြစ်ကြသနည်း။



ပုံ (3.21)

(c) မည်သည့်ထောင့်များသည် အတွင်းထောင့်များဖြစ်ကြပြီး မည်သည့်ထောင့်များ သည် အပြင်ထောင့်များ ဖြစ်ကြသနည်း။။

(d) ထောင့်တူများကိုဖော်ပြ၍ မည်သည့်အချက်ဖြင့် ဆုံးဖြတ်သည်ကို ဖော်ပြပါ။ ဥပမာ - $\alpha = a$ (ဆီလျော် $\angle$ များ)

(e) ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်များကို ဖော်ပြပါ ။

3. အောက်ပါကွက်လပ်များကိုဖြည့်ပါ။

(a) **အမှတ်တစ်ခု၌ဆုံသောထောင့်များ၏ ပမာဏများ အားလုံးပေါင်းသည်** ထောင့်မှန် (… … …) ခုနှင့် **တူညီသည်**။

(b) ပေးထားသော အမှတ်တစ်ခုကို ဖြတ်၍ ထိုအမှတ်ကို ဖြတ်မသွားသော မျဉ်းတစ်ကြောင်းနှင့် အပြိုင်မျဉ်း (… … …) **သာဆွဲနိုင်၏**။

(c) တစ်ခုကိုတစ်ခုမဖြတ်သော မျဉ်းနှစ်ကြောင်းကို (… … …) သည် ဟု သတ်မှတ်သည်။

(d) မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားနှစ်စုံပြိုင်နေသော စတုဂံကို(… … …) စတုဂံဟု ခေါ်သည်။

(e) ရွမ်းဗတ်ပုံဆိုသည်မှာ အနား (… … …) **တူညီနေသော** စတုဂံတစ်ခု ဖြစ်သည်။

(f) အမှတ်တစ်ခုမှ **မျဉ်းဖြောင့်**တစ်ကြောင်းပေါ်သို့ ဆွဲနိုင်သော မျဉ်းများအနက် (… … …)မျဉ်းသည် **အတိုဆုံး**ဖြစ်၏။

(g) တြိဂံတစ်ခုတွင် **အနားနှစ်ခု၏** အလျားများပေါင်းခြင်းသည် ကျန်**အနား၏** အလျားထက် (… … …) ၏။

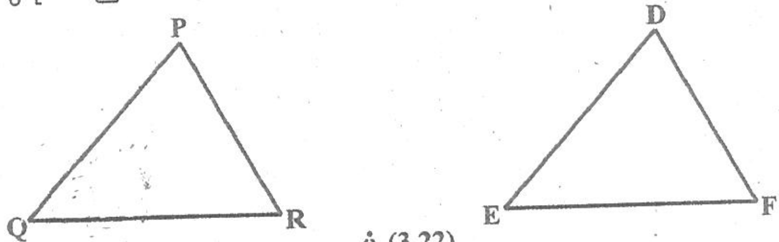
4. အောက်ပါအဆိုများကို မှား၊ မှန် ခွဲခြားပေးပါ။

(a) မျဉ်းနှစ်ကြောင်း အမှတ်တစ်ခု၌ဖြတ်ကြလျှင် ဖြစ်ပေါ်လာသော မျက်နှာချင်း ဆိုင်ထောင့်များ ထပ်တူညီ၏။

(b) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ခုတို့၏ အလျားများတူညီသော စတုဂံသည် ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်သည်။

(c) နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခု၏အခြေခံထောင့်များသည်ထောင့်ကျဉ်းများသာဖြစ်သည်။

(d) ပြင်ပမှတ်တစ်ခုမှ မျဉ်းတစ်ကြောင်းပေါ်သို့ ထောင့်မတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်းဆွဲနိုင်သည်။



ပုံ (3.22)

5. ပုံ(3.22)တွင် $\Delta PQR \cong \Delta DEF$ ဖြစ်သည်ဟုပေးထားလျှင် အောက်ပါ ကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပါ။

(a) $\angle P =$ … … …

(b) $\angle Q =$ … … …

(c) … … … $= \angle F$

(d) $PQ =$ … … …

(e) … … … $= DF$

6. ဂျီသြမေတြီ ညဏ်စမ်းပုစ္ဆာတစ်ပုဒ်တွင် ထောင့်များနှင့်သက်ဆိုင်သော အဖြေများကိုမေးလာလျှင်မည်သည့်သီအိုရမ်များ၊မည်သည့်သတ်မှတ်ချက်များသည်အထောက်အကူပြုနိုင်သနည်း။

7. အလျားနှစ်ခုတူညီကြောင်း သက်သေပြခိုင်းသော ညဏ်စမ်းပုစ္ဆာတစ်ပုဒ်ကိုဖြေရှင်းရန် မည်သည့် အချက်အလက်များသည် အထောက်အကူ ပြုမည်နည်း။

8. အောက်ပါဇယားတွင် အနားပြိုင်စတုဂံ၊ ထောင့်မှန်စတုဂံ၊ ရွှမ်းဗတ်၊ စတုရန်းတို့၏ သက်ဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိများကို မှန်ကန်စွာ ဖြည့်စွက်ပေးပါ။
(နမူနာတစ်ခုပြထားသည်)

	ဂုဏ်သတ္တိများ	အနားပြိုင် စတုဂံ	ထောင့်မှန် စတုဂံ	ရွမ်းဗတ်	စတုရန်း
(i)	ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းသည်ဧရိယာကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။				
(ii)	မျက်နှာချင်းဆိုင် အနားများ ပြိုင်သည်။				
(iii)	မျက်နှာချင်းဆိုင် အနားများ တူညီသည်။				
(iv)	မျက်နှာချင်းဆိုင် ထောင့်များ တူညီသည်။				
	ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။				
(vi)	ထောင့်အားလုံးထောင့်မှန်ဖြစ်သည်။	×	✓	×	✓
(vii)	ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများတူညီသည်။				
(viii)	ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ ထောင့်မှန်ကျ နေသည်။				
(ix)	ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများသည် မျက်နှာချင်းဆိုင် ထောင့်များကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။				
(x)	အနားအားလုံးတူညီသည်။				

9. တြိဂံနှစ်ခုကို ထပ်တူညီကြောင်းပြရန် အောက်ပါမှန်ကန်ချက် (4)ခု ရှိကြောင်း သိခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။

(a) နှစ်နားကြားထောင့်ညီ မှန်ကန်ချက် (အတိုကောက် အင်္ဂလိပ်အက္ခရာဖြင့် SAS မှန်ကန်ချက်ဟု မှတ်ပါ။)

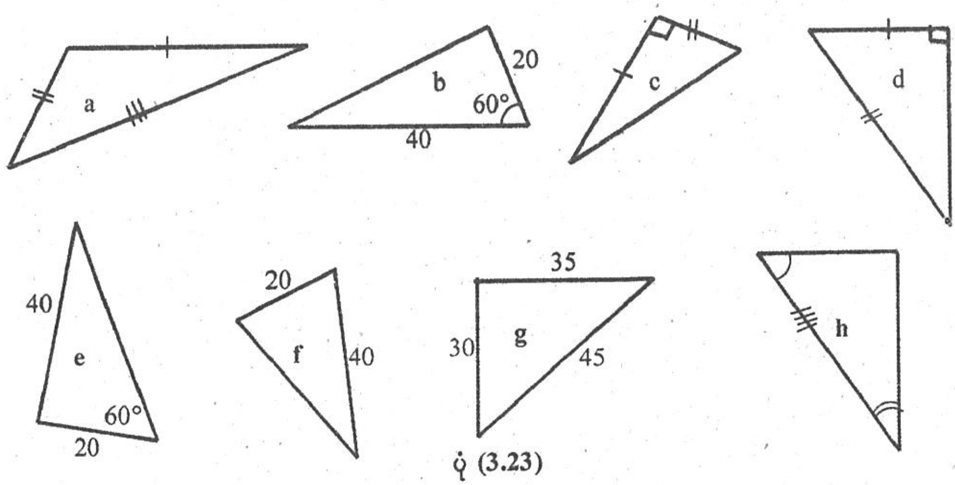
(b) နှစ်ထောင့်နှင့် လိုက်ဖက်**အနားတစ်ခုညီ** မှန်ကန်ချက် (AAS သို့ ASA မှန်ကန်ချက်ဟု မှတ်ပါ။)

(c) အနားသုံးဘက်ညီ မှန်ကန်ချက် (SSS မှန်ကန်ချက်ဟု မှတ်ပါ။)

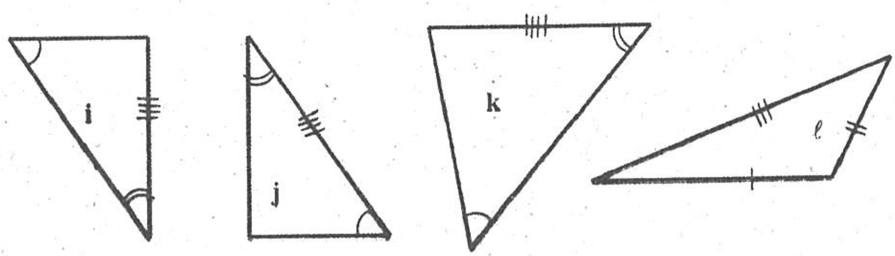
(d) ထောင့်မှန်ခံအနားနှင့်အခြားအနားတစ်ဖက်ညီမှန်ကန်ချက်(RHLဟုမှတ်ပါ။)

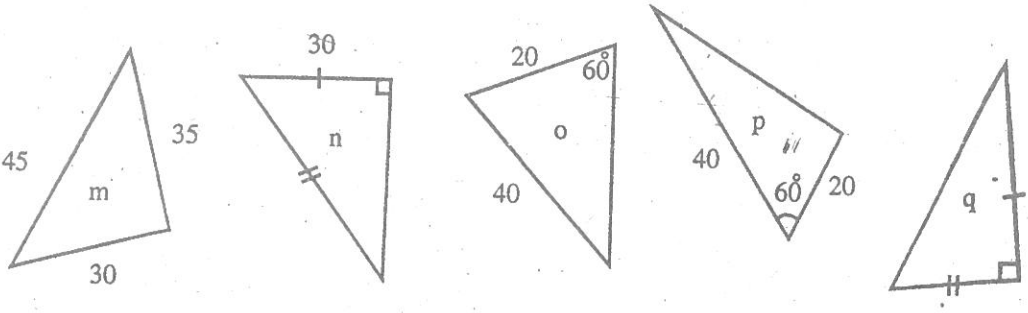
ဤတွင် S = Side (အနား)
A = Angle (ထောင့်)
R = Right Angle (ထောင့်မှန်)
H = Hypotenuse (ထောင့်မှန်ခံအနား)
L = Leg (ထောင့်မှန်ဆောင် အနားတစ်ဖက်)

အောက်ပါပုံများမှ ထပ်တူညီတြိဂံများကို ရွေးထုတ်ပြီး မည်သည့်မှန်ကန်ချက်အရ ထပ်တူညီသည်ကို ပူးတွဲဖော်ပြပေးပါ။ (ပုံများသည် စကေးကိုက် ဆွဲထားခြင်း မဟုတ်ဘဲ တူညီသောအနားများနှင့်ထောင့်များကိုသာအမှတ်အသားပြုလုပ်ထားသည်ကိုသတိပြုပါ။)



ပုံ (3.23)





ပုံ (3.23)

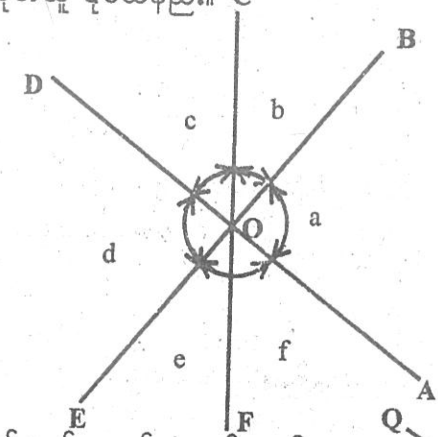
10. ဂျီသြမေတြီပညာရပ်ကိုသင်ကြားခြင်း၏အဓိကမျှော်မှန်းချက်မှာထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်းကို နားလည်သဘောပေါက်စေရန်နှင့် အသုံးချတတ်စေရန်ပင် ဖြစ်သည်။

(a) ဖော်ပြပါပုံတွင်

(1) အကယ်၍ b = e, c = f နှင့် COFသည်မျဉ်းဖြောင့်ဖြစ်လျှင် မည်သည့်အဖြေများကိုရရှိမည်နည်း။

(2) အကယ်၍ a = d, b = e နှင့် c = f ဖြစ်လျှင်မည်သည့်အဖြေများကို ရရှိမည်နည်း။

(3) အကယ်၍ a + b + c = d + e + f ဖြစ်လျှင်မည်သည့် အဖြေကို ထုတ်ယူ နိုင်သနည်း။

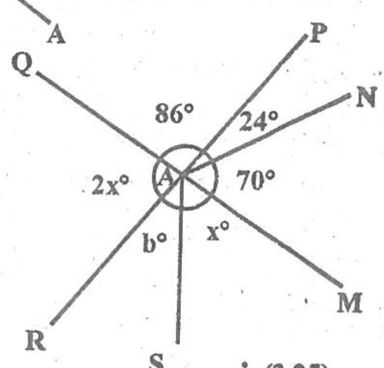


ပုံ (3.24)

(b) ဖော်ပြပါပုံတွင်

(1) မည်သည့်အမှတ်သုံးခုတို့ သည် မျဉ်းတစ်ပြေးတည်းကျနေသနည်း။

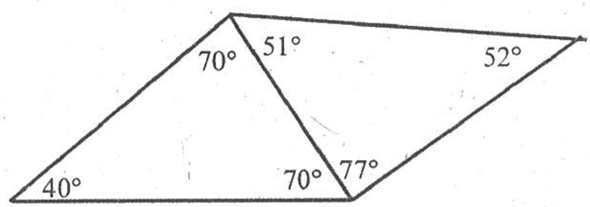
(2) R,A,N တို့သည် မျဉ်းတစ်ပြေး တည်း ကျနေလျှင် b ကိုရှာပါ။



ပုံ (3.25)

(3) အကယ်၍ b = 2x + 5 ဖြစ်နေလျှင်မည်သည့် အမှတ်သုံးခုသည် မျဉ်း တစ်ပြေးတည်း ကျသနည်း။

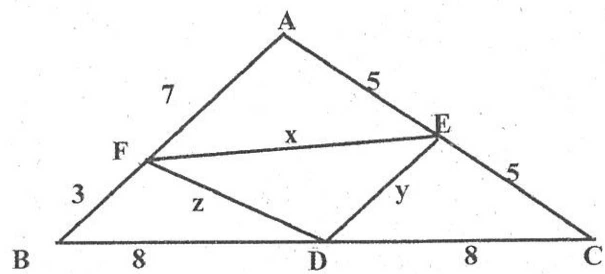
(c)



ပုံ (3.26)

ပုံပါပေးထားချက်များအရ မည်သည့်အနားသည် အတိုဆုံးဖြစ်သနည်း။ မည်သည့် သီအိုရမ်ကို အသုံးပြုသနည်း။

(d)



ပုံ (3.27)

ပုံပါပေးထားချက်များအရ x,y,z တို့အနက် မည်သည့်အကွာရာ၏ တန်ဖိုးကို ဂျီဩမေတြီနည်းဖြင့် ရှာနိုင်သနည်း။ ထိုတန်ဖိုးကို ရှာပေးပါ။

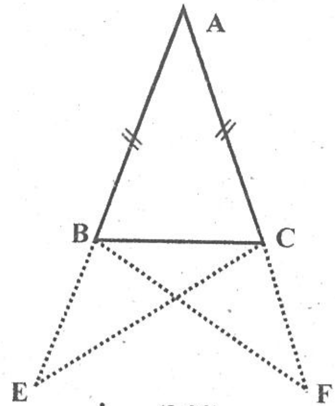
∆ABC သည် မည်သည့်တြိဂံမျိုး ဖြစ်သနည်း။

AD ၏ အလျားကို ရှာနိုင်က ရှာပေးပါ။

ထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်းတွင် အဖြေတစ်ခုကို ရေးချတိုင်း မည်သည့် သီအိုရမ်၊ အဓိပ္ပာယ် သတ်မှတ်ချက်၊ မှန်ကန်ချက်တို့အရဟူ၍ အကြောင်းပြချက် ခိုင်လုံစွာ ဖော်ပြပေးရသည်။

11. အောက်ပါသက်သေပြချက်များတွင် အကြောင်းပြချက်များကို ဖြည့်စွက်ပေးပါ။

(a)



ပုံ (3.28)

ပေးထားချက် ။ ။ ΔABC တွင် $AB = BC$

သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle C = \angle B$

သက်သေပြချက် ။ ။ AB နှင့် AC တို့ကို E နှင့် F တို့သို့ $AE = AF$ ဖြစ်အောင်ဆက်ဆွဲပါ။

$\Delta AEC \cong \Delta AFB$ (… … … … … …)

$\angle AEC = \angle AFB$ နှင့် $EC = FB$

ထိုအခါ $\Delta EBC \cong \Delta FCB$ (… … … … … …)

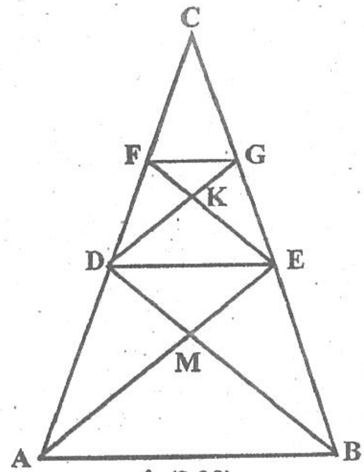
$\angle EBC = \angle FCB$

$\angle ABC = \angle ACB$ (… … … … … …)

(ဤနှစ်နားညီသီအိုရမ်၏ သက်သေပြချက်သည် ဆရာကြီးယူကလစ်၏ မူရင်းသက်သေပြချက်ဖြစ်သည်။ထိုခေတ်ထိုအခါကကျောင်းသားကျောင်းသူများသည်ဤသက်သေပြချက်ကို နားလည်သဘောပေါက်အောင် မနည်းကြိုးစားရသဖြင့် သီအိုရမ်ကို Pons Asionorun (The Bridge of Assess or Fools) ဟု အမည်တွင်ခဲ့လေသည်။

ထိုပုံသည် သွားလာရန်ခက်ခဲသော နေရာနှစ်ခုကို ဆက်သွယ် ဆောက်လုပ်ထားသော တံတားတစ်ခုနှင့် တူညီနေသဖြင့် ဉာဏ်ထိုင်းသော ကျောင်းသားများ ထိုတံတားကို ဖြတ်ကျော် မသွားနိုင်ကြဟု ဆိုလိုရင်း ဖြစ်ပေသည်။)

(b)



ပုံ (3.29)

ပေးထားချက် ။ ။ (1) CA = CB

(2) ΔCFG သည် နှစ်နားညီ

(3) D နှင့် E တို့သည် AC, BC တို့၏ အလယ်မှတ်များ

သက်သေပြရန် ။ ။ (i) DK = EK

(ii) ΔAMB သည်နှစ်နားညီ

သက်သေပြချက် ။ ။ (i) $\Delta CDG \cong \Delta CEF$ (... ... ...)

$\angle CDG$ = ----------

တစ်ဖန် $\angle CDE = \angle CED$ (CD = ...)

$\angle CDE - \angle CDG$ = ----------

$\angle GDE = \angle FED$

DK = EK

(ii) $\Delta CEA \cong \Delta CDB$ (... ... ...)

$\angle CAE = \angle CBD$

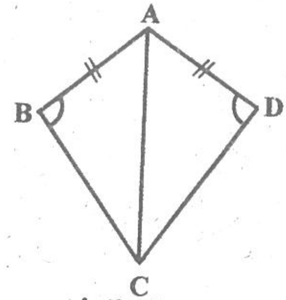
တစ်ဖန် $\angle CAB = \angle CBA$

နုတ်ခြင်းဖြင့် $\angle EAB = \angle DBA$

ΔAMB သည်နှစ်နားညီ ဖြစ်၏။

12. ထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်းတွင် အဓိကသတိပြုရမည့်အချက်မှာ မိမိကောက်ချက်ချသော အဖြေတိုင်းသည် မှန်ကန်ချက်တစ်ခုခု၊ သီအိုရမ် (သို့)ကော်ရော်လာရီ တစ်ခုခုနှင့် ကိုက်ညီရမည်ဖြစ်သည်။ သက်သေ မပြရသေးသော ဆင်တူယိုးမှား အဖြေများကို

အသုံးမပြုနိုင်ချေ။ အောက်ပါသက်သေပြချက်များသည် မှားနေသည်။ မည်သည့်နေရာများ၌မှားနေကြောင်း ထောက်ပြပါ။



ပုံ (3.30)

(a)

ပေးထားချက် ။ ။ စတုဂံ ABCD တွင်

(1) $AB = AD$ (2) $\angle B = \angle D$

သက်သေပြရန် ။ ။ $BC = DC$

သက်သေပြချက် ။ ။ AC ကို ဆက်သွယ်ပါ။

ΔABC နှင့် ΔADC တို့တွင်

$AB = AD$ (ပေးချက်)

$AC = AC$ (ဘုံအနား)

$\angle B = \angle D$ (ပေးချက်)

$\Delta ABC \cong \Delta ADC$

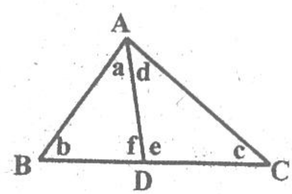
$BC = DC$

(b)

ပေးထားချက် ။ ။ ΔABC

သက်သေပြရန် ။ ။ အတွင်းထောင့်သုံးခုပေါင်း $= 180^\circ$

သက်သေပြချက် ။ ။ BC ပေါ်တွင် D အမှတ်ကိုယူ၍ A နှင့် ဆက်သွယ်ပါ။



ပုံ (3.31)

$a + b + f = x$

$c + d + e = x$ ဟု ထားပါ။

$a + b + c + d + e + f = 2x$ (1)

တစ်ဖန် ΔABC မှ $a + b + c + d = x$ (2)

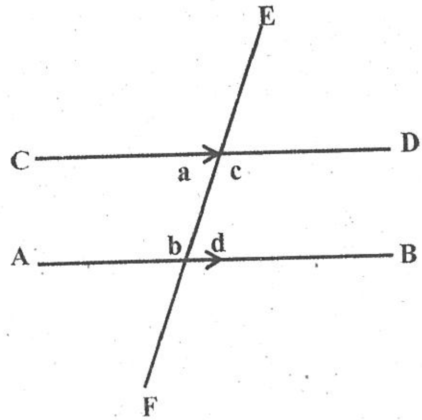
ညီမျှခြင်း (1)မှ ညီမျှခြင်း (2) ကိုနုတ်သော်

$e + f = x$

သို့ရာတွင်　$e + f = 180°$ (ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်များ)

$\therefore\ x = 180°$

$\therefore\ a + b + c + d = 180°$



ပုံ　(3.32)

(c)　ပေးထားချက်　။　။ AB // CD တွင် EF သည် ဖြတ်မျဉ်း

သက်သေပြရန်　။　။ $a + b = 180°$ (သို့) $c + d = 180°$

သက်သေပြချက် ။　။ မျဉ်းပြိုင်တစ်စုံ အတွင်းရှိ ထောင့်နှစ်ခု ပေါင်းလဒ်သည် အောက်ပါဖြစ်ရပ် သုံးခုအနက် တစ်ခုခုဖြစ်နိုင်သည်။

(1)　ပေါင်းလဒ်သည် 180° ထက်ကြီးသည်။

(2)　ပေါင်းလဒ်သည် 180° အောက် ငယ်သည်။

(3)　ပေါင်းလဒ်သည် 180° နှင့်တူညီသည်။

(1)　ဖြစ်ခဲ့လျှင် $a + b > 180°$, $c + d > 180°$

$a + b + c + d > 360°$

သို့ရာတွင် $a + c = 180°$, $b + d = 180°$ ဖြစ်၍ (1) သည်မဖြစ်နိုင်။

သို့ဖြစ်၍ ဖြစ်ရပ် (1) သည် မဖြစ်နိုင်။

(2)　ဖြစ်ခဲ့လျှင်လည်း $a + b + c + d < 360°$ ဖြစ်မည်။

သို့ဖြစ်၍ ဖြစ်ရပ် (2) သည်လည်း မဖြစ်နိုင်။

ထို့ကြောင့် ဖြစ်ရပ် (3) သာဖြစ်ရမည်။

$a + b = 180°$ (သို့) $c + d = 180°$

3.4 ဂျီသြမေတြီပြဿနာများကို ဖြေရှင်းခြင်း

အခြေခံပညာအလယ်တန်းဆင့်တွင်ဂျီသြမေတြီပညာရပ်၌အောက်ပါပြဿနာသုံးမျိုးကို ဖြေရှင်းခဲ့ကြရသည်။

(1) ဂဏာန်းတန်ဖိုးများကို တွက်ချက်၍ ရှာပေးရသော ပုစ္ဆာများ ၊

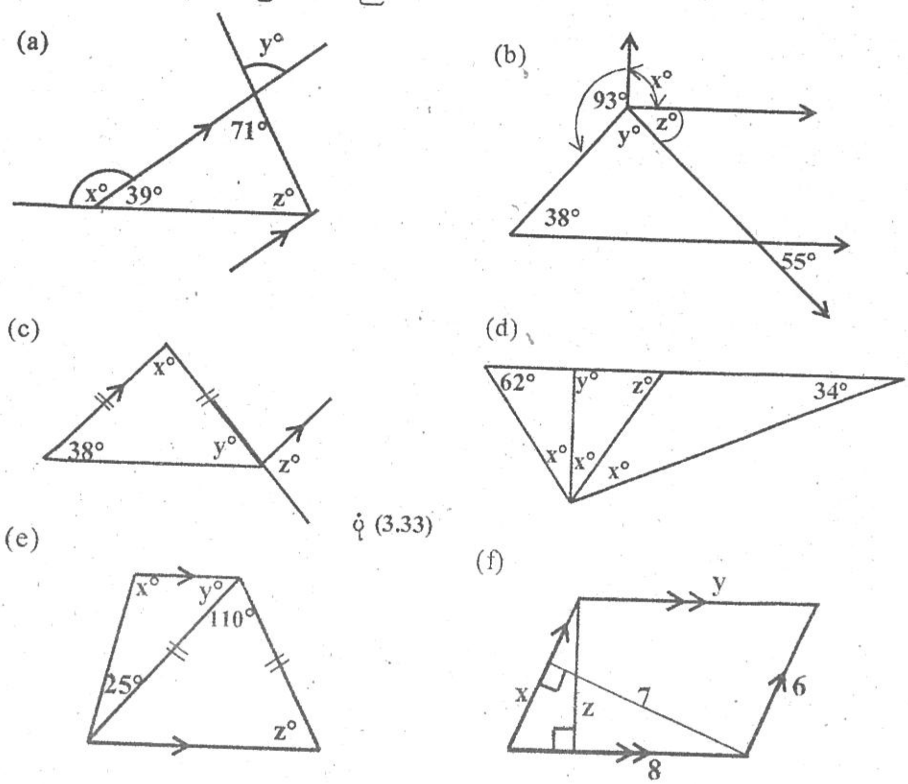
(2) အဖြေတစ်ခုခုကို ကျိုးကြောင်းဆက်စပ်၍ သီအိုရမ် အကိုးအကားတို့ဖြင့် သက်သေပြပေးရသော ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ ၊

(3) ပေးထားချက်များနှင့်ပြည့်စုံသောပုံများကိုဆောက်လုပ်ပေးရသောဆောက်လုပ်ချက်ပုစ္ဆာများ။

ဂဏာန်းတန်ဖိုးများကိုတွက်ချက်၍ ရှာပေးရသော ပုစ္ဆာများသည် ဂျီသြမေတြီဆိုင်ရာ မှန်ကန်ချက်များ ၊ အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်များနှင့် သက်ဆိုင်ရာဂုဏ်သတ္တိများကို တတ်သိပိုင်နိုင် ကျွမ်းကျင်စေရန်နှင့် တစ်ဆင့်မြင့်သော ဂျီသြမေတြီဆိုင်ရာ ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများကို ဖြေရှင်းရာတွင် အထောက်အကူပြုစေရန် ရည်ရွယ်ခြင်းဖြစ်သည်။

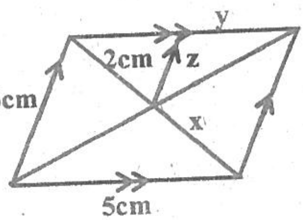
လေ့ကျင့်ခန်း (3.5)

1. အောက်ပါပုံများမှ x , y , z တို့၏ တန်ဖိုးများကို ရှာပေးပါ။ ပေးထားချက်များကို ပုံတွင် အပြည့်အစုံ ဖော်ပြထားသည်။

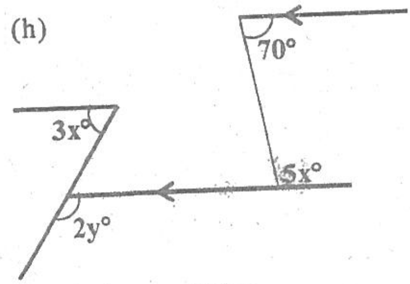


ပုံ (3.33)

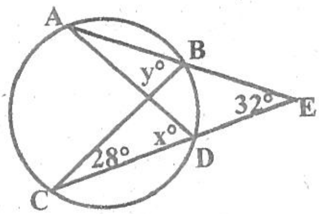
(g)



(h)



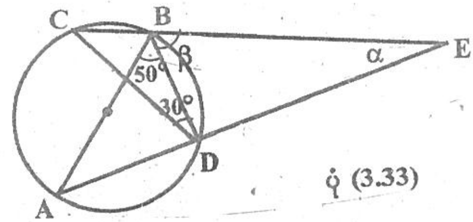
(i)



(j)

O သည်စက်ဝိုင်း၏ဗဟိုဖြစ်သည်။

(k)

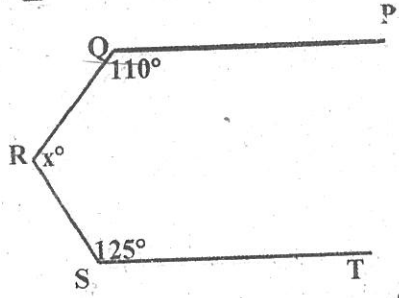


ပုံ (3.33)

AB သည်အချင်းဖြစ်လျှင် α , β ,တို့ကိုရှာပါ။

2. ဂျီသြမေတြီပုစ္ဆာများတွင် တစ်ခါတစ်ရံ ပေးထားချက်များကိုချည်း အားကိုး၍ လိုရင်းအဖြေများကိုမရနိုင်။ထိုအခါမျိုးတွင်“အကူမျဉ်း”(AuxiliaryLines) များလိုအပ်သည်။ သင့်တော်သော အကူမျဉ်းများကို ဖြည့်စွက်ပေးလိုက်လျှင် လိုရင်းအဖြေကို တွက်ယူလာနိုင်မည်ဖြစ်သည်။

(a)



ပုံ (3.34)

ဖော်ပြပါပုံတွင် QP // ST ဖြစ်၏။

(1) QR နှင့် TS တို့ကို ဆက်ဆွဲ၍ သော်လည်းကောင်း ၊

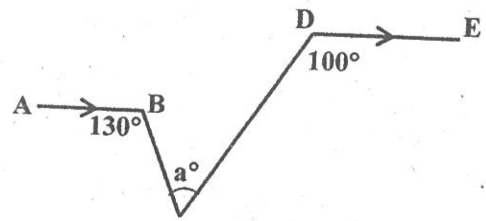
(2) SR နှင့် PQ တို့ကို ဆက်ဆွဲ၍ သော်လည်းကောင်း ၊

(3) R မှ မျဉ်းပြိုင်တစ်ကြောင်းဆွဲ၍ သော်လည်းကောင်း ၊

(4) QS ကို ဆက်ဆွဲ၍ သော်လည်းကောင်း x ၏တန်ဖိုး ရှာပေးပါ။

(5) အခြား မည်သည့်အကူမျဉ်းဖြင့် ရှာနိုင်သေးသနည်း။

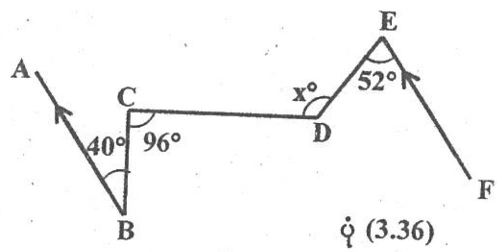
(b)



ပုံ (3.35)

သင့်တော်သော ဖြည့်စွက်ချက်ဖြင့် a ကို ရှာပါ။ BA // DE ဖြစ်သည်။

(c)

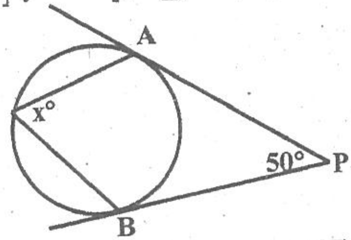


ပုံ (3.36)

ပုံပါပေးချက်များအရ x ကို ရှာပါ။

BA // EF ဖြစ်သည်။

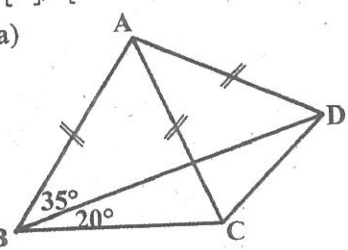
(d) PA နှင့် PB တို့သည် တန်းဂျင့်မျဉ်းများ ဖြစ်ကြသည်။ x ကို ရှာပါ။



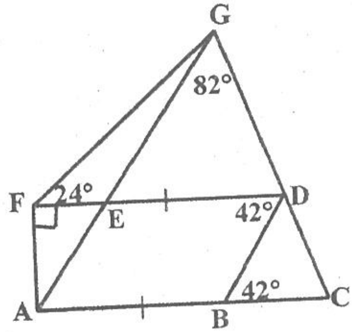
ပုံ (3.37)

3. အောက်ပါပုံများမှ ပေးထားချက်များကို အသုံးပြု၍ ကျန်ရှိနေသေးသော ထောင့်များကို ရှာနိုင်သလောက် ရှာပေးပါ။

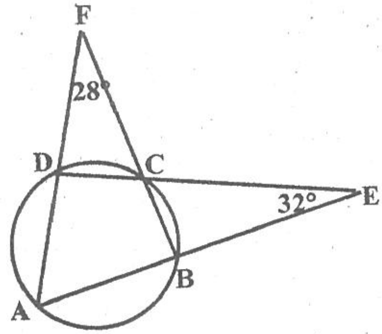
(a)



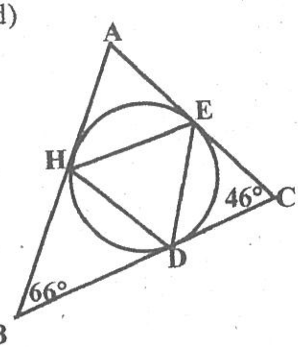
(b)



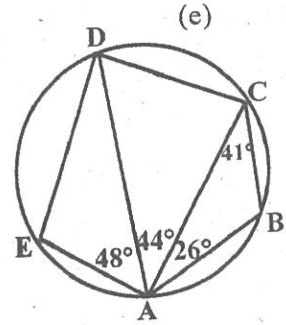
(c)



(d)

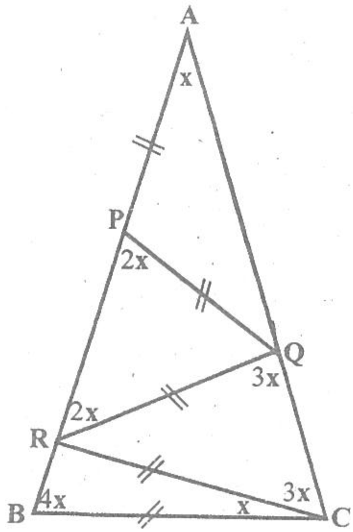


(e)



ပုံ (3.38)

4. ထောင့်များကိုရှာခိုင်းသော ပုစ္ဆာများတွင် အက္ခရာအစားထိုး၍ တွက်လျှင်လွယ်ကူစေသော ပုစ္ဆာများကို တွေ့ရတတ်သည်။

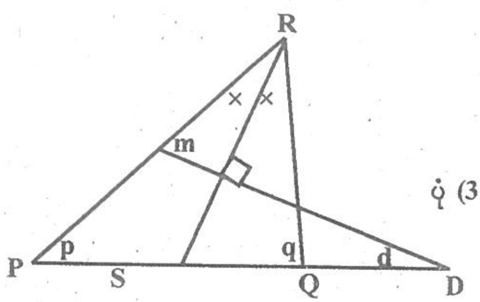


ပုံ (3.39)

ΔABC တွင် $AB = AC$ ဖြစ်၍
$AP = PQ = QR = RC = BC$ ဖြစ်လျှင်
$\angle A$ ကို ရှာပါ။
$\angle A = x$ ဟုထားလိုက်လျှင်
$\angle PQA = x$
$\angle QRP = \angle QPR = 2x$
$\angle RCQ = \angle RQC = 3x$
$\angle CBR = \angle CRB = 4X$
$\angle BCR = x$ ဟူ၍ ရမည်။
$\therefore \Delta BRC$ မှ $4x + 4x + x =$ ... ...
$9x =$ ... ...
$x =$ ... ...

5. ဂျီဩမေတြီအသိကို စစ်ဆေးနိုင်သော ပုစ္ဆာတစ်မျိုးမှာ "မှားမှန် ရောထွေးအဖြေရှာပေး" ခိုင်းသော ပုစ္ဆာမျိုးဖြစ်သည်။

(a)



ပုံ (3.40)

ပုံပါပေးထားချက်များအရ အောက်ပါအဖြေများမှ အဖြေမှန်ကို ရွေးထုတ်ပေးပါ။

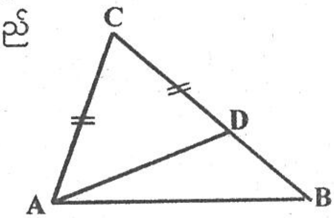
(1) $m = \frac{1}{2}(p - q)$

(2) $m = \frac{1}{2}(p + q)$

(3) $d = \frac{1}{2}(q + p)$

(4) $d = \frac{1}{2} m$

(b) ΔABC တွင် AC = CD ဖြစ်၍ $\angle CAB - \angle ABC = 30^\circ$ ဖြစ်လျှင် $\angle BAD$ ၏ တန်ဖိုးသည်



ပုံ (3.41)

(1) 30°

(2) 20°

(3) 10°

(4) 15° ဖြစ်၏။

(c) အဖြေမှန်ကိုရွေးပါ။

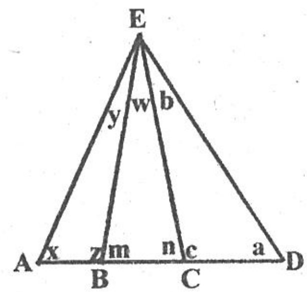
(1) $x + z = a + b$

(2) $y + z = a + b$

(3) $m + x = w + n$

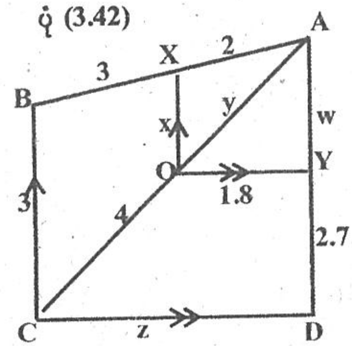
(4) $x + z + n = w + c + m$

(5) $x + y + n = a + b + m$



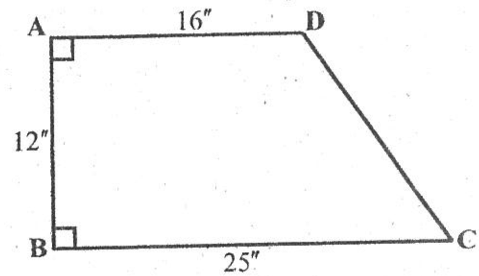
ပုံ (3.42)

6. ပေးထားသောပုံတွင် OX //CB,OY // CD ဖြစ်၏။ သဏ္ဍာန်တူတြိဂံနှစ်ခုကို ဖော်ပြပါ။ x , y , z , w တို့ကိုရှာပါ။ $\angle YOA$ နှင့် $\angle YAO$ တို့မည်သို့ ဆက်သွယ်နေသနည်း။



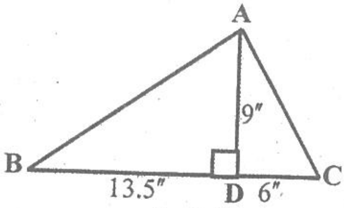
ပုံ (3.43)

7. ပေးထားသော ထြာပီဇီယမ် ပုံမှ BD နှင့် CA တို့ကိုရှာပါ။



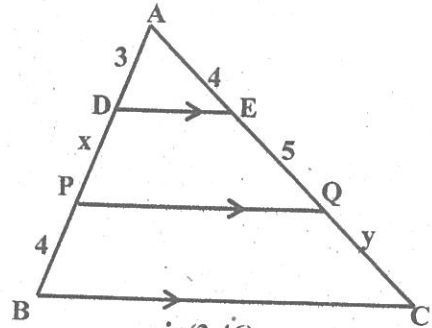
ပုံ (3.44)

8. ပုံပါပေးထားချက်များအရ $\angle BAC$ သည် ထောင့်မှန်တစ်ခုဖြစ်ပါသလား။



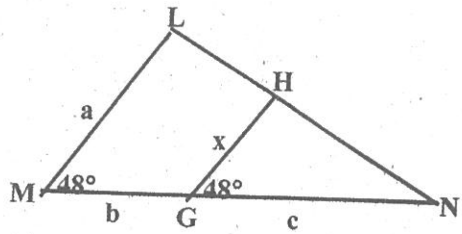
ပုံ (3.45)

9. ပုံတွင် DE // PQ // BC ဖြစ်သော် x , y တို့ကိုရှာပါ။



ပုံ (3.46)

10. ပေးထားသောပုံမှ x ကို a , b , c တို့ဖြင့် ရှာပေးပါ။



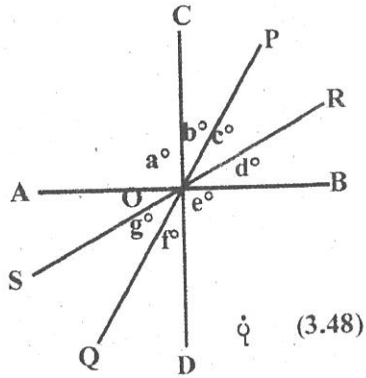
ပုံ (3.47)

3.5 သင်္ချာဘာသာတွင် ခြုံယူဆင်ခြင်နည်း (INDUCTIVE METHOD)နှင့် ထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်း(DEDUCTIVE METHOD)ဟူ၍ဆင်ခြင်နည်းနှစ်နည်းရှိရာ ထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်းသည် ပိုအရေးကြီးပေသည်။ဂျီသြမေတြီညဏ်စမ်းပုစ္ဆာများကို ဖြေရှင်းခြင်းဖြင့် ထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်းကို ကောင်းစွာနားလည်သဘောပေါက်နိုင်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (3.6)

1. ပေးချက် ။ ။ မျဉ်းဖြောင့် AB,CD,PQ,RS တို့ O အမှတ်ဖြတ်ကြပြီး $CD \perp AB$ ဖြစ်၏။

သက်သေပြရန် ။ ။ $b + g + d = a$



ပုံ (3.48)

အောက်ပါ သက်သေပြချက်တွင် လိုအပ်သည်တို့ကို ဖြည့်စွက်ပေးပါ။

သက်သေပြချက် ။ ။ $\angle COB = b + c + d$

$CD \perp AB$ ဖြစ်၍ $\angle COB = 90^\circ$

$b + c + d =$ ....

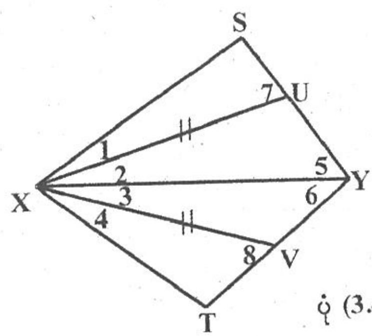
$a =$ ....

$a = b + c + d$

တစ်ဖန် $g =$ .... (ထိပ်ဆိုင် $\angle$ များ)

$b + g + d = a$

2.



ပုံ (3.49)

ပေးချက် ။ ။ (1) $XU = XV$

(2) $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$

ပြရန် ။ ။ $\angle 5 = \angle 6$

$\angle 7 = \angle 8$

ပြချက် ။ ။ ΔXUY နှင့် ΔXVY တို့တွင်

$XU =$ ....

$\angle 2 =$ ....

$XY =$ ဘုံအနား

$\Delta XUY \cong \Delta XVY$ (SAS)

$\angle 5 = \angle 6$

ထိုအခါ ΔXUY နှင့် ΔXVY တို့မှ အပြင်ထောင့်များကို စဉ်းစားသော်

$\angle 7 = \angle 2 +$ ....

$\angle 8 = \angle 6 +$ ....

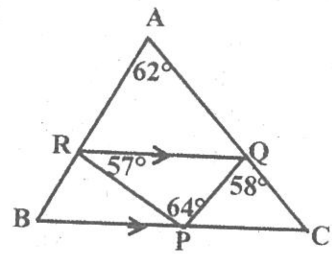
သို့ရာတွင် $\angle 2 +$ .... $= \angle 6 +$ ....

$\angle 7 = \angle 8$

3. ပုံပါပေးထားချက်များကို အသုံးပြု၍

(a) $AR > PR > QC$

(b) $BP > PQ$ ဖြစ်ကြောင်း သက်သေပြပါ။



ပုံ (3.50)

ပြချက် (a) ။ ။ ကွက်လပ်များကိုဖြည့်ပါ။

$\angle QPC = 180^\circ - ($ ...... $) = 59^\circ$

$\angle C = 180^\circ - ($ ...... $) = 63^\circ$

ထိုအခါ

$\angle AQR = \angle$ ...... $= 63^\circ$

$\angle ARQ =$ ......

$\angle AQR > \angle$ ......

$AR > RQ$

တစ်ဖန် $\angle RPQ >$ ......

.... $> PR$

တစ်ဖန် $\angle PQR > \angle PRQ$ ......

$PR >$ ....

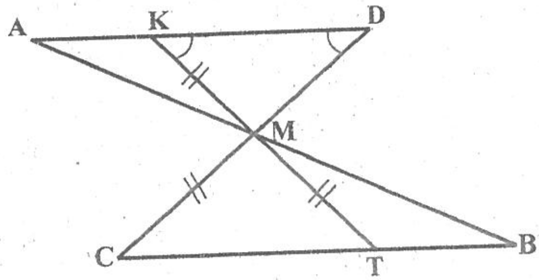
တစ်ဖန် $\angle$ ...... $> \angle$ ......

$PQ > QC$

$AR > RQ > PR > PQ > QC$

$AR > PR > QC$

(b) ကိုဆက်လက်၍သက်သေပြပါ။



ပုံ (3.51)

4. ပေးချက် ။ ။ (1) $\angle D = \angle DKM$

(2) KM = CM = MT

ပြရန် ။ ။ AD = BC

ပြချက် ။ ။ ပေးချက် (1) အရ

KM = …………

ထို့အခါ ΔKMD နှင့် ΔTMC တို့တွင်

………… = …………

………… = …………

………… $\cong$ …………

$\Delta KMD \cong \Delta TMC$ (SAS)

$\angle D = \angle C$

ΔDMA နှင့် ΔCMB တို့တွင်

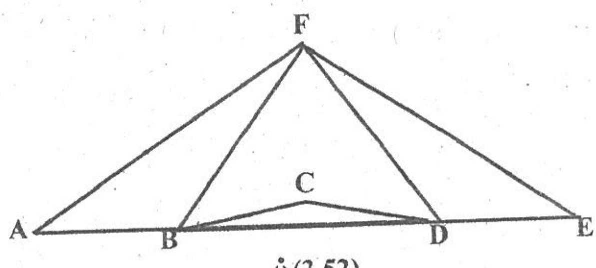
…………= …………

…………= …………

…………= …………

$\Delta DMA \cong \Delta CMB$ (ASA)

AD = BC



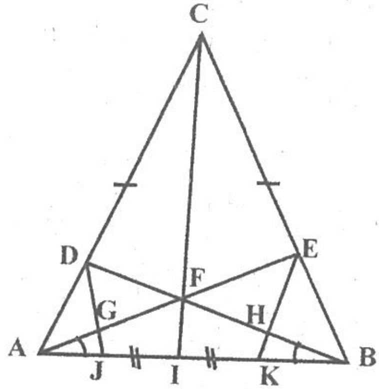
ပုံ (3.52)

5. ပေးချက် ။ ။ (1) AF = EF

(2) AC = EC

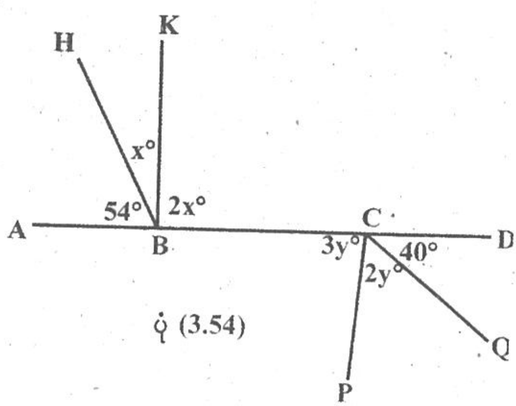
(3) $\angle AFB = \angle EFD$

ပြရန် ။ ။ ΔBDF သည်နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခု
(အရိပ်အမြွက်၊မည်သည့်အကူမျဉ်းကိုဆက်သွယ်ပေးခြင်းဖြင့် $\Delta ACF \cong \Delta EFC$ ကိုရမည်နည်း။)



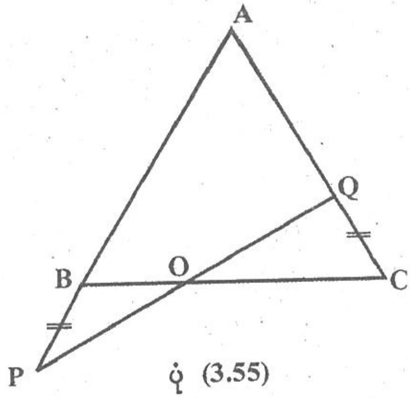
ပုံ (3.53)

6. ပေးချက် ။ ။ (1) $\angle BAE = \angle ABD$
(2) $AC = BC$
(3) $IJ = IK$
ပြရန် ။ ။ (a) $GJ = HK$
(b) $GF = HF$



ပုံ (3.54)

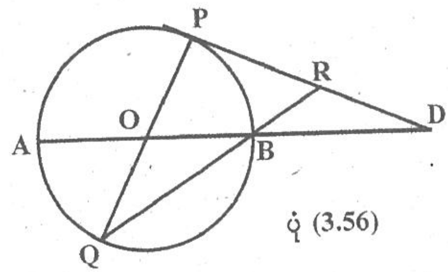
7. ပုံပါ ပေးထားချက်များအရ $BK // CP$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။



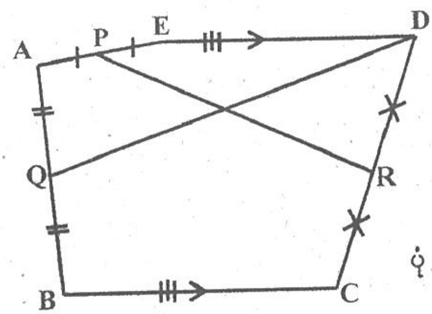
ပုံ (3.55)

8. ပေးချက် ။ ။ (1) ΔABC တွင် $AB = AC$ နှင့် (2) $BP = CQ$
$PO = OQ$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါဟု ဆိုလျှင်မည်သည့် အကူမျဉ်းကိုဖြည့်စွက်ပေးရ မည်နည်း။

9. ပေးချက် ။ ။ (1) O သည် စက်ဝိုင်း၏ဗဟို
(2) $AB = BD$
ပြရန် ။ ။ (a) $PR = RD$
(AP ကို ဆက်သွယ်ပါ။)



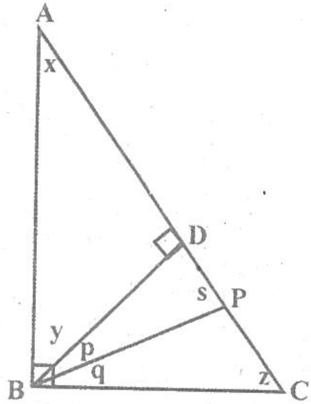
ပုံ (3.56)



ပုံ (3.57)

10. ပေးချက် ။ ။ (1) $ED = BC$ & $ED \parallel BC$
(2) P , Q , R တို့သည် AE , AB , CD တို့၏ အလယ်မှတ်များ
ပြရန် ။ ။ QD နှင့် PR တို့ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ကြောင်း။

11. ဂျီသြမေတြီ ဥာဏ်စမ်းများတွင် အကူမျဉ်းများ လိုအပ်သကဲ့သို့ အချို့သော ပုစ္ဆာများ တွင် "အကူအကၡရာ"များလည်းလိုအပ်သည်။ ထို့အတူအကၡရာများဖြင့် လိုရင်းအဖြေ ကို ပိုမိုလွယ်ကူစွာ ဖြေရှင်းယူနိုင်သည်ကို တွေ့နိုင်သည်။



ပုံ (3.58)

(a) ပေးချက် ။ ။ (1) ΔABC တွင် $\angle B = 90^\circ$

(2) $BD \perp AC$

(3) $AB = AP$

ပြရန် ။ ။ BP သည် $\angle DBC$ ကို ထက်ဝက်ပိုင်းကြောင်း

ပြချက် ။ ။ ထောင့်များကို ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်း ယူပါ။

$q + z = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$p + y = \ldots\ldots\ldots\ldots$ ($AP = AB$)

$p + y = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (1)

တစ်ဖန် $y + x = 90^\circ$ $x + \ldots\ldots\ldots = 90^\circ$

$z = y$

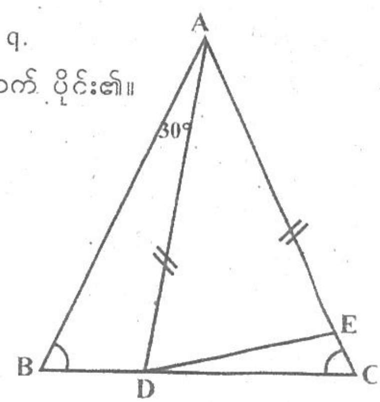
(1)တွင်အစားသွင်းသော် $p = q$.

BP သည် $\angle DBC$ ကို ထက်ဝက် ပိုင်း၏။

(b) ΔABC တွင် $AB = AC$ ဖြစ်၍

$\angle BAD = 30^\circ$, $AD = AE$ ဖြစ်နေလျှင်

$\angle EDC = \frac{1}{2}\angle BAD$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။



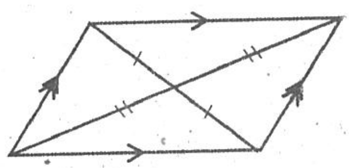
ပုံ (3.59)

(အရိပ်အမြွက် $\angle DAE = x$, $\angle EDC = y$ ဟုထား၍ $\angle DEA$ နှင့် $\angle BCA$ တို့ကို x ဖြင့်ပြ၍ တွက်ပါ။ x ကျေသွားလိမ့်မည်။)

3.6 လိုအပ်သော သတ်မှတ်ချက်နှင့် လုံလောက်သော သတ်မှတ်ချက်များ (NECESSARY AND SUFFICIENT CONDITIONS)

ရွှမ်းဗတ်ပုံတစ်ခုကိုဆွဲလျှင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းနေလိမ့်မည်။ဤသည်မှာ ရွှမ်းဗတ်ပုံ၏ဂုဏ်သတ္တိတစ်ခုဖြစ်သည်။အကယ်၍ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်မနေလျှင် ထိုပုံသည် ရွှမ်းဗတ်ပုံ မဟုတ်တော့ပေ။ ထိုထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ခြင်းဂုဏ်သတ္တိကို ရွှမ်းဗတ်ပုံတစ်ခုဖြစ်ရန် လိုအပ်သောသတ်မှတ်ချက်ဟုခေါ်သည်။ ထိုနည်းတူ စတုရန်းပုံတစ်ခုဖြစ်ရန် လိုအပ်သော သတ်မှတ်ချက်မှာ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း တူညီရမည်။ သီးသန့်စတုဂံတို့၏ အရေးကြီးသည့် လိုအပ်သော သတ်မှတ်ချက်များကို အောက်တွင်ဖော်ပြထားပါသည်။

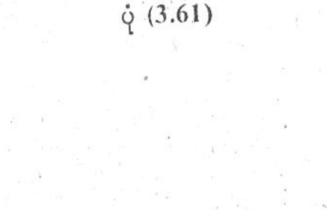
(a) အနားပြိုင်စတုဂံ



ပုံ (3.60)

(i) မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများပြိုင်၏။
(ii) မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများထပ်တူညီ၏။
(iii) မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များထပ်တူညီ၏။
(iv) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ဖြတ်၏။

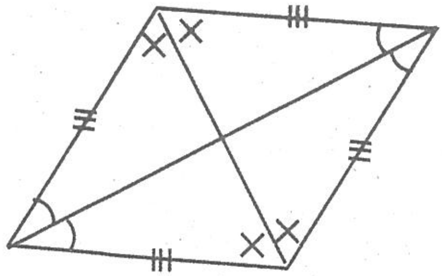
(b) ထောင့်မှန်စတုဂံ



ပုံ (3.61)

(i) မှ (iv) အားလုံး
(v) ထောင့်အားလုံးထောင့်မှန်ဖြစ်၏။
(vi) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်းထပ်တူညီ၏။

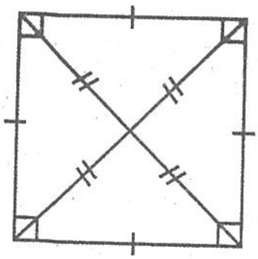
(c) ရွမ်းဗတ်



ပုံ (3.62)

(i) မှ (vi) အားလုံး
(vii) အနားအားလုံးထပ်တူညီ၏။
(viii) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျ၏။
(ix) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများသည် အတွင်းထောင့်များကို ထက်ဝက်ပိုင်း၏။

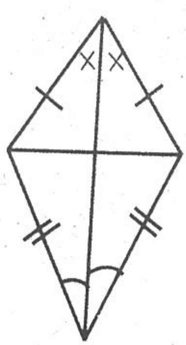
(d) စတုရန်း



ပုံ (3.63)

(i) မှ (ix) အားလုံး (တစ်နည်းအားဖြင့် ထောင့်မှန်စတုဂံ နှင့် ရွမ်းဗတ်ပုံဖြစ်ရန် လိုအပ်သော သတ်မှတ်ချက်အားလုံး)

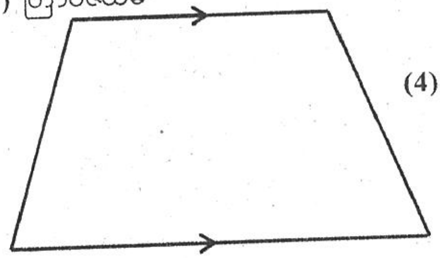
(e) စွန်ပုံ



ပုံ (3.64)

(1) အနားနှစ်စုံတူညီ၏။
(2) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုသည် ကျန်တစ်ခုကို ထောင့်မှန်ကျလျက် ထက်ဝက်ပိုင်း၏။
(3) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုသည် မျက်နှစ်ချင်းဆိုင် အတွင်းထောင့်တစ်စုံကို ထက်ဝက်ပိုင်း၏။

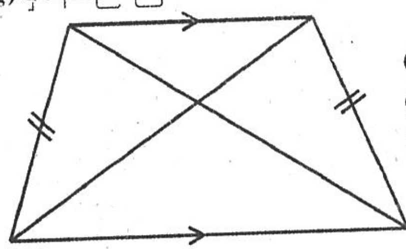
(f) ထြာပီဇီယမ်



(4) အနားတစ်စုံပြိုင်၏။

ပုံ (3.65)

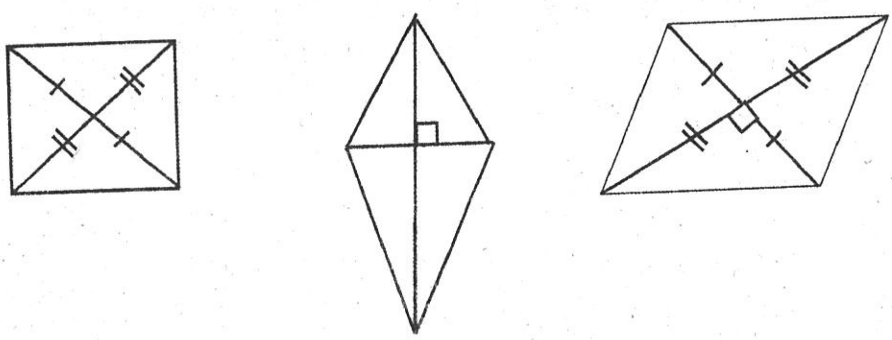
(g) နှစ်နားညီ ထြာပီဇီယမ်



(5) အနားတစ်စုံပြိုင်၏။
(6) မပြိုင်သော အနားတစ်စုံထပ်တူညီ၏။
(7) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်းထပ်တူညီ၏။

ပုံ (3.66)

ရွမ်းဗတ်ပုံတစ်ခုအတွက် လိုအပ်သော သတ်မှတ်ချက်မှာ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ရမည် ဆိုသည်ကို အထက်တွင်ဖော်ပြခဲ့ပြီ။ သို့ရာတွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်သည် ဟူသောအချက်ကိုသာသိရပြီး ထိုစတုဂံနှင့်ပက်သက်ပြီး နောက်ထပ်မည်သည့် အချက်ကိုမှ မသိရလျှင် ထိုစတုဂံသည် ရွမ်းဗတ်ပုံဖြစ်မည်ဟု တထစ်ချ မဆိုနိုင်ချေ။ထိုစတုဂံသည်အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်ကောင်းဖြစ်နိုင်သည်။ထို့ကြောင့် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက် ပိုင်းသည်ဟူသော အချက်သည် ရွမ်းဗတ်တစ်ခုဖြစ်ရန်



ပုံ (3.67)

လုံလောက်သော သတ်မှတ်ချက် မဟုတ်ပေ။ ထို့နည်းတူ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ခု တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျသည်ဟူသော အချက်သည်လည်း ရွမ်းဗတ်တစ်ခုဖြစ်ရန် လုံလောက်သော သတ်မှတ်ချက် မဟုတ်ပေ။ သို့ရာတွင် အထက်ပါ အချက်နှစ်ချက်ကို ပေါင်းစပ်လိုက်လျှင်မူ ရွမ်းဗတ်တစ်ခု ဖြစ်ရန်အတွက် လုံလောက်သော သတ်မှတ်ချက်ကိုရသည်။ ထို့ကြောင့် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျလျက် ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်လျှင် ထိုစတုဂံသည် ရွမ်းဗတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ အောက်တွင် သီးသန့်စတုဂံများ အတွက် လုံလောက်သော သတ်မှတ်ချက်များကို ဖော်ပြထားသည်။

(a) အနားပြိုင်စတုဂံ

- (i) မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ ပြိုင်၏။
- (ii) မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ ထပ်တူညီ၏။
- (iii) မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များ ထပ်တူညီ၏။
- (iv) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်၏။
- (v) မျက်နှာချင်းဆိုင် အနားတစ်စုံ ထပ်တူညီ၍ ပြိုင်၏။

(b) ထောင့်မှန်စတုဂံ

- (i) ထောင့်အားလုံးထောင့်မှန်ဖြစ်၏။
- (ii) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်းထပ်တူညီပြီး တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်၏။
- (iii) ထောင့်တစ်ထောင့် 90° ရှိသော အနားပြိုင်စတုဂံဖြစ်၏။

(c) ရွမ်းဗတ်

- (i) အနားအားလုံးထပ်တူညီ၏။
- (ii) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျလျက် ထက်ဝက်ပိုင်း၏။
- (iii) နီးစပ်အနားတစ်စုံ ထပ်တူညီသော အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်၏။

(d) စတုရန်း

(ထောင့်မှန်စတုဂံနှင့် ရွမ်းဗတ်ဖြစ်ရန် လိုအပ်သော လုံလောက်သော သတ်မှတ်ချက် နှစ်ခုပေါင်း)

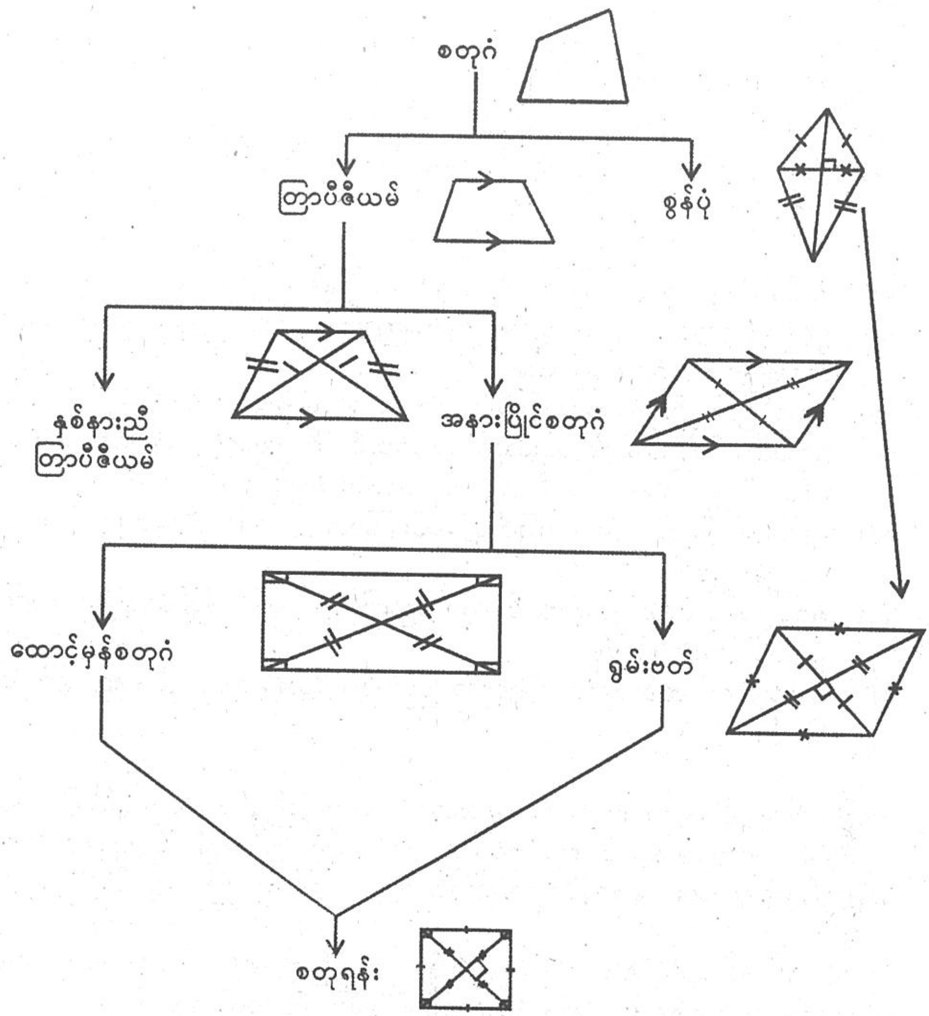
- (i) အနားအားလုံးထပ်တူညီပြီး ထောင့်အားလုံးထောင့်မှန်ဖြစ်၏။
- (ii) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ထပ်တူညီပြီး တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျလျက် ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်၏။
- (iii) ထောင့်တစ်ထောင့် 90° ရှိပြီး နီးစပ်အနားတစ်စုံ ထပ်တူညီသော အနားပြိုင် စတုဂံတစ်ခု ဖြစ်၏။

လေ့ကျင့်ခန်း (3.7)

1. အောက်ပါကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပါ။
   (a) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက် ပိုင်းဖြတ်သော စတုဂံသည် .... ဖြစ်၏။
   (b) အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ထပ်တူညီနေလျှင် ၎င်းသည် .... ဖြစ်၏။
   (c) စွန်ပုံတစ်ခုတွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်နေလျှင် ၎င်းသည် .... ဖြစ်၏။
   (d) အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းသည် မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်တစ်စုံကို ထက်ဝက်ပိုင်းခဲ့လျှင် ထိုစတုဂံသည် .... ဖြစ်၏။
   (e) အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်ကျယ်တစ်ခုမှမပါလျှင် ထိုစတုဂံသည် .... ဖြစ်၏။

2. အောက်ပါ သတ်မှတ်ချက်အသီးသီးသည် အနားပြိုင်စတုဂံ၊ ထောင့်မှန်စတုဂံ၊ ရွှတ်ဗတ်၊ စတုရန်းစသည့်တို့အနက် မည့်သည့်စတုဂံဖြစ်ရန် လုံလောက်သော သတ်မှတ်ချက်များဖြစ်သည်ကိုဖြေဆိုပါ။
   (a) အနားနှစ်စုံပြိုင်လျှင်
   (b) ထောင့်သုံးခုသည် ထောင့်မှန်များ ဖြစ်နေလျှင်
   (c) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျ ထက်ဝက် ပိုင်းဖြတ် နေလျှင်
   (d) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ထပ်တူညီ၍ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျလျက် ထက်ဝက် ပိုင်းဖြတ်နေလျှင်

3. စတုဂံအမျိုးမျိုးတို့၏ ဂုဏ်သတ္တိများနှင့် ယင်းတို့အချင်းချင်း ဆက်နွှယ်နေပုံကို အောက်ပါ စီးကြောင်းပြပုံဖြင့် မှတ်သားနိုင်သည်။



ပုံ (3.68)

အောက်ပါကွက်လပ်များတွင် ပေးထားသောစကားလုံးများမှ ရွေးချယ်နိုင်သလောက် ရွေးချယ်၍ ပေးထားသော စာကြောင်းတစ်ကြောင်းစီကို အဆိုမှန်များဖြစ်အောင် ဖြည့်စွက်ပေးပါ။

(a) တြာပီဇီယမ် **(e)** စွန်ပုံ
(b) ရွမ်းဗတ် **(f)** အနားပြိုင်စတုဂံ
(c) နှစ်နားညီ တြာပီဇီယမ် **(g)** စတုရန်း
(d) ထောင့်မှန်စတုဂံ

(i) စတုရန်းတစ်ခုသည် ………… အနွယ်ဝင်ဖြစ်၏။
(ii) ………… တိုင်းသည် စွန်ပုံဖြစ်၏။

(iii) စတုဂံတစ်ခုသည် ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်လျှင် .... ၄င်းသည် ဖြစ်၏။
(iv) မည်သည့် .... မှအနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုမဟုတ်ချေ။
(v) ထောင့်တစ်ထောင့် ထောင့်မှန်ပါသော .... သည် ထောင့်မှန်စတုဂံဖြစ်၏။
(vi) .... တစ်ခုသည် အနားပြိုင်စတုဂံဖြစ်၏။
(vii) စတုဂံတစ်ခုတွင် မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားနှစ်စုံ တူညီနေလျှင် ယင်းသည် .... တစ်ခု ဖြစ်၏။

4. အောက်ပါအဆိုများကို မှား/မှန် (အကိုးအကား ဖော်ပြ၍) ဖြေဆိုပါ။
(a) စွန်ပုံတစ်ခုတွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ထပ်တူညီနေလျှင် ယင်းသည် အနားပြိုင် စတုဂံတစ်ခုဖြစ်၏။
(b) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ခု ထောင့်မှန်ကျသော စတုဂံသည် စွန်ပုံဖြစ်၏။
(c) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းသည် စတုဂံတစ်ခုကို ထပ်တူညီ တြိဂံနှစ်ခုဖြစ်အောင် ပိုင်းဖြတ်လျှင် ထိုစတုဂံသည် အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်၏။
(d) ရွမ်းဗတ်တစ်ခု၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ထပ်တူညီနေလျှင် ယင်းသည် စတုရန်း ဖြစ်၏။
(e) စတုဂံတစ်ခုသည် အနားပြိုင်စတုဂံလည်းဖြစ်၍ စွန်ပုံပါဖြစ်နေလျှင် ယင်းသည် ရွမ်းဗတ် တစ်ခု ဖြစ်၏။
(f) အနားတစ်စုံ ထပ်တူညီလျက်ရှိသော တြာပီဇီယမ်တစ်ခုသည် နှစ်နားညီ တြာပီဇီယမ် ဖြစ်၏။

5. စတုဂံတစ်ခုတွင် မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားတစ်စုံ ထပ်တူညီပြီး မျက်နှာချင်းဆိုင် ထောင့်တစ်စုံပါ ထပ်တူညီနေလျှင် ထိုစတုဂံသည် အနားပြိုင်စတုဂံ ဖြစ်သည်ဟူသော အဆိုကို မှန်လျှင် မှန်ကြောင်း ၊ မှားလျှင် မှားကြောင်း အထောက်အထားဖြင့် ဖြေဆိုပါ။

6. စတုဂံ ABCD တွင် AB = CD ဖြစ်၍ ထောင့်ဖြတ် AC = BD ဖြစ်လျက်ရှိလျှင် ယင်းစတုဂံသည် နှစ်နားညီ တြာပီဇီယမ်တစ်ခုဖြစ်ကြောင်း သက်သေပြပါ။

7. စတုဂံတစ်ခုကို စတုရန်းတစ်ခုဖြစ်ကြောင်း ပြနိုင်သည့် နည်းများကို ဖော်ပြ၍ အောက်ပါ ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာကို ဖြေရှင်းပါ။

ရွမ်းဗတ်တစ်ခု၏ အနားများပေါ်တွင် စတုရန်းများကို ရွမ်းဗတ်၏ ပြင်ပ၌ ကျအောင် ဆွဲထားလျှင် ယင်းစတုရန်းတို့၏ ဗဟိုများ (ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ ဖြတ်မှတ်) သည်လည်း စတုရန်းတစ်ခုခု၏ ထိပ်စွန်းမှတ်များ ဖြစ်လျက်ရှိကြောင်း သက်သေပြပါ။

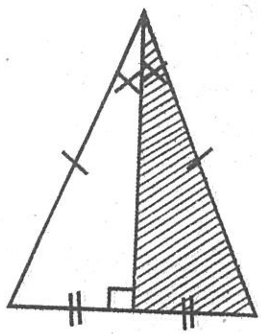
8. ဂျီသြမေတြီပညာ၏ ထူးခြားချက်မှာ မိမိလေ့လာနေသည့် အကြောင်းအရာတစ်ခုကို ရှုထောင့်အမျိုးမျိုးမှ ချဉ်းကပ်လေ့လာနိုင်ခြင်းပင်ဖြစ်သည်။ အထက်တွင်လေ့လာမှတ်သား ခဲ့သော စတုဂံအမျိုးမျိုးတို့၏ ဂုဏ်သတ္တိများကို ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု၏ အကူအညီဖြင့် လည်းအောက်ပါအတိုင်း လေ့လာနိုင်သေးသည်။

(a) နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခုကို ထပ်တူညီ ထောင့်မှန်တြိဂံနှစ်ခု ကျောချင်းကပ်၍ ပေါင်းစပ်ထားသော ပုံအဖြစ် ယူဆနိုင်သည်။ ထိုအခါ နှစ်နားညီ တြိဂံတစ်ခု၏ အောက်ပါဂုဏ်သတ္တိများကို အလွယ်တကူ ရယူနိုင်မည်။

(i) အနားနှစ်ဖက် ထပ်တူညီ၏။

(ii) ထောင့်နှစ်ထောင့် ထပ်တူညီ၏။

(iii) အထွတ်မှ မူလအနားပေါ်သို့ ဆွဲသော အမြင့်မျဉ်းသည် အထွတ်ထောင့်နှင့်မူလ အနားတို့ကို ထက်ဝက်ပိုင်း၏။



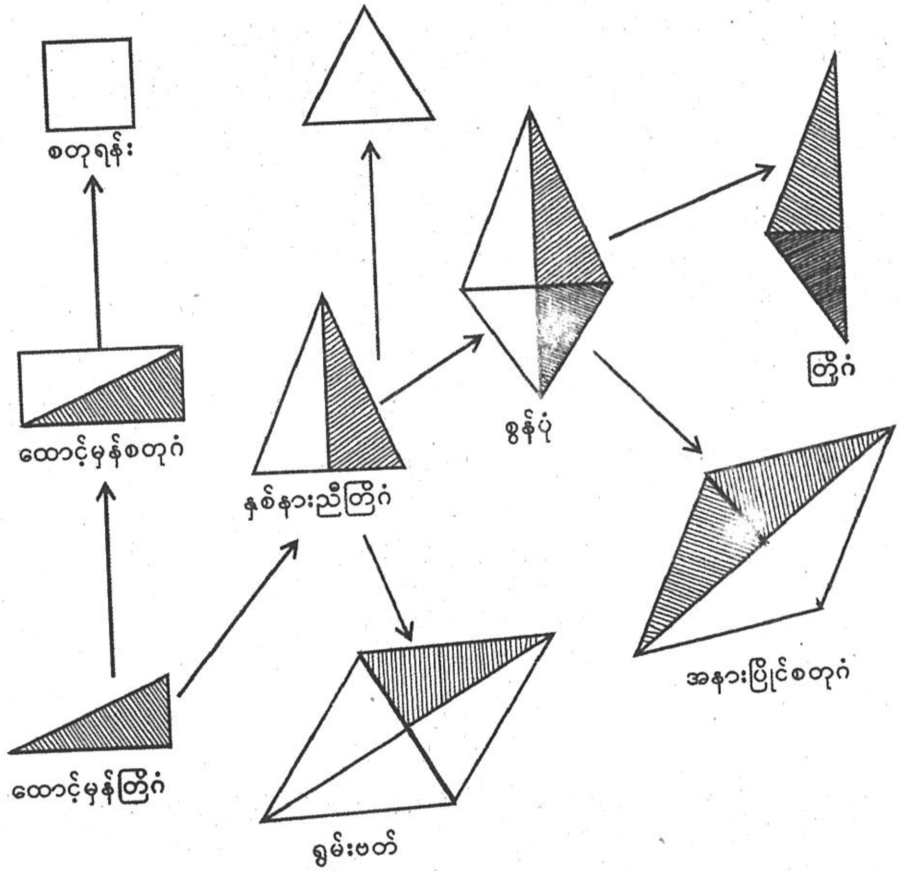
ပုံ (3.69)

(b) ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုကို ထပ်တူညီ ထောင့်မှန်တြိဂံနှစ်ခုဖြင့် မည်ကဲ့သို့ ပေါင်းစပ်နိုင်ကြောင်း ပြပါ။

(c) ရွှမ်းဗတ်တစ်ခုကို ထပ်တူညီထောင့်မှန်တြိဂံ အရေအတွက် မည်မျှဖြင့်ပေါင်းစပ်ဖော်ပြနိုင် သနည်း။

(d) စွန်ပုံတစ်ခုကို ထောင့်မှန်တြိဂံများဖြင့် မည်ကဲ့သို့ ဖော်ပြနိုင်မည်နည်း။

(e) တြိဂံအမျိုးမျိုးနှင့် စတုဂံအမျိုးမျိုးတို့၏ ဆက်သွယ်ချက်များကို အောက်ပါပုံများဖြင့် ဖော်ပြနိုင်ပေသည်။



ပုံ (3.70)

ဤပုံများမှ သက်ဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိများကို ရေးပါ။

3.7 သွယ်ဝိုက်သက်သေပြနည်း (Indirect Proof)

ဂျီသြမေတြီပညာရပ်တွင် တွေ့ရသော သက်သေပြနည်းများကို နှစ်မျိုး ခွဲခြားနိုင်သည်။ တစ်မျိုးမှာသိရှိပြီးဖြစ်သော အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်များ၊ ပေါ်စကျူလိတ်များ၊ သီအိုရမ်များ၊ ပေးထားချက်များကို အသုံးပြု၍ သက်သေပြလိုသော အချက်ရရှိအောင် တစ်ဆင့်ပြီးတစ်ဆင့် ကျိုးကြောင်းဆက်စပ်၍ သက်သေပြယူနည်းဖြစ်သည်။ ရှေ့တွင် တွေ့ခဲ့ပြီးသော သက်သေပြချက်များသည် ထိုသို့သော သက်သေပြချက်မျိုးများ ဖြစ်သည်။ ထိုသက်သေပြချက်များတွင် ပြလိုသောအချက်ကို တိုက်ရိုက်ရရှိအောင် ပြုလုပ်ခြင်း ဖြစ်သဖြင့် ယင်းတို့ကို တိုက်ရိုက်သက်သေပြချက်များ **(Direct Proofs)** ဟုခေါ်သည်။

အခြားသက်သေပြနည်းတစ်မျိုးမှာ သွယ်ဝိုက်သက်သေပြနည်းဖြစ်သည်။ သွယ်ဝိုက်သက်သေပြနည်းတွင် သက်သေပြလိုသော အဆိုသည် မှားသည်ဟု ယူဆလိုက်ရသည်။

ထို့နောက် ထိုယူဆချက်ကို သိရှိပြီး ပေါ်စကျူလိတ်များ၊ သီအိုရမ်များ၊ အဓိပ္ပာယ် သတ်မှတ်ချက်များ၊ ပေးထားချက်များနှင့် ပေါင်းစပ်လျက် မှန်ကန်စွာ ကျိုးကြောင်း ဆက်စပ် စဉ်းစားခြင်းဖြင့် သိပြီးသား မှန်ကန်ချက်တစ်ခုတစ်ခု သို့မဟုတ် ပေးထားချက် တစ်ခုခုနှင့် ဆန့်ကျင်သော အဆိုတစ်ခုရအောင် ထုတ်ယူရသည်။ ထိုသို့ဆန့်ကျင်သော အဆိုတစ်ခုရလျှင် ထိုသို့ရရခြင်းမှာ (သက်သေပြလိုသော အဆိုသည် မှားသည်ဟူသော) ကျွန်ုပ်တို့၏ အစဦး လက်ခံယူဆချက်ကြောင့်ပင် ဖြစ်သည်။ အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် ထိုလက်ခံယူဆချက်များမှအပ ကျွန်ုပ်တို့ အသုံးပြုထားသော အဆိုအားလုံးသည် မှန်ကန်သည့် အဆိုများဖြစ်သည့်အပြင် ကျွန်ုပ်တို့၏ ကျိုးကြောင်းဆက်စပ် စဉ်းစားခဲ့သည့် နည်းမှာလည်း မှန်ကန်သောကြောင့်ဖြစ်ပေသည်။

ထို့ကြောင့် ကျွန်ုပ်တို့၏အစဦးလက်ခံယူဆထားချက်များသည် မှားရမည်ဖြစ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် သက်သေပြလိုသော အချက်သည်မှန်ရမည်။ ဤသို့ဖြင့် ကျွန်ုပ်တို့၏ ပြလိုသော အချက်ကိုရရှိလေသည်။

အချုပ်အားဖြင့်ဆိုရလျှင်ဤသက်သေပြနည်းမျိုးတွင်“ပြလိုသောအဆိုသည်မှန်သည်” ဟု တိုက်ရိုက်မပြဘဲ “ပြလိုသောအဆို မှားသည် ဆိုခြင်းမှာ မဖြစ်နိုင်” ဟူသော ပုံစံမျိုးဖြင့် သက်သေပြခြင်းဖြစ်သည်။ထို့ကြောင့်လည်း ထိုသက်သေပြချက်မျိုးကို သွယ်ဝိုက်သက်သေပြခြင်း ဟုဆိုခြင်းဖြစ်သည်။ သွယ်ဝိုက်သက်သေပြနည်းကို ပိုမိုသဘော ပေါက်စေရန်လွယ်ကူသော အောက်ပါဥပမာအချို့ကို လေ့လာကြစို့။

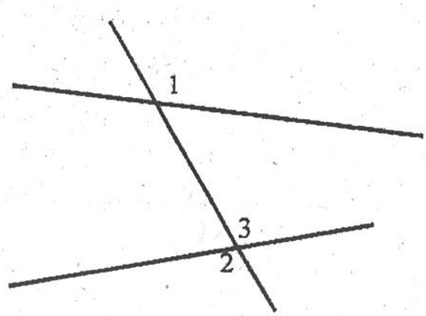
ဥပမာ (1)

ပေးထားချက် ။ ။ $\angle A \neq \angle B$

သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle A$ နှင့် $\angle B$ တို့သည် ထောင့်မှန်များ မဖြစ်ကြောင်း။

သက်သေပြချက် ။ ။ $\angle A$ နှင့် $\angle B$ သည်ထောင့်မှန်များဖြစ်သည် ဆိုပါစို့။ (*) ထောင့်မှန်အားလုံးသည် ထပ်တူညီကြသည်။ ထို့ကြောင့် $\angle A = \angle B$ ဖြစ်သည်။ ဤအချက်သည် ပေးထားချက်ကို ဆန့်ကျင်သည်။ ထို့ကြောင့် ယူဆထားချက် (*) သည် မှားသည်။ ထို့ကြောင့် $\angle A$ နှင့် $\angle B$ တို့သည် ထောင့်မှန်များ မဟုတ်ကြပေ။ ထို့ကြောင့် သက်သေပြချက် ပြီး၏။

ဥပမာ (2)



ပုံ (3.71)

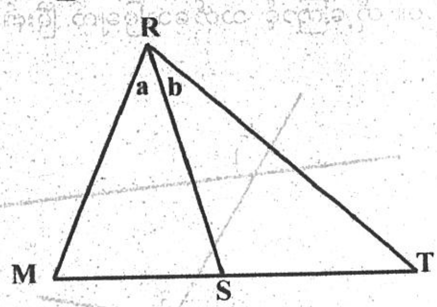
ပေးထားချက် ။ ။ $\angle 1 \neq \angle 2$
သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle 1 \neq \angle 3$
သက်သေပြချက် ။ ။ $\angle 1 = \angle 3$ ဟု ယူဆပါ။ (*)
$\angle 3 = \angle 2$ (ထိပ်ဆိုင်ထောင့်များ)
ထို့ကြောင့် $\angle 1 = \angle 2$
ဤအချက်သည် ပေးထားချက်များကို ဆန့်ကျင်သည်။
ထို့ကြောင့် ယူဆချက်သည် (*) မှားသည်။
ထို့ကြောင့် $\angle 1 \neq \angle 3$
ထို့ကြောင့် သက်သေပြချက်ပြီး၏။

အထက်ပါဥပမာများတွင်သွယ်ဝိုက်သက်သေပြနည်း၏သဘောသဘာဝများကိုတွေ့မြင်နိုင်ပေသည်။

သွယ်ဝိုက်သက်သေပြချက် တစ်ခုတွင် ပါဝင်သည့် အဆင့်များကို အောက်ပါအတိုင်း မှတ်သား နိုင်သည်။

(1) သက်သေပြလိုသော အချက်သည် မှားသည်ဟု ယူဆပါ။
(2) ထိုယူဆချက်မှ သိပြီးသား မှန်ကန်ချက်တစ်ခုကို ဆန့်ကျင်နေသော အချက်တစ်ခု ရရှိလာအောင် မှန်ကန်စွာ ကျိုးကြောင်းဆက်စပ် ဆင်ခြင်ပါ။
(3) အဆင့် (2) တွင် တွေ့ရသော ဆန့်ကျင်ချက်အရ အဆင့် (1) တွင်လက်ခံထားသော အချက်သည် မှားကြောင်းရေးသားပါ။ ဤသို့ဖြင့် သက်သေပြလိုသော အချက်သည် မှန်ကန်ကြောင်း ရရှိသည်။

ဥပမာ (3)
ပေးထားချက် ။ ။ ΔMRT သည်အနားမညီတြိဂံ၊RS သည် $\angle R$ ကိုထက်ဝက်ပိုင်းသည်။
သက်သေပြရန် ။ ။ RS သည် MT ပေါ်တွင် ထောင့်မတ်မကျကြောင်း။



ပုံ (3.72)

သက်သေပြချက် ။ ။ $RS \perp MT$ ဟု ယူဆပါ။ (*)
$\angle RST = \angle RSM = 90^\circ$
$\angle M = 90^\circ - a$, $\angle T = 90^\circ - b$

ပေးချက်အရ $a = b$
$\angle M = \angle T$
$RM = RT$

ဤအချက်သည် MRT သည် အနားမညီတြိဂံဟူသော ပေးထားချက်နှင့် ဆန့်ကျင်သည်။

ဟူဆချက် (*) သည် မှားသည်။

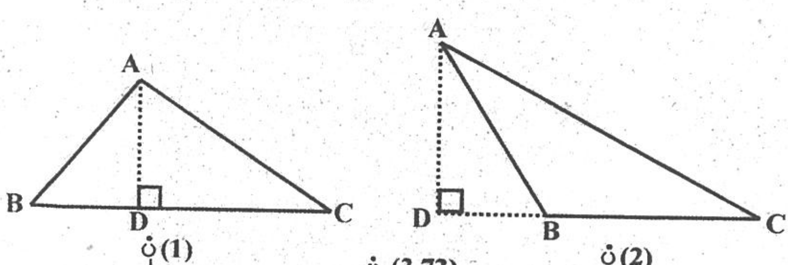
RS သည် MT ပေါ်၌ထောင့်မတ်မကျပါ။

ယခင်ကသိရှိပြီး သီအိုရမ်များကို သက်သေပြရာတွင်လည်း သွယ်ဝိုက် သက်သေပြနည်းကို အသုံးပြုနိုင်သည်။

ပိုက်သာဂိုးရပ်သီအိုရမ်၏ အပြန်အလှန်

ပေးထားချက် ။ ။ ΔABC တွင် $AC^2 = AB^2 + BC^2$

သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle B = 90^\circ$ ဖြစ်ကြောင်း။



ပုံ (3.73)

သက်သေပြချက် ။ ။ $\angle B \neq 90^\circ$ ဟု ယူဆပါ။ (*)

AB သည် BC ပေါ်၌ ထောင့်မတ်မကျပေ။

$AD \perp BC$ ကို ဆွဲခဲ့လျှင် ပုံ(1)နှင့်(2)အတိုင်း တွေ့ရမည်။

ΔADC တွင် D ၌ထောင့်မှန်ဖြစ်သဖြင့် ပိုက်သာဂိုးရပ် သီအိုရမ်အရ $AC^2 = AD^2 + CD^2$

သို့သော် ပေးချက်အရ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$\therefore AD^2 + CD^2 = AB^2 + BC^2 = (AD^2 + BD^2) + BC^2$

$CD^2 = BD^2 + BC^2$

$(BC \pm BD)^2 = BD^2 + BC^2$

$BC^2 \pm 2BC.BD + BD^2 = BD^2 + BC^2$

$2BC.BD = 0$

$BC = 0$ (သို့မဟုတ်) $BD = 0$

ဤယူဆချက်များသည် မဖြစ်နိုင်။

ယူဆချက် (*)သည်မှားသည်။

$\therefore \angle B = 90^\circ$ ဖြစ်သည်။

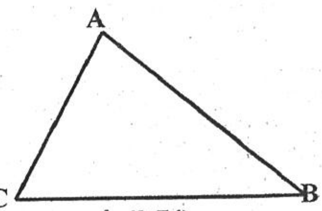
ကျွန်ုပ်တို့သည် အောက်ပါ မှန်ကန်ချက်များကို သိရှိပြီးဖြစ်သည်။

(a) ΔABC တွင် $AB = AC$ ဖြစ်လျှင် $\angle C = \angle B$ ဖြစ်သည်။

(b) ΔABC တွင် $\angle C = \angle B$ ဖြစ်လျှင် $AB = AC$ ဖြစ်သည်။

(c) ΔABC တွင် $AB > AC$ ဖြစ်လျှင် $\angle C > \angle B$ ဖြစ်သည်။

ဤမှန်ကန်ချက်များကိုအသုံးပြု၍ အောက်ပါမှန်ကန်ချက်အသစ်ကို သွယ်ဝိုက်သက်သေ ပြနည်းဖြင့် ပြယူနိုင်သည်။



ပုံ (3.74)

ပေးထားချက် ။ ။ ΔABC တွင် $\angle C > \angle B$

သက်သေပြရန် ။ ။ $AB > AC$ ဖြစ်ကြောင်း။

သက်သေပြချက် ။ ။ $AB \ngtr AC$ ဟု ယူဆပါ။ (*)

$AB = AC$ (သို့မဟုတ်) $AC > AB$

အကယ်၍ $AB = AC$ ဖြစ်လျှင်

$\angle C = \angle B$ ... ... (1)

အကယ်၍ $AC > AB$ ဖြစ်လျှင်

$\angle B > \angle C$ ... ... (2)

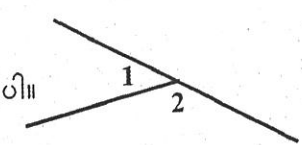
(1) နှင့် (2) တို့သည် $\angle C > \angle B$ ဟူသော ပေးထားချက်ကို ဆန့်ကျင်သည်။

ယူဆချက် (*) မှားသည်။

$AB > AC$ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း **(3.8)**

အောက်ပါတို့ကိုသွယ်ဝိုက်သက်သေပြနည်းသုံး၍သက်သေပြပါ။



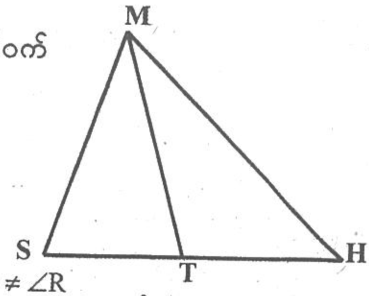
ပုံ **(3.75)**

1. ပေးထားချက် ။ ။ $\angle 1 \neq \angle 2$

သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle 1 \neq 90^\circ$

2. ပေးထားချက် ။ ။MTသည် $\angle HMS$ ကိုထက်ဝက်ပိုင်းသည်။MTသည်အလယ်မျဉ်း တစ်ကြောင်းမဟုတ်။

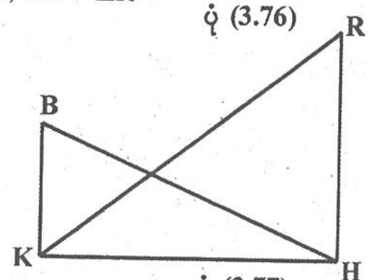
သက်သေပြရန် ။ ။ $MS \neq MH$



ပုံ (3.76)

3. ပေးထားချက် ။ ။ $BK \perp KH$, $RH \perp KH$, $\angle B \neq \angle R$

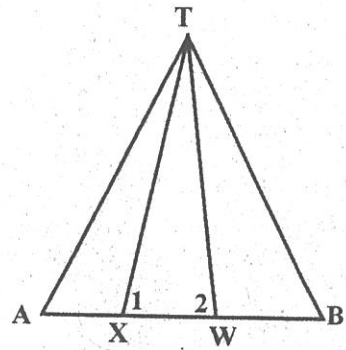
သက်သေပြရန် ။ ။ $RH \neq BK$



ပုံ (3.77)

4. ပေးထားချက် ။ ။ $TA = TB$, $\angle 1 \neq \angle 2$

သက်သေပြရန် ။ ။ $AX \neq BW$

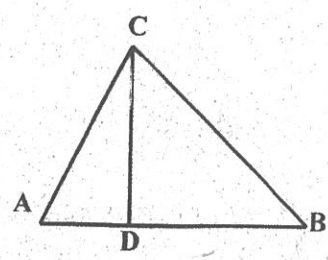


ပုံ (3.78)

5. ပေးထားချက် ။ ။ ΔABC သည် အနားမညီတြိဂံ

$CD \perp AB$

သက်သေပြရန် ။ ။ CD သည် $\angle ACB$ ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းမဟုတ်။

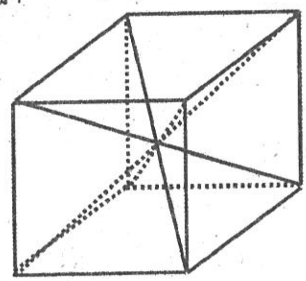


ပုံ (3.79)

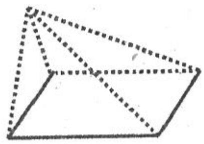
အခန်း (4)

ပမာဏသင်္ချာ

4.1 ဒုချွန်မတ် (Pyramid)



ပုံ (4.1)



ပုံ (4.2)

အနားတစ်ဖက်လျှင် $2x$ ယူနစ်စီရှိသော အန်စာတုံးကို ပုံ(4.1) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ထိပ်စွန်းမှတ်အသီးသီးမှ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ ဆွဲသားသော် အရွယ်တူ ဒုချွန်မတ်ခြောက်ခု ဖြစ်ပေါ်လာသည်။ ဒုချွန်မတ်များသည် အန်စာတုံး၏ မျက်နှာပြင် အသီးသီးပေါ်တွင် တည်ရှိကြသဖြင့် ယင်းတို့၏ အောက်ခြေမှာ စတုရန်းပုံဖြစ်သည်ကို ပုံ(4.2)တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း တွေ့မြင်နိုင်ပါသည်။

ဒုချွန်မတ်တစ်ခုစီ၏ ထုထည်မှာ V ဖြစ်လျှင် အရွယ်တူ ဒုချွန်မတ်ခြောက်ခုပေါင်း၏ စုစုပေါင်းထုထည်မှာ အန်စာတုံး၏ ထုထည်နှင့်တူသဖြင့် –

$$6V = (2x)^3$$

$$V = \frac{1}{6}(2x)^3$$

$$= \frac{1}{6}(2x)^2\ 2x$$

$$= \frac{1}{3}(2x)^2\ x$$

$$\therefore V = \frac{1}{3}\ (\text{ အောက်ခြေဧရိယာ } \times \text{ အမြင့် })$$

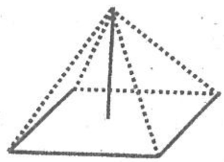
ထို့ကြောင့် မည်သည့် ဒုချွန်မတ်မဆို အောက်ခြေဧရိယာ = A နှင့် အမြင့် = h ဖြစ်လျှင် ယင်း၏ထုထည် = V ကို အောက်ပါအတိုင်းရှာနိုင်သည်။

$$\text{ဒုချွန်မတ်၏ထုထည်} = \frac{1}{3}\ (\text{ အောက်ခြေဧရိယာ } \times \text{ အမြင့် })$$

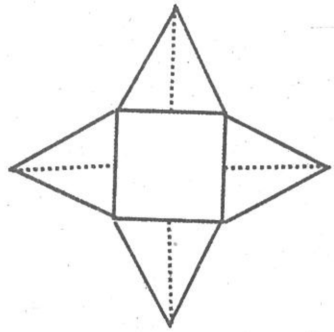
$$V = \frac{1}{3}Ah$$

4.2 ဒုချွန်မတ်အမျိုးမျိုး

4.2.1 စတုရန်း ဒုချွန်မတ် (Square Pyramid)



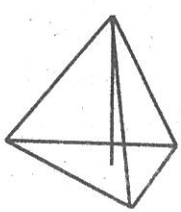
ပုံ (4.3)



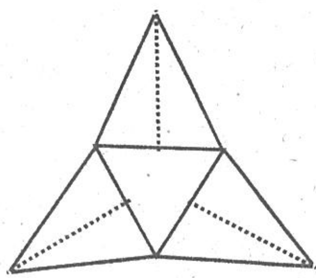
ပုံ (4.4)

ဒုချွန်မတ်၏အောက်ခြေသည် စတုရန်းပုံဖြစ်သောကြောင့် ယင်းကိုစတုရန်း ဒုချွန်မတ် ဟုခေါ်သည်။ဤဒုချွန်မတ်မျိုးတွင်မျက်နှာပြင်ညီငါးခုပါရှိပြီး ထိပ်ချွန်(ထိပ်စွန်း)၌ဆုံကြသော ဘေးပတ်လည်မျက်နှာပြင် အစောင်းလေးခုသည် နှစ်နားညီတြိဂံများ ဖြစ်ကြသည်။

4.2.2 တြိရန်း ဒုချွန်မတ် (Triangular Pyramid – Tetrahedron)



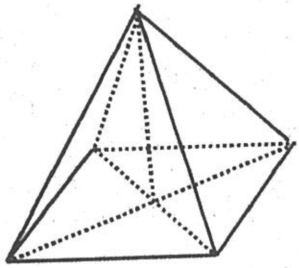
ပုံ (4.5)



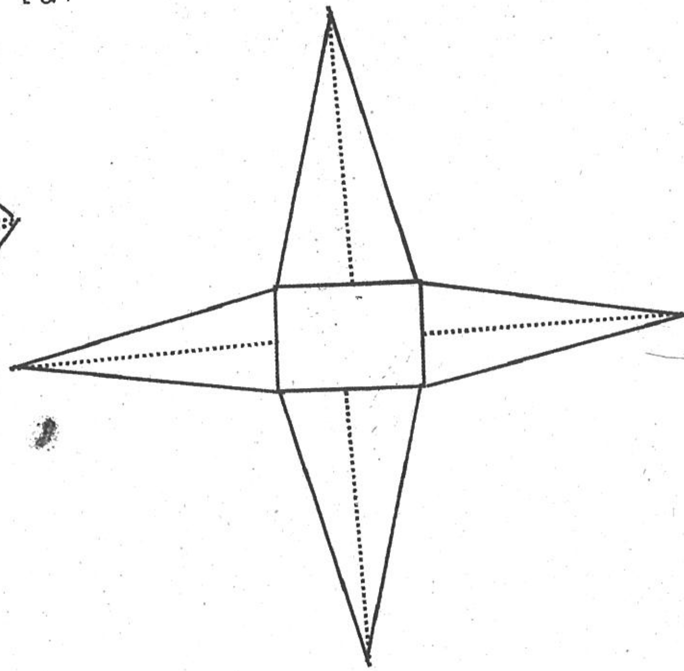
ပုံ (4.6)

ဒုချွန်မတ်၏ အောက်ခြေသည် သုံးနားညီတြိဂံဖြစ်လျှင် ယင်းဒုချွန်မတ်ကို တြိရန်း ဒုချွန်မတ် ဟုခေါ်သည်။

4.2.3 ထောင့်မှန်စတုဂံ ဒုချွန်မတ် (Rectangular Pyramid)



ပုံ (4.7)



ပုံ (4.8)

ဒုချွန်မတ်၏**အောက်**ခြေသည် ထောင့်မှန်စတုဂံပုံဖြစ်လျှင် ယင်းဒုချွန်ကို ထောင့်မှန်စတုဂံ ဒုချွန်မတ်ဟုခေါ်သည်။

မှတ်ချက်။ ။ ဒုချွန်မတ်၏ အောက်ခြေသည် မည်သည့်ပုံသဏ္ဍာန်မဆို ရှိနိုင်သကဲ့သို့ ယင်း၏ ထိပ်စွန်းမှာလည်း ကြိုက်ရာ အနေအထားအမျိုးမျိုးတွင် တည်ရှိနိုင်သည်။

ဥပမာ

အောက်ခြေအနားတစ်ဖက်လျှင် 2m ရှိ၍ 3m မြင့်သော စတုရန်း ဒုချွန်မတ်၏ ထုထည် ကို ရှာပါ။

$$\text{စတုရန်း ဒုချွန်မတ်၏ ထုထည်} = \frac{1}{3}\ \text{အောက်ခြေဧရိယာ} \times \text{အမြင့်}$$

$$= \frac{1}{3} \times 2^2 \times 3$$

$$= 4\ \text{ကုဗမီတာ}$$

$\therefore$ အဖြေ ။ ။ စတုရန်း ဒုချွန်မတ်၏ ထုထည် = 4 m^3

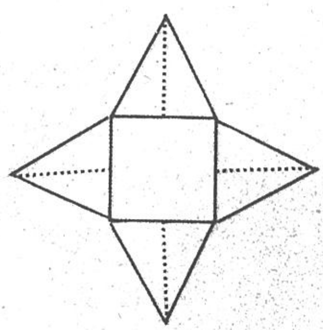
လေ့ကျင့်ခန်း (**4.1**)

1. အောက်ဖော်ပြပါ ဇယား (4.1) မှ ဒုချွန်မတ်အသီးသီး၏ ထုထည်ကို ရှာပါ။

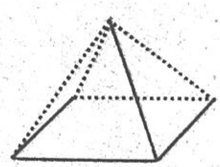
	(1)	(2)	(3)
အောက်ခြေ	ပတ်လည်အလျား 5cm ရှိစတုရန်း	ပတ်လည်အလျား 6cm ရှိစတုရန်း	(5 × 3.3 cm) ရှိ ထောင့်မှန်စတုဂံ
အမြင့်	6 cm	8 cm	10 cm

ဇယား (**4.1**)

2. အိမ်တစ်လုံး၏ခေါင်မိုးသည် 25m ရှည်၍ 15m ကျယ်ကာ ခေါင်တိုင်အမြင့် 7m ရှိသော ဒုချွန်မတ်ပုံဖြစ်၏။ အိမ်ခေါင်မိုးအတွင်းရှိ လေ၏ထုထည်ကို ရှာပါ။
3. ထောင့်မှန်တြိဂံပုံ အောက်ခြေရှိသော ဒုချွန်မတ်တစ်ခု၏ ထုထည်မှာ $135cm^3$ ဖြစ်သည်။ ထောင့်မှန်ဆောင်အနားများမှာ 4cm နှင့် 9cm အသီးသီးဖြစ်သော် ယင်းဒုချွန်မတ်၏ အမြင့်ကို ရှာပါ။
4. ပုံ (4.9) သည် အနားတစ်ဖက်လျှင် 10cm ရှိသော စတုရန်းအောက်ခြေနှင့် အမြင့် 13cm ရှိသောထပ်တူညီနှစ်နားညီတြိဂံလေးခုပါဝင်သည့် စတုရန်း ဒုချွန်မတ်တစ်ခု၏ ဖြန့်ထားသောပုံဖြစ်သည်။ယင်းကို ပုံ (4.10) ကဲ့သို့တည်ဆောက်ပြီး အောက်ပါတို့ကို ရှာပါ။



ပုံ (4.9)



ပုံ (4.10)

(a) စတုရန်း ဒုချွန်မတ်၏ မျက်နှာပြင်အားလုံးဧရိယာ

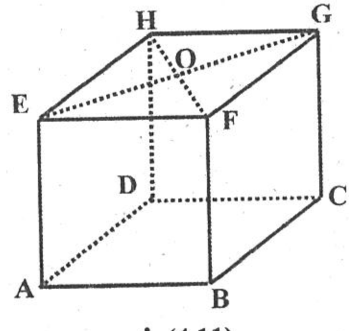
(b) စတုရန်း ဒုချွန်မတ်၏ အမြင့်

(c) စတုရန်း ဒုချွန်မတ်၏ ထုထည်

5. ABCDEFGH သည် အနားတစ်ဖက်လျှင် 4cm ရှိသော အန်စာတုံးတစ်လုံးဖြစ်၍ O သည် EFGH ၏ ဗဟိုမှတ်ဖြစ်သည်။

(a) ဒုချွန်မတ် OABCD ၏ထုထည်ကို ရှာပါ။

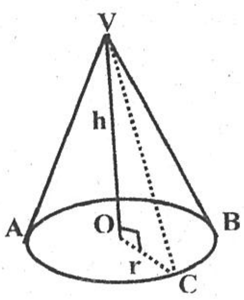
(b) ဒုချွန်မတ် OGCDH ၏ထုထည်ကို ရှာပါ။ ၎င်းနှင့် ထုထည်တူညီသော အခြား ဒုချွန်မတ်သုံးခုကို ဖော်ပြပါ။



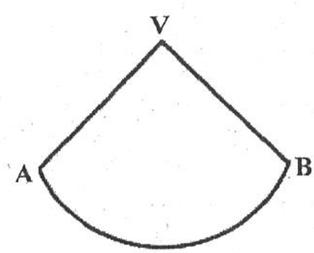
ပုံ (4.11)

4.3 စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန် (Cone or Right Circular Cone)

ဒုချွန်မတ်တစ်ခု၏အောက်ခြေသည်စက်ဝိုင်းပုံရှိပါက ယင်းကို စက်ဝိုင်းကတော့ချွန် ဟု ခေါ်သည်။



ပုံ (4.12)



ပုံ (4.13)

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်ရှိစက်ဝိုင်း၏ဗဟို O နှင့်ထိပ်စွန်းမှတ် V ကိုဆက်သွယ်သော VO မျဉ်းသည် အောက်ခြေပေါ်သို့ မျဉ်းမတ်ကျသည်။ VO ကို စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ အမြင့် (h) ဟုခေါ်ပြီး (OC) ကို အောက်ခြေစက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက် (r) ဟုခေါ်သည်။ ထိပ်စွန်းမှတ် V နှင့် စက်ဝန်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခုခု C ကို ဆက်သွယ်သောမျဉ်း VC = VA = VB = s ကို စက်ဝန်းကတော့ချွန်မှန်၏ အယိုင်မြင့် (Slant Height) ဟုခေါ်သည်။

4.3.1 စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ ထုထည်ရှာခြင်း

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်သည် ဒုချွန်မတ်အမျိုးအစားတစ်ခုဖြစ်သောကြောင့် ၎င်း၏ ထုထည်ကို အောက်ပါအတိုင်း ရှာနိုင်သည်။

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ထုထည် = ဒုချွန်မတ်၏ထုထည်

$$V = \frac{1}{3} (\text{အောက်ခြေဧရိယာ} \times \text{အမြင့်})$$

$$= \frac{1}{3} A\,h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\therefore V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

ဤပုံသေနည်းအရ စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ထုထည်သည် အောက်ခြေတူ၊ အမြင့်တူ ဆလင်ဒါ ထုထည်၏ $\frac{1}{3}$ နှင့် တူညီသည်ကိုတွေ့ရ၏။

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်ပုံသဏ္ဍာန် ခွက်တစ်ခွက်တွင် ရေ(သို့မဟုတ်) သဲအပြည့်ထည့်၍ ၎င်းနှင့်အောက်ခြေတူ အမြင့်တူသော ဆလင်ဒါသဏ္ဍာန်ခွက်ရှည်တစ်ခွက်ထဲသို့ လောင်းထည့် ကြည့်ပါကစက်ဝိုင်းကတော့ ချွန်မှန်သုံးခွက်သည် ဆလင်ဒါတစ်ခွက် နှင့် တူညီသည်ကိုတွေ့ရသည်။

ထို့ကြောင့်

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ထုထည် = $\frac{1}{3}$ (ဆလင်ဒါ၏ထုထည်)

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

4.3.2 စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာရှာခြင်း

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်တစ်ခုကို ပုံ(4.12)တွင်ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း ထောင့်မှန်မှ အတိုဆုံးအနား VO ကို ဝင်ရိုးထား၍ လှည့်ခြင်းအားဖြင့် ရရှိနိုင်ပေသည်။ ထို့ကြောင့် အခြေ စက်ဝန်းပေါ်ရှိ အမှတ်တိုင်းသည် ထိပ်စွန်းမှတ် V မှ ညီတူကွာဝေးကြသည်။ VA တစ်လျှောက် ဖြတ်၍ဖြန့်လိုက်ပါက စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ စက်ဝိုင်းစိတ်တစ်ခုအဖြစ်ရရှိပေသည်။ ပုံ(4.13)ကို ကြည့်ပါ။ ထိုအခါ စက်ဝိုင်းစိတ်၏ ဧရိယာသည် πrs ဖြစ် ကြောင်း အောက်ပါအတိုင်းတွက် နိုင်ပေသည်။

$$\frac{\text{အဝန်း } ABA}{V \text{ ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းအဝန်း}} = \frac{2\pi r}{2\pi s} = \frac{r}{s}$$

$$\therefore \frac{\text{စက်ဝိုင်းစိတ် VAB ၏ ဧရိယာ}}{\text{V ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းဧရိယာ}} = \frac{r}{s}$$

စက်ဝိုင်းစိတ် VAB ၏ ဧရိယာ $= \frac{r}{s} \times \pi s^2 = \pi rs$

ထို့ကြောင့်

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာ $= \pi rs$

(r သည် အခြေစက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်ဖြစ်၍ s သည် အယိုင်မြင့်ဖြစ်သည်။)

မှတ်ရန် ။ ။ $s^2 = h^2 + r^2$ ဖြစ်သည်။ ပုံ (4.12) ကိုကြည့်ပါ။

ဥပမာ (1)

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်ရှိ အောက်ခြေစက်ဝိုင်း၏ အချင်းမှာ 12cm ဖြစ်ပြီး အယိုင်အမြင့်မှာ 10cm ဖြစ်သော်

(a) ၎င်း၏မျက်နှာပြင် စုစုပေါင်းဧရိယာနှင့်

(b) ထုထည်ကို ရှာပါ။

(a) စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာ $= \pi rs = 3.14 \times 6 \times 10$

$= 188.4 \text{ cm}^2$

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ အောက်ခြေဧရိယာ $= \pi s^2 = 3.14 \times 6^2$

$= 113.04 \text{ cm}^2$

$\therefore$ စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏မျက်နှာပြင် စုစုပေါင်းဧရိယာ $= 188.4 + 113.04$

$= 301.44 \text{ cm}^2$

(b) (စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ အမြင့်)^2 = (အယိုင်အမြင့်)^2 − (အချင်းဝက်)^2

$= 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$

$\therefore$ စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ အမြင့် $= 8$

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ ထုထည် $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times 3.14 \times 6^2 \times 8$

$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 36 \times 8$

$= 3.14 \times 96$

$\therefore$ စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ ထုထည် $= 301.44 \text{ cm}^3$

$\therefore$ အဖြေ ။ ။စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏မျက်နှာပြင်စုစုပေါင်းဧရိယာ$= 301.44 \text{ cm}^2$

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ ထုထည် $= 301.44 \text{ cm}^3$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.2)

1. အောက်ဖော်ပြပါဇယား (4.2)မှစက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ ထုထည်အသီးသီးကိုရှာပါ။

	(1)	(2)	(3)	(4)
အောက်ခြေစက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်	6 m	21 cm	10 m	2.87 m
အမြင့်	7m	10 cm	12 m	9.34 m

ဇယား **(4.2)**

2. စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်ပုံသဏ္ဍာန် ရေခဲမုန့်ထည့်ခွက်တစ်ခွက်၏ ထိပ်ဝအချင်းမှာ 6cm ရှိပြီး 10cm နက်သော် ခွက်အတွင်းရှိ ရေခဲမုန့်ထုထည်ကို ရှာပါ။

3. အမြင့် 12cm နှင့် အောက်ခြေစက်ဝိုင်းအချင်း 10cm ရှိသော စက်ဝိုင်း ကတော့ချွန်မှန်၏ ထုထည်ကို ရှာပါ။

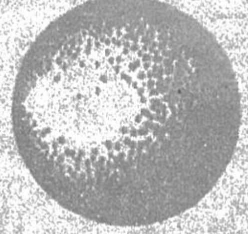
4. စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်တစ်ခု၏ အောက်ခြေစက်ဝိုင်းမှာအချင်းဝက် 7cm ရှိ၍ အယိုင်အမြင့်မှာ 25cm ရှိသည်။
   (a) မျက်နှာပြင်ခုံး၏ ဧရိယာ
   (b) အောက်ခြေစက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာ
   (c) စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ အမြင့်နှင့်ထုထည်ကို ရှာပါ။

5. စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်တစ်ခု၏အောက်ခြေအချင်းမှာ 10cm ရှိ၍ အယိုင်အမြင့်မှာ 13cmရှိ၏။စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏မျက်နှာပြင်စုစုပေါင်းဧရိယာနှင့်ထုထည်ကိုရှာပါ။

6. အရည် 200ml ဝင်စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်ပုံ ခွက်တစ်ခွက်၏စက်ဝိုင်းမှာ အချင်း 12cmရှိသော အမြင့်ကို ရှာပါ။

7. စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်ပုံသဏ္ဍာန် ရွက်ထည်တဲတစ်တဲ၏ အောက်ခြေစက်ဝိုင်းအချင်းဝက်မှာ 5cmရှိ၏။ ယင်းရွက်ထည်တဲသည် 12cm မြင့်သော်ကုန်ကျမည့် ရွက်ထည်၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။

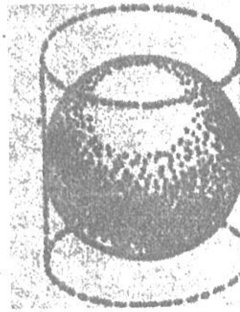
4.4 စက်လုံး


ပုံ (4.14)


ပုံ (4.15)

စက်လုံးသည် ဘောလုံး ၊ ရွှဲလုံးကဲ့သို့သော ဒုပုံတစ်ခုဖြစ်သည်။ စက်လုံး၏ ကန့်လန့် ဖြတ်ပုံမှာ စက်ဝိုင်းပုံဖြစ်သည်။ စက်လုံးမျက်နှာပြင်ပေါ်ရှိ အမှတ်တိုင်းသည် စက်လုံးအတွင်းရှိ ဗဟိုမှ အကွာအဝေးတူညီကြသည်။ ထိုညီတူအကွာအဝေးကို စက်လုံး၏ အချင်းဝက် = r ဟု ခေါ်သည်။ စက်လုံး၏ဗဟိုကိုဖြတ်သွားသော ပြင်ညီတစ်ခုသည် ထိုစက်လုံးကို **စက်လုံးခြမ်း (Semispheres)** နှစ်ခုဖြစ်အောင် ခွဲခြမ်းသည်။

ပစ္စည်းတစ်မျိုးတည်းဖြင့် ပြုလုပ်ထားသော အချင်းတူ **ခေါင်းပိတ်စက်လုံးနှင့် ခေါင်းပိတ်ဆလင်ဒါ**များကို ချိန်တွယ်ကြည့်ပါကစက်လုံး 3 လုံး၏အလေးချိန်သည် ဆလင်ဒါ 2 ခု၏အလေးချိန်နှင့်တူညီသည်ကိုတွေ့ရသည်။


ပုံ **(4.16)**

စက်လုံး 3 လုံး၏အလေးချိန် = ဆလင်ဒါ 2 ခု၏ အလေးချိန်

စက်လုံး 1 လုံး၏အလေးချိန် = $\frac{2}{3}$ ဆလင်ဒါ၏ အလေးချိန်

$\therefore$ စက်လုံး၏ ထုထည် = $\frac{2}{3}$ ဆလင်ဒါ၏ထုထည်

= $\frac{2}{3}$ [အောက်ခြေဧရိယာ $\times$ အမြင့်]

= $\frac{2}{3}$ [π (အချင်းဝက်)^2 $\times$ အမြင့်]

$$= \frac{2}{3}[\pi r^2 \times 2r] = \frac{2}{3}[2\pi r^3]$$

$\therefore$ $\boxed{\text{စက်လုံး၏ ထုထည်} = \frac{4}{3}\pi r^3}$

4.4.1 စက်လုံး၏ မျက်နှာပြင်ဧရိယာရှာခြင်း

စက်လုံးတစ်ခုသည်အချင်းဝက် သို့မဟုတ် အမြင့်ချင်းတူညီသော ဆလင်ဒါတစ်ခုကဲ့သို့ တိကျစွာဝင်နိုင်သော် (စက်လုံးသည် ဆလင်ဒါ၏ အထက်အောက်နှင့် ဘေးဘက်အားလုံးတို့ကို ထိနေသော်) စက်လုံး၏မျက်နှာပြင်ဧရိယာသည် ဆလင်ဒါ၏ မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာနှင့် တူညီပေသည်။ စက်လုံး သို့မဟုတ် ဆလင်ဒါ၏ အချင်းဝက်သည် r ဖြစ်သော် အမြင့်သည် 2r ဖြစ်သည်။ (စက်လုံး၏အချင်းသည် ဆလင်ဒါ၏ အမြင့်ဖြစ်သည်။)

စက်လုံး၏ မျက်နှာပြင်ဧရိယာ = ဆလင်ဒါ၏ မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာ

$= 2\pi r h$

$= 2\pi r \times 2r \qquad (h = 2r)$

$= 4\pi r^2$

$\therefore$ စက်လုံး၏ မျက်နှာပြင်ဧရိယာ = $4\pi r^2$

ဥပမာ (1)

စက်လုံးခြမ်းတစ်ခု၏အချင်းမှာ 6cm ရှိသော်

(a)စက်လုံးခြမ်း၏ထုထည် (b)မျက်နှာပြင် စုစုပေါင်း ဧရိယာကို ရှာပါ။

(a) **စက်လုံးခြမ်း၏ထုထည်** = $\frac{1}{2}$ (စက်လုံး၏ ထုထည်)

$= \frac{1}{2}(\frac{4}{3}\pi r^3) \qquad = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 3.14 \times 3^3$

$= 2 \times 3.14 \times 9 \qquad = 3.14 \times 18$

$= 56.52\ cm^3$

(b) စက်လုံးခြမ်း၏ မျက်နှာပြင်

စုစုပေါင်းဧရိယာ = မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာ + အောက်ခြေဧရိယာ

$= \frac{1}{2}(4\pi r^2) + \pi r^2$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3.14 \times 3^2 + 3.14 \times 3^2$

$= 3 \times 3.14 \times 3^2 \qquad = 3.14 \times 3^3$

$= 3.14 \times 27 \qquad = 84.78\ cm^2$

$\therefore$ အဖြေ ။ ။ စက်လုံးခြမ်း၏ထုထည် = $56.52\ cm^3$

စက်လုံးခြမ်း၏ မျက်နှာပြင် စုစုပေါင်းဧရိယာ = $84.78\ cm^2$

ဥပမာ (2)

စက်လုံးတစ်လုံး၏ထုထည်မှာ113.04m^3ဖြစ်လျှင်၊ထိုစက်လုံး၏အချင်းဝက်ကို ရှာပါ။

စက်လုံး၏ထုထည် $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$3V = 4\pi r^3$$

$$r^3 = \frac{3V}{4\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{3\times 113.04}{4\times 3.14}} = \sqrt[3]{\frac{339.12}{12.56}} = \sqrt[3]{27} = 3\text{ m}$$

∴ အဖြေ ။ ။ စက်လုံး၏အချင်းဝက် = 3 m

လေ့ကျင့်ခန်း (4.3)

1. အချင်းဝက် 3.5cm နှင့် 10cm အသီးသီးရှိကြသော စက်လုံးတို့၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။
2. အချင်းဝက် 1m နှင့် 7mm အသီးသီးရှိကြသော စက်လုံးတို့၏ ထုထည်ကိုရှာပါ။
3. အချင်း 21cm ရှိသော ဘောလုံးတစ်လုံး၏ မျက်နှာပြင်ဧရိယာနှင့် ထုထည်ကိုရှာပါ။
4. အနားတစ်ဖက်လျှင် 6m ရှည်သော အန်စာတုံးပုံ သတ္တာအတွင်း ထည့်သွင်းနိုင်မည့် အကြီးဆုံးစက်လုံး၏ ထုထည်ကို ရှာပါ။
5. ကမ္ဘာလုံး၏အချင်းဝက်သည် 6400km ရှိသော် ထုထည်နှင့် မျက်နှာပြင်ဧရိယာကို ရှာပါ။
6. ဂျူပီတာ (Jupiter) ဂြိုလ်၏အချင်းသည် ကမ္ဘာမြေကြီး၏အချင်းထက် 11 ဆရှိသော် ဂျူပီတာဂြိုလ်နှင့်ကမ္ဘာမြေကြီး၏ ထုထည်အချိုးကို ဖော်ပြပါ။
7. ပြခန်းတစ်ခု၏ခေါင်မိုးမှာ စက်လုံးခြမ်းသဏ္ဍာန်အမိုးလုံးပုံဖြစ်၍ အချင်းမှာ 35m ရှိသည်။စတုရန်း1mလျှင်10 ကျပ်နှုန်းနှင့်ဆေးသုတ်သော်ငွေမည်မျှကုန်ကျ မည်နည်း။
8. ဘွိုင်လာရေနွေးအိုးတစ်လုံးသည် ဆလင်ဒါပုံဖြစ်ပြီး ထိပ်နှစ်ဖက်မှာ စက်လုံးခြမ်း ပုံဖြစ်၏။ ရေနွေးအိုးသည် 16m ရှည်ပြီး အချင်းမှာ 6m ဖြစ်လျှင် အိုးအတွင်းရှိ ရေနွေး၏ ထုထည်ကို ရှာပါ။

9. အချင်းဝက် 1m, 2m နှင့် 3m အသီးသီးရှိကြသော စက်လုံးများ၏ ဧရိယာနှင့် ထုထည်မှာ A_1, A_2, A_3 နှင့် V_1, V_2, V_3 အသီးသီးဖြစ်ကြသည်။ ဧရိယာနှင့်ထုထည်ကို တွက်ချက်ခြင်းမပြုဘဲ အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

(a) $A_1 : A_2$ (b) $A_2 : A_3$ (c) $A_1 : A_2 : A_3$

(d) $V_1 : V_2$ (b) $V_2 : V_3$ (c) $V_1 : V_2 : V_3$

10. စက်လုံးနှစ်လုံး၏အချင်းဝက်အချိုးမှာ 1 : 4 ဖြစ်လျှင် ၎င်းတို့၏မျက်နှာပြင်ဧရိယာ အချိုးကို နှိုင်းယှဉ်ပြပါ။

11. အချင်း5cmရှိသည့်ဆလင်ဒါပုံခွက်ထဲတွင်ရေအနက်6cmရှိ၏။ထိုခွက်ထဲသို့အချင်း 3cmရှိသံလုံးကလေးတစ်လုံးကိုနှစ်ချလိုက်သောအခါရေအနက်မည်မျှဖြစ်လာမည်နည်း။

12. စက်လုံးတစ်လုံး၏မျက်နှာပြင်ဧရိယာမှာ A ထုထည်မှာ V ဖြစ်လျှင် $A^3 = 36\pi V^2$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

လေ့ကျင့်ခန်း (**4.4**)

1. အချင်း 8.4cm ရှိသောစက်ဝိုင်း၏ဧရိယာနှင့် စက်ဝန်း၏အလျားကို ရှာပါ။
2. စက်ဝိုင်းပုံပြေးလမ်းတစ်ခုသည် 440m ရှည်သော် ၎င်း၏အချင်းဝက်ကို ရှာပါ။
3. စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ဧရိယာမှာ 38.5cm^2 ဖြစ်သော် ၎င်း၏အချင်းဝက်နှင့် စက်ဝန်း၏ အလျား ကိုရှာပါ။
4. 8cm, 4.8cm နှင့် 6.4cm အလျားအသီးသီးရှိ ထောင့်မှန်တြိဂံ၏ဧရိယာကို ရှာပါ။
5. အနားတစ်ဖက်လျှင် 6cm ရှိသော သုံးနားညီတြိဂံတစ်ခု၏ အမြင့်နှင့်ဧရိယာကို ရှာပါ။
6. ထိပ်စွန်းမှတ် A(3,1), B(9,1) နှင့် C(7,6) ရှိသောတြိဂံ၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။
7. ထောင့်မှန်စတုဂံပုံမြက်ခင်းသည် 9m ရှည်ပြီး 7m ကျယ်၏။ မြက်ခင်း၏ အလယ် ဗဟို တွင် အချင်း 2m ရှိသော စက်ဝိုင်းပုံ အကျယ်အဝန်း၌ နှင်းဆီပန်းပင်များ စိုက်ပျိုး ထားသော် မြက်ခင်းများသာရှိသော ဧရိယာကိုရှာပါ။
8. (a) ဧရိယာ 144cm^2 ရှိအကျယ်အဝန်းကို ဘောင်ခတ်ထားသောစတုရန်း၏ အနား တစ်ဖက် ကိုရှာပါ။

   (b) ဧရိယာ 1.44cm^2 ရှိအကျယ်အဝန်းကို ဘောင်ခတ်ထားသော စတုရန်း၏ အနား တစ်ဖက်ကိုရှာပါ။

   (c) ဧရိယာ 14.4cm^2 ကို ဘောင်ခတ်ထားသောအကျယ် 8mm ရှိသည့် ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အရှည်ကိုရှာပါ။

9. ပြတင်းပေါက်တစ်ပေါက်သည် (4m × 2m) အတိုင်းအတာရှိသည့် ထောင့်မှန်စတုဂံပေါ်တွင် အချင်း 2m ရှိစက်ဝိုင်းခြမ်း တင်ထားသော ပုံသဏ္ဍာန် ဖြစ်နေသော် ပြတင်းပေါက်တွင် တပ်ဆင်မည့်မှန်ချပ်၏ ဧရိယာစုစုပေါင်း ကိုရှာပါ။

10. ဆလင်ဒါပုံ ပေါင်ဒါဘူးတစ်ဘူးသည် 10cm မြင့်၍ 14cm အချင်းရှိ၏။ ပေါင်ဒါမှုန့်များ ထည့်ထားသော (1.5 m × 0.3 m × 0.1 m) ရှိသည့် ထောင့်မှန်ဒုပုံ သေတ္တာမှ ဖော်ပြပါ ပေါင်ဒါမှုန့်များကို ပေါင်ဒါဘူးငယ်များတွင် ဖြည့်သွင်းသော် ပေါင်ဒါဘူးမည်မျှ ဖြည့်သွင်း နိုင်သနည်း။

11. (18m ×15m)ရှိ ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ အိမ်ခေါင်မိုးပေါ်သို့ ရွာသွန်းသော မိုးရေကို အချင်းဝက် 0.75m ရှိဆလင်ဒါပုံ ရေစည်တစ်လုံးဖြင့် ခံထားသည်။ မိုးရေချိန် 1.6mm ရွာသွန်းသော နေ့၌ရေစည်အတွင်းခံယူရရှိထားသော ရေ၏အနက်ကို ရှာပါ။

12. အလျား 14cm, အနံ 10cm ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ သံဖြူပြားတစ်ချပ်၏ ထောင့်စွန်းများတွင် ပတ်လည်အနား x cm စတုရန်းကွက်ကလေးများ ဖြတ်ထုတ်ပြီး အဖုံးမပါသော သေတ္တာတစ်လုံး ပြုလုပ်သော် သေတ္တာ၏ ထုထည်သည် $(140x - 48x^2 + 4x^3)\,cm^3$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

13. နံရံသုတ်ဆေး 1litre သည်ဧရိယာ $9m^2$ သုတ်နိုင်၏။ 1.2m မြင့်သောနံရံကို ဆေးသုတ်ရာ ဆေး $5\frac{1}{2}$ litre ကုန်သော်ထိုနံရံသည် မည်မျှရှည်လျားသနည်း။

14. ရေကူးကန်တစ်ကန်သည် 40m ရှည်၍ 15m ကျယ်၏။ ကန်၏အစွန်းတစ်ဖက် ရေတိမ်ပိုင်းသည်1mနက်၍အခြားတစ်ဖက်ဖြစ်သော ရေနက်ပိုင်းသည် 3m နက်သည်။
(a) ရေကူးကန်ပုံကြမ်းရေးဆွဲပြပါ။ရေကူးကန်ရှိ နံရံတစ်ဖက်ဖက်၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။
(b) ဧရိယာရှာပြီးသောနံရံကို ဒုရှည်တစ်ခု၏ အောက်ခြေဧရိယာဟု ယူဆပြီး ရေကူးကန် အတွင်းရှိ ရေ၏ထုထည်ကို ရှာပါ။

15. ဆလင်ဒါပုံ ရေသိုလှောင်စည်တစ်စည်သည် ရေ 88litre သိုလှောင်ထားသဖြင့် ရေအနက် 70cm ရှိ၏။ ရေစည်၏အချင်းဝက်ကို ရှာပါ။

16. (a) စက်ဘီးတစ်ဘီး၏အချင်းသည်56cmရှိ၏။ဘီးတစ်ပတ်လျှင်မည်မျှရွေ့နိုင်သနည်း။
(b) စက်ဘီးအပတ်ပေါင်း 100 လည်လျှင် ခရီးမည်မျှရောက်နိုင်သနည်း။

17. ထောင့်မှန်ဒုတစ်ခု၏ အတိုင်းအတာများမှာ 1 : 2 : 3 အချိုးအတိုင်းရှိပြီး မျက်နှာပြင် စုစုပေါင်းဧရိယာမှာ $1408cm^2$ ဖြစ်သော် အလျား ၊ အနံနှင့် အမြင့်တို့ကို ရှာပါ။

18. အလေးချိန် 250g လေးသော ကြေးလုံးတစ်လုံး၏ အချင်းဝက်ကို ရှာပါ။
$(1cm^3 = 8.95g)$

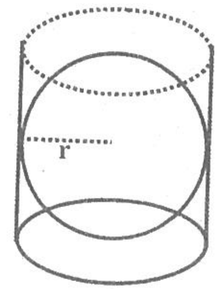
19. စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်တစ်ခု၏ အောက်ခြေစက်ဝိုင်းအချင်းမှာ 14.4cm ရှိ၍အယိုင်အမြင့်မှာ 12cm ဖြစ်သော် (a)မျက်နှာပြင်စုစုပေါင်းဧရိယာ နှင့်
(b)ထုထည်ကို ရှာပါ။

20. အချင်းဝက် r ရှိသောစက်လုံးတစ်လုံးသည် ဆလင်ဒါတစ်ခုအတွင်းသို့ ပုံတွင် ပြထားသည့် အတိုင်း အတိအကျဝင်သော်

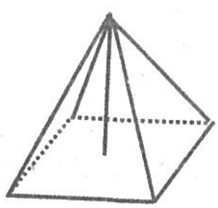
(a) စက်လုံး၏ မျက်နှာပြင် ဧရိယာသည် ဆလင်ဒါ၏ မျက်နှာပြင် ခုံးဧရိယာနှင့် တူညီ ကြောင်းပြပါ။

(b) စက်လုံး၏ထုထည်နှင့်ဆလင်ဒါတို့၏ထုထည်အချိုးကိုရှာပါ။

(c) ဆလင်ဒါနှင့်အခြေစက်ဝိုင်းတူအမြင့်တူသောစက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ထုထည်ကိုရှာပါ။စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၊ စက်လုံးနှင့် ဆလင်ဒါတို့၏ ထုထည် အချိုးသည် 1 : 2 : 3 ဖြစ်ကြောင်း သက်သေပြပါ။



ပုံ (4.17)



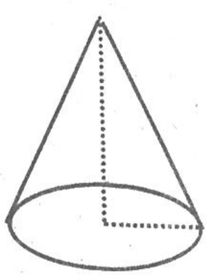
အကျဉ်းချုပ်

ဒုချွန်မတ်၏ ထုထည် $= \frac{1}{3}$ အောက်ခြေဧရိယာ × အမြင့်

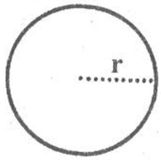
$$V = \frac{1}{3} A h$$

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ ထုထည် $= \frac{1}{3}$ အောက်ခြေဧရိယာ × အမြင့်

$$V = \frac{1}{3} A h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$



စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏
မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာ $= \pi r s$



စက်လုံး၏ထုထည် $= \frac{4}{3} \pi r^3$

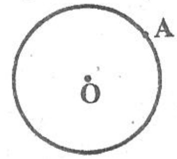
စက်လုံး၏ မျက်နှာပြင်ဧရိယာ $= 4 \pi r^2$

အခန်း (5)
အခြေခံဆောက်လုပ်ချက်များ

5.1 ဆောက်လုပ်ချက် (9)

ပေးထားသော စက်ဝိုင်း၏ အဝန်းပေါ်ရှိ ပေးရင်းအမှတ်တစ်ခု၌ ထိုစက်ဝန်း၏ တန်းဂျင့်တစ်ကြောင်း ဆောက်လုပ်ရန်။

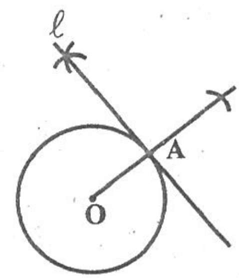
ပေးထားချက် ။ ။ O ဗဟိုရှိစက်ဝိုင်းနှင့် ထိုစက်ဝန်း၏ အဝန်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခု A



ပုံ (5.1)

ဆောက်လုပ်ရန် ။ ။ အမှတ် A ၌စက်ဝိုင်းအတွက် တန်းဂျင့်တစ်ကြောင်းဆွဲရန်။

ဆောက်လုပ်ချက် ။ ။



ပုံ (5.2)

အဆင့် (1) ။ ။ မျဉ်း OA ကို ဆက်ဆွဲပါ။

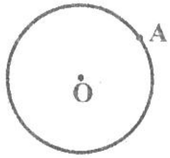
အဆင့် (2) ။ ။ (ဆောက်လုပ်ချက် 4 ကိုအသုံးပြု၍) OA ကို A ၌ထောင့်မတ်ကျသော မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ထိုမျဉ်းကို ℓ ဟုခေါ်ပါ။ ℓ သည် လိုအပ်သော တန်းဂျင့်ဖြစ်သည်။

သက်သေပြချက် ။ ။

ℓ သည် OA ကို A ၌ထောင့်မတ်ကျသည်။

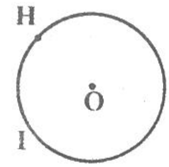
A သည် စက်ဝန်းပေါ်ရှိအမှတ်တစ်ခုဖြစ်ပြီး OA သည် အချင်းဝက်တစ်ခုဖြစ်သည်။

ℓ သည် စက်ဝိုင်းကို A ၌ထိသောတန်းဂျင့်ဖြစ်သည်။



ပုံ (5.3)

စက်ဝိုင်းကို A ၌
ထိသောတန်းဂျင့်ကို ဆွဲပါ။



ပုံ (5.4)

HI ၏အလယ်အမှတ်၌
စက်ဝိုင်းကိုထိသော တန်းဂျင့်ကိုဆွဲပါ။

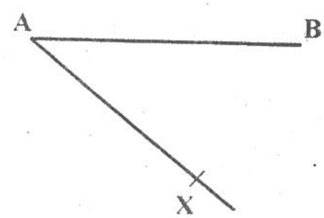
5.2 ဆောက်လုပ်ချက် (10)

ပေးရင်းမျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကို သတ်မှတ်ထားသော အရေအတွက်ရှိ ထပ်တူညီမျဉ်းပိုင်းများ ရအောင် စိတ်ပိုင်းရန်။

ပေးထားချက် ॥ ॥ မျဉ်းပိုင်း AB

ပုံ (5.5)

ဆောက်လုပ်ရန် ॥ ॥ AB ပေါ်တွင် အမှတ် D နှင့် E တို့ကို AD=DE=EB ဖြစ်အောင် သတ်မှတ်ပေးရန်။



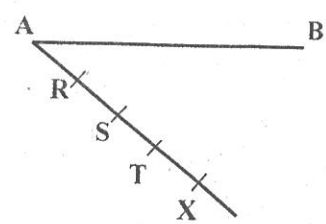
ပုံ (5.6)

အဆင့် (1)

A ကိုအစမှတ်အဖြစ်ယူ၍ မျဉ်းတန်းတစ်ခုကို AB နှင့် တစ်ဖြောင့်တည်း မကျအောင်ဆွဲပါ။ ထိုမျဉ်းပေါ်တွင် အမှတ် တစ်ခု X ကိုယူပါ။

အဆင့် (2)

A ကိုဗဟိုအဖြစ် စတင်ယူလျက် သင့်တော်သော အချင်းဝက်ဖြင့် ထပ်တူညီမျဉ်းပိုင်း သုံးခုကို AX ပေါ်တွင်ဆောက်လုပ်ပါ။ ရရှိလာသော အမှတ်များကို R, S, T ဟုခေါ်ပါ။

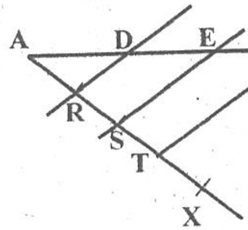


ပုံ (5.7)

အဆင့် (3) BT ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (4) (ဆောက်လုပ်ချက် 7 ကို အသုံးပြု၍) R နှင့် S အမှတ်တစ်ခုစီကို ဖြတ်လျက် BT နှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းများကိုဆွဲပါ။ ထိုမျဉ်းပြိုင်များနှင့် AB ဖြတ်၍ ရရှိသော ဖြတ်မျဉ်းများကို D နှင့် E ဟုခေါ်ပါ။

AD=DE=EB



ပုံ (5.8)

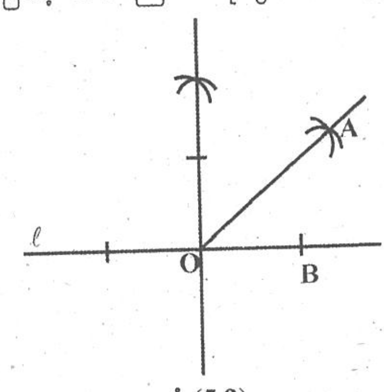
သက်သေပြချက် ။ ။ (ကြိုးစားတွက်ကြည့်ပါ။)

ဆောက်လုပ်ချက်များကို အသုံးပြုခြင်း

ဥပမာ (1) ။ ။ ပမာဏ 45° ရှိသော ထောင့်တစ်ထောင့်တည်ဆောက်ပါ။

အဆင့် (1) ။ ။ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (2) ။ ။ ထိုမျဉ်းဖြောင့်ပေါ်ရှိ အမှတ် O ၌ ℓ နှင့်ထောင့်မတ်ကျသော မျဉ်းဖြောင့် တစ်ကြောင်းကိုဆွဲပါ။



ပုံ (5.9)

အဆင့် (3)။ ။ ဖြစ်ပေါ်လာသော ထောင့်မှန်နှစ်ခုအနက် တစ်ခု၏ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းတန်းတစ်ခုဆွဲပါ။

အဆင့် (4)။ ။ ထက်ဝက်ပိုင်း၍ရရှိသော ထောင့်တစ်ခုသည် ပမာဏ 45° ရှိ၏။

လေ့ကျင့်ခန်း (5.2)

1. ပမာဏ $22\frac{1}{2}^\circ$ ရှိသော ထောင့်တစ်ထောင့်ဆွဲပါ။
2. 60° ရှိသော ထောင့်တစ်ထောင့်ဆွဲပါ။
3. 30° ရှိသော ထောင့်တစ်ထောင့်ဆွဲပါ။
4. 135° ရှိသော ထောင့်တစ်ထောင့်ဆွဲပါ။
5. 120° ရှိသော ထောင့်တစ်ထောင့်ဆွဲပါ။

အခန်း (6)
အချိုးကျပုံဆွဲခြင်း

6.1 ပုံသဏ္ဌာန်များတိုးချဲ့ကြီးထွားလာပုံ

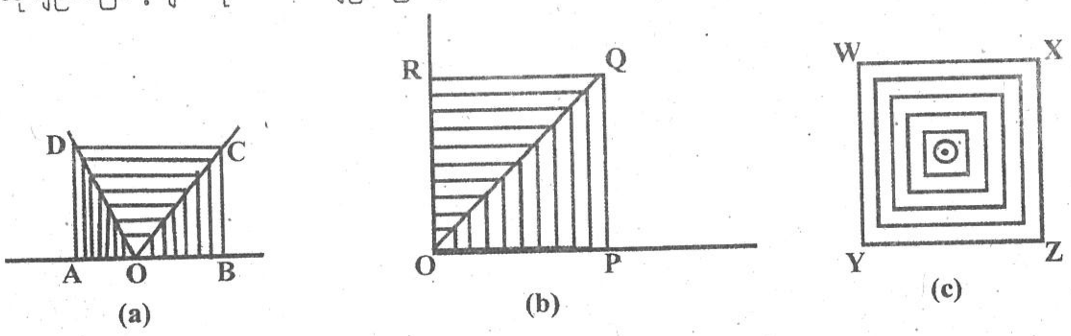
ပုံ(6.1)ပါ ဂျီဩမေတြီပုံများသည် အရွယ်အစားအမျိုးမျိုးသော ထောင့်မှန်စတုဂံ များဖြင့် ပြုလုပ်ထားသော အဆင်များဖြစ်သည်။

ပုံ(a)တွင် မျဉ်းဖြောင့် OA, OB, OC, OD တို့သည်လည်းကောင်း

ပုံ(b)တွင် မျဉ်းဖြောင့် OP, OQ, OR တို့သည်လည်းကောင်း

ပုံ(c)တွင် မျဉ်းဖြောင့် OX, OY, OZ, OW တို့သည်လည်းကောင်း

ပုံအသီးသီးတို့တွင် မည်သို့အဆင်များ ပေါ်ထွက်လာသည်ကိုဖော်ပြလျက်ရှိသည်။ ထိုမျဉ်းဖြောင့်များကို အဆင်မျဉ်းဖြောင့် (Pattern Line) များဟုခေါ်သည်။

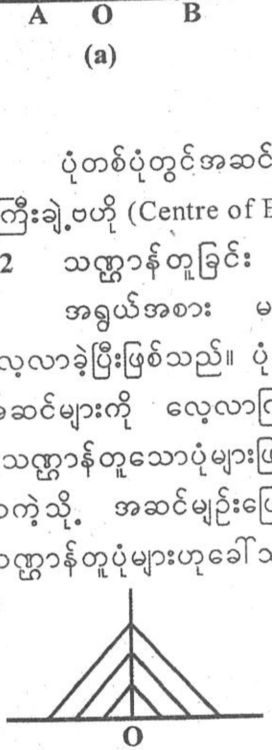


ပုံ (6.1)

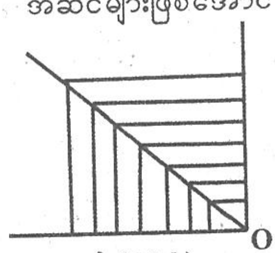
ပုံတစ်ပုံတွင်အဆင်မျဉ်းဖြောင့်များသည် အမှတ်တစ်ခုတွင် တွေ့ဆုံ၍ ထိုအမှတ်ကို ပုံကြီးချဲ့ဗဟို (Centre of Enlargement) ဟုခေါ်သည်။

6.2 သဏ္ဌာန်တူခြင်း

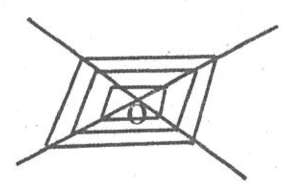
အရွယ်အစား မတူသော်လည်း ပုံသဏ္ဌာန်အားဖြင့်တူသော ပုံများအကြောင်းကို လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ပုံသဏ္ဌာန် အားဖြင့်တူသောပုံများဖြင့် ဖွဲ့စည်းတည်ဆောက်ထားသည့် အဆင်များကို လေ့လာကြမည်။ ပုံ(6.2)ကိုကြည့်ပါ။ ပုံတွင်ပြထားသည့် အဆင့်များသည် ပုံသဏ္ဌာန်တူသောပုံများဖြင့် ပြီးသည့်အဆင်များဖြစ်သည်။ အကယ်၍ ပုံများကို ပုံတွင် ပြထားသကဲ့သို့ အဆင်မျဉ်းဖြောင့်ရှိသော အဆင်များဖြစ်အောင် စီစဉ်နိုင်လျှင် ထိုပုံ များကို သဏ္ဌာန်တူပုံများဟုခေါ်သည်။



ပုံ (6.2.a)



ပုံ (6.2.b)



ပုံ (6.2.c)

6.3 အဆင်မျဉ်းဖြောင့်

အဆင်မျဉ်းဟုခေါ်သော မျဉ်းဖြောင့်များနှင့်ပတ်သက်ပြီး သတိပြုရန်အချက်များ တွေ့ရှိရသည်။

ပုံ 6.2(b)၏ အငယ်ဆုံးထောင့်မှန်စတုဂံတွင် O မှထောင့်စွန်းများသို့ အကွာအဝေး တို့သည်(စင်တီမီတာဖြင့်) (0, 0.3, 0.5,0.4) ဖြစ်သည်။ ဤတွင်ကိန်းတို့၏ နေရာ အစီအစဉ် သည် အရေးကြီးသည်။ အခြားထောင့်မှန်စတုဂံများအတွက် အလားတူ အကွာအဝေးပြကိန်း တန်ဖိုးများ ရှာကြည့်ပါ။ ထို့ပြင် စတုဂံအနားများ၏ အလယ်မှတ်များ အတွက်လည်း အကွာ အဝေးပြကိန်းများကို ရှာနိုင်သည်။

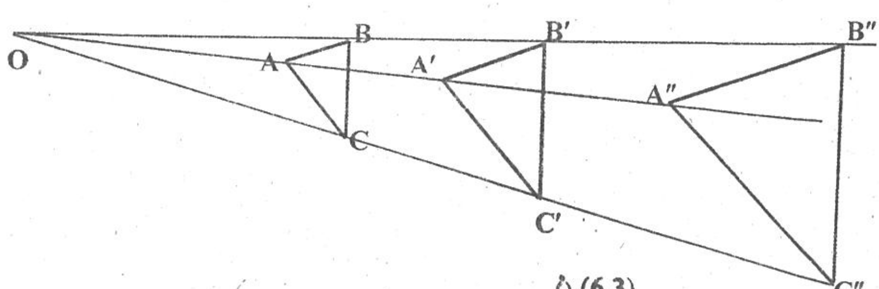
ထိုကိန်းများ၏အချိုးတို့သည်မပြောင်းလဲ။ တစ်ခုနှင့်တစ်ခုတူညီနေသည်ကိုတွေ့ရမည်။

အထက်ပါအတိုင်းပင်ပုံ6.2(a)တွင်ပါဝင်သည့် တြိဂံများအတွက်လည်း ထောင့်စွန်းများ အကွာအဝေးကို တိုင်းကြည့်နိုင်သည်။ ရရှိမည့်ကိန်းသုံးလုံးတွဲတို့သည် ကိန်းတွဲ(1,1,1) ၏ ဆတိုးကိန်းများဖြစ်သည်။

ပုံ6.3 တွင် ဖော်ပြထားသောတြိဂံသုံးခုကိုလေ့လာပါ။ သက်ဆိုင်ရာထောင့်များကိုဖြတ်၍ ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်း အဆင်မျဉ်းဖြောင့်ကိုဆွဲလျှင် အမှတ်တစ်နေရာတည်း၌တွေ့ဆုံ ပေမည်။ O သည် တွေ့ဆုံရာအမှတ်ဖြစ်သည်။

ထို့ပြင်

$$OA' = 2OA$$
$$OB' = 2OB$$
$$OC' = 2OC$$
$$OA'' = 4OA$$
$$OB'' = 4OB$$
$OC'' = 4OC$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။



ပုံ (6.3)

6.4 တိုးချဲ့ခြင်း (**Dilation**)

ရှေ့တွင်ပုံတစ်ခု၏အရွယ်အစားမပြောင်းဘဲ ပုံတစ်ခုကိုရွှေ့ပြောင်းသည့်အကြောင်းကို လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ထိုရွှေ့ပြောင်းနည်းများမှာ အဖြောင့်ရွှေ့ပြောင်းခြင်း ၊ မှန်ရိပ်ချခြင်းနှင့် လှည့်ခြင်းတို့ဖြစ်သည်။ ဤသို့ရွှေ့ပြောင်းနည်းတို့ကို စုစည်း၍ isometric (ပုံမပျက်) သည့် ရွှေ့ပြောင်းနည်းဟု ခေါ်သည်။

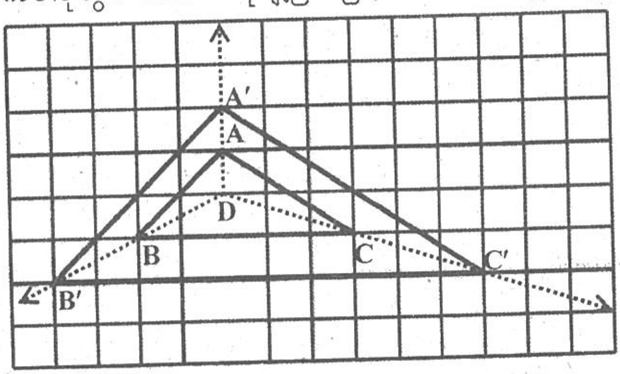
အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်

တိုးချဲ့သောရွှေ့ပြောင်းနည်းသည်ပုံ၏အရွယ်အစားကိုပြောင်းစေသော်လည်းသဏ္ဌာန်ကိုမူ မပြောင်းပေ။ ဤသို့ဖြင့် သဏ္ဌာန်တူပုံများကို ရသည်။

ဥပမာ (1)

ဂရပ်စာရွက်များကိုအသုံးပြု၍ ပုံများကိုချဲ့နိုင်သည်။

အောက်ပါပုံတွင် ΔABC ကိုချဲ့ခြင်းဖြင့် $\Delta A'B'C'$ ရရှိသည်ကိုတွေ့ရသည်။



ပုံ (6.4)

ပုံ(6.4)တွင်အမှတ် D ကိုတိုးချဲ့ခြင်းဆိုင်ရာဗဟို (Centre of Dilation) ဟုခေါ်သည်။ ၎င်းအမှတ်ကို တြိဂံ၏အတွင်း၌ပြထားသည်။ သို့သော်တြိဂံ၏အတွင်း သို့မဟုတ် အပြင် မည်သည့်နေရာ၌မဆိုဖြစ်နိုင်သည်။

အမှတ် D နှင့် ΔABC ပေါ်ရှိ အမှတ်အသီးသီးတို့၏ အကွာအဝေးကို မြှောက်သောကိန်းတစ်ခုအား အဆတိုးကိန်း (Scale factor) ဟုခေါ်သည်။

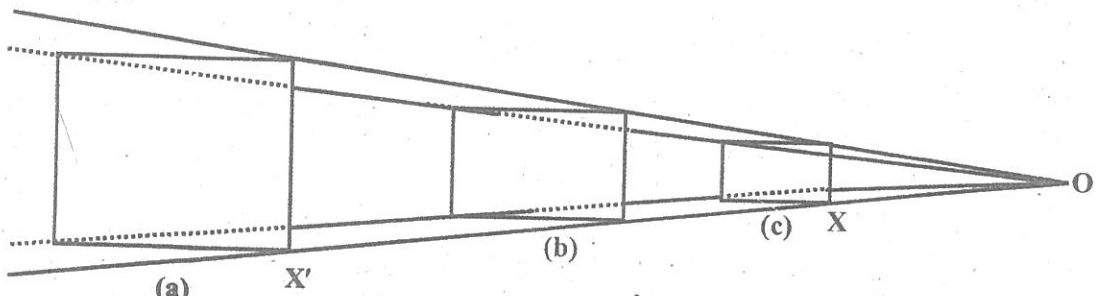
အထက်ပါပုံအတွက် အဆတိုးကိန်းသည် 2 ဖြစ်သည်။ သို့သော်၎င်းသည် အပိုင်းကိန်းလည်း ဖြစ်နိုင်သည်။ ဥပမာ $\Delta A'B'C'$ သည်မူလပုံဖြစ်ပြီး ΔABC သည်တိုးချဲ့ခြင်းဖြင့်ရရှိသောပုံဖြစ်ပါက အဆတိုးကိန်းသည် ½ ဖြစ်ပေမည်။

A' B' C' အမှတ်များကို A, B, C အမှတ်အသီးသီးတို့၏ ပုံရိပ်များဟုခေါ်သည်။ A နှင့် A', B နှင့် B', C နှင့် C' တို့ကို လိုက်ဖက်အမှတ်များဟုခေါ်သည်။ အနား A' B' သည် AB

နှင့်လိုက်ဖက်သည်။ A′ C′ ၏လိုက်ဖက်အနားသည် မည်သည်နည်း။ BC ၏ လိုက်ဖက်အနား ကို သိပါသလား။

∠BAC နှင့် ∠B′ A′ C′ တို့ကို လိုက်ဖက်ထောင့်များ ဟုခေါ်သည်။ အထက်ပါပုံမှ အခြားလိုက်ဖက်ထောင့်နှစ်စုံကိုလည်း ဖော်ပြပါ။ လိုက်ဖက်ထောင့်များ၏ အတိုင်းအတာများမှ မည်သည်ကို သတိပြုမိပါသနည်း။ လိုအပ်လျှင် ၄င်းပုံကိုကူးယူ၍ ထောင့်တိုင်းကိရိယာ အသုံးပြုပြီး စစ်ဆေးပါ။

ဥပမာ (2)



ပုံ (6.5)

ပုံ(6.5)တွင် တိုးချဲ့ခြင်းဆိုင်ရာ ဗဟိုသည် ပုံ၏အပြင်ဘက်တွင် တွေ့ရသည်။ ပုံ(c) မှ ပုံ(a) သို့ချဲ့ရာ၌အဆတိုးကိန်းသည် A ဖြစ်သည်။ ကွန်ပါကို အသုံးပြု၍ OX′ အလျားသည် OX ၏လေးဆဖြစ်သည်ကို ဆန်းစစ်ပါ။

တိုးချဲ့ခြင်း၏ စကေးဆိုင်ရာ ကိန်းရှာခြင်း

ပထမနည်း

$$\boxed{\text{အဆတိုးကိန်း} = \frac{\text{ချဲ့ပြီးပုံမှ အလျား}}{\text{မချဲ့မီ မူလပုံမှ အလျား}}}$$

ဥပမာ (3)

ပုံ(6.4) အတွက် $\frac{A'C'}{AC} = 2$ သည် အဆတိုးကိန်းဖြစ်သည်။

ပုံ(6.5) တွင် ပုံ(c)မှ ပုံ(b)သို့ တိုးချဲ့ရာတွင် အဆတိုးကိန်း မည်မျှရှိသည်ကို ပထမနည်းအရ ရှာပေးပါ။

ဒုတိယနည်း

D သည် တိုးချဲ့ခြင်းဆိုင်ရာ ဗဟိုဖြစ်လျှင်

$$\text{အဆတိုးကိန်း} = \frac{\text{ပုံရိပ်အမှတ်၏ D မှအကွာအဝေး}}{\text{မူလပုံမှလိုက်ဖက်အမှတ်၏ D မှအကွာအဝေး}}$$

ဥပမာ (4)

ပုံ(6.4)အတွက် $\frac{DA'}{DA} = 2$ သည် အဆတိုးကိန်းဖြစ်သည်။

ပုံ(6.5)တွင်ပုံ(c)မှ ပုံ(b)သို့တိုးချဲ့ရာတွင်အဆတိုးကိန်းမည်မျှရှိသည်ကို ဒုတိယနည်းအရ ရှာပေးပါ။

6.5 အချိုးကျပုံများနှင့် အချိုးကျပုံဆွဲခြင်း

အထက်တွင်ပုံများကို ချဲ့ယူခြင်းဖြင့် အရွယ်အစား မတူသော်လည်း ပုံသဏ္ဌာန်တူသော ဂျီဩမေတြီပုံများ ရရှိနိုင်ကြောင်း သိပြီးဖြစ်သည်။

အင်ဂျင်နီယာ တစ်ယောက်သည် တံတားအသစ်တစ်ခု ဆောက်လုပ်လိုလျှင်သော်လည်းကောင်း ၊ သင်္ဘောတစ်စင်းတည်ဆောက်လိုလျှင်သော်လည်းကောင်း ပုံစံငယ်ထုတ်လုပ်ရပေမည်။ ယင်းပုံစံငယ်သည် တည်ဆောက်မည့်တံတား (သို့မဟုတ်) သင်္ဘော၏ အရွယ်အစားထက် များစွာငယ်မည်ဖြစ်သော်လည်း ပုံသဏ္ဌာန်အားဖြင့် တူညီပေသည်။ ထိုနည်းတူ အိမ် ၊ ဥယျာဉ် ၊ တိုင်းပြည်စသော ပုံများကိုဆွဲသားလျှင် သင့်တော်သော အချိုးစကေးထားလျက် စာရွက်ပေါ်တွင် အချိုးကျ စနစ်ပုံများကို ရေးဆွဲမှတ်သားကြသည်။ အချိုးကျ စနစ်ပုံများသည် မူလပင်ကိုပုံနှင့် အရွယ်အားဖြင့် မတူသော်လည်း ပုံသဏ္ဌာန်အားဖြင့် တစ်သဝေမတိမ်း အချိုးအစား ညီညွတ်စွာတူကြသည်။ ထို့ကြောင့် အချိုးကျစနစ်ပုံများမှ အသုံးပြုထားသော စကေးကိုသုံး၍ ပကတိ အရှည် ၊ အကွာအဝေး နှင့် အကျယ်အဝန်းများကို တွက်ယူနိုင်သည်။

ပုံဆွဲရာ၌အသုံးပြုသော စကေးဆိုသည်မှာ

ပုံတွင်ဆွဲသားထားသော အလျား ： မူလဝတ္ထု၏ပင်ကိုအလျား ကိုခေါ်သည်။

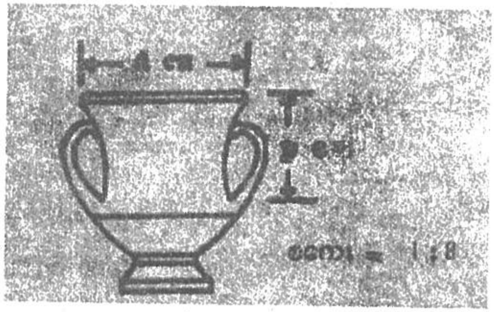
ဥပမာ (5)

10cm အလျားရှိသော မျဉ်းတစ်ကြောင်းကို 5cm အလျားသာရှိအောင် ဆွဲသားထားလျှင် အသုံးပြုထားသော စကေးမှာ

5cm : 10cm (သို့မဟုတ်) 1 : 2 (သို့မဟုတ်) $\frac{1}{2}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (6)

1 : 8 စကေးဖြင့်ဆွဲသားထားသော ပန်းအိုးပုံတွင် တိုင်းတာထားသည့် p d စင်တီတို့၏ ပကတိအတိုင်းအတာများကို ရှာပါ။ ဤတွင် p စင်တီ = 1.5 စင်တီဖြစ်သ



ပုံ (6.6)

p စင်တီနှင့်လိုက်ဖက်သော ပန်းအိုးပေါ်ရှိ ပကတိအလျား $= 1.5 \times \dfrac{8}{1} = 12$

d စင်တီ = 2 စင်တီ ဖြစ်သော်

d စင်တီနှင့်လိုက်ဖက်သော ပန်းအိုးပေါ်ရှိ မူလအလျားကို ရှာပါ။

ဥပမာ (7)

1 : 100 စကေးဖြင့် ဆွဲသားထားသော စနစ်ပုံတွင် အလျား 15cm, အနံ 10cm ဖြင့် ပြထားသော အခန်းတစ်ခု၏ ပကတိအလျားနှင့် အနံကို ရှာပါ။

စကေး 1 : 100 ဖြစ်၍

ပုံမှ 15cm နှင့်လိုက်ဖက်သော ပကတိအလျား $= 15 \times \dfrac{100}{1} = 1500$ cm

ပုံမှ 10cm နှင့်လိုက်ဖက်သော ပကတိအနံ $= 10 \times \dfrac{100}{1} = 1000$ cm

ဥပမာ (8)

မြို့တစ်မြို့၏အလျားမှာ 10 မိုင် ၊ အနံမှာ 8 မိုင်ဖြစ်လျှင် ၎င်းမြို့ကို 1 ဆင်တီ : 1 မိုင် စကေးဖြင့် ပုံဆွဲသားလိုလျှင် ပုံတွင်ဆွဲသားရမည့် အလျားနှင့် အနံတို့ကို ရှာပါ။

စကေးမှာ 1 cm : 1 မိုင်ဖြစ်၍

ပကတိအလျား 1 မိုင်ဖြစ်လျှင် ပုံတွင် 1 cm

∴ ပကတိအလျား 10 မိုင်ဖြစ်လျှင် ပုံတွင် 10 cm

∴ ပကတိအလျား 8 မိုင်ဖြစ်လျှင် ပုံတွင် 8 cm

∴ ပုံတွင်ဆွဲသားရမည့် အလျား = 10 cm

အနံ = 8 cm

လေ့ကျင့်ခန်း (6.1)

1. အောက်ပါစကေးများကို အငယ်ဆုံး အချိုးရအောင် ဖွဲ့ပေးပါ။

(a) 10 cm : 1 m
(b) 50 cm : 1 m
(c) 25 cm : 1 m
(d) 1 mm : 1 m
(e) 5 mm : 1 m

2. အရုပ်ထုတ်လုပ်သောစက်ရုံတစ်ခုမှ တောတွင်းတိရစ္ဆာန်များကို 1 : 50 စကေးဖြင့် ထုတ်လုပ်လျက်ရှိသည်။ အောက်ပါဇယားတွင် လိုနေသော အတိုင်းအတာများကို တွက်ချက်၍ ဖြည့်ပေးပါ။

	အရုပ်မှ အတိုင်းအတာ	တိရစ္ဆာန်အစစ်မှ အတိုင်းအတာ
ကျား	....	300 cm
ဆင်	....	4.5 m
ခြင်္သေ့	3.5 cm	....
သစ်ကုလားအုတ်	6.5 cm	....

3. 128 ကိုက်ရှည်သော တံတားတစ်ခုကိုပြရန် သင့်တော်သော cm စကေးဖြင့် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းဆွဲပါ။

4. 80 ကိုက်ရှည်သော ခြံစည်းရိုးတစ်ခုကို တစ်လက်မလျှင် 25 ကိုက်စကေးဖြင့် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းဆွဲပြပါ။

5. 7 မိုင် 4 ဖာလုံရှည်သော လမ်းကိုသင့်တော်သော စကေးဖြင့် မျဉ်းဆွဲပြပါ။

6. ရထားခရီးမှာ ရန်ကုန်မှ (a) မန္တလေးသို့ 385 မိုင် ၊ (b) ပျဉ်းမနားသို့ 225 မိုင် ၊ (c) သာစည်သို့ 306 မိုင် အသီးသီးရှိကြ၏။ ရထားလမ်းသည် မျဉ်းဖြောင့်ဟု ယူဆလျှင် 1လက်မလျှင် 100 မိုင်စကေးဖြင့် ရန်ကုန်မန္တလေး ရထားလမ်းကိုပြရန် မျဉ်းဖြောင့်ဆွဲပြီးလျှင် ကျန်နှစ်မြို့ကို နေရာမှန်အောင် ထည့်ပြပါ။

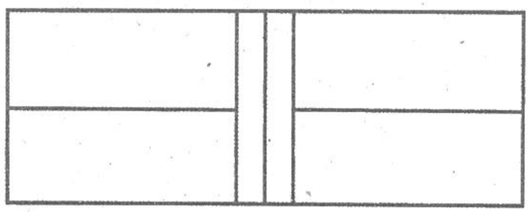
7. 1 လက်မလျှင် 10 ပေ စကေးထားသော ပုံတွင် 2.8" သည် ပကတိအလျားမည်မျှကို ပြသနည်း။

8. 1cm လျှင် 12 ပေ စကေးထားသော ပုံတွင် 9.5cm သည် ပကတိအလျားမည်မျှကို ပြသနည်း။

9. အောက်ပါပုံသည် သားရေကွင်းပစ်ကစားကွင်း၏ အချိုးကျပုံဖြစ်၍ 1 လက်မလျှင် 10 ပေ အချိုးထား၍ ဆွဲထားသောပုံဖြစ်သည်။ ၄င်းစနစ်ပုံမှ ကွင်း၏အလျား ၊ **အနံ** ၊ ပိုက်တစ်ဖက်စီရှိ အကွက်၏အကျယ် ၊ ကွင်းတစ်ဖက်ရှိ အူကြောင်း၏အရှည် ၊ အူကြောင်းတစ်ဖက်စီရှိ အကွက်၏ အကျယ်တို့ကို တိုင်း၍ ပကတိအတိုင်းအတာများကို ရှာပါ။ အဖြေကို အနီးဆုံးပေ အတိအကျဖြင့်ပေးပါ။ (ပုံ၏ အလယ်ကန့်လန့်မျဉ်းမှာ ပိုက်တန်းဖြစ်သည်။)

သားရေကွင်းပစ် ကစားကွင်းပုံ

စကေး 1" လျှင် 10' အချိုး



ပုံ (6.7)

10. တင်းနစ်(စ်)ကစားကွင်းတစ်ခု၏ အလျားသည် 78 ပေနှင့် အနံသည် 36 ပေရှိသည်။ ၄င်းကွင်း၏ အချိုးကျပုံကို 1cm လျှင် 10 ပေ စကေးဖြင့်ဆွဲပါ။ ၄င်းနောက် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းကို တိုင်း၍ ယင်း၏ ပကတိအလျားကိုတွက်ပြီး ကိုက်ဖြင့်ပြပါ။ အလယ်မှပိုက်တန်းကို မျဉ်းဆွဲ၍ မှတ်ပြပါ။

11. နှစ်ယောက်တွဲကြက်တောင်ရိုက် ကစားကွင်း၏အလျားသည် 44 ပေနှင့် အနံသည် 20 ပေရှိသည်။ သင့်တော်သော စကေးဖြင့် ကွင်း၏အချိုးကျပုံကို ဆွဲပါ။ အလယ်မှပိုက်တန်းကို မျဉ်းဆွဲ၍ မှတ်ပြပါ။

12. ဘတ်စကက်ဘောကစားကွင်း၏ အလျားသည် 85 ပေနှင့် အနံသည် 46 ပေရှိ၍ အလယ်စက်ဝိုင်းသည် 6 ပေ အချင်းဝက်ရှိသည်။ သင့်တော်သော စကေးဖြင့် အချိုးကျပုံတစ်ခု ဆွဲပါ။